МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРУБНЫХ СИСТЕМ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ ПОДОГРЕВАТЕЛЕЙ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ И ПОДОГРЕВАТЕЛЕЙ СЕТЕВОЙ ВОДЫ

РД 24.271.01—88

МИНИСТЕРСТВО ТЯЖЕЛОГО, ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО И ТРАНСПОРТНОГО МАШИНОСТРОЕНИЯ СССР

Москва
1990

gost.e-ecolog.ru

© Научно-производственное объединение по исследованию и проектированию энергетического оборудования им. И. И. Ползунова (НПО ЦКТИ), 1990.

УДК 621.184.4 Группа Е29

РУКОВОДЯЩИЙ ДОКУМЕНТ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРУБНЫХ СИСТЕМ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ ПОДОГРЕВАТЕЛЕЙ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ И ПОДОГРЕВАТЕЛЕЙ СЕТЕВОЙ ВОДЫ

ОКСТУ 3103

РД 24.271.01—88

Настоящие методические указания устанавливают методы оценки вибрационных характеристик трубных систем поверхностных теплообменных аппаратов — подогревателей низкого давления (ПНД) и подогревателей сетевой воды (ПСВ и ПСГ), применяемых соответственно в системах регенеративного подогрева питательной воды турбоустановок электростанций и централизованного теплоснабжения. Указания рекомендуется применять при проектировании этого оборудования в организациях и на предприятиях (объединениях) Минтяжмаша СССР.

В РД рассмотрены основные конструктивные схемы трубных систем ПНД, ПСВ и ПСГ, дана методика расчета их вибрационных характеристик.

Расчет вибрационных характеристик трубных систем выполняется как поверочный. Его результаты позволяют провести отстройку частот собственных колебаний трубных систем подогревателей от частоты колебаний, передаваемых на трубный пучок от различных вращающихся узлов турбоустановки (в основном с частотой вращения ротора турбины 50 Гц при $n=3000$ мин$^{-1}$ и 25 Гц при $n=1500$ мин$^{-1}$), а также возникающих при обтекании трубных пучков потоком теплоносителя в межтрубном пространстве. Исходными данными для расчета конструктивной схемы трубного пучка являются принятые на основе технического задания, теплового и гидравлического расчетов подогревателей параметры теплоносителей, схема их движения в пучке, геометрические размеры труб в нем, тип их гибов, тип направляющих дистанционирующих перегородок, материал труб и перегородок. Расчеты должны выполняться для режима максимальной тепловой нагрузки подогревателей.

В приложениях 1, 2 и 5 даны примеры расчетов вибрационных характеристик подогревателя низкого давления типа ПН-400-26-8-V и ПН-3200-30-16-IA (вертикальное исполнение) и подогревателя сетевой воды типа ПСГ-1300-3-8-I (горизонтальное исполнение).

1. УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

В РД приняты следующие обозначения:

$d_н$ — наружный диаметр трубы, м;

$d_в$ — внутренний диаметр трубы, м;

N — число пролетов;

m — масса трубы, присоединенной жидкости и т. д., кг/м;

$\rho_т$ — плотность материала трубы, кг/м^3;

$\rho_в$ — плотность среды внутри труб, кг/м^3;

$\rho_н$ — плотность среды, кг/м^3;

$w_н$, u — скорость теплоносителя, м/с;

E — модуль упругости, Н/м^2;

$\nu_п$ — коэффициент Пуассона;

h — глубина канавки профильной трубы, м;

S — расстояние между соседними канавками профильной трубы, м;

S_1 — расстояние между осями труб в пучке в направлении, перпендикулярном движению потока, м;

S_2 — расстояние между осями труб в пучке по потоку, м;

G — модуль упругости при сдвиге, Н/м^2;

δ — логарифмический декремент колебаний;

b — толщина промежуточной перегородки, м;

H — расстояние между промежуточными перегородками в пучке, м;

L — длина трубы, участка и т. д., м;

D — диаметр отверстия в промежуточной перегородке, м;

I — момент инерции труб, мм^4;
T_0 — осевое усилие, обусловленное температурными деформациями труб, Н;
$p_п$ — давление сред, Па;
t — температура сред, °С;
χ — коэффициент присоединенной массы;
ξ — коэффициент аэродинамического сопротивления пучка;
μ — коэффициент динамической вязкости, кг/(с·м);
ν — коэффициент кинематической вязкости, м^2/с.

Индексы

в — внутренний;
н — наружный.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРУБНЫХ СИСТЕМ ПОДОГРЕВАТЕЛЕЙ

2.1. По давлению греющего пара в корпусе ПНД, ПСВ и ПСГ делятся на работающие под вакуумом ($p_п<0{,}1$ МПа) и при избыточном давлении ($p_п>0{,}1$ МПа).

2.2. По характеру движения парового потока относительно поверхности теплообмена трубные системы ПНД, ПСВ и ПСГ можно разделить на пучки (или их участки):

с течением пара, параллельным продольной оси труб;

с течением пара, поперечным (или близким к нему) по отношению к продольной оси труб;

с течением пара под острым углом по отношению к продольной оси труб.

2.3. Схемы основных вариантов применяемых в ПНД, ПСВ и ПСГ компоновок трубных систем приведены на черт. 1. На схемах стрелками показано основное направление движения парового потока через зоны трубных пучков.

На черт. 2—5 приведены образцы оформления заданий на выполнение расчетов вибрационных характеристик нескольких вариантов трубных пучков с указанием необходимых геометрических размеров элементов и участков пучков, а также параметров потоков, получаемых из теплового и гидравлического расчетов и предварительной конструктивной проработки подогревателей.

При необходимости в предварительно принятую конструктивную схему трубного пучка по результатам вибрационного расчета вносятся изменения, например, в расстановку промежуточных направляющих перегородок и соответственно в длины незакрепленных участков труб между ними. С учетом этих изменений вносятся соответствующие уточнения в ранее выполненные тепловой и гидравлический расчеты.

2.4 В ПНД всех типов для поверхности нагрева применяются трубы унифицированного диаметра 16×1 (16×1,2) мм, при этом диаметр отверстий в трубных решетках под этот диаметр труб принимается $16{,}2^{+0.24}$ мм. Как правило, расположение отверстий в трубной решетке в вершинах равностороннего треугольника выбирается с шагом 21±0,2 или 22±0,2 мм.

Минимальный радиус гиба труб (по осям) составляет $R_м \geqslant d_н$ для стальных труб и $R_м \geqslant 2d_н$ для труб из цветных металлов и их сплавов.

В трубных системах ПСВ и ПСГ по условиям чистки от загрязнений применяются только прямые трубки преимущественно диаметром 19×1 (19×1,2) мм и реже 16×1,0 (16×1,2) мм. В обоих случаях сохраняется расположение труб в вершинах равностороннего треугольника, при этом для труб диаметром 19×1 мм принимается шаг 25±0,2 мм. В трубных системах ПСГ применяются прямые трубы диаметром 24×1; 25×1; 25×1,2 мм, располагаемые с шагом 30±0,5; 31±0,5 и 32±0,5 мм.

2.5. Концы труб в трубных решетках ПНД, ПСВ и ПСГ закрепляются с помощью вальцовки или комбинированным способом: вальцовкой с последующей приваркой концов труб к трубной решетке. В зависимости от условий работы и параметров теплообменивающихся сред трубы вальцуются на всю толщину трубной решетки или на часть ее.

2.6. Подробное описание конструкций ПНД, ПСВ и ПСГ, их основных узлов, рекомендации по выбору скоростей теплообменивающихся сред и по выбору материалов труб для поверхности теплообмена даны в РТМ 108.271.23—84, ОСТ 108.271.17—76, ОСТ 108.271.28—81 и ОСТ 108.271.101—76.

2.7. На основе данных технического задания, а также теплового и гидравлического расчетов предварительную оценку расстояний между промежуточными перегородками H (в м), раскрепляющими трубки в пучке, рекомендуется производить по следующей зависимости:

$$H = 0{,}4\sqrt[4]{\frac{EI}{d_н \rho_н w_н^2}},$$

где E — модуль упругости материала труб, Н/м^2;
$d_н$ — наружный диаметр трубы, мм;
$\rho_н$ — плотность пара, кг/м^3;
$w_н$ — скорость пара на входе в периферийные ряды трубного пучка, м/с;
I — момент инерции труб, мм^4.

Модуль упругости стальных труб и другие их механические свойства рекомендуется принимать по ОСТ 108.031.02—75 и ОСТ 108.031.08—85÷ОСТ 108.031.10—85.

Для исключения возможного истирания наружных поверхностей труб диаметром 16×1,0 (16×1,2) мм от соприкосновения друг с другом при вибрации, возникающей от воздействия поперечно набегающего парового потока, расстояние между промежуточными перегородками в трубном пучке рекомендуется выбирать в пределах 400—600 мм, для труб диаметром 19×1 (19×1,2) мм — в пределах 800—1000 мм, для труб диаметром 24×1; 25×1; 25×1,2 мм — в пределах до 1500 мм.

При проектировании подогревателей следует исходить из условий обеспечения вибрационной стойкости трубного пучка и стремиться к сокращению расстояния между перегородками до предела, допустимого по величине заданного парового сопротивления трубного пучка и подогревателя в целом. Окончательный выбор расстояния между перегородками производится на основе данных вибрационного расчета, методика которого изложена ниже.

В случаях, когда для обеспечения допустимой скорости пара в трубном пучке требуется большее расстояние между перегородками, следует предусматривать установку дополнительных (между промежуточными перегородками) поддерживающих устройств (проницаемых перегородок, хомутов, дистанционирующих планок и т. д.). Рекомендации по такого рода устройствам даны в РТМ 108.271.23—84.

2.8. В трубных системах ПНД и ПСВ для поверхностей теплообмена могут применяться следующие виды труб:

прямые гладкие, концы которых закреплены в трубных решетках;

гладкие с U-образным гибом, с концами, закрепленными в трубных решетках;

гладкие с П-образным гибом, с концами, закрепленными в трубных решетках;

профильные (профильно-витые или с кольцевой накаткой) прямые с закреплением гладких концов в трубных решетках; схемы таких труб показаны на черт. 6;

оребренные с закреплением гладких концов в трубных решетках.

2.9. Для определения вибрационных характеристик трубных пучков необходимы следующие геометрические характеристики гладких и профильно-витых труб, применяемых для интенсификации теплообмена:

для гладких труб:

$d_н$ — наружный диаметр;

$d_в$ — внутренний диаметр;

для профильных и профильно-витых труб:

$D_н$ — наружный обсадной диаметр трубы;

$d_в^{пр}$ — внутренний диаметр накатки;

$d_в$ — внутренний диаметр трубы;

h — глубина накатки;

S — шаг накатки.

Для рассматриваемых теплообменных аппаратов рекомендуются профильные и профильно-витые трубы со следующими геометрическими параметрами профилирования (с учетом технологических допусков):

$$S = (8 \div 10) \pm 2 \text{ мм}; \quad h = 0{,}6 \pm 0{,}1 \text{ мм}.$$

2.10. К геометрическим характеристикам пучка относятся (см. черт. 1):

поперечный S_1 и продольный S_2 шаги труб в пучке;

полная длина труб в пучке $L_{пол}$;

расстояние между соседними промежуточными перегородками — длина свободного пролета трубы l_{jk};

максимальные $R_б$ и минимальные $R_м$ радиусы гибов труб в пучке;

число промежуточных перегородок $n_{пер}$ в пучке;

длины прямых участков труб (L, $L_{гор}$ — см. черт. 2—5) в пучках труб с U-образными и П-образными гибами;

тип (конструкция) промежуточных перегородок в пучке (сегмент, диск, кольцо и т. д.).

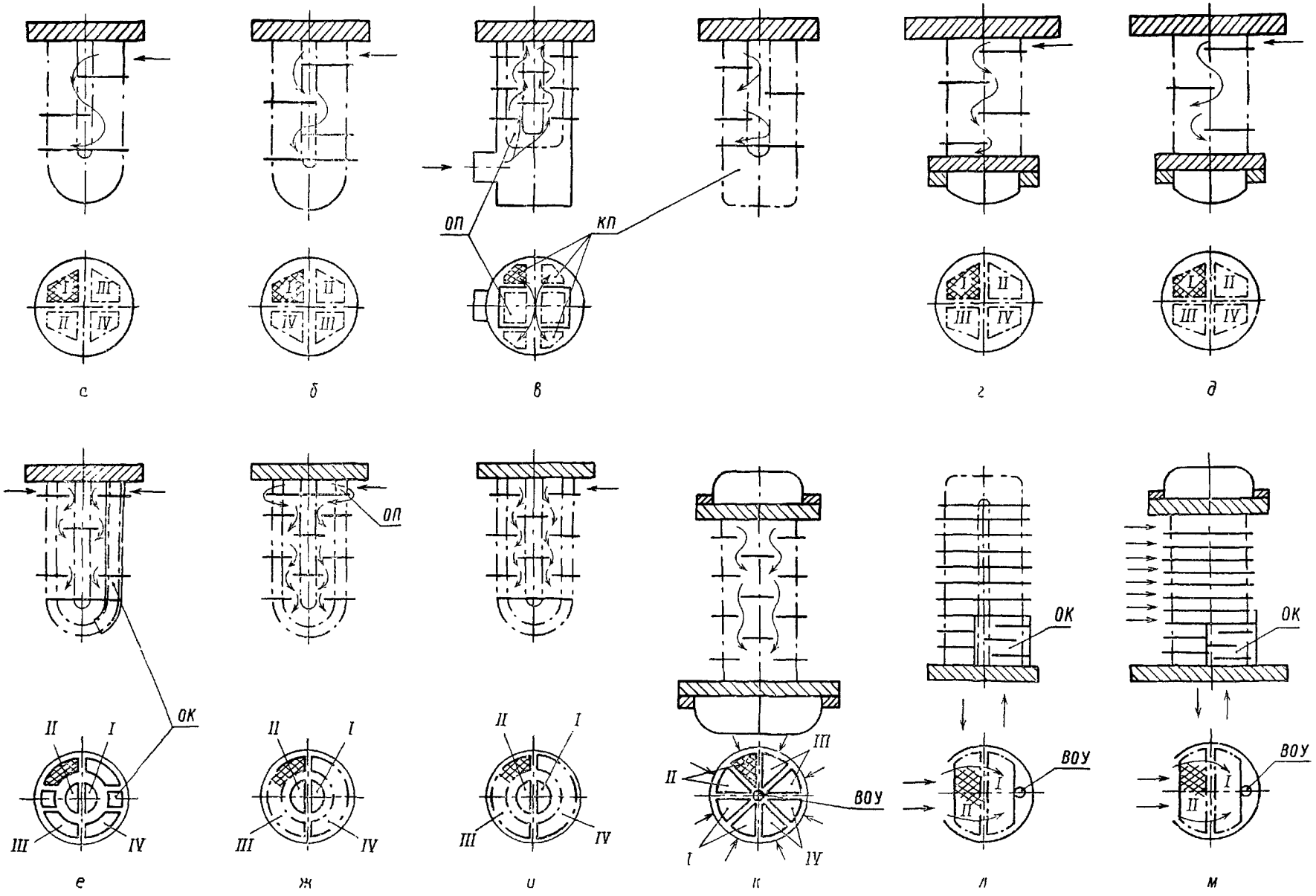
В трубных пучках ПНД и ПСВ вертикального типа направляющие перегородки используются для выполнения следующих функций:

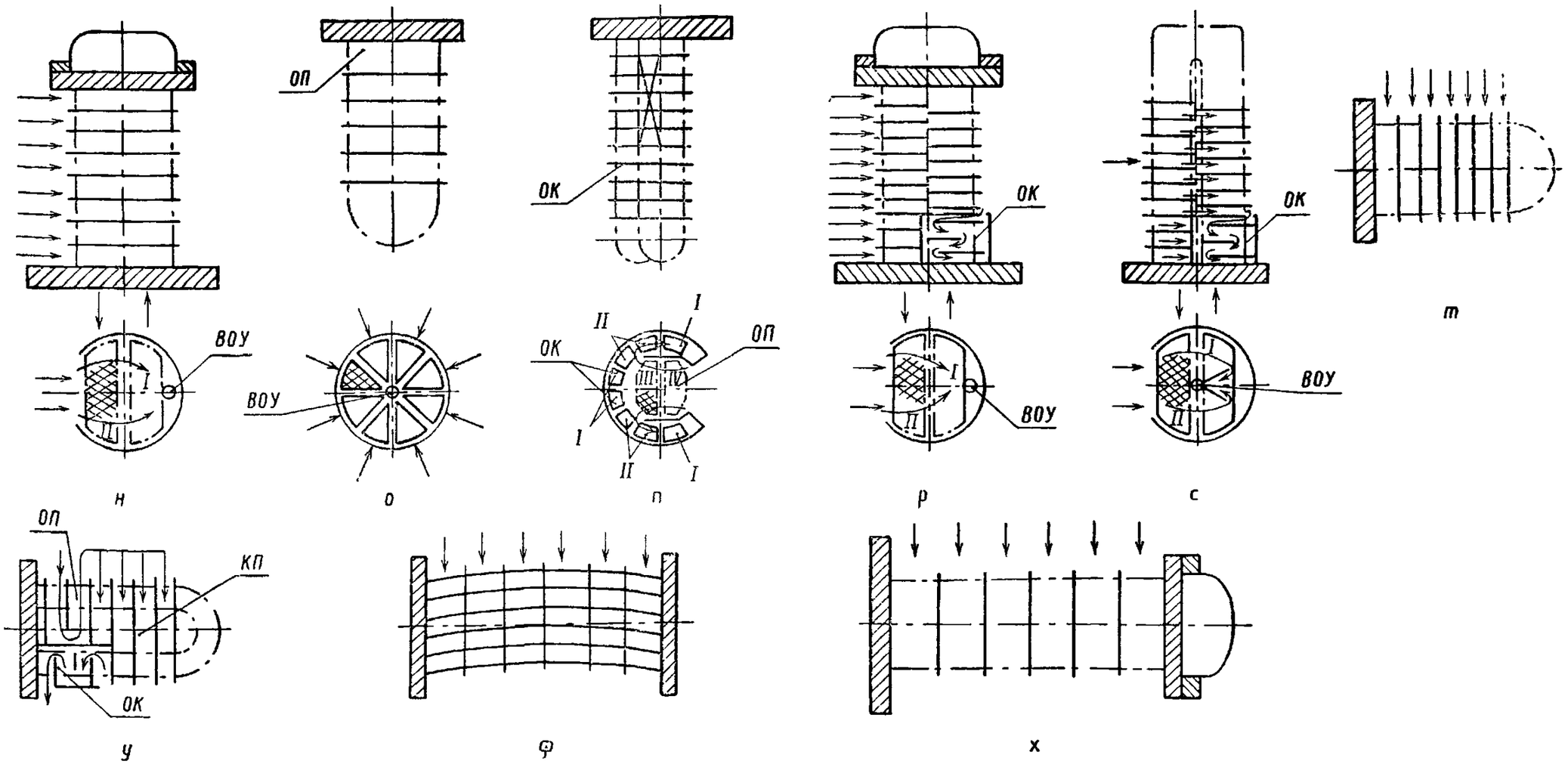
обеспечения заданного направления движения пара через пучок или его зону;

сбора стекающего по поверхности труб конденсата греющего пара из соответствующих отсеков (зон) трубного пучка и последующего отвода его в нижнюю часть корпуса: это предохраняет от заливания данным конденсатом поверхности теплообмена, расположенной в нижней части рассматриваемых отсеков, и способствует улучшению условий теплообмена в зонах трубного пучка ниже соответствующих перегородок;

сокращения свободных (незакрепленных) участков труб (между промежуточными перегородками) и обеспечения необходимой жесткости отдельных труб и пучка в целом в условиях возникающей при эксплуатации вибрации как подогревателя в целом, так и его трубного пучка.

Принципиальные схемы трубных пучков подогревателей низкого давления и подогревателей сетевой воды

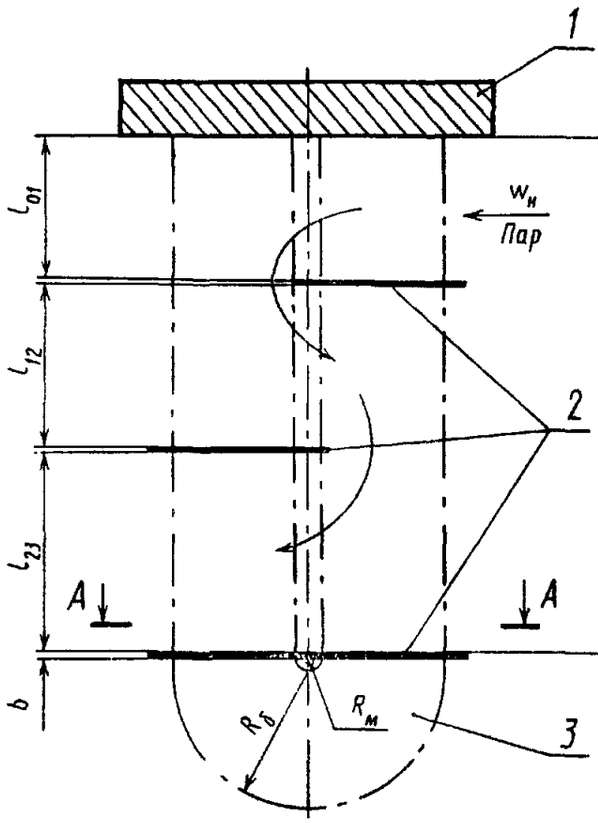




а — вертикальная с пучком труб с U-образными гибами и тремя промежуточными перегородками; *б* — то же, с четырьмя промежуточными перегородками; *в* — вертикальная из труб с П-образными гибами и выделенной зоной ОП; *г* — вертикальная с прямыми трубами и «плавающей» (поворотной) водяной камерой с четырьмя промежуточными перегородками; *д* — то же, с тремя промежуточными перегородками; *е* — вертикальная с пучком из труб с U-образными гибами и выделенной зоной ОК; *ж* — вертикальная с пучком из труб с U-образными гибами с расположением I—II ходов основного конденсата в центре пучка и выделенной зоной ОП; *и* — то же, без зоны ОП; *к* — вертикальная с пучком из прямых труб, верхним расположением верхней водяной камеры и расположением ВОУ в центре; *л* — вертикальная с пучком из труб с П-образными гибами, выделенной зоной ОК и нижним расположением основной водяной камеры; *м* — вертикальная из прямых труб, с выделенной зоной ОК и нижним расположением основной водяной камеры; *н* — то же, только с зоной конденсации; *о* — вертикальная с пучком из труб с U-образными гибами, выделенной зоной ОП, центральным ВОУ; *п* — то же, с выделенными зонами ОП, КП и ОК; *р* — вертикальная из прямых труб, с выделенной зоной ОК, нижним расположением основной водяной камеры и ступенчатыми направляющими перегородками; *с* — то же, из труб с П-образными гибами; *т* — горизонтальная из труб с U-образными гибами; *у* — то же, с выделенными зонами ОП, КП и ОК; *ф* — горизонтальная из прямых труб с трубными решетками, жестко соединенными с корпусом; *х* — горизонтальная из прямых труб с «плавающей» поворотной водяной камерой; ВОУ — воздухоотсасывающее устройство; *I—IV* — ходы основного конденсата (сетевой воды) в трубной системе; ←——— — основные направления движения паровых потоков и нагреваемой воды

Черт. 1

Вертикальная трубная система с пучком труб с U-образными гибами



Исходные данные для вибрационного расчета:

L =

$d_н \times \delta$ =

m_1 = ; m_2 = ; m_3 =

S_1 = ; S_2 =

$\rho_п$ =

$t_п$ =

$w_н$ =

Материал труб поверхности нагрева ...

E =

l_{01} =

l_{12} =

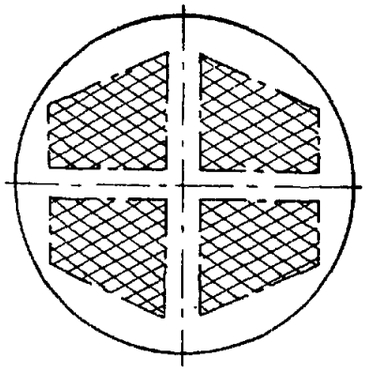
l_{23} =

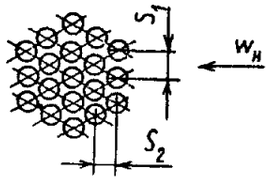
b =

$R_м$ =

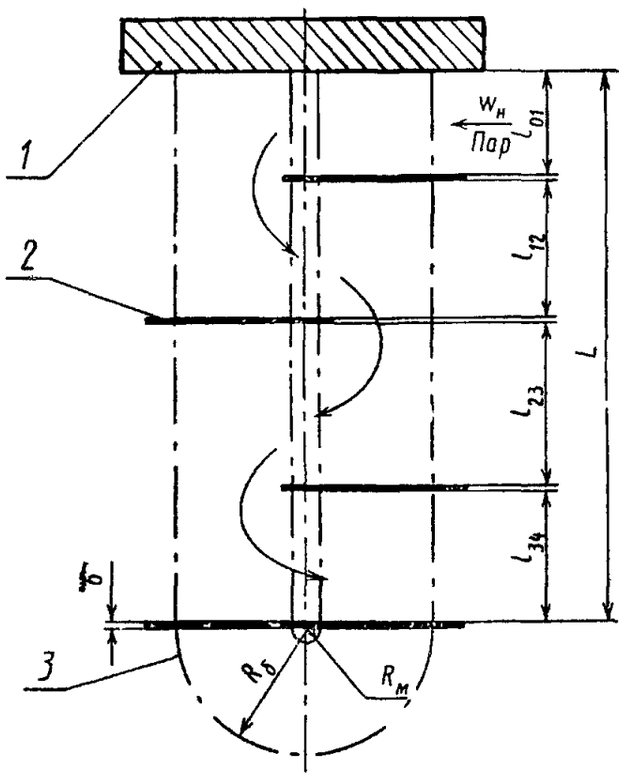
$R_б$ =

A – A





а



Исходные данные для вибрационного расчета:

L =

$d_н \times \delta$ =

m_1 = ; m_2 = ; m_3 =

S_1 = ; S_2 =

$\rho_п$ =

$t_п$ =

$w_н$ =

Материал труб поверхности нагрева ...

E =

l_{01} =

l_{12} =

l_{23} =

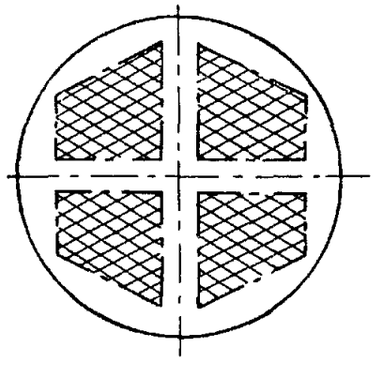
l_{34} =

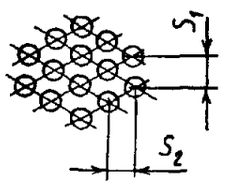
b =

$R_м$ =

$R_б$ =

A – A



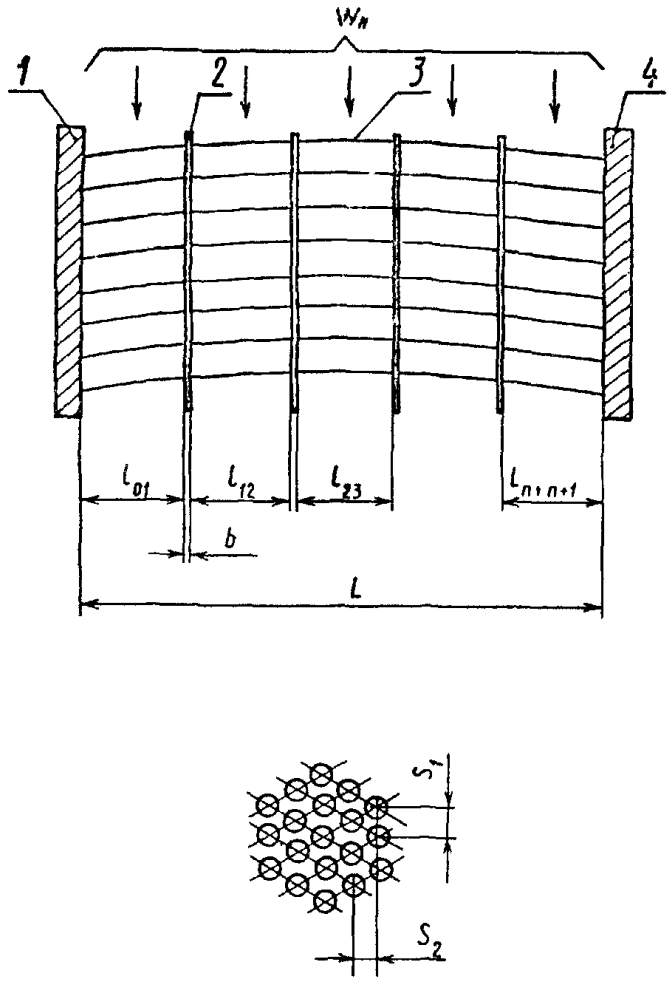


б

а — с тремя промежутчными перегородками; *б* — с четырьмя промежуточными перегородками; *1* — трубная решетка; *2* — направляющие (промежуточные) перегородки; *3* — трубки с U-образными гибами

Черт. 2

Трубная система горизонтального сетевого подогревателя (ПСГ)



Исходные данные для вибрационного расчета:

L =

$d_н \times \delta$ =

m_1 = ; m_2 = ; m_3 =

S_1 = ; S_2 =

$p_п$ =

$t_п$ =

$w_н$ =

Материал труб поверхности нагрева...

E =

l_{01} =

l_{12} =

l_{23} =

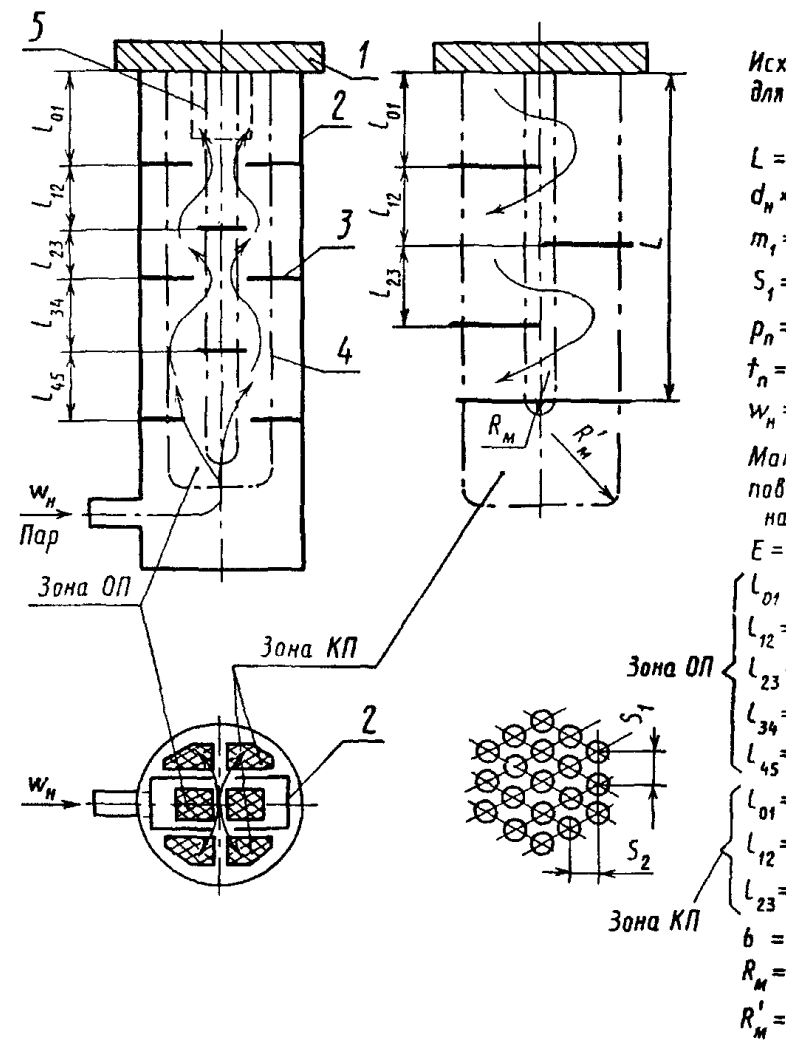
. . . . .

b =

1, 4 — трубные решетки; *2* — направляющие (промежуточные) перегородки; *3* — прямые трубки

Черт. 3

Схема пучка из труб с П-образными гибами и выделенными зонами охлаждения пара (ОП) и его конденсации (КП)



Исходные данные для вибрационного расчета:

L =

$d_н \times \delta$ =

m_1 = ; m_2 = ; m_3 =

S_1 = ; S_2 =

$p_п$ =

$t_п$ =

$w_н$ =

Материал труб поверхности нагрева...

E =

Зона ОП: l_{01} = ; l_{12} = ; l_{23} = ; l_{34} = ; l_{45} =

Зона КП: l_{01} = ; l_{12} = ; l_{23} =

b =

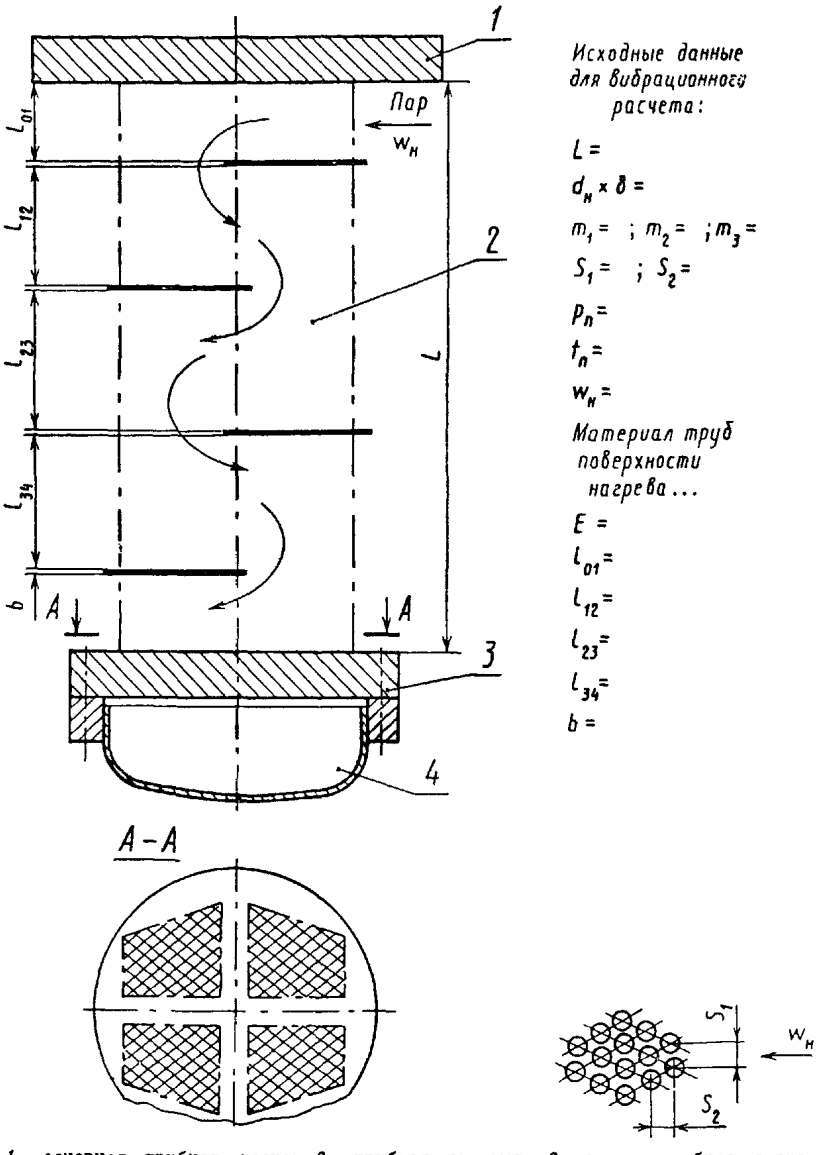
$R_м$ =

$R'_м$ =

1 — трубная решетка; *2* — кожух охладителя пара; *3* — промежуточная перегородка; *4* — П-образные трубки поверхности теплообмена; *5* — окна в боковых стенках кожуха зоны ОП для выхода пара в зону КП

Черт. 4

Схема пучка с прямыми трубками и «плавающей» (поворотной) водяной камерой (четыре промежуточные перегородки)



Исходные данные для вибрационного расчета:

L =

$d_н \times \delta$ =

m_1 = ; m_2 = ; m_3 =

S_1 = ; S_2 =

$P_п$ =

$t_п$ =

$w_н$ =

Материал труб поверхности нагрева ...

E =

l_{01} =

l_{12} =

l_{23} =

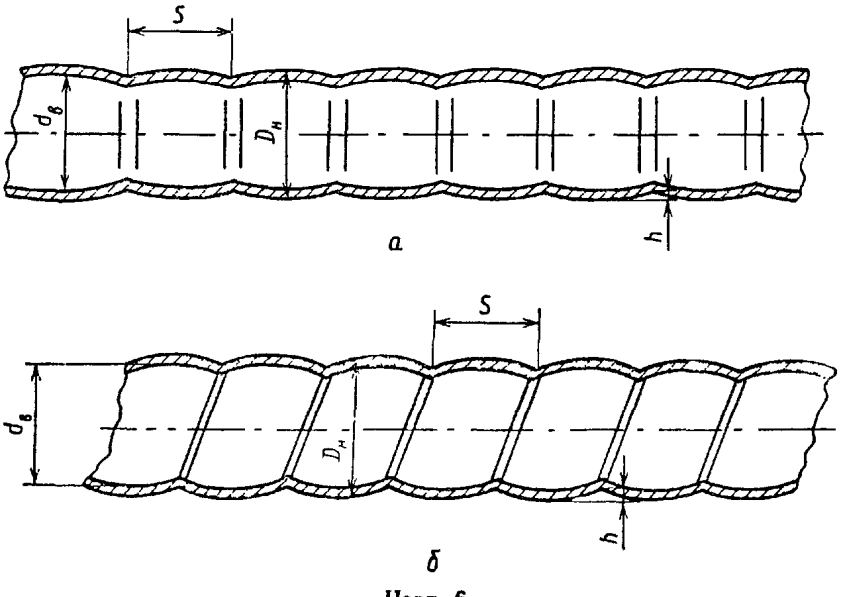
l_{34} =

b =

1 — основная трубная доска; *2* — трубная система; *3* — малая трубная доска; *4* — «плавающая» (поворотная) камера

Черт. 5

Профильные (*а*) и профильно-витые (*б*) трубы



Черт. 6

В вертикальных ПНД и ПСВ трубные пучки с U-образными или прямыми трубами, как правило, устанавливаются консольно: основная трубная доска, в которой закреплены концы труб, закрепляется по периферии между фланцами корпуса и водяной камеры или непосредственно вваривается в корпус.

Нижняя (или верхняя при нижнем расположении основной водяной камеры) часть трубного пучка при этом располагается в корпусе свободно, что обеспечивает возможность термического расширения трубной системы относительно корпуса.

2.11. При разработке данного РД были использованы источники, перечень которых приведен в приложении 6. Они могут быть также использованы в качестве дополнительной справочной литературы при выполнении вибрационных расчетов различных вариантов конструктивных схем трубных пучков. Ряд полезных для конструктора сведений можно найти, например, в РТМ 108.302.03—86.

3. ОСНОВНЫЕ ПРИЧИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ В ТРУБНЫХ СИСТЕМАХ ПОДОГРЕВАТЕЛЕЙ

3.1. Существуют две основные причины возбуждения колебаний трубных систем подогревателей: первая — это механическая энергия колебаний, передаваемая на трубный пучок от несбалансированных вращающихся узлов турбоагрегата и других механизмов машинного зала (кинематическое возбуждение); вторая — это аэрогидродинамические явления, возникающие при обтекании трубных пучков потоком теплоносителя (аэродинамическое возбуждение).

3.2. Кинематическое воздействие передается через опорные конструкции и трубопроводы, которыми подогреватель связан непосредственно с турбиной и насосами. Частотный спектр кинематического возбуждения обычно известен. Наибольшей интенсивностью при кинематическом возбуждении обладают колебания с частотой, равной частоте вращения ротора турбины (50 Гц при $n=3000$ мин$^{-1}$ и 25 Гц при $n=1500$ мин$^{-1}$). Отстройка частот собственных колебаний трубных систем подогревателей от частоты кинематического возбуждения является достаточной и надежной защитой трубного пучка от вибрационных повреждений, при этом более предпочтительной является отстройка вверх, т. е. когда частота собственных колебаний выше вынужденной частоты.

3.3. Наиболее опасные колебания трубных систем подогревателей, инициируемые потоком теплоносителя в межтрубном пространстве, происходят при поперечном и косом обтекании труб (аэродинамическое возбуждение).

При этом действуют три основные механизма возбуждения колебаний труб:

срыв вихрей (в дальнейшем — вихревое возбуждение);

турбулентные пульсации потока;

аэрогидроупругая неустойчивость труб в пучке (в дальнейшем — гидроупругая неустойчивость).

3.3.1. Вихревое возбуждение труб определяется периодическими аэродинамическими силами (пульсирующая подъемная сила и сила лобового сопротивления), возникающими в процессе формирования и отрыва вихрей с образующей трубы. В кормовой части поверхности поперечно обтекаемой трубы или трубы, обтекаемой под некоторым углом, ввиду наличия положительного градиента давления появляется обратное течение и формируются вихри. При поперечном отрыве вихрей то с одной, то с другой стороны трубы ее обтекание становится асимметричным. На трубу начинает действовать периодическая аэродинамическая сила, способная раскачать упруго установленную трубу. Аэродинамическая сила, возникающая вследствие отрыва вихрей, изменяется по синусоидальному закону.

Для сравнения разных ситуаций, в которых происходит срыв вихрей, используется безразмерный критерий — число Струхаля Sh. Число Струхаля для трубных пучков существенно зависит от шага между трубами и способа разбивки.

Трубы подогревателей как упругие системы обладают собственной частотой колебаний. При приближении частоты отрыва вихрей к собственной частоте колебаний труб амплитуда колебаний возрастает. Знание частоты отрыва вихрей и собственной частоты колебаний трубной системы позволяет при проектировании теплообменников предотвратить это явление методом отстройки частот.

3.3.2. Энергия турбулентных пульсаций скорости потока в трубном пучке теплообменника переходит в пульсирующее давление на поверхности труб. Такие давления на поверхности труб являются случайными, так как энергетический спектр пульсаций распределен в широкой полосе частот и амплитуды пульсирующего давления на поверхности труб непрерывно изменяются. При этом турбулентные пульсации действуют во всем диапазоне параметров теплоносителя и силы, которые создают турбулентные пульсации, не зависят от незначительных перемещений труб. Трубы получают от потока энергию для поддержания колебаний с частотами, близкими к собственным частотам трубных систем. Амплитуда возбуждаемых турбулентностью вибраций плавно увеличивается с ростом скорости потока, поскольку энергия турбулентных пульсаций возрастает с увеличением скорости. Этот вид возбуждения практически опасен только при течении теплоносителя в теплообменнике с большой скоростью, так как энергия турбулентных пульсаций при малых скоростях недостаточна для создания больших вибраций. Необходимо отметить, что механизм возбуждения турбулентными пульсациями практически всегда накладывается на механизм вихревого возбуждения труб.

3.3.3. Гидроупругая неустойчивость труб в пучке проявляется при больших скоростях потока и вызывает существенное увеличение амплитуды колебаний труб. Этот механизм возбуждения возни

кает следующим образом. Когда трубный пучок подвергается действию высокоскоростного поперечного потока, происходит ускорение течения жидкости в зазорах между трубами. Средняя гидродинамическая сила на трубах является в значительной степени функцией этих зазоров в пучке. Когда труба сдвинется от своего нормального равновесного положения, то изменятся размеры зазоров между ней и смежными трубами, и поэтому будет изменяться гидродинамическая сила не только на изменившей свое положение трубе, но и на смежных трубах. Если труба движется как поперек, так и вдоль потока совместно со смежными трубами, то тогда для трубы возможно получение энергии от потока. В случае, когда эта энергия превышает энергию, расходуемую на демпфирование при движении трубы, то амплитуда вибрации значительно возрастает и трубы становятся неустойчивыми.

При скоростях ниже критической вибрация труб первоначально вызывается турбулентностью или срывом вихрей. При превышении критической скорости амплитуда труб увеличивается очень резко, при этом частота колебаний труб соответствует частоте собственных колебаний.

Достаточно надежным способом предохранения трубного пучка от гидроупругой неустойчивости является исключение таких режимов работы теплообменника, при которых скорость потока в межтрубном пространстве равна критической скорости потока для данного пучка или превышает ее.

4. МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРУБНЫХ СИСТЕМ ПОДОГРЕВАТЕЛЕЙ

4.1. Общие положения

4.1.1. В условиях эксплуатации турбоустановок имеет место вибрация трубных пучков теплообменных аппаратов. Причинами возникновения вибрации являются: кризисные гидродинамические явления в трубных пучках аппаратов, пульсация теплоносителей, наложение вибрации от турбин и других расположенных вблизи механизмов. Трубы в теплообменных аппаратах колеблются в режиме автоколебаний с частотой, практически равной или близкой к частоте собственных колебаний; амплитуда колебаний пропорциональна скорости набегающего потока теплоносителя (см. п. 3.1).

Вибрация трубных систем приводит к нарушению плотности соединений труб с трубными досками, к истиранию труб в местах прохода их через промежуточные перегородки, а в пролетах с большими длинами — к соударениям и обрыву труб вблизи трубных досок.

Для предотвращения опасной вибрации труб конструирование теплообменных аппаратов производится таким образом, чтобы низшая (первая) частота их собственных колебаний отличалась от частоты возмущающей силы (резонансной частоты) на 25%. Величина отстройки для высоких частот устанавливается при конструировании.

Частота собственных колебаний трубных систем в основном определяется системой расстановки и конструкцией промежуточных перегородок.

4.1.2. Расчет вибрационных характеристик трубных систем производится как поверочный. Исходной схемой для расчета служит система расстановки промежуточных перегородок, выбранная на основе данных теплового и гидравлического расчетов и предварительной конструктивной проработки аппаратов. Расчет осуществляется по заданным поверхностям теплообмена, известным конструктивным размерам, параметрам теплоносителей и условиям работы аппарата. Примеры оформления исходных данных для таких поверочных расчетов приведены на черт. 2—5.

В настоящем РД при расчете трубных систем определяются частота собственных колебаний, амплитуда и напряжения от изгибных колебаний.

4.1.3. Исходными данными для проведения расчета являются:

предварительная конструктивная схема трубного пучка (см. черт. 2—5);

геометрические характеристики труб и трубного пучка;

физические и механические свойства материала труб;

условия закрепления труб в трубных досках, промежуточных перегородках;

наличие дистанционирующих элементов;

частота вынужденных колебаний;

параметры теплоносителя, обтекающего трубный пучок (скорость, давление, температура, фазовое состояние).

4.1.4. При расчете частоты собственных колебаний колебания различных труб в аппарате считаются независимыми. Расчет частоты собственных колебаний пучков из прямых труб, опирающихся на различное число промежуточных перегородок (трубы, расположенные в центральной или периферийной части пучка), проводится для всех характерных случаев опирания.

При расчете трубных систем с пучками из труб с U-образными и П-образными гибами обязательному расчету частоты собственных колебаний подвергаются трубы с минимальным и максимальным радиусами гибов ($R_б$ и $R_м$) или соответственно с минимальным и максимальным размерами горизонтального участка на трубах с П-образными гибами ($L_{гор}$), а также три-четыре типоразмера труб с промежуточными значениями этих размеров. Расчет величин амплитуд колебаний теплообменных труб производится для каждого пролета трубной системы.

4.1.5. Эксплуатация подогревателей на режимах, при которых возникают условия гидроупругой неустойчивости теплообменных труб, параметрический резонанс, а также происходит совпадение соб-

ственной частоты колебаний труб с частотой возмущающей гидродинамической силы, возможна только после дополнительного обоснования; в противном случае она недопустима.

4.1.6. При анализе системы расстановки перегородок необходимо выполнение следующих условий:

частота собственных колебаний трубы не должна совпадать с частотами вынужденных колебаний здания ($f_{вын} \approx 10$ Гц), турбины ($f_{вын} = 50$ Гц при числе оборотов $n = 3000$ мин$^{-1}$ и $f_{вын} = 25$ Гц при $n = 1500$ мин$^{-1}$);

частота собственных колебаний не должна совпадать с частотой срыва вихрей парового потока, определяемой по формуле

$$f = \frac{Sh w_н}{d_н},$$

где Sh — число Струхаля (для развитого турбулентного режима течения Sh = 0,2);

$w_н$ — скорость пара;

$d_н$ — наружный диаметр трубы.

Проверка этого условия должна проводиться на основе данных теплового расчета для значений минимальной и максимальной скорости потока пара, набегающего на трубный пучок или его участки.

Величина возникающих напряжений не должна превышать предела выносливости (усталостной прочности) применяемых материалов.

4.1.7. Расчеты частоты собственных колебаний должны проводиться для двух режимов работы аппаратов:

трубный пучок заполнен водой;

трубный пучок без воды.

4.1.8. Если расчетные значения частоты собственных колебаний или напряжения от изгибных колебаний отличаются от допустимых, необходимо изменить систему расстановки перегородок и провести повторный расчет, включая и теплогидравлический. Уменьшение длин пролетов приводит к повышению частоты собственных колебаний труб и уменьшению напряжений.

4.1.9. Для снижения износа труб вследствие вибрации в местах прохода их через промежуточные перегородки диаметральный зазор между отверстием в перегородке и трубой по верхнему предельному размеру ее диаметра должен составлять не более 0,2 мм. Чистота обработки отверстий не должна быть ниже $Rz = 40$.

С целью повышения долговечности трубных систем рекомендуется выполнять скругление кромок радиусом 1—2 мм с обеих сторон отверстий в промежуточных перегородках и с внутренней стороны (ориентированной к пучку) трубных досок.

Промежуточные перегородки рекомендуется выполнять толщиной 15—25 мм.

4.1.10. Оценка вибрационных характеристик производится в следующей последовательности:

определяются частоты собственных колебаний;

определяются декременты колебаний;

определяются условия обтекания потоком теплоносителя различных участков теплообменных труб;

определяются возможные механизмы возбуждения вибраций;

рассчитываются вибрации труб.

Программа расчета вибрационных характеристик, разработанная НПО ЦКТИ и УПИ для ЭВМ типа ЕС, находится в НПО ЦКТИ и может быть использована всеми заинтересованными организациями.

4.2. Расчет частот собственных колебаний

4.2.1. Определение частот собственных колебаний производится только для поперечных (изгибных) колебаний, причем влияние поперечных сдвигов и инерции вращения поперечных сечений не учитывается. Вычисление собственных частот может проводиться методом начальных параметров, изложенным в данном РД, а при усложнении расчетных схем — например, методом конечных элементов.

4.2.2. Расчет частот собственных колебаний проводится для низшей, т. е. основной или первой формы колебаний.

4.2.3. Трубка подогревателя представляется в виде статически неопределимой балки постоянного сечения с равномерно распределенной массой.

Принимается, что трубка жестко закреплена на концах (развальцована или приварена в трубных досках). Опирание труб в промежуточных перегородках (при величине диаметрального зазора между трубой и промежуточной перегородкой не более 0,2 мм и наличии пленки жидкости в зазоре) принято шарнирным. Наличие связки на горизонтальном участке труб с П-образными гибами учитывается как шарнирное опирание.

Предполагается, что опирание труб в отверстиях промежуточной перегородки осуществляется с небольшим зазором так, что обеспечивается свободное кручение трубы вокруг ее оси.

4.2.4. Расчет частоты собственных колебаний производится для двух случаев: трубы заполнены водой и трубы без воды. При расчете профильных витых труб учитывается изменение массы и момента инерции трубы, вызванное профилированием.

Момент инерции поперечного сечения трубы

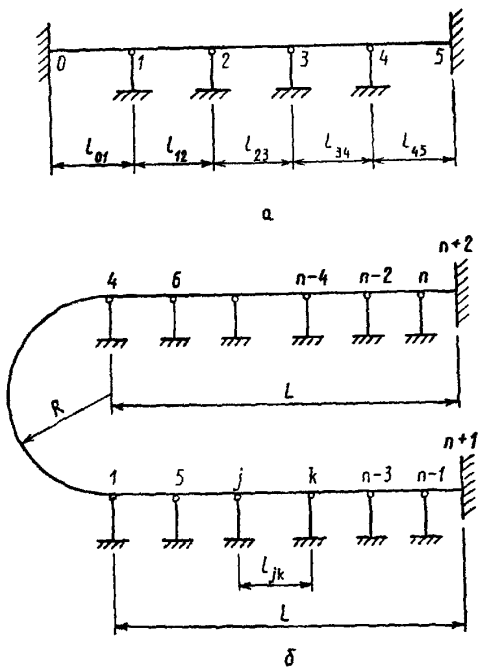
$$I = \frac{\pi}{64}\left(d_н^4 - d_в^4\right)\exp\left(-4{,}83\frac{h}{S}\right).$$

Полная масса единицы длины трубы складывается из массы единицы длины трубы m_1, массы теплоносителя внутри трубы m_2 и присоединенной массы теплоносителя снаружи трубы m_3:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = \frac{\pi}{4}\left(d_н^2 - d_в^2\right)\rho_т + \frac{\pi}{4}d_в^2\rho_в\exp\left(-1{,}209\frac{h}{S}\right) + \rho_н\frac{\pi}{4}d_н^2\chi,$$

где χ — коэффициент присоединенной массы.

Схема для расчета вибрации прямых труб и труб с U-образными гибами



а — прямые трубы; *б* — трубы с U-образным гибом

Черт. 7

Для пучков с $S_1/d_н > 1{,}2$ коэффициент присоединенной массы

$$\chi = [AS_1 + d_н]\,[AS_1 - d_н]^{-1},$$

где $A = 1{,}05$ — для шахматного пучка;

$A = 1{,}13$ — для коридорного пучка.

При колебаниях одиночной трубы в неограниченном объеме жидкости $\chi = 1$. При расчете гладких труб (без профилирования) $h = 0$. При расчете конденсирующих аппаратов и труб без воды $\rho_в = 0$, $m_3 = 0$.

4.3. Определение частоты собственных колебаний прямотрубных систем

Расчет описанной системы (черт. 7, *а*) на вынужденные колебания выполняется методом перемещений в сочетании с методом начальных параметров на основе уравнения

$$\frac{d^4y}{dx^4} - \alpha^4 y = 0, \qquad (1)$$

где $\alpha = \sqrt[4]{\frac{m(2\pi f)^2}{EI}}$.

На концах трубки (в местах заделки в трубные доски) известны значения:

угла поворота: $\varphi_0 = \varphi_N = dy/dx = 0$;

кривизны: $x = x_N = d^2y/dx^2 = 1$.

Значения углов поворота и кривизны на промежуточных опорах:

$$\varphi_n = -\frac{1}{2D(u_{kn})}\left[\varphi_k T(u_{kn}) - \frac{x_k}{\alpha}Y(u_{kn})\right];$$

$$x_n = -\frac{1}{2D(u_{kn})}\left[\varphi_k \alpha S(u_{kn}) + x_k T(u_{kn})\right].$$

Здесь

$$T(u_{kn}) = \operatorname{ch} u_{kn}\sin u_{kn} - \operatorname{sh} u_{kn}\cos u_{kn};$$

$$Y(u_{kn}) = \operatorname{ch} u_{kn}\cos u_{kn} - 1;$$

$$S(u_{kn}) = 2\operatorname{sh} u_{kn}\sin u_{kn};$$

$$D(u_{kn}) = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} u_{kn} - \sin u_{kn});$$

$$u_{kn} = \alpha l_{kn},$$

где l_{kn} — длины соответствующих пролетов труб между перегородками; $k = 0 \div (N-1)$, нумерация перегородок $n = 1 \div N$;

N — число пролетов.

При использовании выражений для φ_n и x_n можно переходить от значений угла поворота и кривизны на одной опоре к соответствующим значениям на следующей опоре, не составляя каждый раз уравнения упругой линии для пролета. Значения угла поворота и кривизны в начале следующего пролета будут равны полученным в конце предыдущего.

В общем случае, полагая z_N-й пролет последним, уравнение частот можно записать так:

$$\varphi_N = -\frac{1}{2D(u_{z_N})}\left[\varphi_z T(u_{z_N}) - \frac{x_z}{\alpha}Y(u_{z_N})\right] = 0. \qquad (2)$$

Решение этого уравнения, все величины которого зависят от f, можно получить методом линейных приближений, задавая последовательно значения f и вычисляя значения φ_N. Те значения f, при которых удовлетворяется уравнение, и представляют собой частоту собственных колебаний трубной системы.

Число высших частот собственных колебаний, превышающее число пролетов рассчитываемой трубы, определять нецелесообразно.

4.4. Определение частоты собственных колебаний труб с U-образными гибами

Расчет частоты собственных колебаний труб с U-образными гибами производится для колебаний из плоскости кривизны. Уравнение колебаний составляется на основе метода перемещений в виде определителя. При колебаниях из плоскости происходят деформации изгиба и кручения, поэтому в точке сопряжения криволинейного участка с прямолинейным накладываются две условные шарнирные связи. Расчетная схема и нумерация узлов приведены на черт. 7, *б*.

Характеристическое уравнение для этой системы имеет вид [13]:

$$\lambda^6 + 2\lambda^4 + (1 - u_{14}^4)\lambda^2 + 1{,}25u_{14} = 0. \qquad (3)$$

Частотные параметры:

для криволинейного участка $u_{14} = R\alpha_i$;

для прямолинейных участков $u_{jk} = l_{jk}\alpha_i$; $v = L\beta_i$;

$\alpha_i = \sqrt[4]{\frac{(2\pi f)^2 m}{EI}}$; $\beta_i = \sqrt[4]{\frac{(2\pi f)^2 m}{GF}}$, где $F = \frac{\pi}{4}(d_н^2 - d_в^2)$ — площадь поперечного сечения трубы; расчет m и I — см. п. 4.2.4.

Коэффициенты жесткости:

для криволинейного участка $i_{14} = 100R^{-1}$;

для прямолинейных участков $i_{jk} = 100l_{jk}^{-1}$.

Здесь $j = 3, 4, \ldots, n$; $k = 5, 6, \ldots, n+2$; $i_3 = 100L^{-1}$; n — число наложенных связей; l_{jk} — длина прямолинейных участков; L — длина всего прямолинейного участка (см. черт. 7, *б*).

В зависимости от величины u_{14} дальнейший расчет проводится по трем различным вариантам.

Вариант 1. Если $u_{14}^4 < 1{,}338$, то корни характеристического уравнения (3) будут λ_1^2, λ_2^2 и λ_3^2. По ним вычисляются:

$$\lambda_{61} = +\sqrt{\lambda_1^2}; \quad \lambda_{62} = +\sqrt{\lambda_2^2}; \quad \lambda_{63} = +\sqrt{\lambda_3^2}.$$

Вариант 2. Если $1{,}338 < u_{14}^4 < 22{,}458$, то корни уравнения (3) будут λ_1^2; $\lambda_2^2 = \alpha_1 + i\alpha_2$; $\lambda_3^2 = \alpha_1 - i\alpha_2$. По ним находятся:

$$\lambda_{61} = +\sqrt{\lambda_1^2}; \quad r_2 = \sqrt[4]{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}\,\sin\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right);$$

$$q_2 = \sqrt[4]{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}\,\cos\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right).$$

Вариант 3. Если $u_{14} > 22{,}458$, то по корням уравнения (3) λ_1^2, λ_2^2 и λ_3^2 находятся:

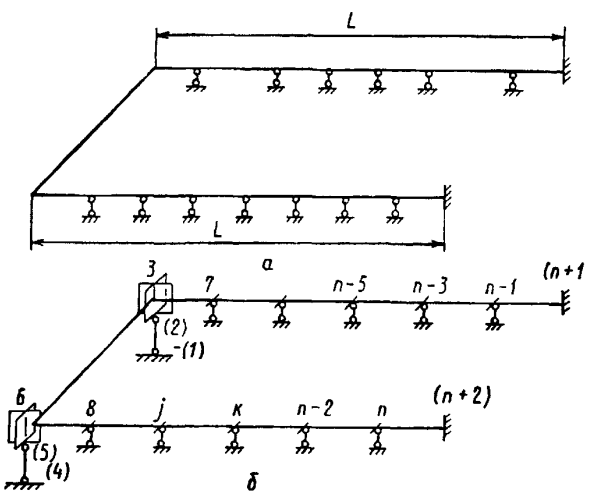
$$\lambda_{61} = +\sqrt{\lambda_1^2}; \quad \lambda_{62} = +\sqrt{\lambda_2^2}; \quad \lambda_{63} = +\sqrt{\lambda_3^2}.$$

Дальнейшая последовательность составления определителя приведена в приложении 3.

4.5. Определение частоты собственных колебаний труб с П-образными гибами

4.5.1. Расчет частоты собственных колебаний труб с П-образными гибами производится для колебаний из плоскости кривизны. Уравнение колебаний составляется на основе метода перемещений в виде определителя. Расчетная схема и нумерация узлов приведены на черт. 8. При колебаниях из плоскости рамы в отдельных ее элементах кроме изгиба возникает деформация кручения, поэтому в узлах *3* и *6* (см. черт. 8) накладываются условные дополнительные связи, устраняющие как линейные смещения, так и кручение.

Расчетная схема для трубы с П-образным гибом



а — общая схема; *б* — схема связей при колебаниях из плоскости кривизны

Концы установок обозначаются цифрами без скобок

Черт. 8

Коэффициенты жесткости прямолинейных участков:

$$i_{jk} = 100l_{jk}^{-1},$$

где j и k — номера концов пролетов трубы ($j = 3, 6, 7, \ldots, n$; $k = 6, 7, 8, \ldots, n+2$); l_{jk} — длина пролета. Например, $i_{3,\,n+1} = 100L^{-1} = i_{6,\,n+2}$.

Частотные параметры:

$$\alpha_i = \sqrt[4]{\frac{(2\pi f)^2 m}{EI}}, \quad \beta_i = \sqrt[4]{\frac{(2\pi f)^2 m}{GF}}.$$

Обозначения m, I, F — см. пп. 4.2.4 и 4.2.6. Значение $u_{jk}=l_{jk}\alpha_i$ вычисляется для каждого пролета трубы, например:

$$u_{36}=l_{36}\beta_i; \quad v_{3,\,n+1}=v_{6,\,n+2}=L\beta_i.$$

Поправочные коэффициенты реакций от единичных смещений трубы находятся по уравнениям:

$$\psi_2(u_{jk})=\frac{u_{jk}}{4}\,\frac{\operatorname{ch}u_{jk}\sin u_{jk}-\operatorname{sh}u_{jk}\cos u_{jk}}{1-\operatorname{ch}u_{jk}\cos u_{jk}};$$

$$\psi_3(u_{jk})=\frac{u_{jk}}{2}\,\frac{\operatorname{sh}u_{jk}-\sin u_{jk}}{1-\operatorname{ch}u_{jk}\cos u_{jk}};$$

$$\psi_5(u_{jk})=\frac{u_{jk}^2}{6}\,\frac{\operatorname{sh}u_{jk}-\sin u_{jk}}{1-\operatorname{ch}u_{jk}\cos u_{jk}};$$

$$\psi_6(u_{jk})=\frac{u_{jk}^2}{6}\,\frac{\operatorname{ch}u_{jk}-\cos u_{jk}}{1-\operatorname{ch}u_{jk}\cos u_{jk}};$$

$$\psi_{10}(u_{jk})=\frac{u_{jk}^3}{12}\,\frac{\operatorname{ch}u_{jk}\sin u_{jk}+\operatorname{sh}u_{jk}\cos u_{jk}}{1-\operatorname{ch}u_{jk}\cos u_{jk}};$$

$$\psi_{11}(u_{jk})=\frac{u_{jk}^3}{12}\,\frac{\operatorname{sh}u_{jk}+\sin u_{jk}}{1-\operatorname{ch}u_{jk}\cos u_{jk}}.$$

Реакции в связях от единичных смещений трубы определяются по уравнениям:

$$r_{11}=12\frac{i_{24}}{l_{24}^2}\psi_{10}(u_{24})+12\frac{i_{35}}{l_{35}^2}\psi_{10}(u_{35})-u_{23}^4\frac{i_{23}EI}{l_{23}^2\,100};$$

$$r_{12}=r_{21}=6\frac{i_{24}}{l_{24}}\psi_5(u_{24}); \quad r_{13}=r_{31}=6\frac{i_{35}}{l_{35}}\psi_5(u_{35});$$

$$r_{14}=r_{41}=6\frac{i_{24}}{l_{24}}\psi_6(u_{24}); \quad r_{15}=r_{51}=6\frac{i_{35}}{l_{35}}\psi_6(u_{35});$$

$$r_{22}=4i_{23}\psi_2(u_{23})+4i_{24}\psi_2(u_{24}); \quad r_{23}=r_{32}=2i_{23}\psi_3(u_{23});$$
$$r_{24}=r_{42}=2i_{35}\psi_3(u_{35}); \quad r_{44}=4i_{24}\psi_2(u_{24})+4i_{46}\psi_2(u_{46});$$
$$r_{35}=r_{53}=2\psi_3(u_{35})i_{35}; \quad r_{33}=4i_{23}\psi_2(u_{23})+4i_{35}\psi_2(u_{35});$$
$$r_{46}=r_{64}=2i_{46}\psi_3(u_{46}); \quad r_{55}=4i_{35}\psi_2(u_{35})+4i_{57}\psi_2(u_{57});$$
. . . . . .
$$r_{n-2,\,n-2}=4i_{n-4,\,n-2}\psi_2(u_{n-4,\,n-2})+4i_{n-2,\,n}\psi_2(u_{n-2,\,n});$$
$$r_{n-2,\,n-4}=r_{n-4,\,n-2}=2i_{n-4,\,n-2}\psi_3(u_{n-4.\,n-2});$$
$$r_{n-2,\,n}=r_{n,\,n-2}=2i_{n-2,\,n}\psi_3(u_{n-2,\,n});$$
$$r_{n-2,\,n-2}=4i_{n-2,\,n-4}\psi_2(u_{n-2,\,n-4})+4_{n-2,\,n}\psi_2(u_{n-2,\,n});$$
$$r_{n-1,\,n-1}=4_{n-3,\,n-1}\psi_2(u_{n-3,\,n-1})+4i_{n-1,\,n+1}\psi_2(u_{n-1.\,n+1});$$
$$r_{n-3,\,n-1}=r_{n-1,\,n-3}=2i_{n-3,\,n-1}\psi_3(u_{n-3,\,n-1});$$
$$r_{n.n}=4i_{n-2,\,n}\psi_2(u_{n-2,\,n})+4i_{n,\,n+2}\psi_2(u_{n,\,n+2}).$$

Определитель, являющийся уравнением колебаний для данного случая, имеет следующий вид:

$$D=\begin{vmatrix}
r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & 0 & r_{16} & r_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{21} & r_{22} & 0 & 0 & r_{25} & 0 & r_{27} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{31} & 0 & r_{33} & r_{34} & 0 & r_{36} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{41} & 0 & r_{43} & r_{44} & r_{45} & r_{46} & 0 & r_{48} & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & r_{52} & 0 & r_{54} & r_{55} & 0 & 0 & r_{58} & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{61} & 0 & r_{63} & r_{64} & 0 & r_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{71} & r_{72} & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{77} & 0 & r_{79} & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & r_{84} & r_{85} & 0 & 0 & r_{88} & 0 & r_{810} & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{97} & 0 & r_{99} & 0 & r_{911} & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & r_{n-3,\,n-5} & 0 & r_{n-3,\,n-3} & 0 & r_{n-3,\,n-1} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & r_{n-2,\,n-4} & 0 & r_{n-2,\,n-2} & 0 & r_{n-2,\,n}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & r_{n-1,\,n-3} & 0 & r_{n-1,\,n-1} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & r_{n-2,\,n} & 0 & r_{n,n}
\end{vmatrix}$$

Задавая последовательно ряд значений частоты собственных колебаний f, вычисляем значения определителя. Частота собственных колебаний находится по интервалу частот, в котором определитель меняет знак. В приложении 4 приводится алгоритм расчета при наличии связки на горизонтальном участке П-образных труб.

4.5.2. При колебании пучка труб в жидкости имеет место взаимодействие между отдельными трубами. При колебаниях пучка из труб собственная частота трубы превращается в спектр частот, лежащий в диапазоне $(0{,}8 \div 1{,}1)f$.

Отклонение собственной частоты от расчетной величины, обусловленное разбросом технологических параметров при изготовлении и сборке теплообменной поверхности, может составлять $\pm 10\%$.

4.6. Расчет логарифмического декремента колебаний

Демпфирование колебаний обусловлено потерями энергии в конструкции трубного пучка (конструкционное демпфирование) и в окружающей трубу среде (гидродинамическое демпфирование).

Логарифмический декремент колебаний определяется по формуле

$$\delta = \delta_к \sqrt{\frac{m_1}{m}} + \delta_г,$$

где m_1, m — см. п. 4.2.4;

$\delta_к$ — конструкционное демпфирование;

$\delta_г$ — гидродинамическое демпфирование.

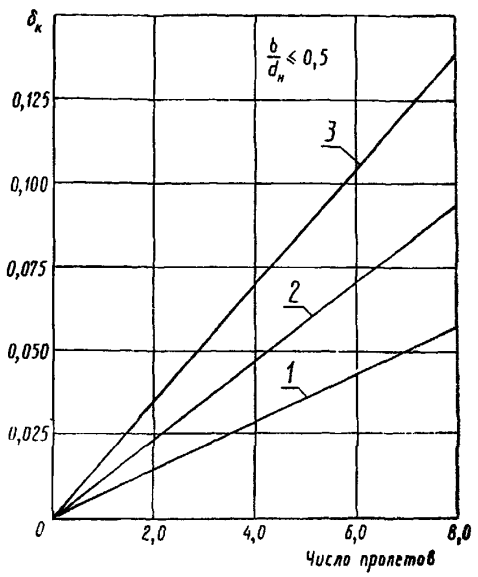
Конструкционное демпфирование при колебаниях труб обусловлено рассеянием энергии в материале трубы от трения трубы в промежуточных перегородках, от ударов колеблющейся трубы о промежуточные перегородки вследствие имеющихся в них зазоров, от утечки энергии через опоры и трубные доски на корпус аппарата и дальше на фундамент. Величина логарифмического декремента колебаний определяется материалом труб, системой расстановки промежуточных перегородок и их характеристикой (количество, толщина перегородки, величина зазора, расстояние между перегородками и т. д.). На черт. 9 показано изменение $\delta_к$ труб из различных материалов в зависимости от числа пролетов.

В настоящее время отсутствуют надежные данные для определения конструкционного демпфирования труб при условиях, отличных от приведенных на черт. 9.

Расчет логарифмического декремента колебаний $\delta_г$, обусловленного гидродинамическим демпфированием, производится по формуле

$$\delta_г = \frac{1}{2} \frac{\xi}{mf}.$$

Оценочная зависимость декремента колебаний $\delta_к$



1 — труба из углеродистой стали; *2* — труба из мельхиора, латуни; *3* — труба из нержавеющей стали

Черт. 9

Для пучков с $S_1/d_н > 1{,}2$ коэффициент гидродинамического демпфирования рассчитывается по формуле

$$\xi = \xi_0 \left[1 - (AS_1)^{-2} d_н^2\right]^{-2},$$

где A — см. п. 4.2.4;

ξ_0 — коэффициент гидродинамического демпфирования при колебаниях одиночной трубы в неограниченном объеме жидкости:

$$\xi_0 = \frac{11{,}14 \mu d_н}{\sqrt{\nu f^{-1}}} \frac{1 + \exp\left(-28{,}4\sqrt{\nu f}/\zeta w\right)}{1 - \exp\left(-28{,}4\sqrt{\nu f}/\zeta w\right)}.$$

Здесь μ — коэффициент динамической вязкости, кг/(с·м);

ν — коэффициент кинематической вязкости, м²/с;

w — скорость среды, обтекающей трубы снаружи, м/с;

ζ — коэффициент гидравлического сопротивления.

4.7. Условия обтекания труб потоком теплоносителя и возможные механизмы возбуждения вибраций

4.7.1. Для анализа возможных причин возникновения вибраций необходимо определить условия обтекания труб потоком теплоносителя и его параметры. В подогревателях низкого давления и в сетевых подогревателях протекающая внутри труб вода нагревается конденсирующимся на наружной поверхности труб паром. В соответствии с условиями работы вся поверхность аппарата может быть разделена на три зоны (участка): ОП — охлаждения пара, КП — конденсации пара и ОК — охлаждения конденсата (дренажа). На участке ОП трубы обтекаются однофазным потоком перегретого пара. Конденсация на этом участке не происходит. На участке ОК трубы обтекаются однофазным

потоком воды. На участке КП трубы обтекаются потоком пара, по поверхности труб стекает пленка конденсата. Направление течения теплоносителя преимущественно поперечное и косое, на отдельных участках продольное.

4.7.2. При поперечном и косом обтекании вибрации труб возбуждаются пульсациями давления потока, гидродинамическими силами, обусловленными отрывом вихрей, а также вследствие гидроупругого возбуждения потоком. Каждый вид возбуждения проявляется в определенной зоне изменения скорости потока. Расчет вибраций необходимо проводить для каждого из видов возбуждения колебаний. Частота вибраций труб, возбуждаемых при поперечном и косом обтекании, близка к низшей собственной частоте колебаний трубы.

4.7.3. Возможные механизмы возбуждения вибраций теплообменных труб при продольном обтекании на различных участках аппарата представлены в таблице. Знак плюс (+) означает необходимость расчетной проверки возникновения механизма возбуждения вибраций, знак минус (—) — ненужность проверки.

Возможные механизмы возбуждения вибраций при продольном обтекании

Механизм возбуждения	Участок		
	ОП	КП	ОК
Гидроупругая неустойчивость	+	+	+
Параметрический резонанс вследствие пульсаций скорости и давления в потоке	+	+	+
Вынужденные колебания под действием турбулентных пульсаций	—	—	+

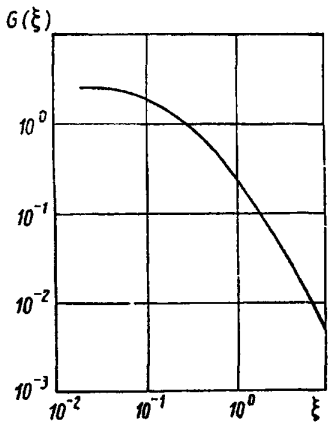
4.8. Расчет вибраций при поперечном и косом обтекании

4.8.1. Расчет вибраций труб, возбуждаемых турбулентными пульсациями

Максимальная амплитуда вибраций середины пролета трубы определяется по формуле

$$y_{max}^{турб} = 0{,}06\,\frac{\rho_н d_н^2}{m}\sqrt{\left(\frac{\bar{u}}{f}\right)^3 \frac{C_D^2}{\delta l\,\mathrm{Sh}}\,G(\xi)},$$

Нормированный энергетический спектр пульсации скорости



Черт. 10

где $\bar{u}$ — скорость потока в узком сечении: $\bar{u} = w_н S_1 (S_1 - d_н)^{-1}$;

C_D — коэффициент полного сопротивления, определяемый геометрией пучка и величиной числа Рейнольдса: $\mathrm{Re} = \bar{u} d_н \nu^{-1}$.

В диапазоне $1{,}34 < S_1/d_н < 2{,}0$:

при $10^3 < \mathrm{Re} < 10^4$ $C_D = 0{,}7$;

при $10^4 < \mathrm{Re} < 5 \cdot 10^4$ $C_D = 296\,\mathrm{Re}^{-0{,}65}$;

при $\mathrm{Re} > 5 \cdot 10^4$ $C_D = 0{,}26$.

Число Струхаля Sh в диапазоне $10^3 < \mathrm{Re} < 10^5$ рассчитывается следующим образом:

для шахматного пучка при $S_1/d_н \geqslant 1{,}15$

$$\mathrm{Sh} = 0{,}9\,(S_1/S_2)^B \{0{,}2 + \exp[-0{,}44\,(S_1/d_н)^{1{,}8}]\},$$

где $B = 1$ при $S_1 > S_2$, $B = 1{,}7$ при $S_1 < S_2$;

для коридорного пучка при $S_1/d_н \geqslant 1{,}15$

$$\mathrm{Sh} = 0{,}2 + \exp[-1{,}2\,(S_1/d_н)^{1{,}8}].$$

Величина безразмерного нормированного спектра G определяется в зависимости от безразмерной частоты $\xi = (f_1 d_н)/(\bar{u}\,\mathrm{Sh})$ по черт. 10.

4.8.2. Расчет вибраций труб при вихревом возбуждении

В шахматных и коридорных пучках с относительным поперечным шагом $S_1/d_н < 2{,}0$ вихревое возбуждение проявляется только в первых рядах труб. При $S_1/d_н > 2{,}0$ вихревое возбуждение возможно и в последующих рядах труб.

Максимальная амплитуда вынужденных колебаний труб

$$y_{max}^{вихр} = \frac{C_y d_н \rho_н \bar{u}^2}{8\pi^2 f^2 m \sqrt{\left[1 - \left(\frac{f_р}{f}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{\delta f_р}{\pi f}\right)^2}},$$

где $f_р$ — частота гидродинамической силы (частота срыва вихрей): $f_р = \mathrm{Sh}\,\bar{u} d_н^{-1}$;

Sh — см. п. 4.8.1;

$C_y = 0{,}6$ — для первого ряда труб пучка;

$C_y = 0{,}4$ — для последующих рядов.

При вихревом возбуждении вибраций возможно одновременное возбуждение вибраций вследствие турбулентных пульсаций. В этом случае максимальная амплитуда вибраций с вероятностью 0,997 оценивается по формуле

$$y_{max} \leqslant 1{,}1\sqrt{(y_{max}^{вихр})^2 + (y_{max}^{турб})^2}.$$

4.8.3. Расчет вибраций при гидроупругом возбуждении

Гидроупругое возбуждение вибраций проявляется в резком возрастании амплитуды колебаний при незначительном увеличении скорости потока. Гидроупругое возбуждение имеет место при скорости потока в узком сечении $\bar{u}$, превышающей критическую скорость потока $\bar{u}^*$:

$$\bar{u}^* = \left(0{,}8 + 1{,}7\frac{S_1}{d_н}\right)\sqrt{\frac{m\delta}{\rho_н}}\,f.$$

4.9. Расчет вибраций при продольном обтекании

4.9.1. Расчет труб на гидроупругую неустойчивость

Достаточным условием отсутствия гидроупругой неустойчивости является следующее:

$$\left(\frac{\rho_в \pi d_в^2 w_в^2 l^2}{4EI}\right)^2 + \gamma\left(\frac{\rho_н \pi d_н^2 w_н^2 l^2}{4EI}\right)^2 < \pi^2 + \frac{T_0 l^2}{EI} - (1-2\nu_п)\frac{\rho_в \pi d_в^2 l^2}{4EI} + (1-2\nu_п)\frac{\rho_н \pi d_н^2 l^2}{4EI},$$

где $\nu_п$ — коэффициент Пуассона.

При невыполнении этого условия целесообразно уменьшить расстояние между опорными элементами для исключения гидроупругой неустойчивости.

4.9.2. Расчет труб на параметрический резонанс под действием пульсаций давления и скорости потока

Движение теплообменных сред сопровождается пульсациями давления и скорости потоков. При определенных соотношениях между интенсивностью и частотой пульсаций и вибромеханическими параметрами трубы следует учитывать возможность колебаний трубы с нарастающей амплитудой (так называемый параметрический резонанс).

Наиболее опасен случай, когда частота пульсаций сред равна частоте собственных колебаний труб.

Условие отсутствия параметрического резонанса:

$$\mu_в \frac{0{,}25\,(1-2\nu_п)\,\pi d_в^2 p_в + 2m_2 w_н^2}{EI(3{,}2/l)^2 - T} + \mu_н \frac{0{,}25\,(1-2\nu_н)\,\pi d_н^2 p_н + 2m_3 w_н^2}{EI(3{,}2/l)^2 - T} < \frac{2\delta}{\pi},$$

где $T = -T_0 + m_2 w_н^2 + m_3 w_н^2 + (1-2\nu_п)\left(p_в\frac{\pi d_в^2}{4} - p_п\frac{\pi d_н^2}{4}\right)$.

Если параметрический резонанс возможен, необходимо либо добиваться снижения интенсивности пульсаций, либо увеличивать демпфирование.

4.9.3. Расчет вынужденных колебаний труб под действием турбулентных пульсаций

Вибрации труб под действием турбулентных пульсаций происходят на низшей собственной частоте.

Расчет максимальной амплитуды вибраций середины пролета трубы производится по формуле

$$y_{max} = 1{,}8\cdot 10^{-5}\left[\frac{u^{1{,}6} l^{1{,}8} \mathrm{Re}^{0{,}25}}{(1+u^2)\,d_н^{0{,}8}}\right]\frac{m_3^{2/3}\, m^{1/3}}{m + 4m_3},$$

где $u = \sqrt{\frac{m_3}{EI}}\, w_н l$; $\mathrm{Re} = \frac{w_н d_н}{\nu_н}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Справочное

ПРИМЕР ВИБРАЦИОННОГО РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ПОДОГРЕВАТЕЛЯ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ ПН-400-26-8-V

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Принимаются следующие исходные значения параметров и коэффициентов (см. черт. 2—5; 7, *б*):
материал труб — латунь Л68 ($E=10{,}8\cdot10^2$ Па ($1{,}1\cdot10^2$ кгс/м^2), $\rho_т=8600$ кг/м^3, $\nu_п=0{,}3$);
максимальная длина прямолинейного пролета $l=1{,}05$ м;
наружный и внутренний диаметры трубы: $d_н=0{,}016$ м, $d_в=0{,}014$ м;
шаги разбивки труб в пучке: $S_1=21$ мм, $S_2=18{,}2$ мм;
коэффициент аэродинамического сопротивления пучка $\zeta=0{,}41$;
параметры среды в межтрубном пространстве: $p_н=0{,}226$ МПа (2,31 кгс/см^2), $t_н=124$°С, $\rho_н=1{,}26$ кг/м^3, $\mu_н=1{,}32\cdot10^{-6}$ кг/(с·м), $\nu_н=1{,}03\cdot10^{-5}$ м^2/с, $\bar{u}=21{,}8$ м/с, $\mathrm{Re}=3{,}4\cdot10^4$;
параметры среды внутри труб: $p_в=2{,}548$ МПа (26 кгс/см^2), $t_в=145$°С, $\rho_в=10^3$ кг/м^3, $\mu_в=193{,}483\cdot10^{-6}$ кг/(с·м), $w_в=1{,}86$ м/с.

2. РАСЧЕТ ВИБРАЦИИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ

2.1. Расчет амплитуд колебаний

2.1.1. Первая низшая частота собственных колебаний $f=18$ Гц.

2.1.2. Расчет погонной массы труб (п. 4.2.4):

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = \frac{\pi}{4}\left(d_н^2 - d_в^2\right)\rho_т + \frac{\pi}{4} d_в^2 \rho_в + \frac{\pi}{4} d_н^2 \rho_н \chi,$$

где $\chi = (AS_1 + d_н)/(AS_1 - d_н) = 6{,}289$;
$m_1 = \pi/4\,(0{,}016^2 - 0{,}014^2)\,8600 = 0{,}405$ кг/м;
$m_2 = \pi/4 \cdot 0{,}014^2 \cdot 10^3 = 0{,}154$ кг/м;
$m_3 = \pi/4 \cdot 0{,}016^2 \cdot 1{,}26 \cdot 6{,}289 = 0{,}0016$ кг/м;
$m = 0{,}561$ кг/м.

2.1.3. Определение декремента колебаний (п. 4.6):

$$\delta = \delta_к \sqrt{m_1/m} + \delta_г,$$

где $\delta_к = 0{,}035$ (по черт. 9); $\delta_г = \frac{1}{2}\xi(mf)$;

$$\xi = \xi_0\left[1 - (AS_1)^{-2} d_н^2\right]^{-2};$$

$$\xi_0 = \frac{11{,}14\mu_н d_н}{\sqrt{\nu_н f}} \cdot \frac{1 + \exp\left[-28{,}4\sqrt{\nu_н f}/(\zeta w_н)\right]}{1 - \exp\left[-28{,}4\sqrt{\nu_н f}/(\zeta w_н)\right]};$$

$$w_н = \bar{u}\,\frac{S_1 - d_н}{S_1}.$$

Подставляя известные значения параметров, получаем:

$$w_н = 21{,}8\,\frac{21-16}{21} = 5{,}19 \text{ м/с};$$

$$\xi_0 = \frac{11{,}14\cdot1{,}32\cdot10^{-6}\cdot0{,}016}{\sqrt{10{,}3\cdot10^{-6}/18}} \cdot \frac{1 + \exp\left[-28{,}4\sqrt{10{,}3\cdot10^{-6}\cdot18}/(0{,}41\cdot5{,}19)\right]}{1 - \exp\left[-28{,}4\sqrt{10{,}3\cdot10^{-6}\cdot18}/(0{,}41\cdot5{,}19)\right]} = 3{,}4\cdot10^{-3} \text{ кг/(с·м)};$$

$$\xi = 3{,}4\cdot10^{-3}\left[1 - (1{,}05\cdot21)^{-2}\cdot16^2\right] = 15{,}2\cdot10^{-3} \text{ кг/(с·м)};$$

$$\delta_г = 1{,}2\cdot15{,}2\cdot10^{-3}/(0{,}561\cdot18) = 0{,}753\cdot10^{-3};$$

$$\delta = 0{,}035\sqrt{0{,}405/0{,}561} + 0{,}753\cdot10^{-3} = 0{,}0305.$$

2.1.4. Расчет амплитуды вибраций середины пролета трубы, возбуждаемых турбулентными пульсациями при поперечном обтекании (п. 4.8.1):

$$y_{\max}^{\text{турб}} = 0{,}06\,\frac{\rho_н d_н^2}{m}\sqrt{\left(\frac{\bar{u}}{f}\right)^3 \frac{C_D^2}{\delta l\,\mathrm{Sh}}\,G(\xi)},$$

где $C_D = 296\,\mathrm{Re}^{-0{,}65} = 296\,(3{,}4\cdot10^4)^{-0{,}65} = 0{,}335$;

$$\mathrm{Sh}=0{,}9\left(\frac{21}{18{,}2}\right)\left\{0{,}2+\exp\left[-0{,}44\left(\frac{21}{16}\right)^{1{,}8}\right]\right\}=0{,}507;$$

$$\xi=\frac{f d_{\text{н}}}{\bar{u}\,\mathrm{Sh}}=\frac{18\cdot 0{,}016}{21{,}8\cdot 0{,}507}=0{,}026;$$

$$G(\xi)=2{,}9 \quad \text{(по черт. 10)}.$$

Тогда

$$y_{\max}^{\text{турб}}=0{,}06\,\frac{1{,}26\cdot 0{,}016^2}{0{,}561}\sqrt{\left(\frac{21{,}8}{18}\right)^3\frac{0{,}335^2\cdot 2{,}9}{0{,}0305\cdot 1{,}05\cdot 0{,}507}}=2{,}67\cdot 10^{-4}\ \text{м}=0{,}267\ \text{мм}.$$

2.1.5. Расчет амплитуды вибраций середины пролета при поперечном обтекании, возникающих при вихревом возбуждении (п. 4.8.2):

$$y_{\max}^{\text{вихр}}=\frac{C_y d_{\text{н}}\rho_{\text{н}}\bar{u}^2}{8\pi^2 f^2 m\sqrt{[1-(f_{\text{р}}/f)^2]^2+[\delta f_{\text{р}}/(\pi f)]^2}},$$

где $f_{\text{р}}=\mathrm{Sh}\,\bar{u}/d_{\text{н}}=0{,}507\cdot 21{,}8/0{,}016=691$ Гц.

После подстановки получаем

$$y_{\max}^{\text{вихр}}=\frac{0{,}6\cdot 0{,}16\cdot 1{,}26\cdot 21{,}8^2}{8\pi^2\cdot 18^2\cdot 0{,}561\sqrt{[1-(691/18)^2]^2+[0{,}0305\cdot 691/(\pi\cdot 18)]^2}}=8{,}82\cdot 10^{-5}\ \text{м}=0{,}0882\ \text{мм}.$$

2.1.6. Суммарные амплитуды и напряжения (п. 4.8.2):

$$y_{\max}=\sqrt{(y_{\max}^{\text{вихр}})^2+(y_{\max}^{\text{турб}})^2}=\sqrt{(2{,}67\cdot 10^{-4})^2+(8{,}82\cdot 10^{-5})^2}=2{,}8\cdot 10^{-4}\ \text{м}=0{,}28\ \text{мм}.$$

Условие отсутствия соударений $y_{\max}=0{,}28$ мм $<\frac{S_1-d_{\text{н}}}{2}=\frac{21-16}{2}=2{,}5$ мм выполняется.

Для пролета, шарнирно опертого с двух концов, максимальные напряжения возникнут в середине пролета:

$$\sigma_{\max}=9\,\frac{y_{\max}EI}{l^2W_x},$$

где $EI=14{,}64$ кгс·м^2, $W_x=\pi/32\,(d_{\text{н}}^3-d_{\text{в}}^3)=132{,}73\cdot 10^{-9}$ м^3.

Тогда

$$\sigma_{\max}=9\,\frac{2{,}8\cdot 10^{-4}\cdot 14{,}64}{1{,}05^2\cdot 132{,}73\cdot 10^{-9}}=2{,}56\cdot 10^5\ \text{кгс/м}^2=25{,}16\cdot 10^5\ \text{Па}=2{,}516\ \text{МПа}.$$

Возникающие напряжения меньше значения предела усталостной прочности для латуни Л68 ($\sigma_{-1}=120$ МПа).

2.2. **Проверка на возможность гидроупругого возбуждения** (п. 4.8.3)

Гидроупругое возбуждение возможно при выполнении условия

$$\bar{u}<\bar{u}^*,$$

где $\bar{u}^*=\left(0{,}8+1{,}7\,\frac{S_1}{d_{\text{н}}}\right)f\sqrt{\frac{m\delta}{\rho_{\text{н}}}}=\left(0{,}8+1{,}7\,\frac{21}{16}\right)18\sqrt{\frac{0{,}561\cdot 0{,}0305}{1{,}26}}=6{,}36$ м/с.

При скоростях $\bar{u}>6{,}36$ м/с возможно гидроупругое возбуждение.

3. РАСЧЕТ ВИБРАЦИИ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ ОБТЕКАНИИ

3.1. В данном аппарате нет зон ОП и ОК, поэтому расчеты производим применительно к зоне КП.

3.2. Расчет труб на гидроупругую неустойчивость:

$$\left(\frac{\rho_{\text{в}}\pi d_{\text{в}}^2 w_{\text{в}}^2 l^2}{4EI}\right)^2+\chi\left(\frac{\rho_{\text{н}}\pi d_{\text{н}}^2 w_{\text{н}}^2 l^2}{4EI}\right)^2<\pi^2+\frac{T_0 l^2}{EI}-(1-2\nu_{\text{п}})\frac{p_{\text{в}}\pi d_{\text{в}}^2 l^2}{4EI}+(1-2\nu_{\text{п}})\frac{p_{\text{н}}\pi d_{\text{н}}^2 l^2}{4EI},$$

где T_0 — осевое усилие как результат температурных деформаций труб (для данного аппарата $T_0=0$).

Подставляем известные значения параметров:

$$\left(\frac{10^3\pi\cdot 0{,}014^2\cdot 1{,}86^2\cdot 1{,}05^2}{4\cdot 143{,}65}\right)^2+6{,}289\left(\frac{1{,}26\pi\cdot 0{,}016^2\cdot 5{,}19^2\cdot 1{,}05^2}{4\cdot 143{,}65}\right)^2<\pi^2-(1-2\cdot 0{,}3)\,\frac{26\pi\cdot 0{,}014^2\cdot 1{,}05^2\cdot 10^5}{4\cdot 143{,}65}+$$

$$+(1-2\cdot 0{,}3)\,\frac{2{,}31\cdot 10^5\pi\cdot 0{,}16^2\cdot 1{,}05^2}{4\cdot 143{,}65}.$$

В результате получаем

$$1{,}67\cdot10^{-5}<8{,}64+0{,}142\cdot10^{-5}.$$

Таким образом, условие отсутствия гидроупругой неустойчивости выполняется.

3.3. Расчет вынужденных колебаний труб под действием турбулентных пульсаций (необязательный, см. таблицу в п. 4.7.3). Максимальная амплитуда вибраций середины пролета производится по формуле (п. 4.9.3):

$$y_{max}=1{,}8\cdot10^{-5}\left[\frac{u^{1,6}l^{1,8}\mathrm{Re}^{0,25}}{d_н^{0,8}(1+u^2)}\right]\frac{m_3^{2/3}m^{1/3}}{m+4m_3},$$

где $u=\sqrt{\frac{m_3}{EI}}w_н l=\sqrt{\frac{0{,}0016}{143{,}65}}5{,}19\cdot1{,}05=0{,}1447.$

После подстановки получаем

$$y_{max}=1{,}8\cdot10^{-5}\left[\frac{0{,}1447^{1,6}\cdot1{,}05^{1,8}\cdot34\,000^{0,25}}{0{,}016^{0,8}(1+0{,}1447^2)}\right]\frac{0{,}0016^{2/3}\cdot0{,}561^{1/3}}{0{,}561+4\cdot0{,}0016}=6{,}45\cdot10^{-6}\text{ м}=6{,}45\text{ мкм}.$$

Уровень получаемых амплитуд существенно меньше, чем при поперечном обтекании.

3.4. Расчет труб на параметрический резонанс под действием пульсаций давления и скорости потока (п. 4.9.2):

где

$$\mu_в\frac{0{,}25(1-2\nu_п)\pi d_в^2p_в+2m_2w_в^2}{EI(3{,}2/l)^2-T}+\mu_н\frac{0{,}25(1-2\nu_п)\pi d_н^2p_н+2m_3w_н^2}{EI(3{,}2/l)^2-T}<\frac{2\delta}{\pi},$$

$$T=-T_0+m_2w_в^2+m_3w_н^2+(1-2\nu_п)\left(p_в\frac{\pi d_в^2}{4}-p_н\frac{\pi d_н^2}{4}\right)=$$

$$=0{,}154\cdot1{,}86^2+0{,}0016\cdot21{,}8^2+(1-2\cdot0{,}3)\left(2{,}6\cdot10^6\frac{\pi\cdot0{,}014^2}{4}-0{,}231\cdot10^6\frac{\pi\cdot0{,}016^2}{4}\right)=142{,}809H.$$

Подставляем известные значения параметров:

$$193{,}483\cdot10^{-6}\frac{0{,}25(1-2\cdot0{,}3)\pi\cdot0{,}014^2\cdot2{,}6\cdot10^6-2\cdot0{,}154\cdot1{,}86^2}{143{,}65(3{,}2/1{,}05)^2-142{,}809}+$$

$$+1{,}32\cdot10^{-6}\frac{0{,}25(1-2\cdot0{,}3)\pi\cdot0{,}016^2\cdot0{,}231\cdot10^6+2\cdot0{,}0016\cdot21{,}8^2}{143{,}65(3{,}2/1{,}05)^2-142{,}809}<\frac{2\cdot0{,}0305}{\pi}.$$

В результате получаем $0{,}000415<0{,}0194$.

Таким образом, условие отсутствия параметрического резонанса выполняется.

ПРИЛОЖЕНИЕ :

Справочное

ПРИМЕР ВИБРАЦИОННОГО РАСЧЕТА ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПОДОГРЕВАТЕЛЯ СЕТЕВОЙ ВОДЫ ПСГ-1300-3-8-I

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Принимаются следующие исходные значения параметров и коэффициентов:
материал труб — латунь ЛО70-1 ($E=1{,}1\cdot10^2$ кгс/м² ($10{,}8\cdot10^2$ Па), $\rho_т=8600$ кг/м³, $\nu_п=0{,}3$);
длины пролетов: $l_{01}=1{,}33$ м, $l_{12}=1{,}25$ м, $l_{23}=1{,}25$ м, $l_{34}=1{,}31$ м;
наружный и внутренний диаметры трубы: $d_н=0{,}024$ м, $d_в=0{,}022$ м;
шаги разбивки труб в пучке: $S_1=30$ мм, $S_2=26$ мм;
коэффициент аэродинамического сопротивления пучка $\zeta=0{,}398$;
параметры среды внутри труб: $\rho_в=10^3$ кг/м³, $p_в=0{,}92$ МПа, $w_в=1{,}95$ м/с;
параметры среды в межтрубном пространстве: $p_п=0{,}25$ МПа, $t_н=126{,}8$°С, $\mu_н=1{,}3183\cdot10^{-6}$ кг/(с·м), $\nu_н=9{,}461\cdot10^{-6}$ м²/с, $u=50$ м/с [3], $\rho_п=1{,}367$ кг/м³.

2. РАСЧЕТ ВИБРАЦИИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ

2.1. Расчет амплитуды колебаний

2.1.1. Первая низшая частота собственных колебаний $f=23$ Гц.

2.1.2. Расчет погонной массы труб (п. 4.2.4):

$$m=m_1+m_2+m_3=\frac{\pi}{4}(d_н^2-d_в^2)\rho_т+\frac{\pi}{4}d_в^2\rho_в+\rho_н\frac{\pi}{4}d_н^2\gamma,$$

где $\gamma=(AS_1+d_н)/(AS_1-d_н)=(1{,}05\cdot30+24)/(1{,}05\cdot30-24)=7{,}4.$

После подстановки известных значений параметров получаем

$$m=\frac{\pi}{4}(0{,}024^2-0{,}022^2)\,8600+\frac{\pi}{4}\,0{,}022^2\cdot10^3+\frac{\pi}{4}\,1{,}367\cdot0{,}024^2\cdot7{,}4=$$

$$=0{,}621+0{,}380+0{,}0054=1{,}006\ \text{кг/м}.$$

2.1.3. Определение декремента колебаний (п. 4.6):

$$\delta=\delta_к\sqrt{m_1/m}+\delta_г,$$

где $\delta_к=0{,}048$ (по черт. 9); $\delta_г=\frac{1}{2}\xi/(mf)$;

$$\xi=\xi_0[1-(AS_1)^{-2}d_н^2]^{-2};$$

$$\xi_0=\frac{11{,}14\mu_н d_н}{\sqrt{\nu_н/f}}\,\frac{1+\exp(-28{,}4\sqrt{\nu_н f}/(\zeta w_н))}{1-\exp(-28{,}4\sqrt{\nu_н f}/(\zeta w_н))};$$

$$w_н=\bar{u}\,\frac{S_1-d_н}{S_1}.$$

Подставляя известные значения параметров, получаем:

$$w_н=50\,\frac{30-24}{30}=10\ \text{м/с};$$

$$\xi_0=\frac{11{,}14\cdot1{,}3183\cdot10^{-6}\cdot0{,}024}{\sqrt{9{,}461\cdot10^{-6}/23}}\,\frac{1+\exp(-28{,}4\sqrt{9{,}461\cdot10^{-6}\cdot23}/(0{,}398\cdot10))}{1-\exp(-28{,}4\sqrt{9{,}461\cdot10^{-6}\cdot23}/(0{,}398\cdot10))}=0{,}0105\ \text{кг/(с·м)};$$

$$\xi=0{,}0105[1-(1{,}05\cdot30)^{-2}\cdot24^2]^{-2}=0{,}063\ \text{кг/(с·м)};$$

$$\delta_г=1/2\cdot0{,}063/(1{,}006\cdot23)=0{,}001;$$

$$\delta=0{,}048\sqrt{0{,}621/1{,}006}+0{,}001=0{,}0387.$$

2.1.4. Расчет амплитуды вибраций середины пролета трубы, возбуждаемых турбулентными пульсациями при поперечном обтекании (п. 4.8.1):

$$y_{max}^{турб}=0{,}06\,\frac{\rho_н d_н^2}{m}\sqrt{\left(\frac{\bar{u}}{f}\right)^3\frac{C_D^2}{\delta_l\,\mathrm{Sh}}\,G(\xi)}.$$

Для $\mathrm{Re}=\frac{\bar{u}d_н}{\nu_н}=3{,}17\cdot10^4$

$$C_D=296\,\mathrm{Re}^{-0{,}65}=296\,(3{,}17\cdot10^4)^{-0{,}65}=0{,}3512.$$

Так как $S_1 > S_2$, то $B = 1$ и

$$\mathrm{Sh} = 0{,}9\left(\frac{S_1}{S_2}\right)[0{,}2 + \exp[-0{,}44\,(S_1/d_н)^{1{,}8}]] = 0{,}9\,\frac{30}{26}[0{,}2 + \exp[-0{,}44\,(30/24)^{1{,}8}]] = 0{,}746.$$

Безразмерная частота

$$\xi = f d_н/(\bar{u}\,\mathrm{Sh}) = 23 \cdot 0{,}024/(50 \cdot 0{,}746) = 0{,}015.$$

По черт. 10 определяем $G(\xi) = 2{,}9$. Расчет производим для пролета наибольшей длины ($l = 1{,}33$ м). После подстановки получаем

$$y^{турб}_{max} = 0{,}06\,\frac{1{,}367 \cdot 0{,}024^2}{1{,}006}\sqrt{\left(\frac{50}{23}\right)^3\frac{0{,}3512^2 \cdot 2{,}9}{0{,}0387 \cdot 0{,}746 \cdot 1{,}33}} = 0{,}00017 \text{ м}.$$

2.1.5. Расчет амплитуды вибраций середины пролета при поперечном обтекании, возникающих при вихревом возбуждении (п. 4.8.2):

$$y^{вихр}_{max} = \frac{C_y d_н \rho_н \bar{u}^2}{8\pi^2 f^2 m \sqrt{[1 - (f_р/f)^2]^2 + [\delta f_р/(\pi f)]^2}},$$

где $f_р = \mathrm{Sh}\,\bar{u}/d_н = 0{,}746 \cdot 50/0{,}024 = 1554$ Гц.

После подстановки получаем

$$y^{вихр}_{max} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}024 \cdot 1{,}367 \cdot 50^2}{8\pi^2 \cdot 23^2 \cdot 1{,}006\sqrt{[1 - (1554/23)^2]^2 + [0{,}0387 \cdot 1554/(\pi \cdot 23)]^2}} = 2{,}56 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

2.1.6. Суммарные амплитуды и напряжения (п. 4.8.2):

$$y_{max} = \sqrt{(y^{вихр}_{max})^2 + (y^{турб}_{max})^2} = \sqrt{(1{,}7 \cdot 10^{-4})^2 + (2{,}56 \cdot 10^{-7})^2} = 1{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Условие отсутствия соударений $y_{max} = 0{,}17$ мм $< \frac{S_1 - d_н}{2} = \frac{30-24}{2} = 3$ мм выполняется.

Для пролета, защемленного с одного конца и шарнирно опертого с другого, максимальные напряжения возникнут в месте защемления:

$$\sigma = 24\,\frac{y_{max} EI}{l^2 W_x},$$

где $EI = 52{,}657$ кгс·м², $W_x = \pi/32\,(d_н^3 - d_в^3) = 311{,}8 \cdot 10^{-9}$ м³.

Таким образом,

$$\sigma = 24\,\frac{1{,}7 \cdot 10^{-4} \cdot 52{,}657}{1{,}26^2 \cdot 311{,}8 \cdot 10^{-9}} = 4{,}33 \cdot 10^5\,\frac{\text{кгс}}{\text{м}^2} = 4{,}25 \text{ МПа}.$$

Возникающие напряжения меньше значения предела усталостной прочности для латуни ЛО70-1 ($\sigma_{-1} = 120$ МПа).

2.2. **Проверка на возможность гидроупругого возбуждения (п. 4.8.3)**

2.2.1. Гидроупругое возбуждение возможно при выполнении условия

$$\bar{u} > \bar{u}^*,$$

где $\bar{u}^* = \left(0{,}8 + 1{,}7\,\frac{S_1}{d_н}\right) f \sqrt{\frac{m\delta}{\rho_н}} = \left(0{,}8 + 1{,}7\,\frac{30}{24}\right) 23\sqrt{\frac{1{,}006 \cdot 0{,}0387}{1{,}367}} = 11{,}35$ м/с.

В данном случае ($\bar{u} = 50$ м/с) гидроупругое возбуждение возможно.

2.2.2. В аппаратах данного типа практически отсутствуют зоны с продольным обтеканием, поэтому расчеты на возбуждение колебаний при продольном обтекании не производятся.

3. РАСЧЕТ ПСГ-1300-3-8-I БЕЗ ВОДЫ

3.1. Расчет амплитуды колебаний

3.1.1. Первая низшая частота собственных колебаний $f = 29$ Гц.

3.1.2. Расчет погонной массы труб (п. 4.2.4):

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = \frac{\pi}{4}\,(d_н^2 - d_в^2)\,\rho_т + m_2 + m_3 = 0{,}621 \text{ кг/м},$$

где $m_2 = 0$, $m_3 = 0$.

3.1.3. Определение декремента колебаний (п. 4.6):

$$\delta = \delta_к \sqrt{m_1/m} + \delta_г,$$

где $\delta_к = 0{,}048$ (по черт. 9); $\delta_г = 1/2\xi(mf)$;

$$\xi = \xi_0 \left[1 - (AS_1)^{-2} d_н^2\right]^{-2};$$

$$\xi_0 = \frac{11,14 \mu_н d_н}{\sqrt{\nu_н / f}} \cdot \frac{1 + \exp\left(-28,4 \sqrt{\nu_н f}/(\zeta w_н)\right)}{1 - \exp\left(-28,4 \sqrt{\nu_н f}/(\zeta w_н)\right)};$$

$$w_н = \bar{u} \frac{S_1 - d_н}{S_1}.$$

Подставляя известные значения параметров, получаем:

$$w_н = 10 \text{ м/с};$$

$$\xi_0 = \frac{11,14 \cdot 1,3183 \cdot 10^{-6} \cdot 0,024}{\sqrt{9,461 \cdot 10^{-6}/29}} \cdot \frac{1 + \exp\left[-28,4 \sqrt{9,461 \cdot 10^{-6} \cdot 29}/(0,398 \cdot 10)\right]}{1 - \exp\left[-28,4 \sqrt{9,461 \cdot 10^{-6} \cdot 29}/(0,398 \cdot 10)\right]} = 0,0104 \text{ кг/(с·м)};$$

$$\xi = 0,0104\left[1 - (1,05 \cdot 30)^{-2} \cdot 24^2\right]^{-2} = 0,0591 \text{ кг/(с·м)};$$

$$\delta_г = 1/2 \cdot 0,0591/(0,621 \cdot 29) = 0,00164;$$

$$\delta = 0,048 \sqrt{0,621/0,621} + 0,00164 = 0,0496.$$

3.1.4. Расчет амплитуды вибраций середины пролета трубы, возбуждаемых турбулентными пульсациями при поперечном обтекании (п. 4.8.1):

$$y_{max}^{турб} = 0,06 \frac{\rho_н d_н^2}{m} \sqrt{\left(\frac{\bar{u}}{f}\right)^3 \frac{C_D^2}{\delta l \, Sh} G(\xi)}.$$

Для $Re = \frac{\bar{u} d_н}{\nu_н} = 2,537 \cdot 10^4$

$$C_D = 296 Re^{-0,65} = 296 (2,537 \cdot 10^4)^{-0,65} = 0,406.$$

Так как $S_1 > S_2$, то

$$Sh = 0,9\left(\frac{S_1}{S_2}\right)\{0,2 + \exp\left[-0,44 (S_1 . d_н)^{1,8}\right]\} = 0,746.$$

Безразмерная частота $\xi = f d_н/(\bar{u} Sh) = 23 \cdot 0,024/(40 \cdot 0,746) = 0,0185$.
По черт. 10 определяем $G(\xi) = 2,9$.
Расчет производим для пролета наибольшей длины ($l = 1,33$ м).
После подстановки получаем

$$y_{max}^{турб} = 0,06 \frac{1,367 \cdot 0,024^2}{0,621} \sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^3 \frac{0,406^2 \cdot 2,9}{0,0488 \cdot 1,33 \cdot 0,746}} = 0,387 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

3.1.5. Расчет амплитуды вибраций середины пролета при поперечном обтекании, возникающих при вихревом возбуждении (п. 4.8.2):

$$y_{max}^{вихр} = \frac{C_y d_н \rho_н \bar{u}^2}{8\pi^2 f^2 m \sqrt{[1 - (f_р/f)^2]^2 + [\delta f_р/(\pi f)]^2}},$$

где $f_р = Sh \, \bar{u}/d_н = 1243$ Гц.
После подстановки получаем

$$y_{max}^{вихр} = \frac{0,6 \cdot 0,024 \cdot 1,367 \cdot 40^2}{8\pi^2 \cdot 29^2 \cdot 0,621 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{1243}{29}\right)^2\right]^2 + [0,0488 \cdot 1243/(\pi \cdot 29)]^2}} = 0,416 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

3.1.6. Суммарные амплитуды и напряжения (п. 4.8.2):

$$y_{max} = \sqrt{(y_{max}^{вихр})^2 + (y_{max}^{турб})^2} = \sqrt{(0,387 \cdot 10^{-3})^2 + (0,416 \cdot 10^{-6})^2} = 0,387 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

Условие отсутствия соударений $y_{max} = 0,387 \cdot 10^3$ м $< \frac{S_1 - d_н}{2} = 3 \cdot 10^{-3}$ м выполняется.

Для пролета, защемленного с одного конца и шарнирно опертого с другого, максимальные напряжения возникнут в месте защемления:

$$\sigma = 24 \frac{y_{max} EI}{l^2 W_x},$$

где $EI = 52,657$ кгс·м^2, $W_x = \pi/32 (d_н^3 - d_в^3) = 311,8 \cdot 10^{-9}$ м^3.

Таким образом,

$$\sigma = 24\frac{0{,}387\cdot10^{-3}\cdot52{,}657}{1{,}33^2\cdot311{,}8\cdot10^{-9}} = 8{,}87\cdot10^5\ \frac{\text{кгс}}{\text{м}^2} = 8{,}7\ \text{МПа}.$$

Возникающие напряжения меньше значения предела усталостной прочности для латуни ЛО70-1 ($\sigma_{-1}=120$ МПа).

3.2. **Проверка на возможность гидроупругого возбуждения (п. 4.8.3)**

Гидроупругое возбуждение возможно при выполнении условия

$$\bar{u} > \bar{u}^*,$$

где $\bar{u}^* = \left(0{,}8+1{,}7\frac{S_1}{d_н}\right) f \sqrt{\frac{m\delta}{\rho_н}} = \left(0{,}8+1{,}7\frac{30}{24}\right) 29 \sqrt{\frac{0{,}621\cdot0{,}0488}{1{,}367}} = 12{,}63$ м/с.

В данном случае ($\bar{u}=50$ м/с) гидроупругое возбуждение возможно.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Обязательное

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРУБ С U-ОБРАЗНЫМИ ГИБАМИ

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

I вариант.

$$A_4 = a_{41}\cos\pi\lambda_{41} + a_{42}\cos\pi\lambda_{42} + a_{43}\cos\pi\lambda_{43},$$

где $a_{41} = \lambda_{41}\lambda_{42}\lambda_{43}[(1-\lambda_{43}^2)^2 - (1-\lambda_{42}^2)^2]$,

$a_{42} = \lambda_{41}\lambda_{42}\lambda_{43}[(1-\lambda_{41}^2)^2 - (1-\lambda_{43}^2)^2]$,

$a_{43} = \lambda_{41}\lambda_{42}\lambda_{43}[(1-\lambda_{42}^2)^2 - (1-\lambda_{41}^2)^2]$.

$$A_4^{\mathrm{I}} = -a_{41}\lambda_{41}\sin\pi\lambda_{41} - a_{42}\lambda_{42}\sin\pi\lambda_{42} - a_{43}\lambda_{43}\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$A_4^{\mathrm{II}} = -a_{41}\lambda_{41}^2\cos\pi\lambda_{41} - a_{42}\lambda_{42}^2\cos\pi\lambda_{42} - a_{43}\lambda_{43}^2\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$A_4^{\mathrm{III}} = a_{41}\lambda_{41}^3\sin\pi\lambda_{41} + a_{42}\lambda_{42}^3\sin\pi\lambda_{42} + a_{43}\lambda_{43}^3\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$A_4^{\mathrm{IV}} = a_{41}\lambda_{41}^4\cos\pi\lambda_{41} + a_{42}\lambda_{42}^4\cos\pi\lambda_{42} + a_{43}\lambda_{43}^4\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$A_4^{\mathrm{V}} = -a_{41}\lambda_{41}^5\sin\pi\lambda_{41} - a_{42}\lambda_{42}^5\sin\pi\lambda_{42} - a_{43}\lambda_{43}^5\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$B_4 = b_{41}\sin\pi\lambda_{41} + b_{42}\sin\pi\lambda_{42} + b_{43}\sin\pi\lambda_{43},$$

где $b_{41} = \lambda_{42}\lambda_{43}(1-\lambda_{42}^2)(1-\lambda_{43}^2)(\lambda_{43}^2-\lambda_{42}^2)$,

$b_{42} = \lambda_{41}\lambda_{43}(1-\lambda_{41}^2)(1-\lambda_{43}^2)(\lambda_{41}^2-\lambda_{43}^2)$,

$b_{43} = \lambda_{41}\lambda_{42}(1-\lambda_{41}^2)(1-\lambda_{42}^2)(\lambda_{42}^2-\lambda_{41}^2)$.

$$B_4^{\mathrm{I}} = b_{41}\lambda_{41}\cos\pi\lambda_{41} + b_{42}\lambda_{42}\cos\pi\lambda_{42} + b_{43}\lambda_{43}\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$B_4^{\mathrm{II}} = -b_{41}\lambda_{41}^2\sin\pi\lambda_{41} - b_{42}\lambda_{42}^2\sin\pi\lambda_{42} - b_{43}\lambda_{43}^2\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$B_4^{\mathrm{III}} = -b_{41}\lambda_{41}^3\cos\pi\lambda_{41} - b_{42}\lambda_{42}^3\cos\pi\lambda_{42} - b_{43}\lambda_{43}^3\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$B_4^{\mathrm{IV}} = b_{41}\lambda_{41}^4\sin\pi\lambda_{41} + b_{42}\lambda_{42}^4\sin\pi\lambda_{42} + b_{43}\lambda_{43}^4\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$B_4^{\mathrm{V}} = b_{41}\lambda_{41}^5\cos\pi\lambda_{41} + b_{42}\lambda_{42}^5\cos\pi\lambda_{42} + b_{43}\lambda_{43}^5\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$C_4 = c_{41}\sin\pi\lambda_{41} + c_{42}\sin\pi\lambda_{42} + c_{43}\sin\pi\lambda_{43},$$

где $c_{41} = \lambda_{42}\lambda_{43}[(1-\lambda_{42}^2)^2 - (1-\lambda_{43}^2)^2]$,

$c_{42} = \lambda_{41}\lambda_{43}[(1-\lambda_{41}^2)^2 - (1-\lambda_{43}^2)^2]$,

$c_{43} = \lambda_{41}\lambda_{42}[(1-\lambda_{41}^2)^2 - (1-\lambda_{42}^2)^2]$.

$$C_4^{\mathrm{I}} = c_{41}\lambda_{41}\cos\pi\lambda_{41} + c_{42}\lambda_{42}\cos\pi\lambda_{42} + c_{43}\lambda_{43}\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$C_4^{\mathrm{II}} = -c_{41}\lambda_{41}^2\sin\pi\lambda_{41} - c_{42}\lambda_{42}^2\sin\pi\lambda_{42} - c_{43}\lambda_{43}^2\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$C_4^{\mathrm{III}} = -c_{41}\lambda_{41}^3\cos\pi\lambda_{41} - c_{42}\lambda_{42}^3\cos\pi\lambda_{42} - c_{43}\lambda_{43}^3\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$C_4^{\mathrm{IV}} = c_{41}\lambda_{41}^4\sin\pi\lambda_{41} + c_{42}\lambda_{42}^4\sin\pi\lambda_{42} + c_{43}\lambda_{43}^4\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$C_4^{\mathrm{V}} = c_{41}\lambda_{41}^5\cos\pi\lambda_{41} + c_{42}\lambda_{42}^5\cos\pi\lambda_{42} + c_{43}\lambda_{43}^5\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$K_4 = k_{41}\sin\pi\lambda_{41} + k_{42}\sin\pi\lambda_{42} + k_{43}\sin\pi\lambda_{43},$$

где $k_{41} = \lambda_{42}\lambda_{43}[2{,}25\mu_{..}(\lambda_{42}^2-\lambda_{43}^2) + (1-\lambda_{42}^2)(1-\lambda_{43}^2)(\lambda_{43}^2-\lambda_{42}^2)]$,

$k_{42} = \lambda_{41}\lambda_{43}[2{,}25\mu_{..}(\lambda_{43}^2-\lambda_{41}^2) + (1-\lambda_{41}^2)(1-\lambda_{43}^2)(\lambda_{41}^2-\lambda_{43}^2)]$,

$k_{43} = \lambda_{41}\lambda_{42}[2{,}25\mu_{..}(\lambda_{42}^2-\lambda_{41}^2) + (1-\lambda_{41}^2)(1-\lambda_{42}^2)(\lambda_{41}^2-\lambda_{42}^2)]$.

$$K_4^{\mathrm{I}} = k_{41}\lambda_{41}\cos\pi\lambda_{41} + k_{42}\lambda_{42}\cos\pi\lambda_{42} + k_{43}\lambda_{43}\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$K_4^{\mathrm{II}} = -k_{41}\lambda_{41}^2\sin\pi\lambda_{41} - k_{42}\lambda_{42}^2\sin\pi\lambda_{41} - k_{43}\lambda_{43}^2\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$K_4^{\mathrm{III}} = -k_{41}\lambda_{41}^3\cos\pi\lambda_{41} - k_{42}\lambda_{42}^3\cos\pi\lambda_{42} - k_{43}\lambda_{43}^3\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$K_4^{\mathrm{IV}} = k_{41}\lambda_{41}^4\sin\pi\lambda_{41} + k_{42}\lambda_{42}^4\sin\pi\lambda_{42} + k_{43}\lambda_{43}^4\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$K_4^{\mathrm{V}} = k_{41}\lambda_{41}^5\cos\pi\lambda_{41} + k_{42}\lambda_{42}^5\cos\pi\lambda_{42} + k_{43}\lambda_{43}^5\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$L_4 = l_{41}\cos\pi\lambda_{41} + l_{42}\cos\pi\lambda_{42} + l_{43}\cos\pi\lambda_{43},$$

где $l_{41} = \lambda_{41}\lambda_{42}\lambda_{43}[(1-\lambda_{42}^2)(1-\lambda_{43}^2)(\lambda_{43}^2-\lambda_{42}^2)]$,

$l_{42} = \lambda_{41}\lambda_{42}\lambda_{43}[(1-\lambda_{41}^2)(1-\lambda_{43}^2)(\lambda_{41}^2-\lambda_{43}^2)]$,

$l_{43} = \lambda_{41}\lambda_{42}\lambda_{43}[(1-\lambda_{41}^2)(1-\lambda_{42}^2)(\lambda_{41}^2-\lambda_{42}^2)]$.

$$L_4^{\mathrm{I}} = -l_{41}\lambda_{41}\sin\pi\lambda_{41} - l_{42}\lambda_{42}\sin\pi\lambda_{42} - l_{43}\lambda_{43}\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$L_4^{\mathrm{II}} = -l_{41}\lambda_{41}^2\cos\pi\lambda_{41} - l_{42}\lambda_{42}^2\cos\pi\lambda_{42} - l_{43}\lambda_{43}^2\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$L_4^{\mathrm{III}} = l_{41}\lambda_{41}^3\sin\pi\lambda_{41} + l_{42}\lambda_{42}^3\sin\pi\lambda_{42} + l_{43}\lambda_{43}^3\sin\pi\lambda_{43}.$$

$$L_4^{\mathrm{IV}} = l_{41}\lambda_{41}^4\cos\pi\lambda_{41} + l_{42}\lambda_{42}^4\cos\pi\lambda_{42} + l_{43}\lambda_{43}^4\cos\pi\lambda_{43}.$$

$$L_4^{\mathrm{V}} = -l_{41}\lambda_{41}^5\sin\pi\lambda_{41} - l_{42}\lambda_{42}^5\sin\pi\lambda_{42} - l_{43}\lambda_{43}^5\sin\pi\lambda_{43}.$$

II вариант.

$$A_5 = -a_{51}\cos\pi\lambda_{51} + a_{52}\sin\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 + a_{53}\cos\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2,$$

где $a_{51} = 2q_2r_2\lambda_{51}(q_2^2+r_2^2)[1+2q_2^2-2r_2^2]$,

$a_{52} = 2q_2r_2\lambda_{51}(q_2^2+r_2^2)[\lambda_{51}^4 - \lambda_{51}^2 + q_2^2 + r_2^2 - q_2^2(q_2^2-3r_2^2) + r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]$,

$a_{53} = (1+2q_2^2-2r_2^2)/[2q_2r_2\lambda_{51}(q_2^2+r_2^2)]$.

$$A_5^{\mathrm{I}} = a_{51}\lambda_{51}\sin\pi\lambda_{51} + a_{52}(r_2\cos\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 + q_2\sin\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2) + a_{53}(q_2\cos\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 - r_2\sin\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2).$$

$$A_5^{\mathrm{II}} = a_{51}\lambda_{51}^2\cos\pi\lambda_{51} + a_{52}[(q_2^2-r_2^2)\sin\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 + 2q_2r_2\cos\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2] + a_{53}[(q_2^2-r_2^2)\cos\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2 - 2q_2r_2\sin\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2].$$

$$A_5^{\mathrm{III}} = -a_{51}\lambda_{51}^3\sin\pi\lambda_{51} + a_{52}[r_2(3q_2^2-r_2^2)\cos\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 + q_2(q_2^2-3r_2^2)\sin\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2] + a_{53}[q_2(q_2^2-3r_2^2)\cos\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 - r_2(3q_2^2-r_2^2)\sin\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2].$$

$$A_5^{\mathrm{IV}} = -a_{51}\lambda_{51}^4\cos\pi\lambda_{51} + a_{52}\{[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]\sin\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 + 4q_2r_2(q_2^2-r_2^2)\cos\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2\} + a_{53}\{[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2(3q_2^2-r_2^2)]\times\cos\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 - 4q_2r_2(q_2^2-r_2^2)\sin\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2\}.$$

$$A_5^{\mathrm{V}} = a_{51}\lambda_{51}^5\sin\lambda_{51} + a_{52}\{r_2[q_2^2(5q_2^2-7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]\cos\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2 + q_2[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2-5r_2^2)]\sin\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2\} + a_{53}\{q_2[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2-5r_2^2)]\sin\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2 - r_2[q_2^2(5q_2^2-7r_2^2) - r_2(3q_2^2-r_2^2)]\sin\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2\}.$$

$$B_5 = b_{51}\sin\pi\lambda_{51} + b_{52}\sin\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2 - b_{53}\cos\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2,$$

где $b_{51} = 2q_2r_2(q_2^2+r_2^2)[1+2q_2^2-2r_2^2+(q_2^2+r_2^2)^2]$,

$b_{52} = q_2\lambda_{51}(1-\lambda_{51}^2)[\lambda_{51}^2 + (1+\lambda_{51}^2)(q_2^2-3r_2^2) + q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2-5r_2^2)]$,

$b_{53} = r_2\lambda_{51}(1-\lambda_{51}^2)[\lambda_{51}^2 + (1+\lambda_{51}^2)(3q_2^2-r_2^2) + q_2^2(5q_2^2-7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]$.

$$B_5^{\mathrm{I}} = b_{51}\lambda_{51}\cos\pi\lambda_{51} + b_{52}(r_2\cos\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2 + q_2\sin\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2) - b_{53}(q_2\cos\pi r_2\,\mathrm{ch}\,\pi q_2 - r_2\sin\pi r_2\,\mathrm{sh}\,\pi q_2).$$

$$B_5^{II} = -b_{51}\lambda_{51}^2 \sin\pi\lambda_{51} + b_{52}\,[(q_2^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + 2q_2 r_2 \cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2] -$$
$$- b_{53}\,[(q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 - 2q_2 r_2 \sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2].$$

$$B_5^{III} = -b_{51}\lambda_{51}^3 \cos\pi\lambda_{51} + b_{52}\,[r_2(3q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + q_2(q_2^2 - 3r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2] -$$
$$- b_{53}\,[q_2(q_2^2 - 3r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - r_2^2(3q^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2].$$

$$B_5^{IV} = b_{51}\lambda_{51}^4 \sin\pi\lambda_{51} + b_{52}\,\{[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 +$$
$$+ 4q_2 r_2(q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\} - b_{53}\,\{[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)] \times$$
$$\times \cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 - 4q_2 r_2(q_2^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2\}.$$

$$B_5^{V} = b_{51}\lambda_{51}^5 \cos\pi\lambda_{51} + b_{52}\,[r_2\,[q_2^2(5q_2^2 - 7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 +$$
$$+ q_2\,[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2 - 5r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2] - b_{53}\,[q_2\,[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) -$$
$$- r_2^2(7q_2^2 - 5r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - r_2\,[q_2^2(5q_2^2 - 7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\}.$$

$$C_5 = -c_{51}\sin\pi\lambda_{51} - c_{52}\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + c_{53}\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2,$$

где $c_{51} = 4q_2 r_2(q_2^2 + r_2^2)(1 + q_2^2 - r_2^2)$,

$c_{52} = q_2\lambda_{51}\,[\lambda_{51}^2(2 - \lambda_{51}^2) + (2 + q_2^2)(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2 - 5r_2^2)]$,

$c_{53} = r_2\lambda_{51}\,[\lambda_{51}^2(2 + \lambda_{51}^2) + (3q_2^2 - r_2^2)(2 - r_2^2) + q_2(5q_2^2 - 7r_2^2)]$.

$$C_5^{I} = -c_{51}\lambda_{51}\cos\pi\lambda_{51} - c_2(r_2\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + q_2\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2) +$$
$$+ c_{53}(q_2\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - r_2\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2).$$

$$C_5^{II} = c_{51}\lambda_{51}^2\sin\pi\lambda_{51} - c_{52}\,[(q_2^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + 2q_2 r_2\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2] +$$
$$+ c_{53}\,[(q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 - 2q_2 r_2\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2].$$

$$C_5^{III} = c_{51}\lambda_{51}^3\cos\pi\lambda_{51} - c_{52}\,[r_2(3q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + q_2(q_2^2 - 3r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2] +$$
$$+ c_{53}\,[q_2(q_2^2 - 3r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - r_2(3q_2^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2].$$

$$C_5^{IV} = -c_{51}\lambda_{51}^4\sin\pi\lambda_{51} - c_{52}\,\{[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r^2(3q_2^2 - r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 +$$
$$+ 4q_2 r_2(q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\} + c_{53}\,\{[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 -$$
$$- 4q_2 r_2(q_2^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2\}.$$

$$C_5^{V} = -c_{51}\lambda_{51}^2\cos\pi\lambda_{51} - c_{52}\,\{r_2\,[q_2^2(5q_2^2 - 7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 +$$
$$+ q_2\,[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2 - 5r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\} + c_{53}\,[q_2^2\,[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) -$$
$$- r_2^2(7q_2^2 - 5r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - r_2\,[q_2^2(5q_2^2 - 7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\}.$$

$$K_5 = k_{51}\sin\pi\lambda_{51} + k_{52}\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + k_{53}\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2,$$

где $k_{51} = 2q_2 r_2(q_2^2 + r_2^2)\,[1 - 2{,}25u_{14}^4 + 2q_2^2 - 2r_2^2 + (q_2^2 + r_2^2)^2]$,

$k_{52} = q_2\lambda_{51}\,\{2{,}25u_{14}^4(\lambda_{51}^2 + q_2^2 - 3r_2^2) - (1 - \lambda_{51}^2)\,[\lambda_{51}^2 + (1 + \lambda_{51}^2)(q_2^2 - 3r_2^2) + q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2 - 5r_2^2)]\}$,

$k_{53} = r_2\lambda_{51}\,\{2{,}25u_{14}^4(\lambda_{51}^2 + 3q_2^2 - r_2^2) - (1 - \lambda_{51}^2)\,[(1 + \lambda_{51}^2)(3q_2^2 - r_2^2) + \lambda_{51}^2 + q_2^2(5q_2^2 - 7r_2^2) - r_2(3q_2^2 - r_2^2)]\}$.

$$K_5^{I} = k_{51}\lambda_{51}\cos\pi\lambda_{51} + k_{52}(r_2\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + q_2\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2) + k_{53}(q_2\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - r_2\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2).$$

$$K_5^{II} = -k_{51}\lambda_{51}^2\sin\pi\lambda_{51} + k_{52}\,[(q_2^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + 2q_2 r_2\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2] +$$
$$+ k_{53}\,[(q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 - 2q_2 r_2\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2].$$

$$K_5^{III} = -k_{51}\lambda_{51}^3\cos\pi\lambda_{51} + k_{52}\,[r_2(3q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + q_2(q_2^2 - 3r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2] +$$
$$+ k_{53}\,[q_2(q_2^2 - 3r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - r_2(3q_2^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2].$$

$$K_5^{IV} = k_{51}\lambda_{51}^4\sin\pi\lambda_{51} + k_{52}\,\{[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + 4q_2 r_2(q_2^2 - r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\} +$$
$$+ k_{53}\,\{[q_2^2(q_2^2 - 3r_2^2) - r_2^2(3q_2^2 - r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 - 4q_2 r_2(q_2^2 - r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2\}.$$

$$K_5^{V} = k_{51}\lambda_{51}^5 \cos\pi\lambda_{51} + k_{52}\{r_2[q_2^2(5q_2^2-7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 + q_2[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) -$$
$$- r_2^2(7q_2^2-5r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\} + k_{53}\{q_2[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2-5r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 -$$
$$- r_2[q_2^2(5q_2^2-7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\}.$$

$$L_5 = -l_{51}\cos\pi\lambda_{51} + l_{52}\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 + l_{53}\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2,$$

где $l_{51} = 2q_2r_2\lambda_{51}(q_2^2+r_2^2)[2q_2^2-2r_2^2+(q_2^2+r_2^2)^2]$,

$l_{52} = 2q_2r_2\lambda_{51}[r_2^2(3q_2^2-r_2^2)(1-\lambda_{51}^2) - q_2^2(q_2^2-3r_2^2)(1-\lambda_{51}^2) + \lambda_{51}^4(1+q_2^2-r_2^2)](q_2^2+r_2^2)$,

$l_{53} = 2q_2r_2\lambda_{51}(q_2^2+r_2^2)[2(1-\lambda_{51}^2)(q_2^2-r_2^2) - \lambda_{51}^4]$.

$$L_5^{I} = l_{51}\lambda_{51}\sin\pi\lambda_{51} + l_{52}(r_2\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 + q_2\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2) + l_{53}(q_2\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 - r_2\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2).$$

$$L_5^{II} = l_{51}\lambda_{51}^2\cos\pi\lambda_{51} + l_{52}[(q_2^2-r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 + 2q_2r_2\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2] +$$
$$+ l_{53}[(q_2^2-r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - 2q_2r_2\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2].$$

$$L_5^{III} = -l_{51}\lambda_{51}^3\sin\pi\lambda_{51} + l_{52}[r_2(3q_2^2-r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 + q_2(q_2^2-3r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2] +$$
$$+ l_{53}[q_2(q_2^2-3r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 - r_2(3q_2^2-r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2].$$

$$L_5^{IV} = -l_{51}\lambda_{51}^4\cos\pi\lambda_{51} + l_{52}\{[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 +$$
$$+ 4q_2r_2(q_2^2-r_2^2)\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2\} + l_{53}\{[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]\times$$
$$\times\cos\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2 - 4q_2r_2(q_2^2-r_2^2)\sin\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2\}.$$

$$L_5^{V} = l_{51}\lambda_{51}^5\sin\pi\lambda_{51} + l_{52}\{r_2[q_2^2(5q_2^2-7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 +$$
$$+ q_2[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2-5r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2\} + l_{53}\{q_2[q_2^2(q_2^2-3r_2^2) - r_2^2(7q_2^2-5r_2^2)]\times$$
$$\times\cos\pi r_2 \operatorname{sh}\pi q_2 - r_2[q_2^2(5q_2^2-7r_2^2) - r_2^2(3q_2^2-r_2^2)]\sin\pi r_2 \operatorname{ch}\pi q_2\}.$$

III вариант.

$$A_6 = a_{61}\sin\pi\lambda_{61} + a_{62}\operatorname{sh}\pi\lambda_{62} + a_{63}\operatorname{sh}\pi\lambda_{63},$$

где $a_{61} = \lambda_{61}\lambda_{62}\lambda_{63}[(1+\lambda_{62}^2)^2 - (1+\lambda_{63}^2)^2]$,

$a_{62} = \lambda_{61}\lambda_{63}\lambda_{62}[(1+\lambda_{63}^2)^2 - (1-\lambda_{61}^2)^2]$,

$a_{63} = \lambda_{61}\lambda_{62}\lambda_{63}[(1-\lambda_{61}^2)^2 - (1+\lambda_{62}^2)^2]$.

$$A_6^{I} = a_{61}\lambda_{61}\cos\pi\lambda_{61} + a_{62}\lambda_{62}\operatorname{ch}\pi\lambda_{62} + a_{63}\lambda_{63}\operatorname{ch}\pi\lambda_{63}.$$

$$A_6^{II} = -a_{61}\lambda_{61}^2\sin\pi\lambda_{61} + a_{62}\lambda_{62}^2\operatorname{sh}\pi\lambda_{62} + a_{63}\lambda_{63}^2\operatorname{sh}\pi\lambda_{63}.$$

$$A_6^{III} = -a_{61}\lambda_{61}^3\cos\pi\lambda_{61} + a_{62}\lambda_{62}^3\operatorname{ch}\pi\lambda_{62} + a_{63}\lambda_{63}^3\operatorname{ch}\pi\lambda_{63}.$$

$$A_6^{IV} = a_{61}\lambda_{61}^4\cos\pi\lambda_{61} + a_{62}\lambda_{62}^4\operatorname{sh}\pi\lambda_{62} + a_{63}\lambda_{63}^4\operatorname{sh}\pi\lambda_{63}.$$

$$A_6^{V} = a_{61}\lambda_{61}^5\cos\pi\lambda_{61} + a_{62}\lambda_{62}^5\operatorname{ch}\pi\lambda_{62} + a_{63}\lambda_{63}^5\operatorname{ch}\pi\lambda_{63}.$$

$$B_6 = b_{61}\sin\pi\lambda_{61} - b_{62}\operatorname{sh}\pi\lambda_{62} + b_{63}\operatorname{sh}\pi\lambda_{63},$$

где $b_{61} = \lambda_{62}\lambda_{63}(1+\lambda_{62}^2)(1+\lambda_{63}^2)(\lambda_{61}^2-\lambda_{62}^2)$,

$b_{62} = \lambda_{61}\lambda_{63}(1-\lambda_{61}^2)(1+\lambda_{63}^2)(\lambda_{61}^2+\lambda_{63}^2)$,

$b_{63} = \lambda_{61}\lambda_{62}(1-\lambda_{61}^2)(1+\lambda_{62}^2)(\lambda_{61}^2+\lambda_{62}^2)$.

$$B_6^{I} = b_{61}\lambda_{61}\cos\pi\lambda_{61} - b_{62}\lambda_{62}\operatorname{ch}\pi\lambda_{62} + b_{63}\lambda_{63}\operatorname{ch}\pi\lambda_{63}.$$

$$B_6^{II} = -b_{61}\lambda_{61}^2\sin\pi\lambda_{61} - b_{62}\lambda_{62}^2\operatorname{sh}\pi\lambda_{62} + b_{63}\lambda_{63}^2\operatorname{sh}\pi\lambda_{63}.$$

$$B_6^{III} = -b_{61}\lambda_{61}^3\cos\pi\lambda_{61} - b_{62}\lambda_{62}^3\operatorname{ch}\pi\lambda_{62} + b_{63}\lambda_{63}^3\operatorname{ch}\pi\lambda_{63}.$$

$$B_6^{IV} = b_{61}\lambda_{61}^4\sin\pi\lambda_{61} - b_{62}\lambda_{62}^4\operatorname{sh}\pi\lambda_{62} + b_{63}\lambda_{63}^4\operatorname{sh}\pi\lambda_{63}.$$

$$B_6^{V} = b_{61}\lambda_{61}^5\cos\pi\lambda_{61} - b_{62}\lambda_{62}^5\operatorname{ch}\pi\lambda_{62} + b_{63}\lambda_{63}^5\operatorname{ch}\pi\lambda_{63}.$$

$$C_6 = c_{61}\sin\pi\lambda_{61} + c_{62}\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + c_{63}\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63},$$

где $c_{61} = \lambda_{62}\lambda_{63}[(1+\lambda_{62}^2)^2 - (1+\lambda_{63}^2)^2]$,

$c_{62} = \lambda_{61}\lambda_{63}[(1+\lambda_{63}^2)^2 - (1-\lambda_{61}^2)^2]$,

$c_{63} = \lambda_{61}\lambda_{62}[(1-\lambda_{61}^2)^2 - (1+\lambda_{62}^2)^2]$.

$$C_6^{\mathrm{I}} = c_{61}\lambda_{61}\cos\pi\lambda_{61} + c_{62}\lambda_{62}\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + c_{63}\lambda_{63}\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$C_6^{\mathrm{II}} = -c_{61}\lambda_{61}^2\sin\pi\lambda_{61} + c_{62}\lambda_{62}^2\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + c_{63}\lambda_{63}^2\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$C_6^{\mathrm{III}} = -c_{61}\lambda_{61}^3\cos\pi\lambda_{61} + c_{62}\lambda_{62}^3\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + c_{63}\lambda_{63}^3\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$C_6^{\mathrm{IV}} = c_{61}\lambda_{61}^4\sin\pi\lambda_{61} + c_{62}\lambda_{62}^4\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + c_{63}\lambda_{63}^4\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$C_6^{\mathrm{V}} = c_{61}\lambda_{61}^5\cos\pi\lambda_{61} + c_{62}\lambda_{62}^5\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + c_{63}\lambda_{63}^5\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$K_6 = k_{61}\sin\pi\lambda_{61} + k_{62}\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + k_{63}\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63},$$

где $k_{61} = \lambda_{62}\lambda_{63}[2{,}25u_{14}^4(\lambda_{62}^2 - \lambda_{63}^2) + (1+\lambda_{63}^2)(1+\lambda_{62}^2)(\lambda_{63}^2 - \lambda_{62}^2)]$,

$k_{62} = \lambda_{61}\lambda_{63}[2{,}25u_{14}^4(\lambda_{63}^2 - \lambda_{61}^2) - (1-\lambda_{61}^2)(1+\lambda_{63}^2)(\lambda_{61}^2 + \lambda_{63}^2)]$,

$k_{63} = \lambda_{61}\lambda_{62}[2{,}25u_{14}^4(\lambda_{61}^2 + \lambda_{62}^2) + (1-\lambda_{61}^2)(1-\lambda_{62}^2)(\lambda_{61}^2 + \lambda_{62}^2)]$.

$$K_6^{\mathrm{I}} = k_{61}\lambda_{61}\cos\pi\lambda_{61} + k_{62}\lambda_{62}\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + k_{63}\lambda_{63}\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$K_6^{\mathrm{II}} = -k_{61}\lambda_{61}^2\sin\pi\lambda_{61} + k_{62}\lambda_{62}^2\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + k_{63}\lambda_{63}^2\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$K_6^{\mathrm{III}} = -k_{61}\lambda_{61}^3\cos\pi\lambda_{61} + k_{62}\lambda_{62}^3\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + k_{63}\lambda_{63}^3\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$K_6^{\mathrm{IV}} = k_{61}\lambda_{61}^4\sin\pi\lambda_{61} + k_{62}\lambda_{62}^4\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + k_{63}\lambda_{63}^4\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$K_6^{\mathrm{V}} = k_{61}\lambda_{61}^5\cos\pi\lambda_{61} + k_{62}\lambda_{62}^5\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + k_{63}\lambda_{63}^5\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$L_6 = l_{61}\cos\pi\lambda_{61} - l_{62}\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + l_{63}\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63},$$

где $l_{61} = \lambda_{61}\lambda_{62}\lambda_{63}(1+\lambda_{62}^2)(1+\lambda_{63}^2)(\lambda_{63}^2 - \lambda_{62}^2)$,

$l_{62} = \lambda_{61}\lambda_{62}\lambda_{63}(1-\lambda_{61}^2)(1+\lambda_{63}^2)(\lambda_{61}^2 - \lambda_{63}^2)$,

$l_{63} = \lambda_{61}\lambda_{62}\lambda_{63}(1-\lambda_{61}^2)(1+\lambda_{62}^2)(\lambda_{61}^2 + \lambda_{62}^2)$.

$$L_6^{\mathrm{I}} = -l_{61}\lambda_{61}\sin\pi\lambda_{61} - l_{62}\lambda_{62}\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + l_{63}\lambda_{63}\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$L_6^{\mathrm{II}} = -l_{61}\lambda_{61}^2\cos\pi\lambda_{61} - l_{62}\lambda_{62}^2\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + l_{63}\lambda_{63}^2\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$L_6^{\mathrm{III}} = l_{61}\lambda_{61}^3\sin\pi\lambda_{61} - l_{62}\lambda_{62}^3\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + l_{63}\lambda_{63}^3\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$L_6^{\mathrm{IV}} = l_{61}\lambda_{61}^4\cos\pi\lambda_{61} - l_{62}\lambda_{62}^4\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{62} + l_{63}\lambda_{63}^4\,\mathrm{ch}\,\pi\lambda_{63}.$$

$$L_6^{\mathrm{V}} = -l_{61}\lambda_{61}^5\sin\pi\lambda_{61} - l_{62}\lambda_{62}^5\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{62} + l_{63}\lambda_{63}^5\,\mathrm{sh}\,\pi\lambda_{63}.$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПРАВОЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ РЕАКЦИЙ ОТ ЕДИНИЧНЫХ СМЕЩЕНИЙ КОНЦОВ U-ОБРАЗНОЙ ТРУБЫ

$$\delta_{1t} = A_t,\ \delta_{2t} = B_t,\ \delta_{3t} = C_t,\ \delta_{4t} = A_t + 2A_t^{\mathrm{II}} + A_t^{\mathrm{IV}},$$

$$\delta_{5t} = B_t + 2B_t^{\mathrm{II}} + B_t^{\mathrm{IV}},\ \ \delta_{6t} = C_t + 2C_t^{\mathrm{II}} + C_t^{\mathrm{IV}},\ \ \delta_{7t} = A_t^{\mathrm{I}} + 2A_t^{\mathrm{III}} + A_t^{\mathrm{V}},$$

$$\delta_{8t} = B_t^{\mathrm{I}} + 2B_t^{\mathrm{III}} + B_t^{\mathrm{V}},\ \ \delta_{9t} = C_t^{\mathrm{I}} + 2C_t^{\mathrm{III}} + C_t^{\mathrm{V}},\ \ \Delta_{1t} = K_t,$$

$$\Delta_{2t} = K_t + 2K_t^{\mathrm{II}} + K_t^{\mathrm{IV}},\ \ \Delta_{3t} = K_t^{\mathrm{I}} + 2K_t^{\mathrm{III}} + K_t^{\mathrm{V}},\ \ \Delta_{4t} = L_t,$$

$$\Delta_{5t} = L_t + 2L_t^{\mathrm{II}} + L_t^{\mathrm{IV}},\ \ \Delta_{6t} = L_t^{\mathrm{I}} + 2L_t^{\mathrm{III}} + L_t^{\mathrm{V}},$$

где t — номер варианта решения характеристического уравнения ($t=4, 5, 6$).

$$D_t = \delta_{1t}(\delta_{5t}\delta_{9t} - \delta_{6t}\delta_{8t}) + \delta_{4t}(\delta_{3t}\delta_{8t} - \delta_{2t}\delta_{9t}) + \delta_{7t}(\delta_{2t}\delta_{6t} - \delta_{3t}\delta_{5t}).$$

$$\mu_{11}=\frac{0{,}444}{D_t}\left[\Delta_{1t}(\delta_{6t}\delta_{8t}-\delta_{5t}\delta_{9t})+\Delta_{2t}(\delta_{2t}\delta_{9t}-\delta_{3t}\delta_{8t})+\Delta_{3t}(\delta_{3t}\delta_{5t}-\delta_{2t}\delta_{6t})\right].$$

$$\mu_{12}=\frac{0{,}8}{D_t}\left[\Delta_{1t}(\delta_{4t}\delta_{9t}-\delta_{6t}\delta_{7t})+\Delta_{2t}(\delta_{3t}\delta_{7t}-\delta_{1t}\delta_{9t})+\Delta_{3t}(\delta_{1t}\delta_{6t}-\delta_{3t}\delta_{4t})\right].$$

$$\mu_{13}=\frac{1{,}8}{D_t}\left[u_{14}^2(\delta_{1t}\delta_{6t}-\delta_{3t}\delta_{4t})\right].$$

$$\mu_{14}=\frac{1}{D_t}\left[u_{14}^2(\delta_{3t}\delta_{5t}-\delta_{2t}\delta_{6t})\right].$$

$$\mu_{22}=\frac{0{,}8}{D_t}\left[\Delta_{4t}(\delta_{4t}\delta_{9t}-\delta_{6t}\delta_{7t})+\Delta_{5t}(\delta_{3t}\delta_{7t}-\delta_{1t}\delta_{9t})+\Delta_{6t}(\delta_{1t}\delta_{6t}-\delta_{3t}\delta_{4t})\right].$$

$$\mu_{23}=\frac{0{,}8}{D_t}(\delta_{6t}\delta_{7t}-\delta_{4t}\delta_{9t}).$$

$$\mu_{24}=\frac{0{,}444}{D_t}(\delta_{5t}\delta_{9t}-\delta_{6t}\delta_{8t}).$$

$$\mu_{34}=\frac{0{,}444}{D_t}\left[\Delta_{4t}(\delta_{6t}\delta_{8t}-\delta_{5t}\delta_{9t})+\Delta_{5t}(\delta_{9t}\delta_{2t}-\delta_{3t}\delta_{8t})+\Delta_{6t}(\delta_{3t}\delta_{5t}-\delta_{2t}\delta_{6t})\right].$$

$$\psi_2(u_{jk})=\frac{u_{jk}(\operatorname{ch}u_{jk}\sin u_{jk}-\operatorname{sh}u_{jk}\cos u_{jk})}{4(1-\operatorname{ch}u_{jk}\cos u_{jk})},$$

$$\psi_3(u_{jk})=\frac{u_{jk}(\operatorname{sh}u_{jk}-\sin u_{jk})}{2(1-\operatorname{ch}u_{jk}\cos u_{jk})}.$$

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ В ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ПЕРЕГОРОДКАХ ОТ ЕДИНИЧНЫХ СМЕЩЕНИЙ ТРУБЫ

$$r_{11}=i_{14}\mu_{11}+4i_{15}\psi_2(u_{15});\quad r_{12}=r_{21}=i_{14}\mu_{12};$$

$$r_{13}=r_{31}=i_{14}\mu_{13};\quad r_{14}=r_{41}=i_{14}\mu_{14};\quad r_{15}=r_{51}=2i_{15}\psi_3(u_{15});$$

$$r_{22}=i_{14}\mu_{22}+i_5 0{,}8\frac{v}{\operatorname{tg}v};\quad r_{23}=r_{32}=i_{14}\mu_{23};\quad r_{24}=r_{42}=i_{14}\mu_{24};$$

$$r_{33}=i_{14}\mu_{22}+i_5 0{,}8\frac{v}{\operatorname{tg}v};\quad r_{34}=r_{43}=i_{14}\mu_{34};\quad r_{44}=i_{14}\mu_{11}+4i_{46}\psi_2(u_{46});$$

$$r_{55}=4i_{15}\psi_2(u_{15})+4i_{57}\psi_2(u_{57});$$

. . . . . .

$$r_{n-2,\,n-2}=4i_{n-4,\,n-2}\psi_2(u_{n-4,\,n-2})+4i_{n-2,\,n}\psi_2(u_{n-2,\,n});$$

$$r_{n-2,\,n}=r_{n,\,n-2}=2i_{n-2,\,n}\psi_3(u_{n-2,\,n});$$

$$r_{n-1,\,n-1}=4i_{n-3,\,n-1}\psi_2(u_{n-3,\,n-1})+4i_{n-1,\,n+1}\psi_2(u_{n-1,\,n+1});$$

$$r_{n,\,n}=4i_{n-2,\,n}\psi_2(u_{n-2,\,n})+4i_{n,\,n+2}\psi_2(u_{n,\,n+2}).$$

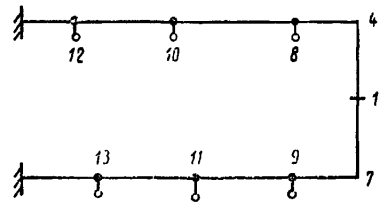
Определитель, являющийся уравнением колебаний, имеет вид:

$$D=\begin{vmatrix}
r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & 0 & r_{46} & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{51} & 0 & 0 & 0 & r_{55} & 0 & r_{57} & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & r_{n-2,\,n-4} & 0 & r_{n-2,\,n-2} & 0 & r_{n-2,\,n}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & r_{n-3,\,n-1} & 0 & r_{n-1,\,n-1} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & r_{n,\,n-2} & 0 & r_{n,\,n}
\end{vmatrix},$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

РАСЧЕТ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРУБ С П-ОБРАЗНЫМИ ГИБАМИ ПРИ НАЛИЧИИ СВЯЗКИ НА ГОРИЗОНТАЛЬНОМ УЧАСТКЕ

Расчетная схема трубы с П-образным гибом приведена на чертеже.
Для данной схемы частотные параметры имеют вид:



$$u_{14} = l_{14}\sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{EI}};$$

$$v_{47} = (l_{14} + l_{17})\sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{GF}};$$

$$v_{\Sigma l} = \Sigma l_{jk}\sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{GF}}.$$

Реакции в опорах:

$$r_{11} = 4i_{14}\psi_2(u_{14}) + 4i_{17}\psi_2(u_{17}); \quad r_{12} = r_{21} = 0;$$

$$r_{14} = r_{41} = 6\frac{i_{14}}{l_{14}}\psi_6(u_{14}); \quad r_{16} = r_{61} = 2i_{17}\psi_3(u_{17});$$

$$r_{17} = r_{71} = 6\frac{i_{17}}{l_{17}}\psi_6(u_{17});$$

$$r_{22} = 4i_{48}\psi_2(u_{48}) + \frac{G}{E}i_{14}\frac{v_{47}}{\operatorname{tg} v_{47}}; \quad r_{23} = r_{32} = 0;$$

$$r_{24} = r_{42} = 6\frac{i_{48}}{l_{48}}\psi_5(u_{48}); \quad r_{25} = r_{52} = \frac{G}{E}i_{14}\frac{v_{47}}{\sin v_{47}};$$

$$r_{33} = 4i_{14}\psi_2(u_{14}) + \frac{G}{E}i_{\Sigma l}\frac{v_{\Sigma l}}{\operatorname{tg} v_{\Sigma l}}; \quad r_{34} = r_{43} = 6\frac{i_{14}}{l_{14}}\psi_5(u_{14});$$

$$r_{44} = 12\frac{i_{14}}{l_{14}^2}\psi_{10}(u_{14}) + 12\frac{i_{48}}{l_{48}^2}\psi_{10}(u_{48});$$

$$r_{48} = r_{84} = 6\frac{i_{48}}{l_{48}}\psi_6(u_{48}); \quad r_{55} = 4i_{79}\psi_2(u_{79}) + \frac{G}{E}i_{47}\frac{v_{47}}{\operatorname{tg} v_{47}};$$

$$r_{57} = r_{75} = 6\frac{i_{79}}{l_{79}}\psi_5(u_{79}); \quad r_{66} = 4i_{17}\psi_2(u_{17}) + \frac{G}{E}i_{\Sigma l}\frac{v_{\Sigma l}}{\operatorname{tg} v_{\Sigma l}};$$

$$r_{67} = r_{76} = 6\frac{i_{17}}{l_{17}}\psi_5(u_{17}); \quad r_{77} = 12\frac{i_{17}}{l_{17}^2}\psi_{10}(u_{17}) + 12\frac{i_{79}}{l_{79}^2}\psi_{10}(u_{79});$$

$$r_{79} = r_{97} = 6\frac{i_{79}}{l_{79}}\psi_6(u_{79}); \quad r_{88} = 4i_{48}\psi_2(u_{48}) + 4i_{810}\psi_2(u_{810});$$

$$r_{810} = r_{108} = 2i_{810}\psi_3(u_{810}).$$

Далее — по методике расчета труб с П-образными гибами без связки.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

ПРИМЕР ВИБРАЦИОННОГО РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ПОДОГРЕВАТЕЛЯ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ ПН-3200-30-16-IA

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Принимаются следующие исходные значения параметров и коэффициентов:
материал труб — сталь 08Х18Н10Т ($E=2{,}1\cdot10^{10}$ кгс/м^2 ($20{,}6\cdot10^{10}$ Па), $\rho_{тр}=7900$ кг/м^3);
длины пролетов: $l_{1-8}=0{,}6$ м, $l_9=0{,}572$ м;
наружный и внутренний диаметры трубы: $d_н=0{,}016$ м, $d_{вн}=0{,}0136$ м;
шаги разбивки труб в пучке: $S_1=22$ мм, $S_2=19{,}05$ мм;
коэффициент аэродинамического сопротивления пучка $\zeta=0{,}259$;
параметры среды внутри труб: $\rho_в=10^3$ кг/м^3, $p_в=16$ кгс/см^2, $w_в=1{,}9$ м/с;
параметры среды в межтрубном пространстве: $p_н=1{,}26$ кгс/см^2, $t_н=105{,}03$°С, $\mu_н=1{,}2408\times10^{-6}$ кг/(с·м), $\nu_н=1{,}627\cdot10^{-5}$ м^2/с, $w_н=18{,}9$ м/с, $\rho_н=0{,}7193$ кг/м^3, $\bar{u}=69{,}3$ м/с.

2. РАСЧЕТ ВИБРАЦИИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ

2.1. Расчет амплитуд колебаний при обтекании паром

2.1.1. Первая низшая частота собственных колебаний $f=103$ Гц.

2.1.2. Расчет погонной массы труб:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = \frac{\pi}{4}\left(d_н^2 - d_в^2\right)\rho_{тр} + \frac{\pi}{4} d_в^2 \rho_в + \rho_н \frac{\pi}{4} d_н^2 \chi,$$

где $\chi = \dfrac{AS_1 + d_н}{AS_1 - d_н} = \dfrac{1{,}05\cdot0{,}022 + 0{,}016}{1{,}05\cdot0{,}022 - 0{,}016} = 5{,}507.$

После подстановки известных значений параметров получаем

$$m = \frac{\pi}{4}(0{,}016^2 - 0{,}0136^2)\,7900 + \frac{\pi}{4}0{,}0136^2\cdot10^3 + \frac{\pi}{4}0{,}7193\cdot5{,}507\cdot0{,}016^2 =$$

$$= 0{,}4408 + 0{,}1453 + 0{,}0008 = 0{,}5869 \text{ кг/м}.$$

2.1.3. Определение декремента колебаний:

$$\delta = \delta_к \sqrt{\frac{m_1}{m}} + \delta_г,$$

где $\delta_к=0{,}157$ (по рис. 9); $\delta_г = 1/2\xi(mf)$;

$$\xi_2 = \xi_0\left[1 - (AS_1)^{-2} d_н^2\right]^{-2};$$

$$\xi_0 = \frac{11{,}14\,\mu_н d_н}{\sqrt{\nu_н/f}} \cdot \frac{1 + \exp\left(-28{,}4\sqrt{\nu_н f}/(\zeta w_н)\right)}{1 - \exp\left(-28{,}4\sqrt{\nu_н f}/(\zeta w_н)\right)},$$

$$w_н = \bar{u}\,\frac{S_1 - d_н}{S_1}.$$

Подставляя известные значения параметров, получаем:

$$w_н = 69{,}3\,\frac{22-16}{22} = 18{,}9 \text{ м/с};$$

$$\xi_0 = \frac{11{,}14\cdot1{,}2408\cdot10^{-6}\cdot0{,}016}{\sqrt{\frac{1{,}6927\cdot10^{-5}}{103}}} \cdot \frac{1 + \exp\left(-28{,}4\sqrt{1{,}6927\cdot103\cdot10^{-5}}/(0{,}259\cdot18{,}9)\right)}{1 - \exp\left(-28{,}4\sqrt{1{,}6927\cdot103\cdot10^{-5}}/(0{,}259\cdot18{,}9)\right)} = 0{,}0045 \text{ кг/(с·м)};$$

$$\xi = 0{,}0045\left[1 - \left(\frac{0{,}016}{1{,}05\cdot0{,}022}\right)^2\right]^{-2} = 0{,}0167;$$

$$\delta_г = 0{,}5\,\frac{0{,}0167}{0{,}5869\cdot103} = 0{,}00014;$$

$$\delta = 0{,}157\sqrt{\frac{0{,}4408}{0{,}5869}} + 0{,}00014 = 0{,}1362.$$

2.1.4. Расчет амплитуды вибраций середины пролета трубы, возбуждаемых турбулентными пульсациями при поперечном обтекании:

$$y_{max}^{турб} = 0{,}06\,\frac{\rho_н d_н^2}{m}\sqrt{\left(\frac{\bar{u}}{f}\right)^3 \frac{C_D^2}{\delta l\,\mathrm{Sh}}\,G(\xi)}.$$

Для $\mathrm{Re}=\frac{\bar{u}d_н}{\nu_н}=\frac{69,3\cdot0,016}{1,6927\cdot10^{-5}}=6,55\cdot10^4$

$$C_D=0,26.$$

Так как $S_1>S_2$

$$\mathrm{Sh}=0,9\left(\frac{S_1}{S_2}\right)\{0,2+\exp[-0,44(S_1/d_н)^{1,8}]\}=0,9\,\frac{0,022}{0,019}\{0,2+\exp[-0,44(0,022/0,016)^{1,8}]\}=0,684.$$

Безразмерная частота $\xi=fd_н/(\bar{u}\,\mathrm{Sh})=\frac{103\cdot0,016}{69,3\cdot0,684}=0,0348$. По черт. 10 определяем $G(\xi)=2,9$.

Расчет производится для пролета наибольшей длины ($l_{1-8}=0,6$ м). После подстановки получаем

$$y_{max}^{турб}=0,06\,\frac{0,7193\cdot0,016^2}{0,5869}\sqrt{\left(\frac{69,3}{103}\right)^3\frac{0,26^2}{0,1362\cdot0,6\cdot0,684}\,2,9}=1,94\cdot10^{-5}\text{ м}.$$

2.1.5. Расчет амплитуды вибраций середины пролета при поперечном обтекании, возникающих при вихревом возбуждении:

$$y_{max}^{вихр}=\frac{C_y d_н\rho_н\bar{u}^2}{8\pi^2f^2m\sqrt{[1-(f_p/f)^2]^2+[\delta f_p/(\pi f)]^2}},$$

где $f_p=\mathrm{Sh}\,\bar{u}/d_н=0,684\cdot69,3/0,016=2962$ Гц.

После подстановки получаем

$$y_{max}^{вихр}=\frac{0,6\cdot0,016\cdot0,7193\cdot69,3^2}{8\pi^2\cdot103^2\cdot0,5869\sqrt{\left[1-\left(\frac{2962}{103}\right)^2\right]^2+\left[\frac{0,1362\cdot2962}{\pi\cdot103}\right]^2}}=8,167\cdot10^{-8}\text{ м}.$$

2.1.6. Суммарные амплитуды и напряжения:

$$y_{max}=\sqrt{(y_{max}^{вихр})^2+(y_{max}^{турб})^2}=\sqrt{(1,94\cdot10^{-5})^2+(8,167\cdot10^{-8})^2}=1,94\cdot10^{-5}\text{ м}.$$

Условие отсутствия соударений выполняется, так как

$$y_{max}=1,94\cdot10^{-5}\text{ м}<\frac{S_1-d_н}{2}=0,003\text{ м}.$$

Максимальные напряжения возникнут в месте защемления:

$$\sigma=24\,\frac{y_{max}EI}{l^2W_x},$$

где $EI=32,2917$ кгс·м², $W_x=\pi/32(d_н^3-d_в^3)=1,5521\cdot10^{-7}$ м³.

Таким образом,

$$\sigma=24\,\frac{1,94\cdot10^{-5}\cdot32,2917}{0,6^2\cdot1,5521\cdot10^{-7}}=267,69\cdot10^3\,\frac{\text{кгс}}{\text{м}^2}=2,626\text{ МПа}.$$

Возникающие напряжения меньше значения предела усталостной прочности для стали 08Х18Н10Т ($\sigma_{-1}=108$ МПа).

2.2. Проверка на возможность гидроупругого возбуждения

2.2.1. Гидроупругое возбуждение возможно при выполнении условия

$$\bar{u}>\bar{u}^*,$$

где $\bar{u}^*=\left(0,8+1,7\,\frac{S_1}{d_н}\right)f\sqrt{\frac{m\delta}{\rho_л}}=\left(0,8+1,7\,\frac{0,022}{0,016}\right)103\sqrt{\frac{0,5869\cdot0,1362}{0,7193}}=108,6$ м/с.

В данном случае ($\bar{u}=69,3$ м/с) гидроупругое возбуждение невозможно.

2.2.2. В аппарате данного типа практически отсутствуют зоны с продольным обтеканием, поэтому расчеты на возбуждение колебаний при продольном обтекании не производились.

2.4. Расчет амплитуд колебаний нижнего пролета при обтекании конденсатом

2.4.1. Расчет погонной массы труб (п. 4.2.4 РД и п. 2.1.2 приложения 5):

$$m_1=0,4408;$$

$$m_2=0,1453;$$

$$m_3=\frac{\pi}{4}0,016^2\cdot5,507\cdot10^3=1,1072\text{ кг/м};$$

$$m=m_1+m_2+m_3=0,4408+0,1453+1,1072=1,6933\text{ кг/м}.$$

2.4.2. Определение декремента колебаний: $\delta_к = 0{,}157$ (по рис. 9).

Параметры среды в межтрубном пространстве:

$$\mu_н = 27{,}6163 \cdot 10^{-6}\ \text{кг/(м·с)};\quad \nu_н = 0{,}2876 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с};\quad w_н = 0{,}58\ \text{м/с};$$

$$\bar{u} = 2{,}13\ \text{м/с};\quad \mathrm{Re}_н = \frac{0{,}58 \cdot 0{,}016}{0{,}2876 \cdot 10^{-6}} = 3{,}09 \cdot 10^4;\quad \zeta = 0{,}3431.$$

Подставляя известные значения параметров в формулы для определения ξ_0, ξ, $\delta_г$ и δ (п. 4.6), получаем:

$$\xi_0 = \frac{11{,}14 \cdot 27{,}6163 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}016}{\sqrt{\frac{0{,}2876 \cdot 10^{-6}}{103}}} \frac{1 + \exp\left(-28{,}4\sqrt{0{,}2876 \cdot 10^{-6} \cdot 103}/(0{,}3431 \cdot 0{,}58)\right)}{1 - \exp\left(-28{,}4\sqrt{0{,}2876 \cdot 10^{-6} \cdot 103}/(0{,}3431 \cdot 0{,}58)\right)} = 0{,}2518;$$

$$\xi = \frac{0{,}2518}{\left[1 - \left(\frac{0{,}016}{1{,}05 \cdot 0{,}022}\right)^2\right]^2} = 1{,}0900;$$

$$\delta_г = \frac{1}{2} \frac{1{,}09}{1{,}6933 \cdot 103} = 0{,}031;$$

$$\delta = 0{,}157 \sqrt{\frac{0{,}4408}{1{,}6933}} + 0{,}0031 = 0{,}0832.$$

2.4.3. Расчет амплитуды вибраций середины трубы, возбуждаемых турбулентными пульсациями при поперечном обтекании (п. 4.8.1):

$$y_{max}^{турб} = 0{,}06 \frac{\rho_н d_н^2}{m} \sqrt{\left(\frac{\bar{u}}{f}\right)^3 \frac{C_D^2}{\delta l\, \mathrm{Sh}} G(\xi)},$$

где $\bar{u} = \frac{0{,}58 \cdot 0{,}022}{0{,}022 - 0{,}016} = 2{,}13$ м/с;

$\mathrm{Re}_н = \frac{2{,}13 \cdot 0{,}016}{0{,}2876 \cdot 10^{-6}} = 1{,}81 \cdot 10^5$;

$C_D = 0{,}26$ (так как $\mathrm{Re}_н > 5 \cdot 10^4$);

$\mathrm{Sh} = 0{,}684$;

$\xi = \frac{f d_н}{\bar{u}\, \mathrm{Sh}} = \frac{103 \cdot 0{,}016}{2{,}13 \cdot 0{,}684} = 1{,}1311$;

$G(\xi) = 0{,}534$ (по рис. 10);

$l = 0{,}572$ м.

После подстановки получаем:

$$y_{max}^{турб} = 0{,}06 \frac{103 \cdot 0{,}016^2}{1{,}6933} \sqrt{\left(\frac{2{,}13}{103}\right)^3 \frac{0{,}26}{0{,}0832 \cdot 0{,}572 \cdot 0{,}684} 0{,}534} = 0{,}0284 \cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

2.4.4. Расчет амплитуды вибраций середины пролета при поперечном обтекании, возникающих при вихревом возбуждении (п. 4.8.2):

$$y_{max}^{вихр} = \frac{C_y d_н \rho_н \bar{u}^2}{8\pi^2 f^2 m \sqrt{[1 - (f_р/f)^2]^2 + [\delta f_р/(\pi f)]^2}},$$

где $f_р = \mathrm{Sh}\, \bar{u}/d_н = 0{,}684 \cdot 2{,}13/0{,}016 = 91{,}06$ Гц.

После подстановки получаем:

$$y_{max}^{вихр} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}016 \cdot 103 \cdot 2{,}13}{8\pi^2 \cdot 103^2 \cdot 1{,}6933 \sqrt{[1 - (91{,}06/103)^2]^2 + [0{,}0832 \cdot 91{,}06/(\pi \cdot 103)]^2}} = 0{,}014 \cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

2.4.5. Суммарные амплитуды и напряжения (п. 4.8.2):

$$y_{max} = \sqrt{(0{,}0284 \cdot 10^{-3})^2 + (0{,}014 \cdot 10^{-3})^2} = 0{,}0316 \cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Условие отсутствия соударений выполняется, так как

$$y_{max} = 0{,}0316 \cdot 10^{-3}\ \text{м} < 0{,}003\ \text{м}.$$

Максимальные напряжения возникнут в месте защемления:

$$\sigma = 24 \frac{0{,}0316 \cdot 10^{-3} \cdot 32{,}2917}{0{,}572^2 \cdot 1{,}5521 \cdot 10^{-7}} = 0{,}482 \cdot 10^6\ \text{кг/м}^2 = 4{,}82\ \text{МПа}.$$

Возникающие напряжения меньше значения предела усталостной прочности для стали 08Х18Н10Т ($\sigma_{-1} = 108$ МПа).

2.4.6. Проверка на возможность гидроупругого возбуждения (п. 4.8.3).

Гидроупругое возбуждение возможно при выполнении условия

$$\bar{u} > \bar{u}^*,$$

где $\bar{u}^* = \left(0{,}8 + 1{,}7 \frac{0{,}022}{0{,}016}\right) 103 \sqrt{\frac{1{,}6933 \cdot 0{,}0832}{103}} = 3{,}836$ м/с. В данном случае ($\bar{u} = 2{,}13$ м/с) гидроупругое возбуждение невозможно.

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Жукаускас А. А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М.: Наука, 1982. — 472 с.
2. Жукаускас А. А., Улинскас Р., Катинас В. Гидродинамика и вибрации обтекаемых пучков труб. — Вильнюс: Мокслас, 1984. — 312 с.
3. РТМ 108.271.23—84. Расчет и проектирование поверхностных подогревателей высокого и низкого давления.
4. РТМ 108.302.03—86. Парогенераторы АЭС. Расчет вибраций теплообменных труб.
5. ОСТ 108.031.08—85 — ОСТ 108.031.10—85. Котлы стационарные и трубопроводы пара и горячей воды. Нормы расчета на прочность.
6. ОСТ 108.271.28—81. Подогреватели поверхностные низкого и высокого давления систем регенерации паровых стационарных турбин АЭС.
7. ОСТ 108.271.17—76. Подогреватели поверхностные низкого и высокого давления для системы регенерации стационарных паровых турбин.
8. Бродов Ю. М., Пермяков В. А., Купцов В. К., Плотников П. Н. Вибронадежность теплообменных аппаратов турбоустановок ТЭС и АЭС. — Труды ЦКТИ, 1983, вып. 207.
9. Пермяков В. А., Куриленко М. С. Теплообменное оборудование паротурбинных установок. Каталог 14-84-02. — М.: НИИЭинформэнергомаш, 1984.
10. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. — М.: Наука, 1967.
11. Чжень Дж. Н. Источники возбуждения вибраций и шума при обтекании трубчатых теплообменников, состоящих из пучка труб. — В кн.: Аэрогидродинамический шум в технике. — М.: Мир, 1980, с. 315—334.
12. ОСТ 108.271.101—76. Подогреватели сетевой воды для тепловых электростанций, отопительно-производственных и отопительных котельных.
13. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений/Под ред. А. Ф. Смирнова. — М.: Стройиздат, 1984. — 416 с.
14. Вибрации элементов оборудования ЯЭУ/Е. Д. Федорович, Б. С. Фокин, А. Ф. Аксельрод, Е. Н. Гольдберг. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 168 с.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ДАННЫЕ

1. УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ УКАЗАНИЕМ Министерства тяжелого, энергетического и транспортного машиностроения СССР от 27.12.88 № ВА-002-1/14209

2. ИСПОЛНИТЕЛИ

В. А. Пермяков (руководитель темы); М. П. Белоусов; Р. З. Савельев; Ю. М. Бродов; П. Н. Плотников; М. А. Ниренштейн; Е. С. Левин

3. ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ

4. ССЫЛОЧНЫЕ НОРМАТИВНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ДОКУМЕНТЫ

Обозначение НТД, на который дана ссылка	Номер пункта, подпункта, перечисления, приложения
ОСТ 108.031.02—75	2.7
ОСТ 108.031.08—85	2.7
ОСТ 108.031.09—85	2.7
ОСТ 108.031.10—85	2.7
ОСТ 108.271.17—76	2.6
ОСТ 108.271.28—81	2.6
РТМ 108.271.23—84	2.6, 2.7
РТМ 108.302.03—86	2.11
ОСТ 108.271.101—76	2.6

СОДЕРЖАНИЕ

1. Условные обозначения 1
2. Характеристики трубных систем подогревателей 2
3. Основные причины возникновения колебаний в трубных системах подогревателей 9
4. Методика оценки вибрационных характеристик трубных систем подогревателей 10
4.1. Общие положения 10
4.2. Расчет частот собственных колебаний 11
4.3. Определение частоты собственных колебаний прямотрубных систем . . 12
4.4. Определение частоты собственных колебаний труб с U-образными гибами 13
4.5. Определение частоты собственных колебаний труб с П-образными гибами 13
4.6. Расчет логарифмического декремента колебаний 15
4.7. Условия обтекания труб потоком теплоносителя и возможные механизмы возбуждения вибраций 15
4.8. Расчет вибраций при поперечном и косом обтекании 16
4.9. Расчет вибраций при продольном обтекании 17
Приложение 1. Пример вибрационного расчета вертикального подогревателя низкого давления ПН-400-26-8-V 18
Приложение 2. Пример вибрационного расчета горизонтального подогревателя сетевой воды ПСГ-1300-3-8-I 21
Приложение 3. Алгоритм формирования определителя для вычисления частоты собственных колебаний труб с U-образными гибами 25
Приложение 4. Расчет частоты собственных колебаний труб с П-образными гибами при наличии связки на горизонтальном участке . . . 31
Приложение 5. Пример вибрационного расчета вертикального подогревателя низкого давления ПН-3200-30-16-IA 32
Приложение 6. Перечень использованных источников 35

Редактор *Л. И. Коняева*

Технический редактор *А. Н. Крупенева* Корректор *Л. А. Подрезова*

Сдано в набор 28.07.89. Подписано к печ. 13.04.90. Формат бум. 60×90¹/₈.
Объем 4,75 печ. л. Тираж 300. Заказ 771. Цена 75 коп.

НПО ЦКТИ. 194021, Ленинград, Политехническая ул., д. 24

gost.e-ecolog.ru