

ИНСТИТУТ
ГОРНОГО ДЕЛА
имени
А. А. Скочинского

# МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ОЧИСТНЫХ РАБОТ С МНОГОУРОВНЕВЫМИ СТРУКТУРАМИ

gost.e-ecolog.ru

МОСКВА
1987

Министерство угольной промышленности СССР
Академия наук СССР
Ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
Институт горного дела им. А. А. Скочинского

Утверждены
заместителем директора института
проф., докт. техн. наук
А. Д. Игнатьевым
31 октября 1985 г.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ОЧИСТНЫХ РАБОТ С МНОГОУРОВНЕВЫМИ СТРУКТУРАМИ



Москва
1987

УДК 622.272-I92:622.0I6.62

Методические основы оценки надежности технологических схем и определение рациональной организации очистных работ с многоуровневыми структурами. - М., ИГД им. А.А.Скочинского. I987.
Ил. 6, табл. 8, список лит. - II назв.

Изложен методический материал по разработке метода оценки надежности технологических схем очистных работ с разветвленной технологической структурой. Для двухуровневых однородных технологических структур получено в замкнутом виде распределение вероятностей количества очистных забоев, в которых одновременно ведется выемка угля. Для многоуровневых структур установлен коэффициент неравномерности состояния готовности очистных забоев. Приведен алгоритм оценки надежности технологических схем очистных работ. На основе математического моделирования совместной работы очистных забоев с применением методов искусственного интеллекта разработан алгоритм расчета плановых среднесуточных нагрузок и рационального режима работы очистных забоев с учетом ограничений по системам разработки, газовому фактору, пропускным способностям транспорта и подъема и т.д.
Работа выполнена канд.техн.наук С.А.Кариманом. В подготовке раздела 4 принимал участие канд.физ.-мат.наук А.Д.Варшавский.

"Методические основы оценки надежности ..." предназначены для научных работников, занимающихся вопросами концентрации горных работ, надежности технологических схем, организации производства и математического моделирования производственных процессов.

КС: ПОТОК, ГОТОВНОСТЬ, ОЧИСТНОЙ, ЗАБОЙ, ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ, СТРУКТУРА, НАДЕЖНОСТЬ, СХЕМА, ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ, ФУНКЦИЯ, РЕЖИМ, РАБОТА, ПЛАНОВЫЙ, НАГРУЗКА, ИСКУССТВЕННЫЙ, ИНТЕЛЛЕКТ.

© Институт горного дела им. А. А. Скочинского
(ИГД им. А. А. Скочинского), 1987

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование надежности технологических схем очистных работ в угольных шахтах является сложной теоретической задачей. Сущность ее состоит в вероятностной оценке возможностей шахты по добыче угля, показателей производительности труда и себестоимости углей с учетом ограниченных уровней надежности и производительности всех звеньев и процессов, а также недостаточной достоверности горно-геологической информации. Данная вероятностная оценка позволяет априорно (т.е. до начала очистных работ) оценить будущие показатели по шахте с учетом имеющихся факторов неопределенности и ограниченности надежности. Эта оценка становится особенно необходимой в связи с принятым направлением в строительстве крупных капиталоемких предприятий.

В работе исследуются методы определения математических ожиданий, дисперсий, распределений вероятностей потоков готовности и производительности в системе очистных работ, представляющей многоуровневую разветвленную технологическую структуру.

Работа состоит из четырех разделов. В первых трех дан вывод соотношений для установления расчетного алгоритма оценки неравномерности добычи угля в очистных забоях и надежности очистных работ, определяемой как вероятность достижения заданных показателей производительности труда и себестоимости угля в целом по шахте с учетом параметров всех основных подсистем производительности и надежности очистных забоев и сборных технологических звеньев, их стоимостных коэффициентов (с разделением на условно постоянные и переменные).

В четвертом разделе решается задача рациональной организации производства очистных работ, при которой достигается максимальная суточная добыча по шахте при наличии множества ограничений на совместную работу очистных забоев: по пропускной способности сборных технологических звеньев от панели до подъема; газовому

фактору; системам разработки; допустимым скоростям подвигания забоев (как сверху, так и снизу); численности рабочих (явочной), занятых на очистных работах и др.

В первых трех разделах агрегирование возможностей по добыче угля осуществляется снизу вверх (от забоев к шахте), в четвертом - решается задача детализации по каждому забою с учетом всех видов ограничений.

В первых трех родственных между собой разделах применяется в основном математический аппарат характеристических функций, позволяющий получить вероятностные характеристики возможностей добычи при проведении очистных работ в целом с учетом всей необходимой детализации отдельных подсистем. В третьем разделе при решении весьма сложной задачи многоэтапных неоднородных нелинейных преобразований совокупностей исходных случайных величин применен совершенно оригинальный прием: последовательные полиномиальные разложения подинтегральных выражений, что позволило все выкладки вести в символическом виде и получить удобные для практического применения результаты. Правильность этих результатов проверяется при рассмотрении частных случаев, на которые ранее получены соотношения с помощью других математических методов. В четвертом разделе на основе применения математических методов, известных под названием "методы искусственного интеллекта", предложен алгоритм функционирования в условиях ЭВМ самооптимизирующейся системы, обеспечивающей самооптимизацию очистных работ крупной современной шахты с остро ограниченными трудовыми и материальными ресурсами и множеством ограничений по технологии, ПБ и ПТЭ.

## I. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ КОЛИЧЕСТВА ОДНОВРЕМЕННО РАБОТАЮЩИХ ОЧИСТНЫХ ЗАБОЕВ. НЕРАВНОМЕРНОСТЬ СОСТОЯНИЙ ГОТОВНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОЧИСТНЫХ РАБОТ

### Двухуровневые технологические структуры

Случайные перерывы, возникающие в работе выемочных машин в очистных забоях, приводят к неравномерному поступлению углепотоков на сборные транспортные линии. Для правильного расчета надежности процесса добычи угля и необходимых коэффициентов ре-

зерва производительности на всех смежных участках производства необходимо иметь достаточно полную информацию о характере неравномерности состояний работы и простоев системы очистных работ.

Наиболее простой характеристикой, удовлетворяющей этому требованию, является распределение вероятностей числа очистных забоев по шахте, из которых осуществляется одновременная выемка угля. Ниже приводится вывод данного распределения.

Введем следующие обозначения:

$n_1$ – число панелей;

$n_0$ – число очистных забоев в панели;

$X_{\ell^{(\omega)}_{\ell^{(i)}}}(t)$ – поток готовности $\ell^{(\omega)}$ очистного забоя, относящегося к $\ell^{(i)}$-й панели;

$$X_{\ell^{(\omega)}_{\ell^{(i)}}}(t) = \begin{cases} 1, \text{ если в момент } t \text{ очистной забой находится в состоянии готовности;} \\ 0 - \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$X_{\ell^{(i)}}(t)$ – поток готовности сборных звеньев $\ell^{(i)}$-й панели;

$$X_{\ell^{(i)}}(t) = \begin{cases} 1, \text{ если в момент } t \text{ сборные звенья панели находятся в состоянии готовности;} \\ 0 - \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$X_2(t)$ – поток готовности общешахтного комплекса;

$$X_2(t) = \begin{cases} 1, \text{ если в момент } t \text{ состояние общешахтного комплекса не препятствует ведению очистных работ в лавах;} \\ 0 - \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Количество очистных забоев по шахте, в которых в данный момент ведется выемка угля (общешахтный поток готовности), можно представить в виде

$$X(t) = X_2(t) \sum_{\ell^{(i)}=1}^{n_1} X_{\ell^{(i)}}(t) \sum_{\ell^{(\omega)}_{\ell^{(i)}}=1}^{n_0} X_{\ell^{(\omega)}_{\ell^{(i)}}}(t). \qquad (1.1)$$

В связи с тем что все потоки готовности между собой статистически независимы и имеют всего два состояния (0 и 1), при нахождении распределения вероятностей величины $X(t)$ удобно использовать аппарат характеристических функций.

Найдем выражение характеристической функции потока $X(t)$.

Характеристическую функцию потока готовности одного очистного забоя можно представить как

$$\theta_{\ell^{(\omega)}_{\ell^{(i)}}}(u) = M\{e^{iuX_{\ell^{(\omega)}_{\ell^{(i)}}}}\} = 1 - \mu_0 + \mu_0 e^{iu},$$

где $\mu_0$ – коэффициент готовности очистного забоя.

Характеристическую функцию потока готовности панели (т.е. количество очистных забоев в панели, из которых поступают углепотоки) можно представить в следующем виде:

$$\theta_{\ell(1)}(u) = M\{\exp\{iuX_{\ell(1)}\sum_{\ell(1)=1}^{n_0} X_{\ell(1)\ell(1)}\}\} =$$

$$= 1-\mu_1+\mu_1 M\{\prod_{\ell(1)=1}^{n_0} \exp\{iuX_{\ell(1)\ell(1)}\}\} =$$

$$= 1-\mu_1+\mu_1(1-\mu_0+\mu_0 e^{iu})^{n_0},$$

где $\mu_1$ – коэффициент готовности сборных звеньев панели.

Число одновременно работающих очистных забоев в шахте является суммой потоков готовности панелей, умноженной, согласно формуле (I.I), на $X_2(t)$. Ввиду статистической независимости всех потоков характеристическая функция числа одновременно действующих в шахте очистных забоев будет иметь вид

$$\theta(u) = M\{\exp\{iuX(t)\}\} = 1-\mu_2+\mu_2\prod_{\ell(1)=1}^{n_1}\theta_{\ell(1)}(u) =$$

$$= 1-\mu_2+\mu_2[1-\mu_1+\mu_1(1-\mu_0+\mu_0 e^{iu})^{n_0}]^{n_1}, \qquad (I.2)$$

где $\mu_2$ – коэффициент готовности общешахтного комплекса.

Характеристическая функция (I.2) определяет все моменты результирующего потока $x(t)$. Их вычисление не связано с какими-либо особыми трудностями. Поэтому далее непосредственно перейдем к нахождению распределения вероятностей $X(t)$– числа действующих забоев.

Плотность вероятностей потока $X(t)$ можно определить по формуле (I.2) обратным преобразованием Фурье:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-iux}\theta(u)\,du = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-iux}(1-\mu_2)\,du +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\mu_2\int_{-\infty}^{\infty} e^{-iux}[1-\mu_1+\mu_1(1-\mu_0+\mu_0 e^{iu})^{n_0}]^{n_1}\,du.$$

При вычислении последнего интеграла целесообразно использовать последовательные разложения бинома:

$$[1-\mu_1+\mu_1(1-\mu_0+\mu_0 e^{-i\omega})^{n_0}]^{n_1}=\sum_{\ell^{(1)}=0}^{n_1} C_{n_1}^{\ell^{(1)}}\cdot\mu_1^{\ell^{(1)}}(1-\mu_1)^{n_1-\ell^{(1)}}\times$$

$$\times\Big\{\sum_{\ell_{j^{(1)}}^{(0)}=0}^{n_0} C_{n_0}^{\ell_{j^{(1)}}^{(0)}}\cdot\mu_0^{\ell_{j^{(1)}}^{(0)}}(1-\mu_0)^{n_0-\ell_{j^{(1)}}^{(0)}}\cdots\sum_{\ell^{(0)}=0}^{n_0} C_{n_0}^{\ell^{(0)}}\times$$

$$\times\mu_0^{\ell^{(0)}}(1-\mu_0)^{n_0-\ell^{(0)}}\cdot\exp\Big\{-i\omega\sum_{m^{(1)}=1}^{\ell^{(1)}}\ell_{m^{(1)}}^{(0)}\Big\}$$

Выполнив интегрирование, получим искомую плотность вероятностей:

$$f(x)=(1-\mu_2)\delta(x)+\mu_2\sum_{\ell^{(1)}=0}^{n_1} C_{n_1}^{\ell^{(1)}(\ell_1)}\mu_1^{\ell^{(1)}}(1-\mu_1)^{n_1-\ell^{(1)}}\Big\{\sum_{\ell^{(0)}=0}^{n_0} C_{n_0}^{\ell_{j^{(1)}}^{(0)}}\times$$

$$\times\mu_0^{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}}(1-\mu_0)^{n_0-\ell_{j^{(1)}}^{(0)}}\cdots\sum_{\ell^{(0)}=0}^{n_0} C_{n_0}^{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}}\cdot\mu_0^{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}}(1-\mu_0)^{n_0-\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}}\Big\}\times$$

$$\times\delta\Big(\sum_{m^{(1)}=1}^{\ell^{(1)}}\ell_{m^{(1)}}^{(0)}-x\Big). \qquad (I.3)$$

Распределение вероятностей потока при $x>0$ можно выразить следующим образом:

$$F(x)=1-\mu_2+\mu_2\sum_{\ell^{(1)}=0}^{n_1} C_{n_1}^{\ell^{(1)}}\cdot\mu_1^{\ell^{(1)}}(1-\mu_1)^{n_1-\ell^{(1)}}\Big\{\sum_{\ell_{j^{(1)}}^{(0)}=0}^{n_0} C_{n_0}^{\ell_{j^{(1)}}^{(0)}}\mu_0^{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}}\times$$

$$\times(1-\mu_0)^{n_0-\ell_{j^{(1)}}^{(0)}}\cdots\sum_{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}=1}^{n_0} C_{n_0}^{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}}\mu_0^{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}}(1-\mu_0)^{n_0-\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}}\int_{\sum_{m^{(1)}=1}^{\ell^{(1)}}\ell_{m^{(1)}}^{(0)}-x}^{\infty}\delta(z)dz .$$

Последний интеграл не равен нулю (равен I) только в том случае, если число одновременно действующих очистных забоев удовлетворяет неравенству

$$\sum_{m^{(1)}=1}^{\ell^{(1)}}\ell_{m^{(1)}}^{(0)}\le x.$$

Тогда последнее равенство можно представить следующим образом:

$$F(x) = 1 - \mu_2 + \mu_2 \sum_{\ell^{(1)}=0}^{n_1} C_{n_1}^{\ell^{(1)}} \mu_1^{\ell^{(1)}} (1-\mu_1)^{n_1-\ell^{(1)}} \Big\{ \sum_{\ell_1^{(0)}=0}^{x} C_{n_0}^{\ell_1^{(0)}} \mu^{\ell_1^{(0)}} \times$$

$$\times (1-\mu_0)^{n_0-\ell_1^{(0)}} \sum_{\ell^{(0)}=0}^{x-\ell_1^{(0)}} C_{n_0}^{\ell_2^{(0)}} \mu_0^{\ell_2^{(0)}} (1-\mu_0)^{n_0-\ell_2^{(0)}} \dots \times$$

$$\times \sum_{\ell^{(1)}}^{x-\ell_1^{(0)}-\dots-\ell_{\ell^{(1)}-1}^{(0)}} C_{n_0}^{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}} \mu_0^{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}} (1-\mu_0)^{n_0-\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}} \cdot 1 \Big\}. \qquad (I.4)$$

С целью уменьшения громоздкости записи обозначим любой $\ell$-й член разложения по биному через

$$\varphi(\ell) = C_n^{\ell} \mu^{\ell} (1-\mu)^{n-\ell}.$$

Тогда

$$\varphi(\ell_{m^{(1)}}^{(0)}) = C_{n_0}^{\ell_{m^{(1)}}^{(0)}} \mu_0^{\ell_{m^{(1)}}^{(0)}} (1-\mu_0)^{n_0-\ell_{m^{(1)}}^{(0)}}.$$

Пусть значение аргумента функции распределения $F(x)$ равно нулю. Найдем выражение суммы в фигурных скобках при $x = 0$:

$$\sum_{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}=0}^{0} \varphi(\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}) \sum_{\ell^{(0)}=0}^{0-\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}} \varphi(\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}) \dots \sum_{\ell_{1^{(1)}}^{(0)}=0}^{0-\sum_{m^{(1)}}^{\ell^{(1)}} \ell_{m^{(1)}}^{(0)}} \varphi(\ell_{1^{(1)}}^{(0)}) \cdot 1 =$$

$$= \varphi(0)\varphi(0)\dots\varphi(0) = [\varphi(0)]^{\ell^{(1)}} = \Pi_{\ell^{(1)}}^{(0)}.$$

Пусть $x = 1$, тогда при принятых обозначениях

$$\Pi_{\ell^{(1)}}^{(1)} = \sum_{\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}=0}^{1} \varphi(\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}) \sum_{\ell^{(0)}=0}^{1-\ell_{\ell^{(1)}}^{(0)}} \varphi(\ell_{\ell^{(1)}-1}^{(0)}) \dots \sum_{\ell_{1^{(1)}}^{(0)}}^{1-\sum_{m^{(1)}=2}^{\ell^{(1)}} \ell_{m^{(1)}}^{(0)}} \varphi(\ell_{1^{(1)}}^{(0)}) \cdot 1.$$

Разложив данные суммы произведений функций $\varphi$ по элементам первой суммы, получим

$$\Pi^{(n)}_{\ell^{(n)}} = \varphi(1) \sum_{\ell^{(0)}_{\ell^{(n)}-1}}^{0} \varphi(\ell^{(0)}_{\ell^{(n)}-1}) \cdots \sum_{\ell^{(0)}_{1^{(1)}}=0}^{1-\sum_{m^{(n)}=2}^{\ell^{(n)}-2} \ell^{(0)}_{m^{(n)}}} \varphi(\ell^{(0)}_{1^{(n)}}) +$$

$$+ \varphi(0) \sum_{\ell^{(0)}_{\ell^{(n)}-1}=0}^{1} \varphi(\ell^{(0)}_{\ell^{(n)}-1}) \cdots \sum_{\ell^{(0)}_{1^{(n)}}=0}^{1-\sum_{m^{(n)}=2}^{\ell^{(n)}-1} \ell^{(0)}_{m^{(n)}}} \varphi(\ell^{(0)}_{1^{(n)}}) = \varphi(1) \Pi^{(0)}_{\ell^{(n)}-1} + \varphi(0) \Pi^{(n)}_{\ell^{(n)}-1}.$$

При $x = 2$

$$\Pi^{(2)}_{\ell^{(n)}} = \varphi(2) \Pi^{(0)}_{\ell^{(n)}-1} + \varphi(1) \Pi^{(n)}_{\ell^{(n)}-1} + \varphi(0) \Pi^{(2)}_{\ell^{(n)}-1}.$$

При произвольном значении $x$

$$\Pi^{(x)}_{\ell^{(n)}} = (\varphi(x), \ldots, \varphi(0)) \begin{pmatrix} \varphi(0) \Pi^{(0)}_{\ell^{(n)}-2} \\ \cdots \\ \cdots \\ \sum_{m=0}^{x} \varphi(m) \Pi^{(x-m)}_{\ell^{(n)}-2} \end{pmatrix}. \qquad (I.5)$$

При $x > n_0 \longrightarrow \varphi(x) = 0$.

Перейдя к матричной записи и использовав рекуррентное соотношение (I.5), будем иметь

$$\Pi^{(x)}_{\ell^{(n)}} = (\varphi(x), \ldots, \varphi(0)) \begin{pmatrix} \varphi(0) & & 0 \\ \varphi(1) & \varphi(0) & \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi(x) & \varphi(x-1) & \ldots \varphi(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Pi^{(0)} \\ \Pi^{(n)} \\ \cdots \\ \Pi^{(x)} \end{pmatrix}.$$

Но так как

$$\Pi_1^{(0)} = \varphi(0), \ldots, \Pi_1^{(z)} = \sum_{\ell^{(0)}=0}^{z} \varphi(\ell^{(0)}),$$

окончательно получим

$$\Pi_{\ell^{(1)}}^{(z)} = (\varphi(z), \ldots, \varphi(0)) \begin{pmatrix} \varphi(0) & & 0 \\ \varphi(1) & \varphi(0) & \\ \cdots & \cdots & \\ \varphi(z) & \varphi(z-1) & \ldots \varphi(0) \end{pmatrix}^{\ell^{(1)}-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Последнее выражение определяет сумму в фигурных скобках соотношения (I.4). С учетом последнего выражения получим

$$F(z) = 1-\mu_2 + \mu_2 \sum_{\ell^{(1)}=0}^{n_1} C_{n_1}^{\ell^{(1)}} \cdot \mu_1^{\ell^{(1)}} (1-\mu_1)^{n_1-\ell^{(1)}} \times$$

$$\times (\varphi(z), \ldots, \varphi(0)) \begin{pmatrix} \varphi(0) & & 0 \\ \varphi(1) & \varphi(0) & \\ \cdots & \cdots & \\ \varphi(z) & \varphi(z-1) & \ldots \varphi(0) \end{pmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \left[ \sum_{\ell^{(1)}=0}^{n_1} C_{n_1}^{\ell^{(1)}} \cdot \mu_1^{\ell^{(1)}} (1-\mu_1)^{n_1-\ell^{(1)}} \times \begin{pmatrix} \varphi(0) & & 0 \\ \varphi(1) & \varphi(0) & \\ \cdots & \cdots & \\ \varphi(\ell) & \varphi(\ell-1) & \ldots \varphi(0) \end{pmatrix} \right]^{\ell^{(1)}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Произведя суммирование по биному в квадратных скобках, получим окончательное выражение для определения распределения вероятностей общешахтного потока готовности:

$$F(z) = 1-\mu_2 + \mu_2 (\varphi(z), \ldots, \varphi(0)) A^{-1} [(1-\mu_1) E + \mu_1 A]^{n_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{(I.6)}$$

где $E$ – единичная матрица; $A$ – треугольная матрица;

$$A = \begin{pmatrix} \varphi(0) & & 0 \\ \varphi(1) & \varphi(0) & \\ \vdots & \vdots & \\ \varphi(x) & \varphi(x-1) \ldots & \varphi(0) \end{pmatrix}$$

$$\varphi(x) = C_{n_0}^{x} \mu_0^{x} (1-\mu_0)^{n_0 - x};$$

при $x > n_0 \rightarrow \varphi(x) = 0$ .

При $x = 0$, согласно выражению (I.6), распределение вероятностей потока совпадает с вероятностью того, что все очистные забои не работают:

$$F(0) = 1 - \mu_2 + \mu_2 \varphi(0) \frac{1}{\varphi(0)} \left((1-\mu_1) 1 + \mu_1 (\varphi(0))^{n_1} \cdot 1\right) =$$

$$= 1 - \mu_2 + \mu_2 \left[1 - \mu_1 + \mu_1 (1-\mu_0)^{n_0}\right]^{n_1} .$$

Если $n_0 = 1$ и $n_1 = 1$, то очевидно, что $F(x = 1) = 1$. Проверим последнее

$$F(1) = 1 - \mu_2 + \mu_2 (\varphi(1), \varphi(0)) A^{-1} \left[(1-\mu_1) E + \mu_1 A\right]^{n_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Треугольная матрица $A$ равна

$$A = \begin{pmatrix} \varphi(0) & 0 \\ \varphi(1) & \varphi(0) \end{pmatrix}.$$

Матрица, обратная $A$, равна

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\varphi(0)} & 0 \\ -\frac{\varphi(1)}{\varphi^2(0)} & \frac{1}{\varphi(0)} \end{pmatrix}.$$

Выполнив несложные преобразования, получим

$$F(1) = 1-\mu_2+\mu_2\left[(1-\mu_1)\left(\frac{\varphi(1)}{\varphi(0)} - \frac{\varphi(1)}{\varphi(0)},\ 1\right)+\mu_1\left((\varphi(1),\ \varphi(0)\right)\right] \times$$

$$\times \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = 1-\mu_2+\mu_2\left[(1-\mu_1)\cdot 1+\mu_1(1-\mu_0+\mu_0)\right] = 1.$$

Определим по выражению (I.6) вероятность того, что при произвольных $n_0$ и $n_1$ в шахте под нагрузкой находится не более одного очистного забоя, т.е. вычислим $F(x)=1$. Как и ранее в данном случае матрица, обратная $A$, имеет вид

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\varphi(0)} & 0 \\ -\frac{\varphi(1)}{\varphi^2(0)} & \frac{1}{\varphi(0)} \end{pmatrix}.$$

Степенная матрица равна

$$\left[(1-\mu_1)E+\mu_1 A\right]^{n_1} = \begin{pmatrix} (1-\mu_1+\mu_1\varphi(0))^{n_1} & \\ n_1\varphi(1)\left[1-\mu_1+\mu_1\varphi(0)\right]^{n_1-1} & \left[1-\mu_1+\mu_1\varphi(0)\right]^{n_1} \end{pmatrix}.$$

Подставив эти матрицы в выражение (I.6) и выполнив несложные выкладки, получим следующее выражение:

$$F(x=1) = 1-\mu_2+\mu_2\left[(1-\mu_1+\mu_1(1-\mu_0))^{n_1} + n_1 n_0 \mu_0 (1-\mu_0)^{n_0-1} \times \right.$$
$$\left. \times \left[1-\mu_1+\mu_1(1-\mu_0)^{n_0}\right]^{n_1-1}\right].$$

Как видно из рассмотренных примеров, вероятность различного числа одновременно работающих очистных забоев можно определить путем несложных стандартных математических выкладок, согласно выражению (I.6), при произвольных значениях коэффициентов готов-

ности $\mu_0, \mu_1, \mu_2$ и числе очистных забоев в панели $n_0$ и панелей в шахте $n_1$.

При выводе уравнения (I.6) рассмотрена двухуровневая технологическая структура очистных работ (рис. I.I). К исходному ($j = 0$) уровню относились очистные забои вместе с прилегающими к нему подготовительными выработками и установленным в них оборудованием. К уровню $j = I$ - панельные выработки и, наконец, к уровню $j = 2$ - общешахтный комплекс.

## Однородные многоуровневые технологические структуры

При существующем направлении на проектирование шахт большой производственной мощности рассмотрение системы очистных работ как двухуровневой технологической структуры может быть недостаточным. Возникает необходимость различения ряда новых промежуточных уровней: слоев, пластов, блоков и горизонтов. Поэтому ниже будет рассматриваться произвольная К-уровневая технологическая структура очистных работ (рис. I.2), согласно которой к исходному уровню ($j = 0$) относятся очистные забои, а к наивысшему ($j = К$) - общешахтный комплекс. Все остальные уровни $j = I, 2, \ldots$ К-I - промежуточные. С целью упрощения математических выкладок коэффициенты готовности технологических элементов одинакового назначения будут считаться равными между собой.

Примем следующие обозначения:

$n_j$ - количество элементов уровня $j$, относящихся к элементу $j + I$;

поток готовности $i$-го элемента уровня $j$:

$$X_i^{(j)}(t) = \begin{cases} 0 - \text{при наличии отказа по сборным звеньям } i\text{-го элемента уровня } j \text{ в момент времени } t; \\ I - \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Поток готовности $X_i^{(j)}(t)$ имеет ряд распределения вероятностей

| $X_i^{(j)}(t)$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $p_i$ | $1-\mu_j$ | $\mu_j$ |

где $\mu_j$ - коэффициент готовности сборных звеньев элемента уровня $j$ (индекс $i$ опущен ввиду того, что коэффициенты готовности всех элементов одинакового уровня равны).

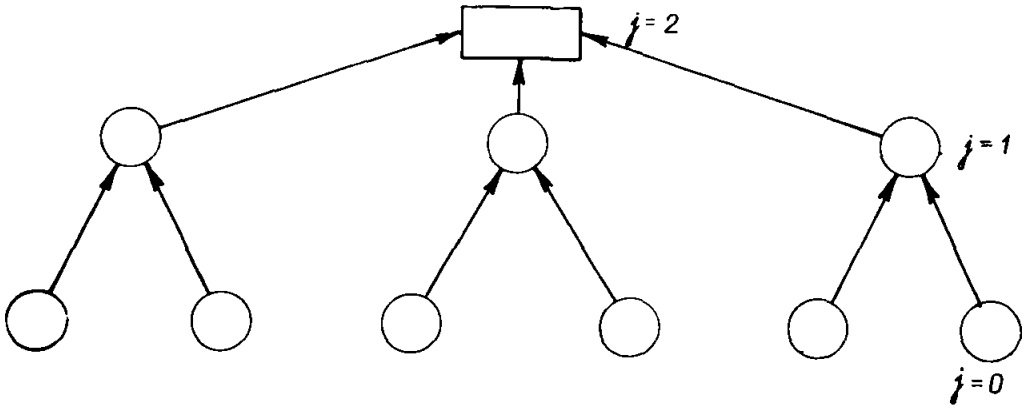



Рис. I.I. Двухуровневая технологическая структура очистных работ

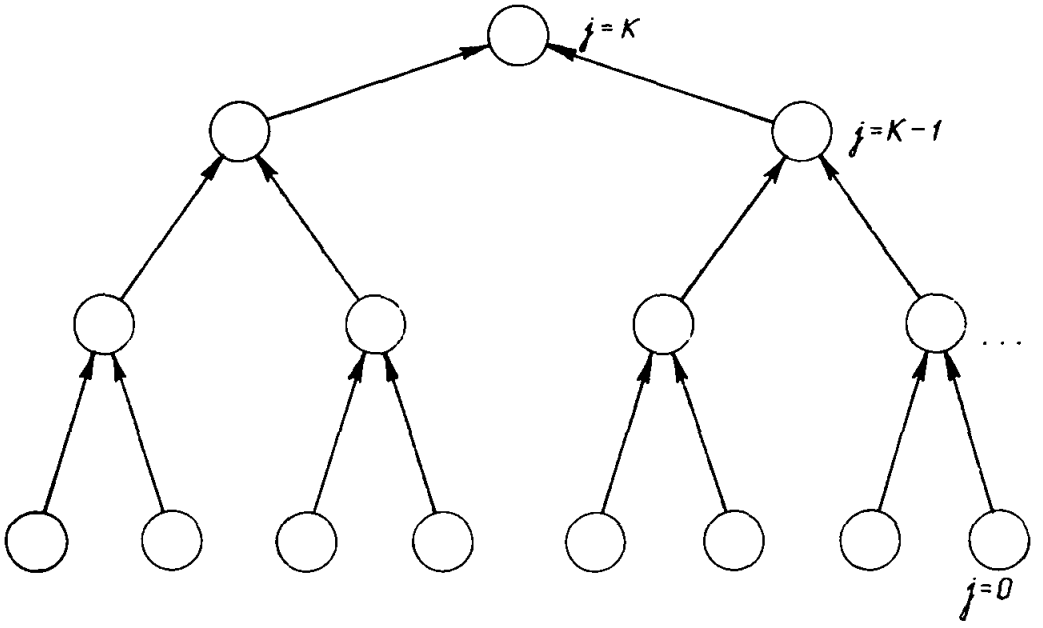



Рис. I.2. Многоуровневая технологическая структура очистных работ

Математическое ожидание потока готовности определится из уравнения

$$M\{X_i^{(j)}(t)\} = 0\cdot(1-\mu_j) + 1\cdot\mu_j = \mu_j; \qquad (I.7)$$

дисперсия

$$D\{X_i^{(j)}(t)\} = M\{X_i^{(j)2}(t)\} - \mu_j^2 = M\{X_i^{(j)}(t)\} - \mu_j^2 = \mu_j - \mu_j^2.$$

Однородность технологической схемы (т.е. независимость величин $\mu_j$ и $n_j$ от индекса $i$) обеспечивает симметрию схемы по любому $i$-му ее направлению. Отсюда следует, что статистические характеристики потоков, установленные для любой $i$-й цепи схемы будут в равной степени справедливы для потоков, проходящих по всем остальным цепям. Введем понятие потока готовности последовательной цепи элементов схемы $Y_i^{(j)}(t)$, $(j=0,1,\ldots,K)$, начинающейся от элемента максимального уровня и заканчивающейся $i$-м элементом уровня $j$. Этот поток также является случайным потоком единичных неперекрывающихся импульсов. Его значения, равные I, будут соответствовать моментам времени, когда вся цепь от элемента наивысшего уровня до элемента уровня $j$ находится в исправном состоянии. Значениям потока, равным нулю, будут соответствовать моменты времени, когда хотя бы один элемент цепи находится в состоянии отказа. Поток готовности всей цепи можно представить в виде произведения потоков готовности ее отдельных элементов:

$$Y_i^{(j)}(t) = \prod_{\ell=K}^{j} X_i^{(\ell)}(t). \qquad (I.9)$$

Ввиду независимости состояний готовности технологических элементов цепи математическое ожидание потока готовности цепи равно произведению математических ожиданий потоков готовностей ее элементов:

$$M_{Y_i}^{(j)}(t) = \prod_{\ell=K}^{j} MX_i^{(\ell)}(t) = \prod_{\ell=K}^{j} \mu_\ell = \mu^{(j)}. \qquad (I.10)$$

Дисперсия потока готовности цепи определяется по формуле

$$D_{Y_i}^{(j)}(t) = M_{Y_i}^{(j)}(t) - M_{Y_i}^{2}(t) = \mu^{(j)} - \mu^{(j)2}. \qquad (I.11)$$

Вычислим ковариацию потоков готовности двух произвольных цепей технологической структуры очистных работ:

$$K_{y_i^{(i)} y_\ell^{(m)}} = M\{y_i^{(i)} y_\ell^{(m)}\} - \mu^{(i)} \mu^{(m)}.$$

Все цепи обязательно имеют некоторую общую часть элементов, которая начинается от элемента наивысшего уровня и кончается некоторым элементом уровня $S$:

$$0 < S \leq i, m.$$

Выделим в формальной записи потоков готовности обеих цепей их общую часть:

$$y_i^{(i)} = \prod_{\rho=K}^{i} x_i^{(\rho)} = y_i^{(\rho)} \prod_{\rho=\rho+1}^{i} x_i^{(\rho)};$$

$$y_\ell^{(m)} = \prod_{\eta=K}^{m} x_\ell^{(\eta)} = y_i^{(\rho)} \prod_{\eta=\rho+1}^{m} x_\ell^{(\eta)}. \qquad (I.I2)$$

С учетом выражения (I.I2) можно определить совместную вероятность выполнения одновременно двух равенств:

$$P\{y_i^{(i)}(t) = 1,\ y_\ell^{(m)}(t) = 1\} = P\{y_i^{(i)} = 1\} \times$$

$$\times\ P\{y_\ell^{(m)} = 1 / y_i^{(i)} = 1\}.$$

Безусловная вероятность $P\{y_i^{(i)}(t) = 1\}$ ввиду статистической независимости состояний каждого элемента цепи равна произведению вероятностей единичных состояний каждого элемента цепи:

$$P\{y_i^{(i)} = 1\} = \prod_{\rho=K}^{i} P\{x_i^{(\rho)} = 1\} = \prod_{\rho=K}^{i} \mu_\rho = \mu^{(i)}. \qquad (I.I3)$$

Условная вероятность состояния готовности цепи по направлению $\ell$ от элемента наивысшего уровня до элемента уровня $m$ при

условии, что цепь по направлению $i$ от элемента наивысшего уровня до элемента уровня $j$ находится в состоянии готовности, равна вероятности того, что участок цепи по направлению $\ell$ от элемента уровня $S+1$ до элемента уровня $m$ находится в состоянии готовности:

$$P\{y_\ell^{(m)}=1 / y_i^{(j)}=1\} = P\{y_\ell^{(m)}=1 / y_i^{(S)}=1\} = P\{\prod_{\eta=S+1}^{m} x^{(\eta)}=1\} =$$

$$= \prod_{\eta=S+1}^{m} \mu_\eta = \frac{\prod_{\eta=\kappa}^{m} \mu_\eta}{\prod_{\eta=\kappa}^{S} \mu_\eta} = \frac{\mu^{(m)}}{\mu^{(S)}} . \qquad (I.I4)$$

По формулам (I.I3) и (I.I4) вычисляем двухмерную вероятность:

$$P\{y_i^{(j)}=1,\ y_\ell^{(m)}=1\} = \mu^{(j)} \frac{\mu^{(m)}}{\mu^{(S)}} . \qquad (I.I5)$$

При этом ковариация потоков готовности двух произвольных цепей технологической схемы (по направлениям $\eta$ и $\ell$) равна

$$K_{y_\eta^{(j)} y_\ell^{(m)}} = M\{y_i^{(j)} y_\ell^{(m)}\} - \mu^{(j)}\mu^{(m)} =$$

$$= P\{y_\eta^{(j)}=1,\ y_\ell^{(m)}=1\} - \mu^{(j)}\mu^{(m)} =$$

$$= \frac{\mu^{(j)}\mu^{(m)}}{\mu^{(S)}} - \mu^{(j)}\mu^{(m)} = \mu^{(j)}\mu^{(m)}\left(\frac{1}{\mu^{(S)}} - 1\right).$$

Если вычисляется ковариация потоков готовности цепей одинаковых уровней, то $j = m$:

$$K_{y_i^{(j)} y_\ell^{(j)}} = \mu^{(j)2}\left(\frac{1}{\mu^{(S)}} - 1\right), \qquad S \geq j . \qquad (I.I7)$$

При $j = 0$ выражение (I.I7) определяет ковариацию потоков готовности двух цепей максимальных уровней, т.е. начинающихся от элементов $j = 0$ и кончающихся элементами максимального уровня $j = K$.

$$K_{y_i^{(0)} y_\ell^{(0)}} = \mu^{(0)2}\left(\frac{1}{\mu^{(S)}} - 1\right). \qquad (I.I8)$$

Если направления $i$ и $\ell$ совпадают, то все элементы обеих цепей являются общими ($S = 0$). В этом случае ковариация (см.уравнение (I.I8)) становится равной дисперсии потока готовности цепи (см. уравнение I.II)):

$$K_{y_i^{(0)} y_i^{(0)}} = \mu^{(0)2}\left(\frac{1}{\mu^{(0)}} - 1\right) = \mu^{(0)} - \mu^{(0)2}. \qquad (I.19)$$

Если коэффициент готовности общей части двух цепей равен I (см. уравнение (I.I6)), то потоки готовности этих цепей независимы между собой, поскольку их ковариация обращается в нуль:

$$K_{y_i^{(j)} y_\ell^{(m)}} = \mu^{(j)}\mu^{(m)}\left(\frac{1}{1} - 1\right) = 0.$$

Перейдем к исследованию автоковариации потоков готовности двух произвольных цепей технологической схемы. Под автоковариацией потоков готовности цепей будем понимать корреляционный момент между потоком цепи по направлению $i$ в момент $t$ :

$$y_i^{(j)}(t),$$

и потоком готовности цепи по направлению $\ell$ в момент $t'$ :

$$y_\ell^{(m)}(t'),$$

причем моменты $t$ и $t'$ могут совпадать ( $t = t'$ ):

$$K_{y_i^{(j)} y_\ell^{(m)}} = M\left\{y_i^{(j)}(t)\, y_\ell^{(m)}(t')\right\} - \mu^{(j)}\mu^{(m)}. \qquad (I.20)$$

Произведение потоков готовности, согласно уравнению (I.I2), можно представить в виде

$$y_i^{(j)}(t)\, y_\ell^{(m)}(t') = y_i^{(s)}(t)\, y_i^{(s)}(t) \prod_{\rho=s+1}^{j} x_i^{(\rho)}(t) \prod_{q=s+1}^{m} x_\ell^{(\rho)}(t'). \qquad (I.21)$$

Поскольку потоки готовности элементов технологической структуры $x_i^{(\rho)}$ и $x_\ell^{(\eta)}$ при всех значениях $\rho = s+1,\ s+2, \ldots j$ ; $q = s+1,\ s+2, \ldots m$ статистически независимы, то

$$M\left\{\prod_{\rho=s+1}^{j} x_i^{(\rho)}(t) \prod_{q=s+1}^{m} x_\ell^{(q)}(t')\right\} = \prod_{\rho=s+1}^{j} \mu_\rho \prod_{q=s+1}^{m} \mu_q =$$

$$= \frac{\mu^{(j)}\mu^{(m)}}{\mu^{(s)2}}. \qquad (I.22)$$

Математическое ожидание произведения составляет

$$M\{y_i^{(s)}(t)y_i^{(s)}(t')\} = K_{y_i}^{(s)}(t,t') + M^2\{y_i^{(s)}(t)\} =$$

$$= K_{y_i}^{(s)}(t,t') + \mu^{(s)2}, \qquad (I.23)$$

здесь $K_{y_i}^{(s)}(t,t')$ - автокорреляция потока готовности общей части цепей.

Применив к выражению (I.2I) операцию нахождения математического ожидания с учетом выражений (I.22) и (I.23), получим

$$M\{y_i^{(j)}(t)y_\ell^{(m)}(t')\} = M\{y_i^{(s)}(t)y_\ell^{(s)}(t')\} M\{\prod_{p=s+1}^{j} x_i^{(p)}(t) \times$$

$$\times \prod_{q=s+1}^{m} x_\ell^{(q)}(t')\} = (K_{y_i}^{(s)}(t,t') + \mu^{(s)2}) \frac{\mu^{(j)}\mu^{(m)}}{\mu^{(s)2}}.$$

Подставив последнее соотношение в выражение (I.20), определим автоковариацию потоков готовности для произвольных цепей технологической структуры:

$$K_{y_i^{(j)}y_\ell^{(m)}}(t,t') = (K_{y^{(s)}}(t,t') + \mu^{(s)2}) \frac{\mu^{(j)}\mu^{(m)}}{\mu^{(s)2}} -$$

$$- \mu^{(j)}\mu^{(m)} = \frac{\mu^{(j)}\mu^{(m)}}{\mu^{(s)2}} K_{y_i}^{(s)}(t,t'). \qquad (I.24)$$

Таким образом, функцией времени в автоковариации потоков готовности цепей может быть только автокорреляционная составляющая. Если обе цепи совпадают ($j = m = S$), то автоковариация равна автокорреляции потоков готовности.

Рассмотрим автокорреляционную зависимость потока готовности цепи:

$$K_{y^{(j)}}(t,t') = M\{y_i^{(j)}(t)\, y_i^{(j)}(t')\} - \mu^{(j)2} =$$

$$= M\{\prod_{\ell=n}^{j} x_i^{(\ell)}(t)\, x_i^{(\ell)}(t')\} - \mu^{(j)2}. \qquad (I.25)$$

Предположим, что поток готовности каждого элемента представляет собой поток с независимой длительностью импульсов и пауз между ними. Известно общее выражение для определения функции автокорреляции импульсного потока:

$$K(\delta) = K_2(\delta) - \overline{x(\xi)}^2,$$

где $\overline{x}(\xi)$ – математическое ожидание импульсного потока в момент $\xi$;
$K_2(\delta)$ – моментная функция второго порядка:

$$K_2(\delta) = \overline{x(\xi)\,x(\xi+\delta)} = M\Big[\bar{h}^2 \int_{|\delta|}^{\infty} (\tau - |\delta|)\,\alpha(\tau)\,d\tau +$$

$$+ \bar{h}^2 \int_0^{|\delta|} d\chi\,\theta(\chi) \int_{|\delta|-\chi}^{\infty} \alpha(\tau)\,d\tau\Big], \qquad \text{(I.26)}$$

где $\theta(\chi) = \frac{1}{2\pi j} \int_{j-\infty}^{j+\infty} \Big[ \frac{1 - \int_0^{\infty} e^{-\Omega\tau} \alpha(\tau)\,d\tau}{1 - \int_0^{\infty} e^{-\Omega\tau}\alpha(\tau)\,d\tau \int_0^{\infty} e^{-\Omega\theta}\beta(\theta)\,d\theta} \times$

$$\times \int_0^{\infty} e^{-\Omega\theta}\beta(\theta)\,d\theta \Big] e^{\Omega\chi}\,\frac{d\Omega}{\Omega};$$

$\alpha(\tau)$ – плотность вероятностей длительности импульсов;
$\beta(\theta)$ – плотность вероятностей длительности пауз;

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\bar{\tau} + \bar{\theta}};$$

$\bar{\tau}$ – средняя длительность импульса;
$\bar{\theta}$ – средняя длительность паузы;
$\bar{h}$ – средняя высота амплитуды импульса, равная I;
$\bar{h}^2$ – средний квадрат амплитуды импульса ($\bar{h}^2 = I$);
$j = \sqrt{-1}$.

Если распределение длительности состояний готовности и отказов элементов структуры является экспоненциальным, т.е.

$$\left.\begin{aligned} \alpha(\tau) &= \frac{1}{\bar{\tau}}\, e^{-\frac{\tau}{\bar{\tau}}} \\ \beta(\theta) &= \frac{1}{\bar{\theta}}\, e^{-\frac{\theta}{\bar{\theta}}} \end{aligned}\right\},$$

то

$$\theta(\chi) = \frac{1}{2\pi\theta j} \int_{j-\infty}^{j+\infty} \frac{e^{\Omega\chi}}{\Omega + \frac{1}{\bar{\nu}\bar{\tau}\bar{\theta}}}\,\frac{d\Omega}{\Omega}. \qquad \text{(I.27)}$$

Интеграл в правой части формулы (I.27), являясь несобственным, определяется главными значениями в полюсах подынтегральной функции:

$$\left.\begin{aligned}\Omega_1 &= 0\\ \Omega_2 &= -\frac{1}{\bar{\mu}\bar{\theta}\bar{\tau}}\end{aligned}\right\}.$$

В соответствии с этим

$$\theta(x) = \bar{\mu}\bar{\tau}\left(1 - e^{-\frac{x}{\bar{\mu}\bar{\tau}\bar{\theta}}}\right).$$

Моментная функция определяется из выражения

$$K_2(\delta) = (\bar{\mu}\bar{\tau})^2\left(1 + \frac{\bar{\theta}}{\bar{\tau}} e^{-\frac{|\delta|}{\bar{\mu}\bar{\theta}}}\right),$$

автокорреляция - из выражения

$$K(\delta) = \frac{\bar{\tau}\bar{\theta}}{(\bar{\tau}+\bar{\theta})^2} e^{-\frac{|\delta|}{\bar{\mu}\bar{\theta}}}. \qquad (I.28)$$

**Отношение** $\mu_j = \frac{\bar{\tau}}{\bar{\tau}+\bar{\theta}}$ является коэффициентом готовности элементов технологической схемы. Поэтому автокорреляция потока готовности каждого элемента (в случае экспоненциального распределения вероятностей длительности импульсов и пауз потока) будет равна

$$K_{x_i^{(j)}}(t, t') = \mu_j(1-\mu_j) e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_j\theta_j}}. \qquad (I.29)$$

Отсюда математическое ожидание произведения можно представить в таком виде:

$$M\{x_i^{(j)}(t)\, x_i^{(j)}(t')\} = K_{x_i^{(j)}}(t, t') + \mu_j^2 =$$

$$= \mu_j^2 + \mu_j(1-\mu_j) e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_j\theta_j}}.$$

Подставив последнее выражение в формулу (I.25), определим автокорреляцию потока готовности цепи технологической схемы:

$$K_{y_i}^{(i)}(t,t') = \prod_{l=\kappa}^{i}\left[\mu_l^2 + \mu_l(1-\mu_l)\,e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l \theta_l}}\right] - \mu^{(i)2}. \quad (I.30)$$

Если моменты времени $t$ и $t'$ совпадают ($t = t'$), то выражение (I.30) становится равным выражению (I.II):

$$K_{y_i}^{(i)}(t,t) = \prod_{l=\kappa}^{i}\left[\mu_l^2 + \mu_l - \mu_l^2\right] - \mu^{(i)2} =$$

$$= \prod_{l=\kappa}^{i}\mu_l - \mu^{(i)2} = \mu^{(i)} - \mu^{(i)2}.$$

Запишем полное выражение автоковариации потоков готовности двух произвольных цепей с учетом формулы (I.30):

$$K_{y_i^{(i)} y_l^{(m)}}(t,t') = \frac{\mu^{(i)}\mu^{(m)}}{\mu^{(s)2}}\left\{\prod_{l=\kappa}^{s}\left(\mu_l^2 + \mu_l(1-\mu_l)\,e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l \theta_l}}\right) - \mu^{(s)2}\right\}. \quad (I.3I)$$

При $t = t'$ выражение автоковариации (I.3I) превращается в выражение ковариации (I.I6):

$$K_{y_i^{(i)} y_l^{(m)}}(t,t) = \frac{\mu^{(i)}\mu^{(m)}}{\mu^{(s)2}}\left\{\prod_{l=\kappa}^{s}\mu_l - \mu^{(s)2}\right\} =$$

$$= \frac{\mu^{(i)}\mu^{(m)}}{\mu^{(s)2}}\mu^{(s)}(1-\mu^{(s)}) = \mu^{(i)}\mu^{(m)}\left(\frac{1}{\mu^{(s)}} - 1\right).$$

Если же обе цепи структуры полностью совпадают, т.е. $i = l$, $i = m = s$, то выражение (I.3I) превращается в выражение автокорреляции потока готовности цепи (I.30):

$$K_{y_i^{(j)} y_i^{(j)}}(t,t') = \frac{\mu^{(j)}\mu^{(j)}}{\mu^{(j)2}}\left\{\prod_{l=\kappa}^{j}\left[\mu_l^2 + \mu_l(1-\mu_l)e^{\frac{|t-t'|}{\theta_l}}\right] - \mu^{(j)2}\right\} = \prod_{l=\kappa}^{j}\left[\mu_l^2 + \mu_l(1-\mu_l)e^{\frac{|t-t'|}{\theta_l}}\right] - \mu^{(j)2} = K_{y_i^{(j)}}(t,t').$$

Поток готовности системы очистных работ

Установленные статистические характеристики потоков готовности цепей технологической системы очистных работ – математическое ожидание, дисперсия, ковариация, автокорреляция и автоковариация – позволяют перейти к исследованию неравномерности ее состояний готовности. Для этого остается изучить характеристики потока готовности системы очистных работ в целом. Восходящий поток готовности системы очистных работ, как и при двухуровневой структуре (см. уравнение (I.I)), можно представить в виде суммы восходящих потоков готовности ее цепей максимальных уровней (т.е. включающих в себя элементы нулевого уровня) по всем возможным направлениям:

$$Z^{(\kappa)}(t) = \sum_{i=1}^{n} y_i^{(0)}(t), \qquad \text{(I.32)}$$

где $n$ – число элементов нулевого уровня (очистных забоев) по всей технологической схеме очистных работ.

Введем следующие обозначения:

$n_0$ – число элементов нулевого уровня, относящихся к одному элементу уровня, $j = I$;

$n_j$ – число элементов уровня $j$ относящихся к одному элементу уровня $j + I$.

Вследствие однородности технологической структуры по индексу $i$ должно выполняться равенство

$$n_0 \cdot n_1 \cdot n_2 \ldots n_j \ldots n_{\kappa-1} = n.$$

Применив к выражению (I.32) операцию нахождения математического ожидания, с учетом формулы (I.I0) получим

$$M Z^{(\kappa)} = \sum_{i=1}^{n} M y_i^{(0)} = \sum_{i=1}^{n} \mu^{(0)} = n\mu^{(0)}. \qquad \text{(I.33)}$$

Применив к выражению (I.32) операцию нахождения функции автокорреляции, получим

$$K_{z^{(K)}}(t,t') = \sum_{i=1}^{n} K_{y_i^{(0)}}(t,t') + \sum_{\substack{i=1 \\ (i\neq l)}}^{n}\sum_{l=1}^{n} K_{y_i^{(0)} y_l^{(0)}}(t,t'),$$

т.е. автокорреляционная функция потока готовности технологической системы очистных работ равна сумме автокорреляционных функций всех ее цепей плюс сумма автоковариаций по всем возможным парам цепей. Подставив в последнюю формулу выражения (I.30) и (I.3I), получим

$$K_{z^{(K)}}(t,t') = \sum_{i=1}^{n}\left\{-\mu^{(0)2} + \prod_{l=0}^{K}\left[\mu_l^2 + \mu_l(1-\mu_l)e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l\theta_l}}\right]\right\} +$$

$$+ \sum_{\substack{i=1 \\ (i\neq l)}}^{n}\sum_{l=1}^{n}\left(\frac{\mu^{(0)}}{\mu^{(s)}}\right)\left\{-\mu^{(s)2} + \prod_{l=K}^{S}\left[\mu_l^2 + \mu_l(1-\mu_l)e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l\theta_l}}\right]\right\},$$

а вынеся величину $\mu^{(0)2}$ за знак суммы в обоих выражениях и выполнив внутреннее суммирование по $i$ и $l$ во втором слагаемом, получим

$$K_{z^{(K)}}(t,t') = \mu^{(0)2}\sum_{i=1}^{n}\left\{-1 + \prod_{l=0}^{K}\left[1 + \left(\frac{1}{\mu_l}-1\right)e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l\theta_l}}\right]\right\} +$$

$$+ \mu^{(0)2}\sum_{s=1}^{K}\left\{-1 + \prod_{l=K}^{S}\left[1 + \left(\frac{1}{\mu_l}-1\right)e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l\theta_l}}\right]\right\}\varphi(s). \qquad (I.34)$$

Сумма $\varphi(S) = \sum_{i<l} 1_{is}\cdot 1_{ls}$ в уравнении (I.34) равна числу пар элементов нулевого уровня по технологической структуре с уровнем связи порядка $S$ (т.е. число цепей максимальных уровней, имеющих общую часть, равную числу цепей уровня $S$). Найдем вид функции $\varphi(S)$.

На уровне $S$ = I число искомых пар по элементу $j = K$ равно числу искомых пар по элементу $j$ = I:

$$\frac{n_0(n_0-1)}{2},$$

умноженному на число элементов уровня $j = I$, относящихся к элементу уровня $j = K$:

$$n/n_0.$$

Следовательно,

$$\sum_{i,l=1}^{n} 1_{i_1}\, 1_{l_1} = \frac{n_0(n_0-1)}{2}\cdot\frac{n}{n_0} = \frac{1}{2}\,n(n_{(0)}-1). \qquad (I.35)$$

На уровне $S = 2$ число искомых пар с уровнем связи $S = 2$, содержащихся в элементе уровня $j = 2$, равно общему числу пар в элементе уровня $j = 2$:

$$\frac{n_0 n_1 (n_0 n_1 - 1)}{2} = \frac{n_0^2 n_1^2}{2} - \frac{n_0 n_1}{2},$$

минус число пар в элементе уровня $j = 2$ с уровнем связи $S = I$:

$$\frac{n_0(n_0-1)}{2}\,n_1 = \frac{n_0^2 n_1}{2} - \frac{n_0 n_1}{2}.$$

Итак, число пар с уровнем связи $S = 2$ по элементу уровня $j = 2$ равно

$$\frac{n_0^2 n_1^2}{2} - \frac{n_0 n_1}{2} - \frac{n_0^2 n_1}{2} + \frac{n_0 n_1}{2} = \frac{n_0^2 n_1 (n_1 - 1)}{2}.$$

Число пар с уровнем связи $S = 2$ по элементу уровня $j = K$ равно

$$\sum_{i<l} 1_{i_2}\, 1_{l_2} = \frac{n_0^2 n_1 (n_1-1)}{2}\cdot\frac{n}{n_0 n_1} = \frac{1}{2}\,n n_0 (n_1 - 1). \qquad (I.36)$$

На уровне $S = 3$ число пар с уровнем связи $S = 3$ по элементу $j = 3$ равно общему числу пар по элементу уровня $j = 3$:

$$\frac{n_0 n_1 n_2 (n_0 n_1 n_2 - 1)}{2} = \frac{n_0^2 n_1^2 n_2^2}{2} - \frac{n_0 n_1 n_2}{2},$$

минус число пар с уровнем связи $S = 2$:

$$\frac{n_0^2 n_1 (n_1 - 1)}{2} n_2,$$

минус число пар с уровнем связи $S = 1$:

$$\frac{n_0 (n_0 - 1)}{2} n_1 n_2.$$

Итак, общее число искомых пар по элементу уровня $j = 3$ равно

$$\frac{n_0^2 n_1^2 n_2^2}{2} - \frac{n_0 n_1 n_2}{2} - \frac{n_0^2 n_1^2 n_2}{2} + \frac{n_0 n_1 n_2}{2} -$$

$$- \frac{n_0^2 n_1 n_2}{2} + \frac{n_0 n_1 n_2}{2} = \frac{1}{2} n_0^2 n_1^2 n_2 (n_2 - 1).$$

Тогда число искомых пар с уровнем связи $S = 3$ по элементу максимального уровня $j = K$ равно

$$\sum_{i<l} l_{i_3} l_{l_3} = \frac{1}{2} n_0^2 n_1^2 n_2 (n_2 - 1) \frac{n}{n_0 n_1 n_2} = \frac{1}{2} n n_0 n_1 (n_2 - 1). \quad \text{(I.37)}$$

Сравнивая между собой значения искомых сумм при уровнях связи $S = 1 \div 3$, можно по индукции написать аналогичные выражения при возрастающих целочисленных значениях параметра $S$:

$$\left.\begin{aligned} S = 4: &\ \frac{1}{2} n n_0 n_1 n_2 (n_3 - 1) \\ S = 5: &\ \frac{1}{2} n n_0 n_1 n_2 n_3 (n_4 - 1) \\ &\ \cdots\cdots\cdots \\ &\ \cdots\cdots\cdots \\ S: &\ \frac{1}{2} n n_0 n_1 \ldots n_{S-1} (n_{S-1} - 1) \\ S = K: &\ \frac{1}{2} n n_0 n_1 \ldots n_{K-2} (n_{K-2} - 1) \end{aligned}\right\} \quad \text{(I.38)}$$

Подставив выражения (I.35)–(I.38) в формулу (I.34), получим

$$\varphi(S) = 2 \cdot \frac{1}{2} n n_0 n_1 \ldots n_{S-2} (n_{S-1} - 1) =$$

$$= n (n_{S-1} - 1) \prod_{l=0}^{S-2} n_l .$$

Выражение автокорреляционной функции восходящего потока готовности системы очистных работ примет вид

$$K_{z^{(K)}}(t,t') = \mu^{(0)2} \sum_{i=1}^{n} \left\{ -1 + \prod_{l=0}^{K} \left[ 1 + \left( \frac{1}{\mu_l} - 1 \right) e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l \theta_l}} \right] \right\} +$$

$$+ \mu^{(0)2} n \sum_{s=1}^{K} \left\{ -1 + \prod_{l=K}^{S} \left[ 1 + \left( \frac{1}{\mu_l} - 1 \right) e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l \theta_l}} \right] \right\} \times$$

$$\times n (n_{s-1} - 1) \prod_{l=0}^{s-2} n_l .$$

Выполнив суммирование обоих слагаемых по уровням связи $S$, найдем окончательное выражение автокорреляционной функции потока готовности системы очистных работ (или число очистных забоев, в которых одновременно ведется выемка угля):

$$K_{z^{(K)}}(t,t') = \mu^{(0)2} n \sum_{s=0}^{K} \left\{ -1 + \prod_{l=s}^{K} \left[ 1 + \left( \frac{1}{\mu_l} - 1 \right) e^{-\frac{|t-t'|}{\mu_l \theta_l}} \right] \right\} \times$$

$$\times (n_{s-1} - 1) \prod_{l=0}^{s-2} n_l , \qquad \text{(I.39)}$$

где $n_l$ – число элементов уровня $j = l$, относящихся к одному элементу уровня $j = l + 1$.

При $|t - t'| \to 0$ выражение (I.39) определяет дисперсию потока готовности:

$$D z^{(K)} = \mu^{(0)2} n \sum_{s=0}^{K} \left( \frac{1}{\mu^{(s)}} - 1 \right) (n_{s-1} - 1) \prod_{l=0}^{s-2} n_l . \qquad \text{(I.40)}$$

При $|t - t'| \to \infty$ выражение (I.39) обращается в ноль:

$$K_{z^{(K)}}(\infty) = \mu^{(0)2} n \sum_{s=0}^{K} \left[ -1 + \prod_{l=s}^{K} 1 \right] (n_{s-1} - 1) \prod_{l=0}^{s-2} n_l = 0 .$$

## Неравномерность состояний готовности системы очистных забоев. Коэффициент вариации потока готовности структуры

Если число возможных состояний элементов технологической схемы и цепей равно двум (готовность - отказ), то число возможных состояний всей технологической структуры равно сумме числа сочетаний из $n$ элементов по $m$, где $m$ изменяется от 0 до $n$ :

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots C_n^m + \dots + C_n^n = 2^n.$$

При $m = 0$ в состоянии отказа находятся все цепи наивысших уровней; при $m = I$ в состоянии готовности находится ровно одна цепь; при $m = 2$ - две цепи и т.д. Наконец, при $m = n$ все цепи находятся в состоянии готовности. Ввиду однородности схемы по индексу $i$ любые из этих вариантов равновероятны между собой. Однако позиции $m = 0, 1, 2, \dots, n$ далеко не равновероятны.

Распределение вероятностей возникновения любой позиции на технологической структуре является биномиальным:

$$P(m) = C_n^m \cdot \mu^{(0)m} (1 - \mu^{(0)})^{n-m}. \qquad (I.4I)$$

Очевидно, каждой позиции должно соответствовать вполне определенное значение потока готовности. Так, позиции $m = 0$ должно соответствовать значение потока $z^{(\kappa)} = 0$, $m = I$ - соответствовать значение $z^{(\kappa)} = I$ и так далее. Количество возможных значений потока $z^{(\kappa)}$ равно $n + I$. Неравномерность потока готовности системы очистных работ будет характеризовать неравномерность возникающих позиций. Поскольку с точки зрения общего результата работы шахты важно знать лишь общее число действующих в любой момент очистных забоев, в дальнейшем неравномерность потока готовности будем отождествлять с неравномерностью состояний готовности очистных работ.

Неравномерность случайных функций обычно принято изучать путем исследования их коэффициентов вариации. Под коэффициентом вариации $K_{vz}$ понимается отношение среднеквадратического отклонения функции $\sigma_z$ к ее математическому ожиданию $M_z$:

$$K_{vz} = \frac{\sigma_z}{M_z}.$$

Результаты, полученные выше, позволяют найти выражение для определения коэффициента вариации потока готовности очистных работ:

$$K_{\nu z^{(K)}} = \frac{\sqrt{D z^{(K)}}}{M z^{(K)}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{s=0}^{K} \left(\frac{1}{\mu^{(s)}} - 1\right)(n_{s-1} - 1) \prod_{\ell=0}^{s-2} n_\ell} \quad \text{(I.42)}$$

Исходя из выражения (I.43) можно по индукции определить коэффициент вариации потока готовности технологических структур промежуточных уровней $j$ (т.е. объединения элементов и цепей, относящихся к одному элементу уровня $j$):

$$K_{\nu z^{(j)}} = \frac{\sqrt{D z^{(j)}}}{M z^{(j)}} = \sqrt{\frac{1}{n_0 n_1 \cdots n_{j-1}} \sum_{s=0}^{j} \left(\frac{1}{\mu^{(s)}} - 1\right)(n_{s-1} - 1) \prod_{\ell=0}^{s-2} n_\ell} \cdot \quad \text{(I.43)}$$

Значение коэффициента вариации потока готовности технологической структуры уровня $j = 0$ должно совпадать со значением коэффициента вариации потока готовности цепи элементов технологической структуры наивысшего уровня:

$$K_{\nu y_i^{(0)}} = \frac{\sqrt{D y_i^{(0)}}}{M y_i^{(0)}} = \frac{\sqrt{\mu^{(0)}(1-\mu^{(0)})}}{\mu^{(0)}} = \sqrt{\frac{1}{\mu^{(0)}} - 1} \cdot \quad \text{(I.44)}$$

Подставив в выражение (I.43) $j = 0$, получим

$$K_{\nu z^{(0)}} = \sqrt{\left(\frac{1}{\mu^{(0)}} - 1\right)(2-1)1} = \sqrt{\frac{1}{\mu^{(0)}} - 1},$$

что совпадает с результатом выражения (I.44).

Исследуем неравномерность потоков готовности технологической структуры уровня $j = 1$. Согласно выражению (I.43):

$$K_{\nu z^{(1)}} = \sqrt{\frac{1}{n_0}\left[\frac{1}{\mu^{(0)}} - 1 + \left(\frac{1}{\mu^{(1)}} - 1\right)(n_0 - 1)\right]} \cdot \quad \text{(I.45)}$$

Введем обозначения:

$$\frac{1}{\mu^{(0)}} - 1 = \alpha_0 \; ; \quad \frac{1}{\mu^{(1)}} - 1 = \alpha_1 .$$

Поскольку $\mu^{(i)} \leq \mu^{(i)}$, то $\alpha_0 > \alpha_1$; так как $0 < \mu^{(i)} \leq 1$ и $0 < \mu^{(i)} \leq 1$, то $\alpha_0 > 0$ и $\alpha_1 > 0$.

Итак имеем

$$0 < \alpha_1 < \alpha_0 < \infty$$

Пусть $n_0 = 1$, тогда $K_{VZ}(n_0=1) = \sqrt{\alpha_0}$;

$$n_0 = 2, \qquad K_{VZ}(n_0=2) = \sqrt{\frac{\alpha_0 + \alpha_1}{2}};$$

$$n_0 = 3, \qquad K_{VZ}(n_0=3) = \sqrt{\frac{\alpha_0 + 2\alpha_1}{3}};$$

. . . . . .

. . . . . .

$$n_0 = K, \qquad K_{VZ}(n_0=K) = \sqrt{\frac{\alpha_0 + (K-1)\alpha_1}{K}}.$$

Так как $\alpha_0 > \alpha_1$, то $\frac{\alpha_0 + \alpha_1}{2} < \alpha_0$.

Отсюда следует, что

$$K_{VZ}(n_0=1) \geq K_{VZ}(n_0=2).$$

Докажем, что с увеличением числа технологических звеньев низшего уровня коэффициент вариации производительности сборного звена $K_{VZ}(n_0)$ всегда будет уменьшаться, т.е.

$$K_{VZ}(m) \geq K_{VZ}(m+1). \qquad (I.46)$$

Разделим неравенство $\alpha_0 > \alpha_1$ на произведение $m(m+1)$. Тогда

$$\frac{\alpha_0}{m(m+1)} > \frac{\alpha_1}{m(m+1)} = \frac{m^2 - (m^2-1)}{m(m+1)}\alpha_1$$

или

$$\alpha_0 \frac{m+1-m}{m(m+1)} > \alpha_1 \frac{m^2 - (m+1)(m-1)}{m(m+1)}.$$

Разделив почленно левую и правую части, получим

$$\alpha_0\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}\right)\geq\alpha_1\left(\frac{m}{m+1}-\frac{m-1}{m}\right).$$

Из данного неравенства следует, что

$$\frac{\alpha_0+\alpha_1(m-1)}{m}\geq\frac{\alpha_0+\alpha_1 m}{m+1}.$$

Отсюда

$$\sqrt{\frac{\alpha_0+\alpha_1(m-1)}{m}}\geq\sqrt{\frac{\alpha_0+\alpha_1 m}{m+1}}.$$

В левой части неравенства приведено выражение коэффициента вариации $K_{vz^{(i)}}$ при $n_0=m$, а в правой части – при $n_0=m+1$, что и требовалось доказать.

Левая и правая части выражения будут равны при $\alpha_0=\alpha$. Для этого необходимо, чтобы $\varphi^0=\mu^{(i)}$ или $\mu_0=1$, т.е. коэффициент готовности собственно элемента нулевого уровня должен быть равен I. Поскольку элемент нулевого уровня является очистным забоем, то его коэффициент готовности обычно меньше коэффициентов готовности элементов других уровней. Ввиду этого случаем $\mu_0=$ I можно пренебречь. Но тогда функция $K_{vz^{(i)}}(n_0)$ является монотонно убывающей по параметру $n_0$. Следовательно, увеличение числа очистных забоев, относящихся к элементу уровня $j=$ I, всегда приводит к уменьшению коэффициента вариации (следовательно, и к неравномерности) потока готовности технологической структуры уровня $j=$ I. Однако это уменьшение имеет характер асимптотического приближения к величине

$$\sqrt{\alpha_1}=\sqrt{\frac{1}{\mu^{(i)}}-1},$$

которая может быть равна 0 только в случае

$$\mu^{(i)}=\prod_{z=\kappa}^{l}\mu_z=1,$$

для чего необходимо, чтобы коэффициенты готовности всех очистных забоев равнялись I:

$$\mu_z=1,\quad z=1,2\ldots\kappa.$$

Технологические структуры уровня $j = 2$

Коэффициент вариации потока готовности, восходящего от структуры уровня $j = 2$, согласно выражению (I.43), равен

$$K_{vz^{(2)}} = \sqrt{\frac{1}{n_0 n_1}\left[\frac{1}{\mu^{(0)}} - 1 + \left(\frac{1}{\mu^{(1)}} - 1\right)(n_0 - 1) + \left(\frac{1}{\mu^{(2)}} - 1\right)(n_1 - 1) n_0\right]}. \qquad (I.47)$$

Предположим, что $\frac{1}{\mu^{(2)}} - 1 = \alpha_2$, тогда формула (I.47) примет вид

$$K_{vz^{(2)}} = \sqrt{\frac{\alpha_0 + \alpha_1 (n_0 - 1) + \alpha_2 (n_1 - 1) n_0}{n_0 n_1}}.$$

При $n_1 = 1$

$$K_{vz^{(2)}} = \sqrt{\frac{\alpha_0 + \alpha_1 (n_0 - 1)}{n_0}} = K_{vz^{(1)}}.$$

Вычислим производные от $K_{vz^{(2)}}$ по переменным $n_0$ и $n_1$. Для этого представим $K_{vz^{(2)}}$ в виде

$$K_{vz^{(2)}} = \sqrt{\frac{g}{n_0 n_1}},$$

где

$$g = \alpha_0 + \alpha_1 (n_0 - 1) + \alpha_2 (n_1 - 1) n_0.$$

Тогда

$$\frac{\partial}{\partial n_0} K_{vz^{(2)}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{n_0 n_1}{g}} \cdot \frac{n_0 n_1 \frac{\partial}{\partial n_0} g - g n_1}{n_0^2 n_1^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{n_0 n_1}{g}} \times$$

$$\times \frac{n_0[\alpha_1 + \alpha_2 (n_1 - 1)] - (\alpha_0 + \alpha_1 (n_0 - 1) + \alpha_2 n_0 (n_1 - 1))}{n_0^2 n_1^2} \cdot n_1 =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{n_0 n_1}{g}} \cdot \frac{n_0 \alpha_1 + \alpha_2 (n_1 - 1) n_0 - \alpha_0 - \alpha_1 n_0 + \alpha_1 - \alpha (n-1) n_0}{n_0^2 n_1} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{n_0 n_1}{g}} \cdot \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{n_0^2 n_1} = \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{2 n_0 \sqrt{g n_0 n_1}}. \qquad (I.48)$$

Производная от коэффициента вариации по $n_1$ равна

$$\frac{\partial}{\partial n_1} K_{vz}^{(2)} = \frac{\alpha_1 - \alpha_0 + n_0(\alpha_2 - \alpha_1)}{\sqrt{n_0 - n_1 g}} \cdot 2n_1 . \qquad (I.49)$$

Поскольку $\alpha_1 < \alpha_0$ и $\alpha_2 < \alpha_1$, то всегда

$$\frac{\partial}{\partial n_0} K_{vz}^{(2)} \leq 0 , \qquad \frac{\partial}{\partial n_1} K_{vz}^{(2)} \leq 0 .$$

Следовательно, функция $K_{vz(2)}$ по переменным $n_0$ и $n_1$ является невозрастающей, а если исключить маловероятный случай, когда $\alpha_0 = \alpha_1 - \alpha_2$, то монотонно убывающей по обеим переменным. Отсюда следует, что увеличение числа очистных забоев, относящихся к одному элементу уровня $j-1(n_0)$, как и увеличение числа элементов уровня $j$ = I, относящихся к одному элементу уровня $j$ = 2, всегда будет приводить к уменьшению неравномерности потоков готовности структуры уровня $j$ = 2.

Максимальное значение коэффициента неравномерности потока достигается при $j$ = I и $n_1$ = I, т.е. когда двухступенчатая структура превращается в двухзвенную цепь:

$$\max K_{vz}^{(2)} = K_{vz}^{(2)} \Big/_{\substack{n_0 = 1 \\ n_1 = 1}} = \sqrt{\alpha_0} .$$

Уменьшение коэффициента вариации с увеличением переменных $n_0$ и $n_1$ является асимптотическим приближением сверху к величинам соответственно

$$\lim_{n_0 \to \infty} K_{vz}^{(2)} = \sqrt{\frac{\alpha_1 + \alpha_2 (n_1 - 1)}{n_1}} ;$$

$$\lim_{n_1 \to \infty} K_{vz}^{(2)} = \sqrt{\alpha_2} .$$

Перейдем к исследованию потока готовности технологической структуры произвольного уровня $j$. Вычислив частные производные выражения (I.43) по каждой переменной $n_0, n_1, \ldots, n_{j-1}$, получим

$$\frac{\partial}{\partial n_0} K_{vz(j)} = \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{2n_0\sqrt{g^{(j)} n_0 n_1 \ldots n_{j-1}}};$$

$$\frac{\partial}{\partial n_1} K_{vz(j)} = \frac{\alpha_1 - \alpha_0 + n_0(\alpha_2 - \alpha_1)}{2n_0\sqrt{g^{(j)} n_0 n_1 \ldots n_{j-1}}}; \qquad \text{(I.50)}$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\frac{\partial}{\partial n_{j-1}} K_{vz}^{(j)} = \frac{\alpha_1 - \alpha_0 + n_0(\alpha_2 - \alpha_1) + \ldots + n_0 n_1 \ldots n_{j-2}(\alpha_j - \alpha_{j-1})}{2n_{j-1}\sqrt{g^{(j)} n_0 n_1 \ldots n_{j-1}}}.$$

Поскольку всегда $\alpha_0 \geq \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \ldots \alpha_{j-1} \geq \alpha_i$, все частные производные системы (I.50) не положительны. Отсюда следует, что функция $K_{vz(j)}$ по каждой переменной $n_0, n_1, \ldots n_{j-1}$ является невозрастающей. Исключив случаи

$$\alpha_0 = \alpha_1;$$
$$\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2;$$
. . . . . .
$$\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_j,$$

когда коэффициенты готовности соответствующих элементов технологической структуры равны I, будем иметь только отрицательные значения производных. Тогда коэффициент вариации $K_{vz(j)}$ будет монотонно убывать при возрастании любой переменной $n_m$, $m = 0, 1, \ldots j-1$.

Предельными значениями коэффициента вариации потока готовности при безграничном возрастании любой переменной $n_m$ будут являться выражения:

$$\lim_{n_0 \to \infty} K_{vz}^{(j)} = \sqrt{\frac{\alpha_1 + \alpha_2 (n_1 - 1) + \alpha_3 (n_2 - 1) n_1 + \ldots + \alpha_j (n_{j-1} - 1) n_{j-2} \cdots n_1}{n_1 n_2 \cdots n_{j-1}}},$$

$$\lim_{n_1 \to \infty} K_{vz(i)} = \sqrt{\frac{\alpha_2 n_0 + \alpha_3 n_0 (n_2 - 1) + \alpha_4 n_0 n_2 (n_3 - 1) + \ldots + \alpha_j (n_{j-1} - 1) n_{j-2} \ldots n_2 n_0 \ldots}{n_0 n_2 \cdots n_{j-1}}}. \quad \text{(I.51)}$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\lim_{n_{j-1} \to \infty} K_{vz(j)} = \sqrt{\alpha_j}.$$

Анализируя предельные значения коэффициента вариации, можно заметить, что они уменьшаются с увеличением уровней элементов, число которых неограниченно возрастает. Максимальная неравномерность потока готовности достигается при

$$n_0 = n_1 = n_2 = \ldots = n_{j-1} = 1.$$

Коэффициент вариации в этом случае равен

$$\max K_{vz(j)} = K_{vz(j)}(1, 1, \ldots 1) = \sqrt{\alpha_0} = \sqrt{\frac{1}{\mu^{(0)}} - 1}. \quad \text{(I.52)}$$

Минимальное значение коэффициента вариации возможно при $n_{j-1} \to \infty$ и произвольных значениях прочих переменных $n_0, n_1, \ldots, n_{j-2}$.

Минимальное значение коэффициента вариации равно

$$\min K_{vz(j)} = K_{vz(j)}\Big|_{n_{j-1} \to \infty} = \sqrt{\alpha_j} = \sqrt{\frac{1}{\mu^{(j)}} - 1}. \quad \text{(I.53)}$$

Поскольку $\mu^{(j)} \geq \mu^{(j-1)}$, с увеличением уровней структуры минимальное значение коэффициента вариации потока готовности всей технологической структуры уменьшается, в то время как его максимальное значение остается неизменным.

## 2. $K$-УРОВНЕВЫЕ НЕОДНОРОДНЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ С ОГРАНИЧЕННОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТЬЮ ЭЛЕМЕНТОВ

Структуры данного класса являются общими по сравнению со всеми рассмотренными ранее, поскольку здесь предполагается произвольное целое число уровней крупности элементов $K$ и наличие ограничений по пропускной способности внутри каждого элемента. Характеристики пропускной способности $h_i^{(j)}$, коэффициенты готовности $\mu_{ij}$ и число ответвлений внутри каждого элемента $n_{ij}$ могут быть различными как по индексу $j$, так и по индексу $i$.

Исследование статистических характеристик углепотоков на выходе $K$-уровневых неоднородных структур позволит установить закономерности работы действующих угольных шахт со сложными многоуровневыми схемами подготовки шахтных полей, характеризующихся различными горно-геологическими условиями, и использующих на разных добычных участках различные технологические схемы очистной выемки.

### Вывод характеристической функции углепотока на выходе $K$-уровневой неоднородной структуры с ограниченными пропускными способностями элементов

Углепоток на выходе элемента уровня представим в виде

$$w^{(j)} = x^{(j)} y_j \left( \sum_{i=1}^{n_{j-1}} w_i^{(j-1)} \right) \qquad (2.1)$$

$$j = 1, 2, \ldots K,$$

где $x^{(j)}$ – поток готовности элемента крупностью $j$;

$$y_j(x) = \begin{cases} h^{(j)}, & \text{при } x > h^{(j)}; \\ x, & \text{при } x \le h^{(j)}. \end{cases}$$

В частности

$$w^{(K)} = x^{(K)} y_K \left( \sum_{i=1}^{n_{K-1}} w_{i_{K-1}}^{(K-1)} \right).$$

Характеристическая функция имеет вид

$$\theta_k(u_k) = M e^{iu_k w^{(k)}} = M e^{iu_k x^{(k)} y_k \left(\sum_{i_{k-1}=1}^{n_{k-1}} w_{i_{k-1}}^{(k-1)}\right)} =$$

$$= 1 - \mu_k + \mu_k M e^{iu_k y_k \left(\sum_{i_{k-1}=1}^{n_{k-1}} w_{i_{k-1}}^{(k-1)}\right)} =$$

$$= 1 - \mu_k + \mu_k \int_0^{\infty} e^{iu_k y_k(x)} f_k^*(x)\, dx . \qquad (2.2)$$

Здесь через $f_k^*(x)$ обозначена плотность вероятностей случайной величины:

$$X = \sum_{i_{k-1}=1}^{n_{k-1}} w_{i_{k-1}}^{(k-1)} .$$

Если обозначить через $\theta_x(u_z)$ характеристическую функцию величины $X$, то плотность вероятности X можно выразить через $\theta_k(u_z)$ путем обратного преобразования Фурье:

$$f_k^*(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_z x} \theta_x(u_z)\, du_z .$$

Однако ввиду независимости между собой углепотоков

$$w_{i_{k-1}}^{(k-1)} , \quad i_{k-1} = 1, 2, \ldots n_{k-1} .$$

(поскольку здесь $x^{(k)} = 1, ah^{(k)} \to \infty$),

$$\theta_x(u_z) = M e^{iu_z X} = M e^{iu_z \sum_{i_{k-1}=1}^{n_{k-1}} w_{i_{k-1}}^{(k-1)}} =$$

$$= M e^{\sum_{i=1}^{n_{k-1}} iu_z w_{i_{k-1}}^{(k-1)}} = M\left\{\prod_{i=1}^{n_{k-1}} e^{iu_z w_{i_{k-1}}^{(k-1)}}\right\} =$$

$$= \prod_{i_{k-1}=1}^{n_{k-1}} M e^{iu_z w_{i_{k-1}}^{k-1}} = \prod_{i_{k-1}=1}^{n_{k-1}} \theta_{i_{k-1}}(u_{i_{k-1}} = u_z) .$$

Тогда плотность вероятности можно выразить следующим образом:

$$\varphi_K^*(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_\Sigma x} \prod_{i_{K-1}=1} \theta_{i_{K-1}}(u_{i_{K-1}} = u_\Sigma)\, du_\Sigma .$$

Подставив последнее выражение в формулу (2.2), получим представление о характеристической функции углепотока на выходе элемента уровня $j=K$ через $n_{K-1}$ характеристических функций углепотоков на входе элементов

$$i_{K-1} = 1, 2, \ldots, n_{K-1}$$

при условии, что ограничений по пропускной способности элемента уровня $j=K$ нет, и он находится в состоянии готовности:

$$\theta_K(u_K) = 1-\mu_K + \mu_K \int_0^{\infty} e^{iu_K y_K(x^{(K)})} \frac{dx^{(K)}}{2\pi} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_\Sigma^{(K)} x^{(K)}} \prod_{\ell_{K-1}=1}^{n_{K-1}} \theta_{\ell_{K-1}}(u_{\ell_{K-1}} = u_\Sigma^{(K)})\, du_\Sigma^{(K)} . \qquad (2.3)$$

Здесь индекс $K$ при переменных $x$ и $u_x$ указывает на то, что данные переменные относятся к элементу уровня $j=K$ (необходимость такой индексации станет очевидной при переходе к элементам более низких уровней).

Соотношение (2.3) не нарушится, если в нем индекс $K$ заменить индексом $\ell_{K-1}$:

$$\theta_{\ell_{K-1}}(u_{\ell_{K-1}}) = 1-\mu_{\ell_{K-1}} + \mu_{\ell_{K-1}} \int_0^{\infty} e^{iu_{\ell_{K-1}} y_{\ell_{K-1}}(x_{\ell_{K-1}})} \times$$

$$\times \frac{dx_{\ell_{K-1}}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_\Sigma^{(K)} x_{\ell_{K-1}}} \prod_{\ell_{K-1}=1}^{n_{\ell_{K-1}}} \theta_{\ell_{\ell_{K-1}}}(u_{\Sigma\ell_{K-1}} = u_{\ell_{\ell_{K-1}}})\, du_{\Sigma\ell_{K-1}} .$$

Подставим последнее выражение в соотношение (2.3). Тогда

$$\theta_K(u_K) = 1 - \mu_K + \mu_K \int_0^\infty e^{iu_K y_K(x^{(K)})} \frac{dx_K}{2\pi} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_\Sigma^{(K)} x^{(K)}} \prod_{\ell=1}^{n_{K-1}} (1 - \mu_{\ell_{K-1}} + \mu_{\ell_{K-1}} \int_0^\infty e^{iu_{\ell_{K-1}} y_{\ell_{K-1}}(x_{\ell_{K-1}})} \times$$

$$\times \frac{dx_{\ell_{K-1}}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-iu_\Sigma^{(K)} x_{\ell_{K-1}}} \prod_{\ell_{K-1}=1}^{n_{K-1}} \theta_{\ell_{K-1}}(U_{\ell_{K-1}} = u_{\Sigma\ell_{K-1}}) \times$$

$$\times du_{\Sigma\ell_{K-1}}) du_\Sigma^{(K)}. \qquad (2.4)$$

Произведение двучленов равно

$$\prod_{\ell=1}^{n_0} (a_\ell + b_\ell) = \prod_{\ell=1}^{n_0} a_\ell \left\{ 1 + \sum_{\ell=1}^{n_0} \left( \sum_{\ell_1=1}^{\ell} \frac{b_{\ell_1}}{a_{\ell_1}} \sum_{\ell_2=\ell_1+1}^{\ell+1} \frac{b_{\ell_2}}{a_{\ell_2}} \cdots \right.\right.$$

$$\left.\left. \cdots \sum_{\ell_\ell=\ell_{\ell-1}+1}^{n_0} \frac{b_{\ell_\ell}}{a_{\ell_\ell}} \right) \right\}. \qquad (2.5)$$

Соотношение (2.5) не нарушится, если в нем индекс $\ell$ заменить на индекс $\ell_{\ell_{K-1}}$, а индекс $n_0$ на $n_{K-1}$. Тогда выражение для характеристической функции углепотока на выходе K-уровневой структуры примет следующий вид:

$$\theta_K(u_K) = 1 - \mu_K + \mu_K \int_0^\infty e^{iu_K y_K(x^{(K)})} \frac{dx^{(K)}}{2\pi}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_\Sigma^{(K)} x^{(K)}} \prod_{\ell_{K-1}=1}^{n_{K-1}} d_{\ell_{K-1}} \left\{ 1 + \sum_{\ell_{1,K-1}=1}^{\ell_{K-1}} d_{\ell_{1,K-1}} \times \right.$$

$$\times \int_0^\infty e^{iu_\Sigma^{(K)} x_{\ell,K-1}} dx_{\ell_1 K-1} b_{\ell_1 K-1} \cdots \times$$

$$\left. \times \sum_{\ell_{K-1,K-1}=\ell_{K-1,K-1}+1}^{n_{K-1}} d_{\ell_{K-1,K-1}} \times \right.$$

$$\left. \times \int_0^\infty e^{iu_\Sigma^{(K)} x_{\ell_{K-1}}} dx_{\ell_{K-1}} \cdot b_{\ell_{\ell_{K-1}}} \right\} du_\Sigma^{(K)}.$$

Произведение $\prod_{\ell=1}^{n_{\kappa-1}} d_{\ell_{\kappa-1}}$ не зависит от переменных $x^{(\kappa)}$ и $U_{\Sigma}^{(\kappa)}$, поэтому может быть вынесено за знаки обоих интегралов. Интегрируя почленно выражение в фигурных скобках, получим

$$\theta_{\kappa}(U_{\kappa}) = 1 - \mu_{\kappa} + \mu_{\kappa} \prod_{\ell=1}^{n_{\kappa-1}} d_{\ell_{\kappa-1}} \left\{ \int_{0}^{\infty} e^{iU_{\kappa} y_{\kappa}(x_{\kappa})} \frac{dx_{\kappa}}{2\pi} \times \right.$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iU_{\Sigma}^{(\kappa)} x^{(\kappa)}} dU_{\Sigma}^{(\kappa)} + \sum_{\ell=1}^{n_{\kappa-1}} \left( \sum_{\ell_{1,\kappa-1}=1}^{\ell_{\kappa-1}} \frac{b_{\ell_{1,\kappa-1}}}{d_{\ell_{1,\kappa-1}}} \int_{0}^{\infty} dx_{\ell_{1,\kappa-1}} \cdots \right.$$

$$\sum_{\substack{\ell_{\kappa-1}=\ell_{\kappa-1}+1 \\ \ell_{\kappa-1}=\ell_{\kappa-1}}}^{n_{\kappa-1}} \frac{b_{\ell_{\ell_{\kappa-1}}}}{d_{\ell_{\ell_{\kappa-1}},\kappa-1}} \int_{0}^{\infty} dx_{\ell_{\ell_{\kappa-1}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{iU_{\Sigma}^{(\kappa)}(x^{(\kappa)} - \sum_{m=1}^{\ell_{\kappa-1}} x_{\ell_m(\kappa-1)}} \times$$

$$\left. \left. \times dU_{\Sigma}^{(\kappa)} \right) \int_{0}^{\infty} e^{iU_{\kappa} y_{\kappa}(x^{(\kappa)})} \frac{dx^{(\kappa)}}{2\pi} \right) \Bigg\}.$$

Интеграл, взятый от чисто экспоненциального выражения по переменной $U_{\Sigma}$, имеет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iU_{\Sigma}^{(\kappa)} z} dU_{\Sigma}^{(\kappa)} = 2\pi\delta(z),$$

где $\delta(z)$ - дельта-функция.

Поэтому

$$\theta_{\kappa}(U_{\kappa}) = 1 - \mu_{\kappa} + \mu_{\kappa} \prod_{\ell=1}^{n_{\kappa-1}} d_{\ell_{\kappa-1}} \left\{ \int_{0}^{\infty} e^{iU_{\kappa} y_{\kappa}(x^{(\kappa)})} \delta(x^{(\kappa)}) dx^{(\kappa)} + \right.$$

$$+ \sum_{\ell=1}^{n_{\kappa-1}} \left( \sum_{\ell_{1,\kappa-1}=1}^{\ell_{\kappa-1}} \frac{b_{\ell_{1,\kappa-1}}}{d_{\ell_{1,\kappa-1}}} \int_{0}^{\infty} dx_{\ell_{1,\kappa-1}} \cdots \sum_{\substack{\ell_{\kappa-1}=\ell_{\kappa-1}+1 \\ \ell_{\kappa-1}}}^{n_{\kappa-1}} \frac{b_{\ell_{\ell_{\kappa-1}}}}{d_{\ell_{\ell_{\kappa-1}}}} \times \right.$$

$$\left. \left. \times \int_{0}^{\infty} dx_{\ell_{\ell_{\kappa-1}}} \int_{0}^{\infty} e^{iU_{\kappa} y_{\kappa}(x^{(\kappa)})} dx^{(\kappa)} \delta\left(x^{(\kappa)} - \sum_{m=1}^{\ell_{\kappa-1}} x_{\ell_m,\kappa-1}\right) \right) \right\}.$$

Используя фильтрующее свойство дельта - функций, когда последняя является множителем в подынтегральном выражении,

$$\int_0^{\infty} \varphi(x)\,\delta(x-y)\,dx = \varphi(y) \qquad \text{при } y>0,$$

получим

$$\theta_K(U_K) = 1-\mu_K+\mu_K \prod_{\ell_{K-1}=1}^{n_{K-1}} d_{\ell_{K-1}} \Big\{ 1+\sum_{\ell_{K-1}=1}^{n_{K-1}} \Big( \sum_{\ell_{1,K-1}=1}^{\ell_{K-1}} \frac{b_{\ell_{1,K-1}}}{d_{\ell_{1,K-1}}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} dx_{\ell_{1,K-1}} \cdots \sum_{\ell_{K-1}=\ell_{K-1}+1}^{n_{K-1}} \frac{1}{d_{\ell_{\ell_{K-1},K-1}}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} b_{\ell_{\ell_{K-1}}} dx_{\ell_{\ell_{K-1}}} e^{iU_K y_K \left(\sum_{m=1}^{\ell_{K-1}} x_{\ell_{m,K-1}}\right)} \Big) \Big\}. \qquad (2.6)$$

Согласно выражению (2.6):

$$d_{\ell_{m,K-1}} = 1-\mu_{\ell_{m,K-1}};$$

$$b_{\ell_{m,K-1}} = \frac{1}{2\pi} \mu_{\ell_{m,K-1}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iU_\Sigma \ell_{m,K-1} x_{\ell_{m,K-1}}} \times$$

$$\times \prod_{\ell_{\ell_{m,K-1}}=1}^{n_{\ell_{m,K-1}}} \theta_{\ell_{\ell_{m,K-1}}} \left(U_{\ell_{\ell_{m,K-1}}} = U_\Sigma \ell_{m,K-1}\right) dU_\Sigma \ell_{m,K-1}. \qquad (2.7)$$

Соотношения (2.6) и (2.7) дают представление о характеристической функции углепотока на выходе $K$-ступенчатой неоднородной структуры через

$$\sum_{\ell_{m,K-1}=1}^{n_{K-1}} n_{\ell_{m,K-1}}$$

характеристических функций углепотоков на выходе элементов уровней $j = K-2$.

С целью уменьшения громоздкости математических выкладок перейдем к символической форме записи. Обозначим через

$$L(l_\ell)M(l_1, l_2, \dots l_\ell, \dots l_n)$$

операцию суммирования

$$\prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell)\sum_{\ell=0}^{n}\sum_{l_1=1}^{\ell}\frac{\mu_{l_1}}{1-\mu_{l_1}}\cdots\sum_{l_\ell=l_{\ell-1}+1}^{n}\frac{\mu_{l_\ell}}{1-\mu_{l_\ell}}\times$$
$$\times M(l_1, \dots, l_\ell, \dots, l_n)$$

и исследуем простейшие свойства оператора $L(l_\ell)$.

I. Приложение оператора к I:

$$L(l_\ell)1 = \prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell)\sum_{\ell=0}^{n}\sum_{l_1=1}^{\ell}\frac{\mu_{l_1}}{1-\mu_{l_1}}\cdots$$

$$\cdots\sum_{l_\ell=l_{\ell-1}+1}^{n}\frac{\mu_{l_\ell}}{1-\mu_{l_\ell}}\,1 = 1.$$

2. Приложение оператора к константе $C = \varphi(l_1, \dots l_\ell, \dots l_n)$:

$$L(l_\ell)C = \prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell)\sum_{\ell=0}^{n}\sum_{l_1=1}^{\ell}\frac{\mu_{l_1}}{1-\mu_{l_1}}\cdots$$

$$\cdots\sum_{l_\ell=l_{\ell-1}+1}^{n}\frac{\mu_{l_\ell}}{1-\mu_{l_\ell}}\cdot C = CL(l_\ell)\cdot 1 = C.$$

3. Приложение оператора к сумме функций от $l_1, \dots l_n, l$:

$$L(l_\ell)\sum_i\varphi_i(l_1, \dots, l_n, l) = \prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell)\sum_{\ell=0}^{n}\sum_{l_1=1}^{\ell}\frac{\mu_{l_1}}{1-\mu_{l_1}}\cdots$$
$$\cdots\sum_{l_\ell=l_{\ell-1}+1}^{n}\frac{\mu_{l_\ell}}{1-\mu_{l_\ell}}\left(\sum_i\varphi_i(l_1, \dots, l_n, l)\right) =$$
$$= \sum_i L(l_\ell)\varphi_i(l_1, \dots, l_n, l).$$

4. Приложение оператора к параметрам $\ell$ и $\ell^2$:

$$L(\ell)\ell \quad \text{и} \quad L(\ell)\ell^2.$$

С целью получения результата выполним следующие построения. Предположим, что

$$a_\ell = 1-\mu_\ell \ , \qquad b_\ell = \mu_\ell u,$$

где $u$ – произвольная переменная.

Тогда

$$\prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell+\mu_\ell u) = \prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu\ell)\sum_{\ell=0}^{n}\sum_{\ell_1=1}^{\ell}\frac{\mu_\ell}{1-\mu_\ell}u \ldots$$

$$\ldots\sum_{\ell_\ell}\frac{\mu_{\ell_\ell}}{1-\mu_{\ell_\ell}}u = \prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu\ell)\sum_{\ell=0}^{n}\sum\frac{\mu_{\ell_1}}{1-\mu_{\ell_1}}\ldots$$

$$\ldots\sum_{\ell_\ell}\frac{\mu_{\ell_\ell}}{1-\mu_{\ell_\ell}}u^\ell = L(\ell)u^\ell. \qquad (2.8)$$

Производная по переменной $u$ определяется из выражения

$$\frac{\partial}{\partial u}\prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell+\mu_\ell u) = \prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell+\mu_\ell u)\times$$

$$\times\sum_{\ell=1}^{n}\frac{\mu_\ell}{1-\mu_\ell+\mu_\ell u} = \frac{\partial}{\partial u}L(\ell)u^\ell = L(\ell)\frac{\partial}{\partial u}u^\ell = L(\ell)\ell u^{\ell-1}.$$

Вторая производная по переменной $u$:

$$\frac{\partial^2}{\partial u^2}\prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell+\mu_\ell u) = \Big(\sum_{\ell=1}^{n}\frac{\mu_\ell}{1-\mu_\ell+\mu_\ell u}\Big)^2 -$$

$$-\prod_{\ell=1}^{n}(1-\mu_\ell+\mu_\ell u)\sum_{\ell=1}^{n}\frac{-\mu_\ell^2}{(1-\mu_\ell+\mu_\ell u)^2} = \frac{\partial}{\partial u}L(\ell)\ell u^{\ell-1} =$$

$$= L(\ell)\ell\frac{\partial}{\partial u}u^{\ell-1} = L(\ell)\ell(\ell-1)u^{\ell-2}.$$

Приняв в обоих равенствах переменную $U = 1$, получим

$$\mathcal{L}(\ell)\ell = \sum_{\ell=1}^{n} \mu_\ell ;$$

$$\mathcal{L}(\ell)\ell(\ell-1) = \Big(\sum_{\ell=1}^{n} \mu_\ell\Big)^2 - \sum_{\ell=1}^{n} \mu_\ell^2 ; \qquad (2.9)$$

$$\mathcal{L}(\ell)\ell^2 = \Big(\sum_{\ell=1}^{n} \mu_\ell\Big)^2 - \sum_{\ell=1}^{n} \mu_\ell^2 + \sum_{\ell=1}^{n} \mu_\ell .$$

5. Приложение оператора к произведению $\prod_{m=1}^{\ell} x_{\ell_m}$:

$$\mathcal{L}(\ell) \prod_{m=1}^{\ell} x_{\ell_m} = \prod_{\ell=1}^{n} (1-\mu_\ell) \sum_{\ell=1}^{n} \Big(\sum_{\ell_1=1}^{\ell} \frac{\mu_{\ell_1}}{1-\mu_{\ell_1}} \dots$$

$$\dots \sum_{\ell_\ell=1}^{n} \frac{\mu_{\ell_\ell}}{1-\mu_{\ell_\ell}} \prod_{m=1}^{\ell} x_{\ell_m}\Big) = \prod_{\ell=1}^{n} (1-\mu_\ell) \sum_{\ell=1}^{n} \Big(\sum_{\ell_1=1}^{\ell} \frac{\mu_{\ell_1} x_{\ell_1}}{1-\mu_{\ell_1}} \dots$$

$$\dots \sum_{\ell_\ell=1}^{n} \frac{\mu_{\ell_n} x_{\ell_\ell}}{1-\mu_{\ell_\ell}} = \prod_{\ell=1}^{n} (1-\mu_\ell + \mu_\ell x_\ell). \qquad (2.10)$$

Если в произведении $\prod_{\ell=1}^{n} (1-\mu_\ell + \mu_\ell u)$

$$\mu_\ell = \mu, \quad \ell = 1, 2, \dots, n,$$

то $\prod_{\ell=1}^{n} (1-\mu+\mu U) = (1-\mu+\mu U)^n = \sum_{\ell=1}^{n} C_n^\ell (\mu U)^\ell (1-\mu)^{n-\ell} =$

$= P(\ell) U^\ell,$

где $P(\ell)$ – биномиальный оператор.

Следовательно, если $\mu_\ell = \mu$, $\ell = 1, 2, \dots, n$,

то

$$\mathcal{L}(\ell)\big/_{\mu_\ell=\mu} \ell = P(\ell)\ell = \mu n;$$

$$\mathcal{L}(\ell)\big/_{\mu_\ell=\mu} \ell^2 = P(\ell)\ell^2 = n\mu(1+\mu(n-1));$$

Действительно,

$$\underset{\mu_\ell=\mu}{L(\ell)/\ell} = \mu \sum_{\ell=1}^{n} 1 = \mu n;$$

$$\underset{\mu_\ell=\mu}{L(\ell)/\ell^2} = (\mu n)^2 - \mu^2 n + \mu n = \mu n(1+\mu n-\mu) =$$

$$= \mu n\,[1+\mu(n-1)].$$

В символической форме соотношения (2.6) и (2.8) примут вид

$$\theta_K(U_K) = 1-\mu_K+\mu_K L(\ell^{(K-1)}) \prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} \int_0^{\infty} \frac{dx_{m^{(K-1)}}}{2\pi} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iU_{\Sigma m^{(K-1)}} x_{m^{(K-1)}}} \prod_{m^{(K-2)}=1}^{\ell^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}} \theta_{\substack{m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}}} U_{\substack{m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}}}$$

(2.II)

$$= U_{\Sigma m^{(K-1)}}) dU_{\Sigma m^{(K-1)}} e^{iU_K y_K\left(\sum_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} x_{\substack{m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}}}\right)}.$$

Переходя по индукции к характеристическим функциям углепотоков на выходе элементов уровня $j=K-3$, будем иметь выражение

$$\theta_K(U_K) = 1-\mu_K+\mu_K L(\ell^{(K-1)}) \Big\{ \ldots L\Big(m^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}\Big) \ldots \prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} \times$$

$$\times \prod_{\substack{m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}=1}}^{\ell^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}} \int_0^{\infty} \frac{dx_{m^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iU_{\Sigma m^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}} x_{\substack{m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}}}} \times$$

$$\times \prod_{\substack{m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}}}^{\ell^{(K-3)}_{m^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}}} \theta_{\substack{m^{(K-3)} \\ m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}}} \left(U_{\substack{m^{(K-3)} \\ m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}}} = U_{\Sigma m^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}}\right) dU_{\Sigma m^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}} \times$$

$$\times e^{iU_K y_K\left(\sum_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} y_{m^{(K-1)}}\left(\sum_{\substack{m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}=1}}^{\ell^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}} x_{\substack{m^{(K-2)} \\ m^{(K-1)}}}\right)\right)} \Big\}. \qquad (2.I2)$$

Выполнив указанный процесс до конца с учетом того, что характеристическая функция углепотока на выходе элементов уровня $j = 0$ имеет вид

$$\theta_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}}(u_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}}) = 1 - \mu_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}} + \mu_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}} \cdot e^{iu_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}}} q_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}},$$

получим

$$\theta_K(u_K) = 1 - \mu_K + \mu_K L(\ell^{(K-1)}) \{ \dots L(\ell^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}) \{ \dots \{ \dots L(\ell^{(1)}_{m^{(2)}_{m^{(K-1)}}}) \dots \} \dots \} \dots \} \prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} \prod_{m^{(K-1)}}^{\ell^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}} \dots$$

$$\dots \prod_{m^{(K-1)}}^{\ell^{(1)}_{m^{(2)}_{m^{(K-1)}}}} \int_0^{\infty} \frac{dx_{m^{(1)}_{m^{(K-1)}}}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_{\Sigma m^{(1)}_{m^{(K-1)}}} x_{m^{(1)}_{m^{(K-1)}}}} \times$$

$$\times \left(1 - \mu_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}} + \mu_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}} e^{iu_{\Sigma m^{(1)}_{m^{(K-1)}}}} q_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}}\right) \times$$

$$\times du_{\Sigma m^{(1)}_{m^{(K-1)}}} e^{iu_K y_K \left(\sum_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} y_{m^{(K-1)}} \left(\dots \left(\sum_{m^{(2)}=1}^{\ell^{(2)}_{m^{(3)}_{m^{(K-1)}}}} y_{m^{(2)}_{m^{(K-1)}}} \left(\sum_{m^{(1)}=1}^{\ell^{(1)}_{m^{(2)}_{m^{(K-1)}}}} x_{m^{(1)}_{m^{(K-1)}}}\right)\right)\dots\right)\right)} =$$

$$= 1 - \mu_K + \mu_K L(\ell^{(K-1)}) \times$$

$$\times \{ \dots L(\ell^{(K-2)}_{m^{(K-1)}}) \dots \{ \dots \{ \dots L(\ell^{(0)}_{m^{(1)}_{m^{(K-1)}}}) \dots \times$$

$$\times L(\ell^{(0)}_{m^{(1)}_{m^{(K-1)}}}) \dots \} \dots \} \dots \} e^{iu_K y_K \left(\sum_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} y_{m^{(K-1)}} \left(\dots \left(\sum_{m^{(1)}=1}^{\ell^{(1)}_{m^{(2)}_{m^{(K-1)}}}} y_{m^{(1)}_{m^{(K-1)}}} \left(\sum_{m^{(0)}=1}^{n^{(0)}_{m^{(1)}_{m^{(K-1)}}}} q_{m^{(0)}_{m^{(K-1)}}}\right)\right)\dots\right)\right)} =$$

$$= \theta_K(u_K)$$

## Математическое ожидание и дисперсия углепотока на выходе $K$-уровневой неоднородной структуры

Математическое ожидание углепотока на выходе $K$-уровневой структуры связано с его характеристической функцией соотношением

$$M W^{(K)} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial U_K} \theta_K(U_K)\Big|_{U_K=0} ;$$

дисперсия -

$$D W^{(K)} = \frac{1}{i^2} \frac{\partial^2}{\partial U^2} \theta_K(U_K)\Big|_{U_K=0} - M^2 W^{(K)}.$$

Применив операции нахождения математического ожидания и дисперсии к характеристической функции (2.I3), будем иметь

$$M W^{(K)} = \mu_K L(\ell^{(K-1)}) \{ \dots L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}) \{ \dots \{ \dots \{ L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(0)}) \dots$$

$$\dots \} \dots \} \dots \} y_{(K)} \Big( \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} y_{\ell^{(K-1)}} (\dots$$

$$\dots \Big( \sum_{m^{(2)}_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}}=1}^{\ell^{(1)}_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}}} m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)} \; y_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}} \Big( \sum_{m^{(0)}=1}^{\ell^{(0)}_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}}} m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)} \; q_{m^{(0)}_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}}} \Big) \dots \Big) \Big), \qquad (2.I4)$$

дисперсия

$$D W^{(K)} = \mu_K L(\ell^{(K-1)}) \{ \dots L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)} \{ \dots \{ \dots L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(0)}) \dots$$

$$\dots \} \dots \} \dots \} y_K^2 \Big( \sum_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} y_{m^{(K-1)}} (\dots \Big( \sum_{m^{(2)}_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}}=1}^{\ell^{(1)}_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}}} m^{(K-1)} \; y_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}} \times$$

$$\times \Big( \sum_{m^{(0)}=1}^{\ell^{(0)}_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}}} m^{(K-1)} \; q_{m^{(0)}_{m^{(1)}_{m^{(0)}=1}}} \Big) \dots \Big) - M^2 W^{(K)}. \qquad (2.I5)$$

Предположим, что ограничение по пропускной способности элементов всех степеней крупности имеет вид

$$y_{m^{(j)}_{m^{(K-1)}}}(\tau) = h_{m^{(j)}_{m^{(K-1)}}}\left(1 - e^{-\frac{\tau}{h_{m^{(j)}_{m^{(K-1)}}}}}\right), \quad j = K, K-1, \ldots, 1. \qquad (2.16)$$

Математическое ожидание углепотока на выходе $k$-уровневой неоднородной структуры примет вид

$$M\Psi^{(K)} = \mu_K L\left(\ell^{(K-1)}\left\{\ldots L\left(m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}\right)\left\{\ldots\left\{\ldots L\left(m^{(0)}_{m^{(1)}_{m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}}}\right)\ldots\right\}\ldots\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\ldots\right\}\ldots\right\} h^{(K)}\left(1 - e^{-\frac{1}{h_K}\sum_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} y_{m^{(K-1)}}}\right) =$$

$$= \mu_K h^{(K)}\left[1 - L\left(\ell^{(K-1)}\right)\left\{\ldots L\left(m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}\right)\left\{\ldots\left\{\ldots L\left(m^{(0)}_{m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}}\right)\ldots\right.\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\left.\ldots\right\}\ldots\right\}\ldots\right\} \prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} e^{-\frac{1}{h^{(K)}} y_{m^{(K-1)}}}\Bigg] \cong \mu_K h^{(K)} \times$$

$$\times\left[1 - L\left(\ell^{(K-1)}\right)\left\{\ldots L\left(m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}\right)\ldots\left\{\ldots\left\{\ldots L\left(m^{(0)}_{m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}}\right)\ldots\right\}\ldots\right\}\ldots\right\} \times\right.$$

$$\left.\times \prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}}\left(1 - \frac{1}{h^{(K)}} y_{m^{(K-1)}}\right)\right] = \mu_K h^{(K)}\left[1 - L\left(\ell^{(K-1)}\right)\times\right.$$

$$\left.\times \prod_{m_{\ell^{(K-1)}}=1}^{\ell^{(K-1)}} L\left(m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}\right)\left\{\ldots L\left(m^{(K-3)}_{m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}}\right)\ldots\left\{\ldots\left\{\ldots\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\ldots L\left(m^{(0)}_{m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}}\right)\ldots\right\}\ldots\right\}\ldots\right\}\left(1 - \frac{1}{h^{(K)}} y_{m^{(K-1)}}\right)\Bigg] =$$

$$= \mu_K h^{(K)} \Big[ 1 - L\big(\ell^{(K-1)}\big) \prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} \Big( 1 - \frac{1}{h^{(K)}} L\big(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}\big) \times$$

$$\times \Big\{ \dots L\Big(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(K-3)}\Big) \dots \Big\{ \dots \Big\{ \dots L\Big(m_{\vdots\, m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(0)}\Big) \dots \Big\} \dots \Big\} \dots$$

$$\dots \Big\} \Big] = \mu_K h^{(K)} \Big[ 1 - \prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n^{(K-1)}} \big( 1 - \mu_{\ell^{(K-1)}} + \mu_{\ell^{(K-1)}} \times$$

$$\times \Big[ 1 - \frac{1}{h^{(K)}} L\big(\ell_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}\big) \cdot \Big\{ \dots L\Big(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-3)}\Big) \dots \Big\{ \dots \Big\{ \dots$$

$$\dots L\Big(m_{\vdots\, m_{\ell^{(K-2)}}^{(K-3)}\, \ell^{(K-1)}}^{(0)}\Big) \dots \Big\} \dots \Big\} \dots \Big\} y_{\ell^{(K-1)}} \Big] \big) \Big]. \qquad (2.17)$$

Соотношение (2.14) не нарушится, если в него вместо индекса K ввести индекс $\ell^{(K-1)}$:

$$MW_{\ell^{(K-1)}} = \mu_{\ell^{(K-1)}} L\big(\ell_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}\big) \Big\{ \dots L\Big(m_{\ell^{(K-2)}\, \ell^{(K-1)}}^{(K-3)}\Big) \Big\{ \dots \Big\{ \dots$$

$$\dots L\Big(m_{\vdots\, m_{\ell^{(K-2)}}^{(K-3)}\, \ell^{(K-1)}}^{(0)} \dots \Big\} \dots \Big\} \dots \Big\} y_{\ell^{(K-1)}}.$$

Подставив последнее соотношение в выражение (2.17), найдем рекуррентное соотношение, связывающее математическое ожидание углепотоков на выходе элемента крупностью $j = K$ с элементами крупностью $j = K-1$:

$$MW^{(K)} = \mu_K h^{(K)} \Big[ 1 - \prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n^{(K-1)}} \big( 1 - \mu_{\ell^{(K-1)}} + \mu_{\ell^{(K-1)}} \Big[ 1 -$$

$$- \frac{1}{h^{(K)}} \frac{MW_{\ell^{(K-1)}}}{\mu_{\ell^{(K-1)}}} \Big] \big) \Big] = \mu_K h^{(K)} \Big[ 1 - \prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n^{(K-1)}} \big( 1 - \mu_{\ell^{(K-1)}} +$$

$$+ \mu_{\ell^{(K-1)}} - \frac{MW_{\ell^{(K-1)}}}{n^{(K)}} \big) \Big] = \mu_K h^{(K)} \Big[ 1 - \prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n^{(K-1)}} \big( 1 - \frac{MW_{\ell^{(K-1)}}}{h^{(K)}} \big) \Big].$$

Итак,

$$MW^{(K)} = \mu_K h^{(K)} \left[1 - \prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \left(1 - \frac{MW_{\ell^{(K-1)}}}{h_K}\right)\right]. \qquad (2.18)$$

По аналогии с уравнением (2.18) можно записать рекуррентное соотношение для определения математического ожидания углепотока на выходе элемента любой степени крупности:

$$MW^{(j)}_{\ell^{(K-1)}} = \mu^{(j)}_{\ell^{(K-1)}} h_{\ell^{(K-1)}} \times$$

$$\times \left[1 - \prod_{\ell^{(j-1)}=1}^{n_{\ell^{(j-1)}\ell^{(j-2)}\ell^{(K-1)}}} \left(1 - \frac{MW_{\ell^{(j-1)}\ell^{(K-1)}}}{h_{\ell^{(j)}\ell^{(K-1)}}}\right)\right]. \qquad (2.19)$$

Математическое ожидание углепотока на выходе элементов крупностью $j = 0$ можно определить из выражения

$$MW^{(0)}_{\ell^{(K-1)}} = \mu^{(0)}_{\ell^{(K-1)}} g^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}. \qquad (2.20)$$

Перейдем к вычислению дисперсии углепотока на выходе $K$-уровневой неоднородной структуры:

$$DW^{(K)} = \mu_K L(\ell^{(K-1)}) \{ \ldots L(m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}) \{ \ldots \{ \ldots L(m^{(0)}_{m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}}) \ldots$$

$$\ldots \} \ldots \} \ldots \} h_K^2 \left(1 - e^{-\frac{t}{h^{(K)}} \sum_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} y_{m^{(K-1)}}}\right)^2 -$$

$$- M^2 W^{(K)} = \mu_K h^{(K)2} \left[1 - 2L(\ell^{(K-1)}) \{ \ldots L(m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}) \{ \ldots \right.$$

$$\left. \ldots \{ \ldots L(m^{(0)}_{m^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}}) \ldots \} \ldots \} \ldots \} \prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}} \left(1 - \frac{y_{m^{(K-1)}}}{h^{(K)}}\right) +$$

$$+L(\ell^{(K-1)})\{\dots L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)})\{\dots\{\dots\{\dots L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(01)})\dots\}\dots$$

$$\dots\}\dots\}\prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}}\left(1-\frac{y_{m^{(K-1)}}}{h^{(K)}}\right)^2]-$$

$$-M^2W^{(K)}=\mu_K h^{(K)2}[1-2L(\ell^{(K-1)})\prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}}(1-$$

$$-\frac{1}{h^{(K)}}L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)})\{\dots L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(K-3)})\{\dots\{\dots L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(01)})\dots$$

$$\dots\}\dots\}\dots\}y_{m^{(K-1)}}+L(\ell^{(K-1)})\prod_{m^{(K-1)}=1}^{\ell^{(K-1)}}(1-\frac{2}{h^{(K)}}\times$$

$$\times L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)})\{\dots L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(K-3)}\{\dots\{\dots L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(0)})\dots\}\dots$$

$$\dots\}\dots\}y_{m^{(K-1)}}+\frac{1}{h_K^2}L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)})\{\dots L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(K-3)})\{\dots$$

$$\dots\{\dots\{\dots L(m_{m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}}^{(01)})\dots\}\dots\}\dots\}y^2_{m^{(K-1)}})+$$

$$+M^2W^{(K)}=\mu_K h^2(K)[1-2\prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n(K-1)}(1-\mu_{\ell^{(K-1)}}+\mu_{\ell^{(K-1)}}\times$$

$$\times(1-\frac{1}{h^{(K)}}L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)})z_1)+\prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n^{(K-1)}}[1-\mu_{\ell^{(K-1)}}+\mu_{\ell^{(K-1)}}\times$$

$$\times(1-\frac{2}{h^{(K)}}L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}z_1+\frac{1}{h_K^2}L(m_{\ell^{(K-1)}}^{(K-2)}z_2))]-M^2W^{(K)}. \quad (2.2I)$$

Здесь

$$L\left(m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}\right) Z_1 = L\left(m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}\right)\{\dots L\left(m^{(K-3)}_{m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}}\right)\{\dots\{\dots\{\dots$$

$$\dots L\left(m^{(0)}_{\vdots\ m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}}\right)\dots\}\dots\}\dots\}\dots\}\,y_{m^{(K-1)}} = \frac{MW^{(K-1)}}{\mu_{\ell(K-1)}};$$

$$L\left(m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}\right) Z_2 = L\left(m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}\right)\{\dots L\left(m^{(K-3)}_{m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}}\right)\{\dots\{\dots$$

$$\dots L\left(m^{(0)}_{\vdots\ m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}}\right)\dots\}\dots\}\dots\}\,y^2_{m^{(K-1)}}.$$

Для получения окончательного результата заменим в соотношении (2.I5) индекс $K$ на $\ell_{(K-1)}$. Тогда

$$DW_{\ell(K-1)} = \mu_{\ell(K-1)} L\left(m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}\right) Z_2 - M^2 W_{\ell(K-1)}.$$

Откуда

$$L\left(m^{(K-2)}_{\ell(K-1)}\right) Z_2 = \frac{1}{\mu_{\ell(K-1)}}\left[DW_{\ell(K-1)} + M^2 W_{\ell(K-1)}\right].$$

С учетом выражений для определения $Z_1$ и $Z_2$ будем иметь

$$DW^{(K)} = \mu_K h^{(K)2}\Big[1 - 2\prod_{\ell(K-1)=1}^{n_{K-1}}\Big(1 - \mu_{\ell(K-1)} + \mu_{\ell(K-1)} -$$

$$- \frac{MW_{\ell(K-1)}}{h^{(K)}}\Big) + \prod_{\ell(K-1)=1}^{n_{K-1}}\Big(1 - \mu_{\ell(K-1)} + \mu_{\ell(K-1)} - 2\,\frac{MW_{\ell(K-1)}}{h^{(K)}} +$$

$$+ \frac{DW_{\ell(K-1)}}{h^{(K)2}} + \frac{M^2 W_{\ell(K-1)}}{h^{(K)2}}\Big)\Big] - M^2 W^{(K)} = \mu_K h^{(K)\,2}_{\times}$$

$$\times\Big[1-2\prod_{\ell=1}^{n_{k-1}}\Big(1-\frac{MW_{\ell}^{(k-1)}}{h^{(k)}}\Big)+\prod_{\ell^{(k-1)}=1}^{n_{k-1}}\Big(\Big(1-\frac{MW_{\ell}^{(k-1)}}{h^{(k)}}\Big)^2+$$

$$+\frac{DW_{\ell}^{(k-1)}}{h_k^2}\Big)\Big]-M^2W^{(k)}. \qquad (2.22)$$

По аналогии с выражением (2.22) можно записать рекуррентное соотношение для определения дисперсии углепотока на выходе элемента крупностью $j$.

$$DW_{\ell^{(j)}}^{(k-1)} = \mu_{\ell^{(j)}}^{(k-1)}\, h_{\ell^{(j)}}^{2(k-1)}\Big[1-2\prod_{\ell^{(j-1)}=1}^{n_{\ell^{(j)}}^{(j-1)}}\Big(1-\frac{MW_{\ell^{(j-1)}}^{(k-1)}}{h_{\ell^{(j)}}^{(k-1)}}\Big)+\prod_{\ell^{(j-1)}=1}^{n_{\ell^{(j)}}^{(j-1)}}\Big(\Big(1-\frac{MW_{\ell^{(j-1)}}^{(k-1)}}{h_{\ell^{(j)}}^{(k-1)}}\Big)^2+$$

$$+\frac{DW_{\ell^{(j-1)}}^{(k-1)}}{h_{\ell^{(j)}}^{2(k-1)}}\Big)\Big]-M^2W_{\ell^{(j)}}^{(k-1)}. \qquad (2.23)$$

Дисперсия углепотока на выходе элементов крупностью $j = I$ определяется из соотношения

$$DW_{\ell^{(1)}}^{(k-1)} = \mu_{\ell^{(1)}}^{(k-1)}\, h_{\ell^{(1)}}^{2(k-1)}\Big\{1-2\prod_{\ell^{(0)}=1}^{n_{\ell^{(0)}}}\Big(1-$$

$$-\mu_{\ell^{(0)}}^{(k-1)}+\mu_{\ell^{(0)}}^{(k-1)}\,e^{-\frac{q_{\ell^{(0)}}}{n_{\ell^{(1)}}}}\Big)+\prod_{\ell^{(0)}=1}^{n_{\ell^{(0)}}}\Big(1-\mu_{\ell^{(0)}}^{(k-1)}+$$

$$+\mu_{\ell^{(0)}}^{(k-1)}\,e^{-\frac{2q_{\ell^{(0)}}}{n_{\ell^{(1)}}}}\Big)\Big\}-M^2W_{\ell^{(1)}}^{(k-1)}; \qquad (2.24)$$

математическое ожидание - из выражения

$$MW_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}} = \mu_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}} h\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}} \Big[1 - \prod_{\ell^{(1)}=1}^{n_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}}} \ell^{(K-1)} \Big(1 - \mu_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} +$$

$$+ \mu_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} e^{-q_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} h_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}}} \Big)\Big]. \qquad (2.25)$$

Рассмотрим не исследованный ранее случай K-уровневых однородных структур без ограничений по пропускной способности в элементах. Для этой цели необходимо в соотношениях, определяющих математическое ожидание и дисперсию, перейти к пределам в такой последовательности: от элементов более высоких степеней крупности к меньшим:

$$\underset{h^{(K)} \to \infty}{MW^{(K)}} = \mu_K \lim_{x \to 0} \frac{1 - \prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} (1 - x MW_{\ell^{(K-1)}})}{x} =$$

$$= \mu_{K^{(-1)}} \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} (-1) MW_{\ell^{(K-1)}} = \mu_K \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} MW_{\ell^{(K-1)}}.$$

По индукции с учетом того, что все пропускные способности стремятся к бесконечностям, получим

$$MW^{(K)} = \mu_K \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \mu_{\ell^{(K-1)}} \sum_{\ell^{(K-1)}_{\ell^{(K-1)}}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}}} \sum_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}=1}^{n_{\ell^{(0)}}} \mu_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} \times$$

$$\times q_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}}. \qquad (2.26)$$

$$DW^{(K)} = \mu_K \lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}\Big[1 - 2\prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{(K-1)}} (1 - xMW_{\ell^{(K-1)}}) +$$

$$+ \prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \left((1 - xMW_{\ell^{(K-1)}})^2 + x^2 DW_{\ell^{(K-1)}}\right)\Big] - \lim_{h^{(K)}\to\infty} M^2 W^{(K)} =$$

$$= \mu_K \lim_{x\to 0} \frac{1}{2x}\Big[-2\prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} (1 - xMW_{\ell^{(K-1)}}) \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \frac{-MW_{\ell^{(K-1)}}}{1 - xMW_{\ell^{(K-1)}}} +$$

$$+ \prod_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \left((1 - xMW_{\ell^{(K-1)}})^2 + x^2 DW_{\ell^{(K-1)}}\right) \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \times$$

$$\times \frac{2(1 - xMW_{\ell^{(K-1)}})(-1)MW_{\ell^{(K-1)}} + 2xDW_{\ell^{(K-1)}}}{\left(1 - xMW_{\ell^{(K-1)}}\right)^2 + x^2 DW_{\ell^{(K-1)}}}\Big] -$$

$$- \left(\lim_{h^{(K)}\to\infty} MW^{(K)}\right)^2 = \mu_K \Big[-\Big(\sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} MW_{\ell^{(K-1)}}\Big)^2 +$$

$$+ \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} M^2 W_{\ell^{(K-1)}} + 2\Big(\sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} MW_{\ell^{(K-1)}}\Big)^2 + \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \left(M^2 W_{\ell^{(K-1)}} +\right.$$

$$\left. + DW_{\ell^{(K-1)}} + M^2 W_{\ell^{(K-1)}}(-2)\right)\Big] - \left(\lim_{h^{(K)}\to\infty} MW^{(K)}\right)^2 = \mu_K \times$$

$$\times \Big[\Big(\sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} MW_{\ell^{(K-1)}}\Big)^2 + \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} DW_{\ell^{(K-1)}}\Big] - \mu_K^2 \times$$

$$\times \Big(\sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} MW_{\ell^{(K-1)}}\Big)^2 = \mu_K (1 - \mu_K)\Big(\sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} MW_{\ell^{(K-1)}}\Big)^2 +$$

$$+ \mu_K \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} DW_{\ell^{(K-1)}}.$$

Применив метод индукции к выражению (2.26), получим рекуррентное соотношение для определения дисперсии углепотока на выходе элемента крупностью $j$ :

$$DW_{\ell^{(K-1)}_{(j)}} = \mu_{\ell^{(K-1)}_{(j)}} (1-\mu_{\ell^{(K-1)}_{(j)}}) \Big( \sum_{\ell^{(K-1)}_{(j-1)}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}_{(j)}}} MW_{\ell^{(K-1)}_{(j-1)}} \Big)^2 +$$

$$+ \mu_{\ell^{(K-1)}_{(j)}} \sum_{\ell^{(K-1)}_{(j-1)}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}_{(j)}}} DW_{\ell^{(K-1)}_{(j-1)}} \qquad (2.27)$$

Используя рекуррентное соотношение (2.27), можно определить дисперсию углепотока на выходе $K$-уровневой структуры:

$$DW^{(K)} = \mu_K (1-\mu_K) \Big( \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} MW_{\ell^{(K-1)}} \Big)^2 + \mu_K \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \mu_{\ell^{(K-1)}} (1-$$

$$\mu_{\ell^{(K-1)}}) \Big( \sum_{\ell^{(K-2)}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}}} MW_{\ell^{(K-2)}_{\ell^{(K-1)}}} \Big)^2 + \ldots + \mu_K \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \mu_{\ell^{(K-1)}} (1-$$

$$- \mu_{\ell^{(K-1)}}) \sum_{\ell^{(K-2)}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}}} \cdots \sum_{\ell^{(0)}=1}^{n_{\ell^{(2)}}} \mu_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} (1-\mu_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}}) \times$$

$$\times \Big( \sum_{\ell^{(0)}=1}^{n_{\ell^{(1)}}} MW_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} \Big)^2 + \mu_K \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \mu_{\ell^{(K-1)}} \sum_{\ell^{(K-1)}_{(K-1)}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}}} \cdots$$

$$\cdots \sum_{\ell^{(0)}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}}} DW_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} , \qquad (2.28)$$

где

$$\left.\begin{aligned} MW_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}} &= \mu_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}}\, q_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}} \\ DW_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}} &= \mu_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}}\,(1-\mu_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}})\, q_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}} \end{aligned}\right\} \quad (2.29)$$

Соотношения (2.26) и (2.28) в случае однородных $K$-уровневых структур должны полностью соответствовать ранее полученным соотношениям для данного случая. Действительно, приняв коэффициенты готовности и число ответвлений в элементах одного уровня одинаковыми, получим

$$MW^{(K)} = \mu_K \mu_{K-1} n_{K-1} \mu_{K-2} n_{K-2} \cdots \mu_1 n_1 \mu_0 n_0 q = \mu_K \cdots$$

$$\cdots \mu_0 n_{K-1} \cdots n_0 q = \mu^{(0)} n q .$$

Дисперсию в данном случае можно представить

$$DW^{(K)} = \mu_K (1-\mu_K)(n_{K-1} MW^{(K-1)})^2 + \mu_K n_{K-1} \mu_{K-1} (1-\mu_{K-1}) \times$$

$$\times (n_{K-2} MW^{(K-2)})^2 + \ldots + \mu_K n_{K-1} \mu_{K-1} (1-\mu_{K-1}) \ldots n_1 \mu_1 (1-$$

$$-\mu_1)(n_0 MW^{(0)})^2 + \mu_K n_{K-1} \mu_{K-1} \ldots n_0 DW^{(0)} = \mu_K (1-\mu_K) \times$$

$$\times (n_{K-1} n_{K-2} \cdots n_0 \mu_{K-1} \cdots \mu_0 q)^2 + \mu_K \mu_{K-1} (1-\mu_{K-1}) n_{K-1} \times$$

$$\times (n_{K-2} \cdots n_0 \mu_{K-2} \cdots \mu_0 q)^2 + \ldots + \mu_K \cdots \mu_1 (1-\mu_1) n_{K-1} \cdots n_1 \times$$

$$\times (n_0 \mu_0 q)^2 + \mu_K \cdots \mu_0 (1-\mu_0) n_{K-1} \cdots n_0 q^2 = \mu_K \cdots \mu_0 n_{K-1} \cdots$$

$$\dots \pi_0 q^2 [(1-\mu_K)\mu_{K-1}\dots\mu_0\pi_{K-1}\dots\pi_0 + (1-\mu_{K-1})\mu_{K-2}\dots\mu_0 \times$$

$$\times \pi_{K-2}\dots\pi_0 + \dots + (1-\mu_1)\mu_0\pi_0 + 1-\mu_0] =$$

$$= \pi\mu(0)^2 q^2 [(\frac{1}{\mu(K)} - 1)\pi_0\dots\pi_{K-1} + (\frac{1}{\mu(K-1)} - \frac{1}{\mu(K)})\pi_{K-2}\dots$$

$$\pi_0 + \dots + (\frac{1}{\mu(1)} - \frac{1}{\mu(2)})\pi_0 + (\frac{1}{\mu(0)} - \frac{1}{\mu(1)})] = \pi\mu(0)^2 q^2 [(\frac{1}{\mu(K)} -$$

$$- 1)\pi_0\dots\pi_{K-1} - \frac{1}{\mu(K)}\pi_{K-2}\dots\pi_0 + \frac{1}{\mu(K-1)}\pi_{K-2}\dots\pi_0 + (\frac{1}{\mu(K-2)} -$$

$$- \frac{1}{\mu(K-1)})\pi_{K-3}\dots\pi_0 + \dots + (\frac{1}{\mu(1)} - \frac{1}{\mu(2)})\pi_0 + \frac{1}{\mu(0)} - \frac{1}{\mu(1)}] = \pi\mu(0)^2 q^2 \times$$

$$\times [(\frac{1}{\mu(K)} - 1)\pi_{K-1}\dots\pi_0 - (\frac{1}{\mu(K)} - 1)\pi_{K-2}\dots\pi_0 - \pi_{K-2}\dots\pi_0 +$$

$$+ \frac{1}{\mu(K-1)}\pi_{K-2}\dots\pi_0 + (\frac{1}{\mu(K-2)} - \frac{1}{\mu(K-1)})\pi_{K-3}\dots\pi_0 + \dots +$$

$$+ (\frac{1}{\mu(1)} - \frac{1}{\mu(2)})\pi_0 + \frac{1}{\mu(0)} - \frac{1}{\mu(1)}] = \pi\mu(0)^2 q^2 [(\frac{1}{\mu(K)} - 1) \times$$

$$\times (\pi_{K-1} - 1)\pi_{K-2}\dots\pi_0 + (\frac{1}{\mu(K-1)} - 1)\pi_{K-2}\dots\pi_0 + (\frac{1}{\mu(K-2)} -$$

$$- \frac{1}{\mu(K-1)})\pi_{K-3}\dots\pi_0 + \dots + (\frac{1}{\mu(1)} - \frac{1}{\mu(2)})\pi_0 + \frac{1}{\mu(0)} - \frac{1}{\mu(1)}] =$$

$$= \pi\mu(0)^2 q^2 [(\frac{1}{\mu(K)} - 1)(\pi_{K-1} - 1)\pi_{K-2}\dots\pi_0 + \dots + (\frac{1}{\mu(1)} - 1) \times$$

$$\times (\pi_0 - 1) + \frac{1}{\mu(0)} - 1] = \pi\mu(0) q^2 \sum_{S=0}^{K} (\frac{1}{\mu(S)} - 1)(\pi_{S-1} - 1)\prod_{\ell=0}^{S-2}\pi_\ell .$$

## 3. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ

### 3.I. Критерий надежности технологической схемы

Вопросы выбора критерия, по которому следует оценивать уровень надежности технологической схемы, уже частично рассматривались ранее. Было показано, что наиболее представительным среди всех предложенных критериев является критерий надежности $N$, т.е. вероятность события, когда фактическая производительность труда рабочего $П$ и себестоимость I т угля $C$ будут выше, чем соответствующие им плановые значения $a$ и $b$:

$$N = P\{П > a,\ C < b\}. \qquad (3.I)$$

Установлено, что критерий надежности является наиболее предпочтительным и при постановке задачи оценки надежности технологической схемы угольной шахты в целом. Перечислим основные преимущества данного критерия (см. выражение (3.I)).

I. Критерий надежности одновременно учитывает как требуемую производительность труда, так и требуемую себестоимость. Это значительно упрощает решение большого числа задач по отысканию оптимальных характеристик отдельных технологических подсистем. В качестве примера можно привести решение задачи поиска оптимального коэффициента готовности $\mu$ любого технологического звена. Увеличение коэффициента готовности $\mu$ при незначительных дополнительных затратах будет резко повышать вероятность $П > a$, незначительно ослабляя вероятность выполнения неравенства $C < b$. Поэтому надежность $N$ как вероятность совместного выполнения двух неравенств будет возрастать. Однако дальнейшее увеличение значения коэффициента готовности $\mu$ (по мере приближения его к единице) приведет к резкому возрастанию дополнительных затрат. При этом объем добываемого угля будет увеличиваться все медленнее вследствие появления других "узких" мест, а общая надежность $N$ начнет снижаться. Отсюда следует, что существует оптимальное значение коэффициента готовности $\mu$, при котором возможно максимальное значение уровня надежности $N$. Коэффициент готовности $\mu$ можно определить применив операции дифференцирования к выражению (3.I), что резко упрощает решение задачи. Аналогично, путем отыскания абсолютного максимума критерия надежности $N$, могут быть решены и все остальные задачи конструирования оптимальной технологической схемы.

2. Критерий надежности органически увязывает объективные возможности конкретных технологических схем шахт с плановыми технико-экономическими показателями. Необходимость увязки конкретных задач надежности с плановой социалистической экономикой подчеркивается всеми ведущими советскими учеными в области теории надежности.

3. Критерий надежности позволяет решить чрезвычайно актуальную практическую проблему в области горной технологии - нахождение технологической схемы шахты будущего. Исходя из критерия надежности обеспечивается максимальная вероятность того, что шахта с технологической схемой, удовлетворяющей критерию оптимальности, в действительности будет иметь технико-экономические показатели по производительности труда и себестоимости угля лучше перспективных значений $a$ и $b$ на ближайшее десятилетие.

4. Критерий надежности формально является совместным распределением вероятностей двух случайных величин $П$ и $C$. В силу этого данный критерий является наиболее полной вероятностной характеристикой работы шахты как элемента в более крупном технологическом объединении.

5. В критерий надежности помимо усредненных характеристик работы (математического ожидания объема добываемого угля, затрат) входят их дисперсионные характеристики (дисперсия объема добычи и дисперсия затрат), что позволяет обеспечить при решении задач проектирования по критерию оптимальности необходимые стабильность и устойчивость работы шахты.

## 3.2. Математический аппарат оценки надежности технологических схем действующих угольных шахт

Приведенное в предыдущих разделах вероятностное описание углепотоков на выходе $K$ -уровневых неоднородных технологических структур, состоящих из ненадежных элементов с ограниченной пропускной способностью, позволяет разработать метод оценки надежности технологической схемы действующей шахты.

Производительность труда рабочего по шахте за время $t$ определяется из выражения

$$П = \frac{A(t)}{W(t)}, \qquad (3.2)$$

где $A(t)$- объем добытого угля за время $t$ по шахте, т;
$W(t)$- списочный штат рабочих по шахте.

Себестоимость I т угля $C$ (руб/т), добытого за время $t$ ,равна

$$C = \frac{K(t)}{A(t)}, \qquad (3.3)$$

где $K(t)$ - денежные затраты по шахте за время $t$ , руб.

Затраты по каждому технологическому элементу с порядковым индексом $\ell^{(j)}_{\ell^{(j-1)}\cdots\ell^{(k-1)}}$ можно разложить на сумму затрат, пропорциональных времени $t$ (условно постоянные затраты),

$$t K^{t}_{\ell^{(j)}_{\ell^{(j-1)}\cdots\ell^{(k-1)}}}$$

и затраты, пропорциональные объему угля $A_{\ell^{(j)}_{\ell^{(j-1)}\cdots\ell^{(k-1)}}}$ , прошедшему через данный технологический элемент:

$$K^{A}_{\ell^{(j)}_{\ell^{(j-1)}\cdots\ell^{(k-1)}}} \qquad A_{\ell^{(j)}_{\ell^{(j-1)}\cdots\ell^{(k-1)}}} .$$

Тогда затраты по $K$ -уровневой неоднородной технологической структуре можно представить как затраты по технологическому элементу уровня $j = K$ плюс сумма затрат по всем $(K-I)$-уровневым структурам, относящимся к элементу уровня $j = K$ :

$$K_K = t K^{t}_K + A_K K^{A}_K + \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} K_{\ell^{(K-1)}} . \qquad (3.4)$$

Соотношение (3.4) по существу является рекуррентным при подсчете затрат. Заменив в нем индекс $K$ на $\ell^{(k-1)}$ , а индекс $\ell^{(k-1)}$ на $\ell^{(k-2)}_{\ell^{(k-1)}}$, определим $K_{\ell^{(k-1)}}$ (руб.):

$$K_{\ell^{(k-1)}} = t K^{t}_{\ell^{(k-1)}} + A_{\ell^{(k-1)}} K^{A}_{\ell^{(k-1)}} + \sum_{\ell^{(k-2)}=1}^{n_{\ell^{(k-1)}}} K_{\ell^{(k-2)}_{\ell^{(k-1)}}} . \qquad (3.5)$$

Заменив в последнем уравнении $\ell^{(k-1)}$ на $\ell^{(k-2)}_{\ell^{(k-1)}}$ , а $\ell^{(k-2)}_{\ell^{(k-1)}}$ на $\ell^{(k-3)}_{\ell^{(k-2)}_{\ell^{(k-1)}}}$ , будем иметь

$$K_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}} = tK^{t}_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}} + A_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}} K^{A}_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}} + \sum_{\ell^{(\kappa-3)}_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}}=1}^{n_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}}} K_{\ell^{(\kappa-3)}\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}} .$$

Затраты по элементам крупностью $j = 0$ составят

$$K_{\ell^{(0)}\ell^{(\kappa-1)}} = tK_{\ell^{(0)}\ell^{(\kappa-1)}} + A_{\ell^{(0)}\ell^{(\kappa-1)}} K^{A}_{\ell^{(0)}\ell^{(\kappa-1)}} .$$

Выразив все полученные зависимости одни через другие, будем иметь

$$K_{\kappa} = tK^{t}_{\kappa} + A_{\kappa} K^{A}_{\kappa} + \sum_{\ell^{(\kappa-1)}=1}^{n_{\kappa-1}} \{ tK^{t}_{\ell^{(\kappa-1)}} + A_{\ell^{(\kappa-1)}} K^{A}_{\ell^{(\kappa-1)}} +$$

$$+ \sum_{\ell^{(\kappa-2)}_{\ell^{(\kappa-1)}}=1}^{n_{\ell^{(\kappa-1)}}} \{ tK^{t}_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}} + A_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}} K^{A}_{\ell^{(\kappa-2)}\ell^{(\kappa-1)}} + \{ \ldots \{ tK^{t}_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}} +$$

$$+ A_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}} K^{A}_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}} + \sum_{\ell^{(j+1)}_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}}=1}^{n_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}}} \{ \ldots \{ tK^{t}_{\ell^{(0)}\ell^{(\kappa-1)}} +$$

$$+ A_{\ell^{(0)}\ell^{(\kappa-1)}} K^{A}_{\ell^{(0)}\ell^{(\kappa-1)}} \}\ldots\}\ldots\}\ldots\}\ldots\} . \qquad (3.6)$$

Последовательно внося предыдущие слагаемые под знак последующих сумм и учитывая, что

$$K^{t}_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}} = \sum_{\ell^{(j-1)}_{\ell^{(\kappa-1)}}=1}^{n_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}}} \frac{K^{t}_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}}}{n_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}}} , \qquad (3.7)$$

а

$$A_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}} = \sum_{\ell^{(j-1)}_{\ell^{(\kappa-1)}}=1}^{n_{\ell^{(j)}\ell^{(\kappa-1)}}} A_{\ell^{(j-1)}\ell^{(\kappa-1)}} , \qquad (3.8)$$

получим

$$K_K = \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \sum_{\ell^{(K-2)}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}}} \dots \sum_{\ell^{(j-1)}_{\ell^{(K-1)}}=1}^{n_{\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}}} \dots \sum_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}=1}^{n_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}}} \Big\{ t\,(K^{t}_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} +$$

$$+ \frac{K^{t}_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}}}{n_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}}} + \dots + \frac{K^{t}_{\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}}}{n_{\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}} \dots n_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}}} + \dots +$$

$$+ \frac{K^{t}_{K}}{n_{K-1}\, n_{\ell^{(K-1)}} \dots n_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}}} \Big) + \Big(K^{A}_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} + K^{A}_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}} + \dots + K^{A}_{\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}} +$$

$$+ \dots + K^{A}_{K}\Big) A_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} \Big\}. \qquad (3.9)$$

Здесь $n_{\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}}$ обозначает число элементов крупностью $j-1$, относящихся к элементу крупностью $j$ с порядковым индексом $\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}$.

Выражение (3.9) символически (с целью сокращения записи) в дальнейшем будем записывать в следующем виде:

$$K_K = \sum_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}=1}^{n} \Big( \sum_{j=0}^{K} \frac{t\,K^{t}_{\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}}}{n_{\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}} \dots n_{\ell^{(1)}_{\ell^{(K-1)}}}} + A_{\ell^{(0)}_{\ell^{(K-1)}}} \sum_{j=0}^{K} K^{A}_{\ell^{(j)}_{\ell^{(K-1)}}} \Big). \qquad (3.10)$$

Как показывает анализ стоимостных затрат, стоимостные коэффициенты затрат, пропорциональных добыче, по элементам уровня $j = 0$ мало отличаются друг от друга; стоимостные коэффициенты

затрат, пропорциональных добыче, по элементам промежуточных уровней $j = 1,2,\ldots K-1$ малы по сравнению с

$$K^{A}_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}} \quad \text{и} \quad K^{A}_{K},$$

поэтому их колебаниями можно пренебречь. В связи с этим в выражениях (3.9) и (3.10) порядковые индексы при стоимостных коэффициентах затрат

$$K^{A}_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}$$

можно опустить. Но тогда выражение (3.10) примет вид

$$K_K = \sum_{\substack{\ell^{(0)}=1 \\ \ell^{(K-1)}}}^{n} \sum_{j=0}^{K} \frac{t K^{t}_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}}{n_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}} \ldots n_{\ell^{(1)}\ldots\ell^{(K-1)}}} + A_K \sum_{j=0}^{K} K^{A}_{j}. \qquad (3.11)$$

В выражении (3.11) по сравнению с формулами (3.9) и (3.10) вместо $n$ случайных величин $A_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}}$ фигурирует только одна величина $A^{(0)}_{\ell\ldots\ell^{(K-1)}}$ – случайный объем угля, добываемого шахтой за время $t$.

Обозначим через

$$\alpha = \sum_{\substack{\ell^{(0)}=1 \\ \ell^{(K-1)}}}^{n_\ell} \sum_{j=0}^{K} \frac{K^{t}_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}}{n_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}} \ldots n_{\ell^{(1)}\ldots\ell^{(K-1)}}}, \qquad (3.12)$$

тогда выражение (3.11) примет вид

$$K_K = \alpha t + A_K \sum_{j=0}^{K} K^{A}_{j}. \qquad (3.13)$$

Перейдем теперь к нахождению функции надежности (см. формулу (3.2)). С учетом выражений (3.3)-(3.5) будем иметь

$$N = P\left\{ \frac{A_K}{Wt} > a, \quad \frac{\alpha t + A_K \sum_{j=0}^{K} K_j^A}{A_K} < b \right\};$$

$$N = P\left\{ A_K > aWt, \; A_K > \frac{\alpha t}{b - \sum_{j=0}^{K} K_j^A} \right\}.$$

Далее будем рассматривать случай, когда $b > \sum_{j=0}^{K} K_j^A$, так как в противном случае $N = 0$; фактическая себестоимость $C$ не может быть меньше величины $b$, поскольку только расходы по переменным затратам уже превышают допустимое значение:

где
$$\left.\begin{aligned} N &= P\{A_K > Z\}, \\ Z &= \max\left(aWt, \frac{\alpha t}{b - \sum_{j=0}^{K} K_j^A}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (3.14)$$

Тогда
$$N = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{Z - MA_K}{\sqrt{DA_K}}\right). \qquad (3.15)$$

Здесь $Z$ определяется из соотношения (3.14);

$MA_K$ – математическое ожидание объема добычи по шахте с К-уровневой неоднородной технологической структурой за время $t$, т;

$DA_K$ – дисперсия объема добычи по шахте с К-уровневой неоднородной технологической структурой за время $t$.

Соотношения для определения $MA_K$ и $DA_K$ являются линейными функциями времени и связаны со статистическими характеристиками общешахтного углепотока зависимостями

$$\left.\begin{aligned} MA_K &= tMW^{(K)}, \\ DA_K &= 2t a_K DW^{(K)}, \end{aligned}\right\} \qquad (3.16)$$

где $a_к$ – время корреляции, мин;

$M\omega^{(к)}$ и $D\omega^{(к)}$ – соответственно математическое ожидание и дисперсия углепотока на выходе $к$-уровневой технологической структуры.

Поскольку любая действующая угольная шахта имеет неоднородную технологическую структуру, величины $M\omega^{(к)}$ и $D\omega^{(к)}$ рассчитываются по формулам (2.18) и (2.22).

Как следует из выражения (3.14), для определения надежности $N$ необходимо располагать распределением вероятностей возможного объема добычи угля по шахте за время $t$. Исследования формирования углепотоков в очистных забоях показывают, что потоки добываемого угля в очистных забоях можно рассматривать как потоки слабо зависимых отдельных порций добытого угля (15–30 т). Тогда объем добываемого угля в каждом очистном забое за достаточно большой промежуток времени (сутки, неделю, месяц) можно рассматривать как сумму большого числа одинаково распределенных слагаемых, слабо взаимосвязанных между собой. В этих условиях, согласно центральной предельной теореме, общая сумма добытого угля в каждом очистном забое будет иметь асимптотически нормальное распределение вероятностей. Тогда общий объем добываемого угля в целом по шахте как сумма нормально распределенных слагаемых также будет иметь нормальное распределение вероятностей.

Отсюда

$$N = P\{A_к > Z\} = 1 - P\{A_к < Z\} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi DA_к}} \times$$

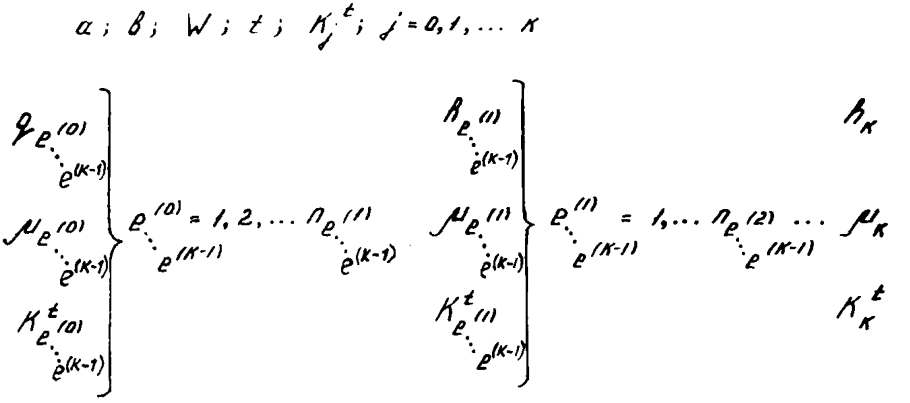
$$\times \int_{-\infty}^{Z} e^{-\frac{(x - MA_к)^2}{2DA_к}} dx = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Z} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - MA_к}{\sqrt{DA_к}}\right)^2} d\left(\frac{x - MA_к}{\sqrt{DA_к}}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{Z - MA_к}{\sqrt{DA_к}}} e^{-\frac{t^2}{2}} dx = 1 - \int_{-\infty}^{0} - \int_{0}^{\frac{Z - MA_к}{\sqrt{DA_к}}} = 1 - 0{,}5 - \Phi\left(\frac{Z - MA_к}{\sqrt{DA_к}}\right).$$

### 3.3. Алгоритмы оценки надежности технологической схемы

На основе полученных результатов (см. разделы I и 2) можно составить общий алгоритм оценки надежности технологической схемы. Если шахта действующая, то технологическая структура является неоднородной. Если шахта находится на стадии проектирования, то можно считать исходные характеристики всех очистных забоев и прочих технологических элементов одинаковой степени крупности одинаковыми и, следовательно, технологическую структуру шахты однородной.

Общий вид алгоритма оценки надежности технологической схемы действующей угольной шахты представлен следующим образом.



$$MW_{e^{(0)}_{e^{(K-1)}}} = \mu_{e^{(0)}_{e^{(K-1)}}} \, q_{e^{(0)}_{e^{(K-1)}}} ;$$

$$DW_{e^{(0)}_{e^{(K-1)}}} = \mu_{e^{(0)}_{e^{(K-1)}}} \left(1 - \mu_{e^{(0)}_{e^{(K-1)}}}\right) q^2_{e^{(0)}_{e^{(K-1)}}} ;$$

$$MW_{e^{(j)}_{e^{(K-1)}}} = \mu_{e^{(j)}_{e^{(K-1)}}} \, h_{e^{(j)}_{e^{(K-1)}}} \left[1 - \prod_{e^{(j-1)}=1}^{n_{e^{(j)}_{e^{(K-1)}}}} \left(1 - \frac{MW_{e^{(j-1)}_{e^{(K-1)}}}}{h_{e^{(j)}_{e^{(K-1)}}}}\right)\right];$$

$$MA_K = t\,MW^{(K)} \qquad DA_K = t\,\sigma_K 2\ DW^{(K)}$$

$$\mathcal{L} = \sum_{\ell^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \sum_{\ell^{(K-2)}=1}^{n_{\ell^{(K-1)}}} \cdots \sum_{\ell^{(1)}=1}^{n_{\ell^{(2)}\ldots\ell^{(K-1)}}} \sum_{\ell^{(0)}=1}^{n_{\ell^{(1)}\ldots\ell^{(K-1)}}} \left\{ K^{t}_{\ell^{(0)}\ldots\ell^{(K-1)}} + \right.$$

$$\left. \frac{K^{t}_{\ell^{(1)}\ldots\ell^{(K-1)}}}{n_{\ell^{(1)}\ldots\ell^{(K-1)}}} + \cdots + \frac{K^{t}_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}}{n_{\ell^{(j)}}\ldots n_{\ell^{(1)}\ldots\ell^{(K-1)}}} + \frac{K^{t}_{K}}{n_{K-1}\, n_{\ell^{(K-1)}}\ldots n_{\ell^{(1)}\ldots\ell^{(K-1)}}} \right\}$$

$$z = max\left\{ aWt,\ \frac{\mathcal{L}t}{b - \sum_{j=0}^{K} K_j^{A}} \right\}$$

$$N = \begin{cases} 0{,}5 - \Phi\left(\dfrac{z - MA_K}{\sqrt{DA_K}}\right), & при \quad b > \sum_{j=0}^{K} K_j^{A} \\ 0, & при \quad b \le \sum_{j=0}^{K} K_j^{A} \end{cases}$$

$$DW_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}} = \mu_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}\ h^{2}_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}} \left[ 1 - 2 \prod_{\ell^{(j-1)}=1}^{n_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}} \left(1 - \frac{MW_{\ell^{(j-1)}\ldots\ell^{(K-1)}}}{h_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}}\right) + \right.$$

$$\left. + \prod_{\ell^{(j-1)}=1}^{n_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}} \left( \left(1 - \frac{MW_{\ell^{(j-1)}\ldots\ell^{(K-1)}}}{h_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}}\right)^{2} + \frac{DW_{\ell^{(j-1)}\ldots\ell^{(K-1)}}}{h^{2}_{\ell^{(j-1)}\ldots\ell^{(K-1)}}} \right) \right] - M^{2}W_{\ell^{(j)}\ldots\ell^{(K-1)}}$$

. . . . . .

$$MW^{(K)} = \mu_K h_K \left[1 - \prod_{e^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \left(1 - \frac{MW_{e^{(K-1)}}}{h_K}\right)^2\right]$$

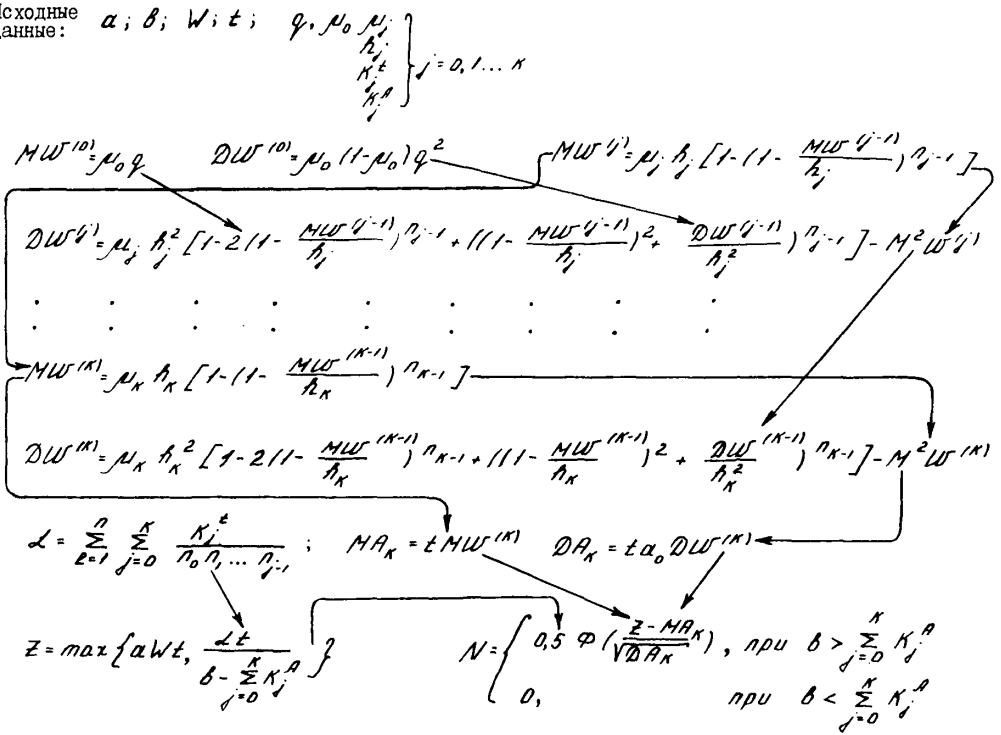
$$DW^{(K)} = \mu_K h_K^2 \left[1 - 2\prod_{e^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \left(1 - \frac{MW_{e^{(K-1)}}}{h_K}\right) + \right.$$

$$\left. \prod_{e^{(K-1)}=1}^{n_{K-1}} \left(\left(1 - \frac{MW_{e^{(K-1)}}}{h_K}\right)^2 + \frac{DW_{e^{(K-1)}}}{h_K^2}\right)\right] - M^2 W^{(K)}$$

В верхней части алгоритма приведен весь необходимый перечень исходных данных, где $\alpha$ – плановая производительность, т/чел.мин; $b$ – себестоимость угля, руб/т; $w$ – списочный состав рабочих по шахте, чел.; $t$ – время планирования, мин. Время планирования включает в себя только рабочее время: если $t$ составляет один месяц (23 рабочих дня) при двух рабочих сменах по 420 мин, то $t$ = = 23·2·420 = 19320 мин.

Для каждого технологического элемента шахтной структуры должны быть известны коэффициент готовности, производительность или пропускная способность, стоимостные коэффициенты затрат, прямо пропорциональных времени и объему добычи.

При оценке надежности технологической схемы шахты на этапе проектирования ввиду однородности структуры алгоритм существенно упрощается. В этом случае в качестве исходных данных необходимо знать значения коэффициентов готовности, производительности или пропускной способности, стоимостных коэффициентов затрат, пропорциональных времени и объему добычи не по каждому элементу, а только по уровням $j$ = 0,I...K.


Исходные данные: a; b; W; t; q, μ0 μj hj Kjt Kjл } j = 0, 1 ... K
MW(0) = μ0 q
DW(0) = μ0 (1-μ0) q²
MW(j) = μj hj [1 - (1 - MW(j-1)/hj) nj-1]
DW(j) = μj hj² [1 - 2(1 - MW(j-1)/hj) nj-1 + ((1 - MW(j-1)/hj)² + DW(j-1)/hj²) nj-1] - M² W(j)
MW(K) = μK hK [1 - (1 - MW(K-1)/hK) nK-1]
DW(K) = μK hK² [1 - 2(1 - MW(K-1)/hK) nK-1 + ((1 - MW(K-1)/hK)² + DW(K-1)/hK²) nK-1] - M² W(K)
α = Σ_{ℓ=1}^{n} Σ_{j=0}^{K} Kjℓ / (n0 n1 ... nj-1)
MAK = t MW(K)
DAK = t a0 DW(K)
z = max{aWt, αt / (b - Σ_{j=0}^{K} Kjл)}
N = 0,5 Φ((z - MAK)/√DAK), при b > Σ_{j=0}^{K} Kjл
N = 0, при b < Σ_{j=0}^{K} Kjл

## 4. ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНОГО СУТОЧНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ СИСТЕМЫ ОЧИСТНЫХ ЗАБОЕВ И РАСЧЕТ ПЛАНОВЫХ СУТОЧНЫХ НАГРУЗОК ПРИ ТЕКУЩЕМ ПЛАНИРОВАНИИ

Увеличение объема угледобычи на шахтах отрасли - важнейшая задача, на решение которой должны быть направлены усилия производственников и ученых. Одним из путей ее решения является мобилизация внутренних резервов предприятий, максимизация уровней использования основных видов задалживаемых ресурсов: очистного фронта, очистного и транспортного оборудования, трудовых ресурсов. В связи со все усложняющимися горно-геологическими условиями ведения работ и взаимосвязанностью основных производственных процессов, определяющих интенсивность угледобычи, задача организации производства по выполнению планов добычи угля (по объему и качеству) без нарушений правил техники безопасности и технической эксплуатации даже на шахтах с суточной добычей 4000-6000 т становится достаточно сложной. Так, среднесуточная нагрузка на очистной забой во многом зависит от устойчивости боковых пород угольного пласта, в значительной степени связанной со скоростью подвигания лавы, которая является производной от нагрузки и длины очистного забоя. Возможная нагрузка на очистной забой прямо связана с суточным режимом его работы и пропускной способностью общешахтного транспорта и подъема. На выбор режимов работы очистных забоев большое влияние оказывает плановая суточная добыча по шахте, норматив зольности и фактическая зольность в очистных забоях; укомплектованность рабочими очистных бригад; ограничение на суточную добычу из очистного забоя по газовому фактору, которая в свою очередь зависит от скорости подвигания очистного забоя и длины лавы; необходимость ремонтных смен в очистных забоях и свободных резервных смен в действующих очистных забоях, имеющих наиболее благоприятные горно-геологические условия и, наконец, необходимость дополнительных смен для осуществления противовыбросных мероприятий в очистных забоях, разрабатывающих угольные пласты, опасные по внезапным выбросам угля и газа. При выборе оптимальных режимов работы очистных забоев должны также учитываться технологические ограничения на скорость подвигания очистных забоев по скорости выемки ниши и выкладки бутовых полос (если они есть). При сплошных системах разработки должны учитываться скорость проведения вслед за лавой примыкающих к ней выработок, взаимные ограничения на скорость подви-

гания спаренных или сдвоенных лав, лав верхнего и нижнего слоев, разрабатывающих мощные пласты, и лав, разрабатывающих сближенные пласты.

При разработке сразу нескольких пластов, особенно с разными марками углей, и одновременной работе восьми-десяти очистных забоев задача расчета оптимальной организации производства при наличии достаточно напряженного плана и сложных горно-геологических условий ведения очистных работ становится непомерно сложной и практически не разрешимой при использовании ручной техники для расчетов и оценки всех вариантов.

В данном разделе излагаются методические основы решения задачи определения суточного режима совместной работы очистных забоев при наличии всех видов ограничений: технологических и транспортных.

## Алгоритм расчета среднесменной добычи из очистных забоев с учетом ограничений по пропускной способности общешахтного транспорта

Средняя сменная добыча угля из $i$-го очистного забоя в $j$-ю смену определяется по формулам [I]:

$$A_{см,ij} = \begin{cases} T_{см}(q\,K_м)_{ij} & \text{– при неустойчивой кровле;} \\ T_{см}\,min\{q^*K_м, q_{кр}\mu_{кр}\} & \text{– при устойчивой или средней устойчивости кровле,} \end{cases}$$

где

$$q_{ij} = \begin{cases} q^*_{ij}, & \text{если } q^*_{ij} < 1{,}2\,q_{кр,i}, \\ 1{,}2\,q^*_{ij}, & \text{если } q^*_{ij} > 1{,}2\,q_{кр,i}; \end{cases}$$

$$q^*_{ij} = min\{Q_{тр\,ij},\ q_i\},$$

здесь $K_{\mu ij}$ – коэффициент машинного времени;

$q_{кр,i}$ – возможная производительность комбайна в $i$-м очистном забое по креплению, т/мин;

$\mu_{кр}$ – коэффициент готовности крепи в $i$-м очистном забое;

$q_{ij}$ – производительность комбайна, т/мин;

$q^*_{ij}$ – возможная производительность комбайна без учета ограничений по креплению;

$Q_{тр,ij}$ – транспортное окно $i$-го очистного забоя в $j$-ю смену, т/мин;

$q_i$ – производительность комбайна, рассчитанная с учетом подачи и пропускной способности конвейерного транспорта участка, т/мин.

Величина транспортного окна $i$-го очистного забоя в $j$-ю смену определяется как наименьшая из пропускных способностей всех сборных транспортных конвейерных линий от места поступления груза до ближайшего капитального бункера или пункта перегрузки угля в вагонетки, по которым проходит углепоток из $i$-го очистного забоя:

$$Q_{тр,ij} = \min_{к} \{ Q_{ij}^{(к)} \}.$$

В свою очередь пропускная способность каждой сборной конвейерной линии определяется как наименьшая из пропускных способностей отдельных конвейерных установок:

$$Q_{ij}^{(к)} = \min_{е} \{ Q_{ij}^{(ке)} \}.$$

Пропускная способность отдельной конвейерной установки определяется как наименьшая из пропускных способностей, рассчитанных по приемной способности конвейерного става $Q^{пс}$ и производительности, которая не должна превышать допустимое тяговое усилие по прочности ленты и мощности привода. При определении производительности $Q^{пр}$ необходимо исходить из условия недопустимости проскальзывания ленты на барабанах:

$$Q_{ij}^{(ке)} = \min \{ Q_{ij}^{пс(ке)}, \; Q_{ij}^{пр(ке)} \}.$$

Для удобства расчетов пропускной способности все очистные забои должны быть пронумерованы в порядке уменьшения их транспортных преимуществ: индекс $i$ = I должен быть присвоен очистному забою, имеющему транспортные преимущества перед всеми другими очистными забоями; индекс $i$ = 2 присваивается очистному забою, который уступает по транспортным преимуществам только очистному забою с индексом $i$ = I и т.д. В этом случае пропускная способность ленточного конвейера по маршруту углепотока из очистного забоя с индексом $i$ = I определяется по формулам:

по приемной способности -

$$Q_{ij}^{пс(ке)} = 0{,}6\, \gamma_н\, V^{пс(ке)};$$

по производительности -

$$Q_{1j}^{пр(кe)} = \frac{P_{кe}}{60\left(1+4{,}66\sqrt{\frac{V_{л.к.}^{(кe)}}{\ell_1^{(кe)}}}\right)}.$$

Пропускная способность $j$ -й конвейерной установки по маршруту углепотока из очистного забоя с индексом $i = 2, 3, \ldots, n$ определяется по формулам:

по приемной способности -

$$Q_{ij}^{пс(кe)} = \frac{\gamma_н V^{пс(кe)} - \bar{q}_{i-1,кe}^{(j)}}{1-K_{vi}^2}\left\{1-\sqrt{1-(1-4K_{vi}^2)\left[1-\frac{4\sigma_{i-1,кe}^{2(j)}}{(\gamma_н V^{пс(кe)}-\bar{q}_{i-1,кe})^2}\right]}\right\},$$

где $\bar{q}_{i-1,j}$ - сумма средней производительности выемочных машин, работающих в очистных забоях с номерами маршрутов от I-го до ( $i$ -I)-го;

$$\bar{q}_{i-1,кe}^{(j)} = \sum_{m=1}^{i-1} q_m x_{mj} \quad ;$$

$\sigma_{i-1,кe}^{2(j)} = \sum_{m=1}^{i-1} K_{vm}^2 q_m^2 x_{mj}$ - дисперсия углепотока, поступающего на став $кl$ -го конвейера в $j$ -ю смену из очистных забоев с номерами маршрутов от I-го до ( $i$ -I)-го;

по производительности –

$$Q_{ij}^{пр(кв)} = \frac{D_{кв} - \bar{D}_{кв,i-1}^{(j)}}{\frac{l_{кл,j}}{60 V_{лкл}} - 4K_{vi}^2} \left\{ 1 - \sqrt{1 - 11{,}612 \frac{K_{vi}^2 V_{лкл}}{l_{кл,i}} \cdots} \right.$$

$$\left. \cdots \sqrt{\left[ 1 - \frac{b_{кл,i-1}}{15 V_{лкл} (D_{кл} - \bar{D}_{кл,i-1}^{(j)})^2} \right]} \right\},$$

где $D_{кв}$ – максимально допустимый по производительности объем угля на ставе $кв$-го конвейера, т;

$$D_{кв} = \frac{P_{кв} l_{кл}}{3600 V_{л.кл}};$$

$\bar{D}_{кл,i-1}^{(j)}$ – средний объем угля на ставе в $j$-ю смену, т;

$$D_{кл,i-1}^{(j)} = \frac{1}{60} V_{л,кл}^{-1} \sum_{m=1}^{i-1} q_m l_{кл,m} x_{mj};$$

$l_{кл,m}$ – расстояние от точки выгрузки угля по $m$-му маршруту на став $кв$-го конвейера до его разгрузочного конца, м;

$$b_{кл,i-1}^{(j)} = \sum_{m=1}^{i-1} K_{vm}^2 q_m^2 l_{кл,m} x_{mj}.$$

Рассмотрим схему общешахтного конвейерного транспорта как плоский ориентированный связный граф Г [3], а точнее дерево, корню которого соответствует шахтный ствол, листьям – действующие очистные забои, вершинам – сборные конвейерные линии, а ориентированным ребрам – углепотоки с учетом их направлений.

Таким образом, граф Г ориентирован от листьев к корню, а каждой вершине графа инцидентны лишь ребра, имитирующие углепотоки,

которые поступают на сборную конвейерную линию, соответствующую рассматриваемой вершине, или сходят с нее (рис. 4.I).

Сопоставим граф I и его однородное расширение Г', т.е. плоский ориентированный связный граф-дерево, получающийся из графа Г при добавлении некоторого количества вершин так, чтобы вдоль каждого пути (от любого из листьев к корню) располагалось одно и то же число вершин (на рис. 4.I эти вершины обозначены пунктирными кружками в отличие от вершин графа Г, которым соответствуют сплошные кружки). Физически это означает, что на каждом транспортном маршруте "очистной забой - ствол" имеется одно и то же (для всех маршрутов) число сборных конвейерных линий.

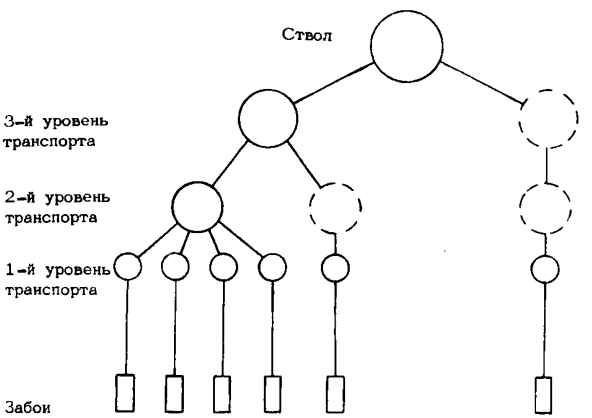



**Рис. 4.I. Однородный граф общешахтного конвейерного транспорта шахты им. Костенко ПО "Карагандауголь"**

На однородном дереве Г выделим последовательные "уровни", объединяя в один такой уровень $K$ совокупность вершин дерева, имеющих один и тот же порядковый номер $K$ при их нумерации вдоль каждого маршрута в соответствии с ориентацией графа.

Учет геометрии внутренних связей транспортного графа Г и, следовательно, учет взаимосвязанности и попарной независимости различных маршрутов общешахтного конвейерного транспорта на всех его уровнях осуществляется с помощью структурной матрицы графа Г (см. ниже формулу (4.I4)).

Введение структурной матрицы G в рекуррентный алгоритм расчета "транспортных окон" [I], а именно: в формулы 4.2-4.5 (см. ниже), резко упрощает его программную реализацию, так как позво-

ляет учитывать всю геометрию транспортного графа Г с помощью плоской булевой матрицы, для построения которой нам и понадобилось преобразование неоднородного графа Г в однородный граф Г'. Матрица $G$ имеет размерность $K_{тр} * N$, где $K_{тр}$ – число уровней графа Г, а $N$ – число действующих лав. В частности, матрица $G$, соответствующая примеру, представленному на рис. 4.I, имеет вид

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

## Блок-схема алгоритма расчета добычи. Основные формулы

Блок-схема алгоритма решения задачи оценки производительности очистного фронта действующей шахты приведена на рис. 4.2. Весь алгоритм представляет собой объединение двух относительно автономных частей: расчет "транспортных окон" и определение собственно производственной мощности. Первая часть является рекуррентной по трем индексам: порядковому номеру маршрута, уровню конвейерного транспорта и порядковому номеру конвейера на заданном уровне вдоль фиксированного маршрута. Блок-схема поясняется приведенными ниже формулами, принятыми согласно [I].

I. $$D_{KL,i} = P_{KL}\, l_{KL,i} / (3600\, V_{KL})$$

2. $$\bar{D}^{j}_{KL,i} = \frac{1}{60 V_{KL}} \sum_{m=1}^{i=0} q_{mj}\, l_{KL,m}\, x_{mj}\, G(i-1,K)$$

3. $$\delta^{j}_{KL,i-1} = \sum_{m=1}^{i-1} K^{2}_{vm}\, q^{2}_{m}\, l_{KL,m}\, x_{mj}\, G(i-1,K)$$

4. $$\bar{q}^{2j}_{i-1,KL} = \sum_{m=1}^{i-1} q_{mj}\, x_{mj}\, G(i-1,K)$$

5. $$\bar{\sigma}^{2j}_{i-1,KL} = \sum_{m=1}^{i-1} K^{2j}_{vm}\, q^{2}_{mj}\, x_{mj}\, G(i-1,K)$$

6. $$Q^{пр}_{ij\,KL} = \frac{D_{KL} - \bar{D}^{j}_{KL,i-1}}{l_{KL,i}/60 V_{KL} - 4 K^{2}_{vi}} R_1 ,$$

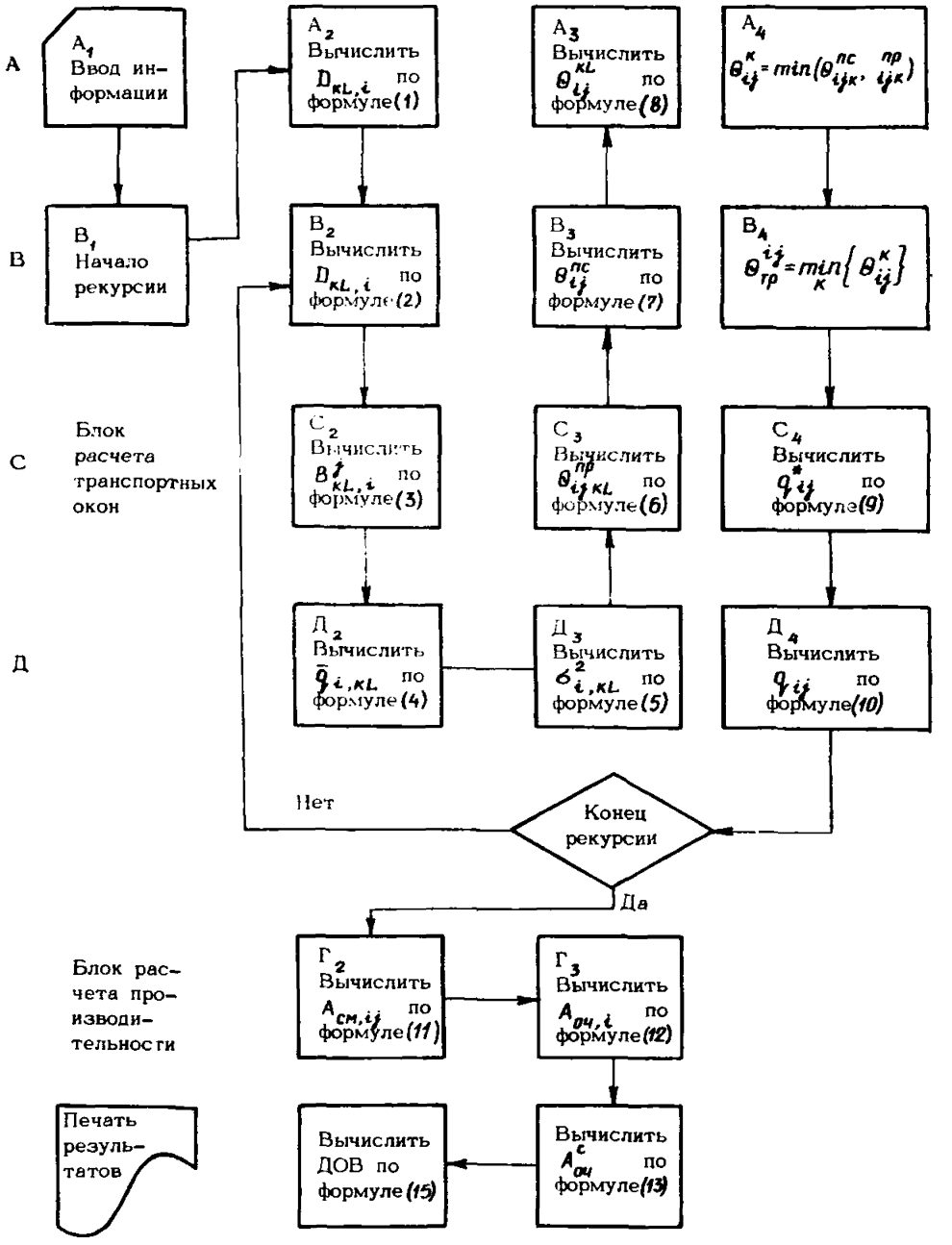



**Рис. 4.2. Блок-схема алгоритма оценки производительности очистного фронта действующей шахты**

где $$R_1 = 1-[1-(1-612\,\frac{K_{ve}^2 V_{ke}}{\ell_{KL,i}})[1-\frac{b^j_{KL,i-1}}{15 V_{KL}(D_{KL,i}-D^j_{KL,i})}]]^{1/2}.$$

7. $$Q^{пр}_{ijKL} = \frac{\gamma_H V^{пс}_{KL} - q^j_{i-1,KL}}{1-4K^2_{i-1,KL}}\,R_2\,,$$

где $$R_2 = 1-[1-(1-4K^2_{vi})[1-4\sigma^{2j}_{i-1,KL}]]^{1/2}.$$

8. $$Q_{ijKL} = min\{Q^{пс}_{ijKL},\ Q^{пр}_{ijKL}\}$$

9. $$q^*_{ij} = min\{q_i,\ Q_{тр\,ij}\}$$

10. $$q_{ij} = \begin{cases} q^*_{ij} & \text{, если } q^*_{ij} \le 1{,}2\,q_{кр,i} \\ 1{,}2\,q_{кр,i} & \text{, если } q^*_{ij} > 1{,}2\,q_{кр,i} \end{cases}$$

11. $$A_{см,ij} = \begin{cases} T_{см}(q^* K_м)_{ij} & \text{– при неустойчивой кровле;} \\ T_{см}\,min(q^* K_м,\ q_{кр}\,\mu_{кр}) & \text{– при устойчивой кровле.} \end{cases}$$

12. $$A_{см,i} = \sum_{j=1}^{J_{см}} A_{см\,ij}\,\chi_{ij}$$

13. $$A^c_{04} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_{см}} A^c_i A_{см,ij} / A_{04}$$

14. $$G(i,k) = \begin{cases} 0, & \text{если } i\text{-й маршрут на сборной конвейерной линии} \\ & K\text{-го уровня имеет низший приоритет;} \\ 1, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

15. $DOB = A_{04}\left[1 - \frac{a}{100}\left(A_{04}^{c} - A_{пл\,04}^{c}\right)\left(1 + 876N/\left(A_{04}^{c} - A_{пл.04}^{c}\right)\right)/2\right]$,

где

$D_{кL,i}$ – максимально допустимый объем угля на ставе $к$L-го конвейера;

$P_{кL}$ – часовая эксплуатационная производительность $к$L-го конвейера;

$\ell_{кL,i}$ – расстояние транспортирования угля по $i$-му маршруту вдоль $к$L-го конвейера;

$V_{кL}$ – скорость движения ленты $к$L-го конвейера;

$D_{кL,i}$ – средний объем угля на ставе $к$L-го конвейера;

$V_{кL}^{пн}$ – приемная способность $к$L-го конвейера;

$K_{vm}$ – коэффициент вариации углепотока вдоль $m$-го маршрута;

$\bar{q}_{i-1,кL}^{j}$ – сумма средних производительностей выемочных машин в очистных забоях с номерами от I-го до $(i-1)$-го;

$\sigma_{i-1,кL}^{2j}$ – дисперсия углепотока, поступающего на став $к$L-го конвейера в $j$-ю смену из очистных забоев с номерами от I-го до $(i-1)$-го;

X – матрица сменного расписания работы очистных забоев;

$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если в } i\text{-м забое в } j\text{-ю смену ведутся очистные работы;} \\ 0, \text{ в противном случае;} \end{cases}$

$Q_{ijкL}^{пр}$ – пропускная способность, определяемая по производительности;

$Q_{ijкL}^{пс}$ – пропускная способность конвейерной установки, рассчитанная по приемной способности става;

$\gamma_n$ – насыпная плотность горной массы;

$Q_{ijкL}$ – пропускная способность отдельной конвейерной установки;

$q_{ij} = min(Q_{тр.ij}, q_i)$ – возможная производительность комбайна в $i$-м забое в $j$-ю смену без учета ограничений по креплению $(Q_{тр.ij} = min\{Q_{ij}\})$;

$q_i$ – производительность комбайна, рассчитанная по подаче и пропускной способности участкового конвейерного транспорта в $i$-м очистном забое;

$Q_{кр,i}$ – возможная производительность комбайна в $i$-м забое по креплению;

$A_{см,ij}$ – средняя сменная добыча угля из $i$-го очистного забоя в $j$-ю смену;

$T_{см}$ – продолжительность смены;

$K_{м\,ij}$ – коэффициент машинного времени в $i$-м забое в $j$-ю смену;

$\mathcal{M}_{кр,i}$ – коэффициент готовности крепи в $i$-м очистном забое;

$A_{оч,i}$ – суточная добыча угля из $i$-го очистного забоя;

$A_i^c$ – фактическая зольность угля из $i$-го очистного забоя;

$DDB$ – оценка суммарной производительности очистных забоев действующей угольной шахты;

$A_{i\,пл.оч}$ – норматив зольности угля в $i$-м забое, %.

Забои пронумерованы в порядке уменьшения их транспортных преимуществ. При этом пропускная способность ленточных конвейеров по маршруту углепотока из очистного забоя с индексом $i = I$ определяется по формулам:

по приемной способности:

$$Q_{ij\,KL}^{пс} = 0{,}6\,\gamma_н\,V_{i,KL}^{пс};$$

по производительности:

$$Q_{ij\,KL}^{пр} = \frac{P_{KL}}{60\,(1 + 4{,}66\sqrt{\frac{v_{KL}}{\ell_{KL,i}}})}.$$

## Результаты опытно-промышленной эксплуатации блока расчета добычи

Изложенный выше алгоритм был реализован в виде программы для ЕС 1022 на языке Фортран. Результаты опытно-промышленной проверки этой программы, выполненной на шахтах им. Костенко, "Майкудукская", им. 50-летия Октября ПО "Карагандауголь" и шахте им. Ленина ПО "Ворошиловградуголь", приведены ниже, характеристика забоев этих шахт дана в табл. 4.I.

Таблица 4.I

Характеристика очистных забоев

| Очистной забой | Сменный коэффициент машинного времени | Коэффициент готовности по группе последовательных перерывов | Производительность выемочной машины, т/мин | Зола, % | Характеристика разрабатываемого пласта по выбросоопасности | Нагрузка, допустимая по газовому фактору, т | Расчетная среднесменная нагрузка, т |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4в4скI2н | 0,4I | 0,47 | 4,I | 22,8 | Опасный | 2I00 | 722 |
| 4в4скI2в | 0,42 | 0,49 | 4,I | 22,8 | Опасный | I800 | 677 |
| 4зпэIкI2вс | 0,42 | 0,5I | 3,I | 25,3 | Опасный | 2500 | 706 |
| 4зрэ2кI2 | 0,40 | 0,54 | 4,I | I8,0 | Опасный | 2500 | 520 |
| 4зпэ2кI0 | 0,46 | 0,55 | 4,I | 26,5 | Неопасный | 3000 | 537 |
| 3зпэIк2 | 0,36 | 0,42 | 3,8 | 35,6 | Неопасный | 2000 | 598 |
| 3зпэIк3 | 0,4I | 0,48 | 3,4 | 37,7 | Неопасный | I600 | 687 |

Табл. 4.2 является сводной. В ней представлены фактическая и расчетная (по программе) производительность очистных работ на указанных выше шахтах.

В табл. 4.3 даны расчетная производительность каждого из забоев шахты им. Костенко, а также другие расчетные технические характеристики процесса угледобычи для каждого из забоев. Табл. 4.3 составлена по материалам выходного документа программы и характеризует возможности последней.

Приведенные в табл. 4.3 значения расчетной среднесменной нагрузки для каждого из очистных забоев получены по "Методике расчета нагрузки на очистной забой" [I] с помощью программы КОМВ-I [4]. Эти значения используются в алгоритме как ограничения для сменной нагрузки $A_{см,ij}$.

Таблица 4.2

| Шахты | Фактическая суммарная производительность очистных забоев, т/сут | Расчетная суммарная производительность очистных забоев, т/сут | Относительная ошибка расчета, % |
|---|---|---|---|
| Им. 50-летия Октября | I0290 | I0473 | I,7 |
| Им. Костенко | I0357 | I0572 | I,9 |
| "Майкудукская" | 3800 | 3980 | 4,7 |
| Им. Ленина | 4I85 | 4003 | 4,5 |

Результаты опытно-промышленной проверки показали, что алгоритм и его программная реализация позволяют оценивать производительность очистного фронта действующей шахты с достаточно высокой точностью (в приведенных примерах относительная ошибка не превышает 5%). Программная реализация алгоритма, как видно из табл. 4.3, позволяет получать, помимо оценки производительности очистных работ в целом, также и другие характеристики процесса угледобычи и процесса транспортирования угля (пропускная способность сборных конвейерных линий, сменная производительность действующих забоев, производительность комбайнов с учетом пропускной способности общешахтного транспорта, скорость подвигания очистных забоев и т.д.). Таким образом, данный алгоритм рекомендуется применять для анализа процесса угледобычи на угольных шахтах.

Таблица 4.3

| Пропускная способность общешахтного конвейерного транспорта по маршруту углепотока по сменам, т/мин | | | | Нагрузка на очистной забой, т | | | | | Скорость подвигания очистного забоя, м/сут | Производительность комбайна, т/мин | Объем добычи с одной полосы, т |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | сменная | | | | суточная | | | |
| I | 2 | 3 | 4 | I | 2 | 3 | 4 | | | | |
| 7,7I | 7,7I | 7,7I | 7,7I | 0 | 524 | 524 | 524 | I572 | 4,7 | 3,55 | 33I |
| 7,7I | 4,55 | 4,55 | 4,55 | 0 | 497 | 497 | 497 | I49I | 4,0 | 3,27 | 372 |
| II,47 | 5,99 | 5,99 | 5,99 | 0 | 497 | 497 | 497 | I49I | 3,4 | 3,27 | 438 |
| II,47 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 0 | 432 | 432 | 432 | I296 | 3,2 | 3,00 | 405 |
| I6,88 | I6,88 | I6,88 | I6,88 | 0 | 537 | 537 | 537 | I6II | 3,5 | 3,25 | 464 |
| 7,38 | 7,38 | 7,38 | 7,38 | 0 | 485 | 485 | 485 | I455 | 3,4 | 3,7I | 424 |
| 7,38 | 4,39 | 4,39 | 4,39 | 0 | 552 | 552 | 552 | I656 | 4,2 | 3,70 | 393 |

## Инженерная постановка задачи определения рационального режима функционирования системы очистных забоев

Установим рациональный режим работы каждого очистного забоя по добыче. Для этого определим следующие показатели:

$$x_{ij}, \quad i = 1, 2, \ldots n; \quad j = 1, 2, \ldots m,$$

где $x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если в } i\text{-м очистном забое } j\text{-я смена добычная;} \\ 0 & \text{- в противном случае;} \end{cases}$

$n$ - число действующих очистных забоев;

$m$ - максимальное число рабочих смен в сутки ($m = 3; 4$).

Режим работы очистных забоев должен обеспечивать выполнение шахтой плановой среднесуточной добычи горной массы из очистных забоев ($A_{оч}$, т/сут):

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} A_{ij}(x_{11}, \ldots x_{nm}) \geq A_{оч}, \qquad (4.1)$$

и план по зольности ($З_{оч}$, %):

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} З_i \sum_{j=1}^{m} x_{ij} A_{ij}(x_{11}, \ldots x_{nm})}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} A_{ij}(x_{11}, \ldots x_{nm})} \leq З_{оч}, \qquad (4.2)$$

где $A_{ij}(x_{11}, \ldots x_{nm})$ - расчетная сменная нагрузка на $i$-й очистной забой в $j$-ю смену.

Поскольку при наличии ограничений по пропускной способности сборных транспортных звеньев этот показатель зависит от того, работают или нет по добыче в данную смену другие очистные забои, транспортирующие углепотоки через эти же сборные звенья, то в общем случае $A_{ij}$ является функцией величин $x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1m}, x_{21}, \ldots, x_{2m}, \ldots, x_{n1}, \ldots, x_{nm}$, т/смену, и определяется согласно [1]; $З_i$ - зольность горной массы, поступающей из $i$-го очистного забоя, %.

Если шахта не укладывается в норматив зольности, то за один процент невыполнения плановой зольности с фактической суточной добычи из очистных забоев горной массы снимается два процента.

При расчете для каждого очистного забоя, разрабатывающего пласт, опасный по выбросам угля или газа, должно удовлетворяться неравенство

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} < m, \qquad i = 1,2,\dots n, \tag{4.3}$$

обеспечивающее наличие одной рабочей смены для проведения противовыбросных мероприятий.

Для выполнения требований (Правил безопасности) удовлетворительного проветривания очистных забоев при разработке высокогазоносных пластов нагрузка на каждый очистной забой не должна превышать предельно допустимой по газовому фактору:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} A_{ij}(x_{11},\dots x_{nm}) \le A_i^{\Gamma}, \quad i = 1,2,\dots n. \tag{4.4}$$

В связи с ограниченной явочной численностью рабочих в очистных бригадах должно выполняться условие

$$\sum_{i=1}^{n} K_i \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le K_{оч}, \tag{4.5}$$

где $K_i$ – нормативная численность рабочих очистного звена в $i$ –м очистном забое, чел.;

$K_{оч}$ – явочная численность рабочих во всех очистных бригадах шахты, чел.

Исходя из технологических ограничений на максимальную скорость подвигания очистных забоев по скорости выемки ниш, выкладке бутовых полос, проведению примыкающих к лавам выработок при сплошных системах разработки должно выполняться условие

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} A_{ij}(x_{11},\dots x_{nm}) \le A_{oi} v_{i\max}, \tag{4.6}$$

где $A_{oi}$ – объем добычи угля с I м подвигания очистного забоя, т/м;

$v_{imp}$ – максимально возможная скорость подвигания очистного забоя с учетом технологических ограничений, м/сут.

С целью обеспечения устойчивости кровли и почвы очистного забоя и избежания зажатия секций крепи опускающейся кровлей необходимо, чтобы суточная скорость подвигания каждого очистного забоя была не меньше некоторой минимально допустимой величины $v_{imin}$. Отсюда вытекает необходимость выполнения неравенства

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} A_{ij}(x_{11}, \dots x_{nm}) \geq A_{oi} v_{imin}, \qquad (4.7)$$

$$i = 1, 2, \dots n.$$

В связи с ограниченной производительностью локомотивного транспорта основного горизонта и угледобывающего ствола (т/ч) среднечасовая добыча из очистных забоев по всем сменам составит

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} A_{ij}(x_{11}, \dots x_{nm}) \leq T_{cm} Q, \quad j = 1, 2, \dots m, \qquad (4.8)$$

где $T_{cm}$ – продолжительность одной смены в очистном забое, ч.

В связи с наличием взаимных ограничений на скорость подвигания между парами очистных забоев при разработке сближенных пластов, слоевой разработке мощного пласта и работе спаренных или сдвоенных лав необходимо выполнение неравенства

$$\frac{1}{A_{oi}} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} A_{ij}(x_{11}, \dots, x_{nm}) \geq \frac{1}{A_{oe}} \sum_{j=1}^{m} x_{ej} \times$$

$$\times A_{ej}(x_{11}, \dots x_{nm}).$$

При рациональном суточном режиме работы системы очистных забоев предусматривается наличие в целом по шахте нормативного числа резервных смен $n_p$, для чего необходимо выполнение неравенства

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} \leq nm - n_B - n_p,$$

где $n_B$ – количество очистных забоев в целом по шахте, разрабатывающих пласты, опасные по внезапным выбросам угля или газа.

Задача состоит в нахождении таких значений величин $x_{11}, x_{12}, \dots x_{nm}$, при которых выполняются все ограничения (см. выражения (I)-(9)) и достигается значительное увеличение суточной добычи угля из очистных забоев. В том случае, когда достигнута максимально возможная суточная добыча и имеется множество альтернативных решений, необходимо найти вариант из этого множества, максимирующий число свободных смен в очистных забоях. Это обеспечивает увеличение производительности труда при ведении очистных работ.

Математическая постановка задачи

На множестве $B_{n,m}$ булевых матриц X размерности $n \times m$ задана вещественная функция $R = R(x)$. Требуется найти матрицу $X^* = \{x^*_{ij}\} \in B_{n,m}$, удовлетворяющую следующей системе ограничений:

I. $R(X^*) > RL$;

2. $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x^*_{ij} = n\ m - n_{рез} - n_{вв}$;

3. $i \in ВВ \Rightarrow \sum_{j=1}^{m} x^*_{ij} < m$;

4. $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}(x^*)\, x^*_{ij} < Q/60$;

5. $A_{oi}\, v_{i\,min} < \sum_{j=1}^{m} a_{ij}(X^*)\, x^*_{ij} < \min(A_{oi}\, v_{i\,max}, A_i^r)$;

6. $\sum_{i=1}^{n} K_i \sum_{j=1}^{m} x_{ij} < K_{04}$;

7. $\frac{1}{A_{oi}} \sum_{j=1}^{m} x_{ij}\, A_{ij}(x_{11}, \dots x_{nm}) \geqslant \frac{1}{A_{oe}} \sum_{j=1}^{m} x_{ej}\, A_{ej} \times$

$\times (x_{11}, \dots x_{nm})$,

где $n_{рез}$ - количество резервных смен по шахте;

$n_{вв}$ - количество забоев, опасных по внезапным выбросам;

$BB$ – массив номеров забоев, разрабатывающих пласты, опасные по выбросам угля или газа;

$PL$ – плановая суточная добыча из очистных забоев;

$R=R(x)$– расчетная суточная добыча из очистных забоев, соответствующая матрице X режимов работы забоев.

## Методика решения задачи

В основу решения задачи положен один из методов искусственного интеллекта, а именно: алгоритм упорядоченного поиска на графе задачи [5 , 6]. Однако в отличие от классического подхода разработанный алгоритм наделен дополнительным свойством самоорганизации [7], представляющим в его распоряжение не одно фиксированное графовое представление [5] задачи, а целый их каталог. Известно, что графовое представление задачи – это направленный граф, на котором и определяется поисковая процедура [4] . Цель поиска – обнаружение вершины графа с требуемыми свойствами. В данном случае в качестве совокупности вершин графа выступает множество прямоугольных булевых матриц $B_{nm}$(режимов работы очистных забоев угольной шахты). Элементы этого каталога динамически сменяют друг друга в процессе поиска по требованию некоторой управляющей программы. Структура каждого из графовых представлений, входящих в каталог, определяется конструируемой ниже группой преобразований [8], действующей на множестве матриц $B_{n,m}$.

Каталог графовых представлений (КГП) является открытым для модификаций (пополнения, усечения каталога и видоизменения отдельных его элементов) модулем. Для управления процедурой смены элементов КГП используется так называемая шкала эффективности (ШЭ) графовых представлений. ШЭ – вещественный вектор, размерность которого совпадает с числом элементов КГП. При этом $i$-я его координата в процессе всей процедуры поиска соответствует оценке эффективности $i$-го графового представления из КГП и вычисляется по формуле

$$ШЭ_i = \Delta F_i / N_i ,$$

где $\Delta F_i$ – приращение оценочной функции (ОФ) задачи на квант времени непрерывной эксплуатации $i$-го графового представления в процессе поиска;

$N_i$ – число обращений к процедуре вычисления ОФ за этот же период.

Параметры соответствующего кванта определяются структурными эвристическими константами.

Для управления процедурой переключения алгоритма поиска с одного графового представления на другое служит управляющий алгоритм, называемый "диспетчером", который обеспечивает вызов элементов из КГП случайным образом с частотой, пропорциональной их текущей эффективности, определяемой ШЭ. Различные графовые представления задачи, соответствующие элементам из КГП обладают одним и тем же (в содержательном смысле) набором вершин, но отличаются структурой, определяемой отношением преемственности вершин графа [9]. Совокупность вершин графовых представлений из КГП совпадает с областью определения оценочной функции задачи, т.е. с совокупностью $B_{n,m}$ всех булевых матриц размерности $n \times m$ с заданным числом нулей.

Пусть теперь $G$ есть некоторая конечная группа преобразований, действующая на $\mathcal{P}_{n,m}$. Тогда, объявляя для каждого элемента $X \in \mathcal{P}_{n,m}$ его непосредственными преемниками [5] элементы $g_i(X)$ и $g_i \in G$, получим направленный граф $\Gamma_G$ с множеством вершин $B_{n,m}$, ассоциированный с группой $G$. Очевидно, полученный граф является однородным, причем индекс его вершин совпадает с порядком группы $G$. Преемники $K$-го уровня для заданной вершины $X \in \mathcal{P}_{n,m}$ получаются из множества $X$ в результате применения к ней элемента из $G$, являющегося произведением $K$ других элементов из $G$, откуда следует, что полученный граф не является деревом [3]. Заметим, наконец, что неизоморфным группам $G_1$ и $G_2$ (например, разной мощности), действующим на $B_{n,m}$, соответствуют неизоморфные графы. Последнее замечание важно для конструирования каталога графовых представлений, в который, очевидно, бессмысленно включать изоморфные графы.

Укажем теперь достаточно общую конструкцию группы $G$, которая положена в основу построения КГП. Пусть

$$H = \{A_s\}$$

$$A_s = \{(i_s, j_s),\ i_s \in I_s,\ j_s \in J_s\},\ s = 1,2,\dots$$

$$I_s \subset I,\ J_s \subset J,$$

$$I = \{1,2,\dots n\},\quad J = \{1,2,\dots m\},$$

где $H$ – заданное конечное множество классов пар целых индексов, причем все классы $A_s$ равномощны, а элементы каждого из них линейно упорядочены.

Пусть далее $A_1, A_2 \in H$, а $\varphi_{12} : A_1 \to A_2$ – взаимнооднозначное отображение, сохраняющее отношение порядка. Сопоставим каждой тройке $A_1, A_2, \varphi_{12}$ отображение $g_{12}$ $\mathcal{P}_{n,m}$ на себя. При этом каждой матрице $x \in \mathcal{P}_{n,m}$ будет соответствовать матрица $g_{12}(X)$, которая получается из $X$ путем перестановки каждой пары элементов $x_{i_1 j_1}$ и $x_{i_2 j_2}$:

$$(i_1, j_1) \in A_1, \quad (i_2, j_2) \in A_2, \quad \varphi(i_1, j_1) = (i_2, j_2).$$

Легко проверить, что совокупность всех таких элементов $g_{12}$, порожденных всевозможными парами $A_1$, $A_2$, является группой, которую обозначим $G_H$. Выбирая различные множества классов $H$, можно конструировать различные группы $G_H$ и различные графовые представления задачи.

Пример группы $G_H$:

$$A_K = \{(K, j),\ j = 1, 2, \ldots m\},\ K = 1, 2, \ldots m.$$

Отношение линейного порядка:

$$K_1 < K_2 \Rightarrow (K_1, j) < (K_2, j)\ \forall j.$$

В этом случае классы $A_K$ индексов определяют столбцы любой матрицы $X \in \mathcal{P}_{n,m}$, а действие элементов группы $G$ на матрицу $X$ состоит в перестановке ее столбцов.

Введем в каждое из подмножеств $A_K$ примера I по два отношения линейного порядка, т.е. наряду с примером I еще и отношение, противоположное ему

$$K_1 < K_2 \Rightarrow (K_1, j) > (K_2, j)\ \forall j.$$

При этом будем считать, что каждому классу $A_K$ примера I соответствуют в примере 2 два разных класса $A'_K$ и $A''_K$ с противоположными системами линейного порядка. В этом случае группа $G_H$ шире, так как, кроме перестановок столбцов, она допускает еще их "перевороты", а также перестановки с "переворотами".

Множества $A_{ij} = \{(a_{ij})\}$ состоят из одного элемента. Здесь $(i,j) \in K \in I \in J$ и $I = (1,2,\dots,n)$, $J = (1,\dots,m)$. Линейный порядок в множество $A_{ij}$ вводится тривиальным образом. Действие группы $G_н$ состоит в данном случае в перестановке пар элементов матрицы $X$, индексы которых принадлежат $K$.

Приведенные примеры иллюстрируют положение о том, что, задаваясь различными наборами классов $H = \{A_к\}$, можно получать различные графовые представления задачи. Этот вывод и используется при формировании "Каталога графовых представлений".

Оценочная функция вершин графовых представлений [9] формируется из ограничений I, 4, 5, 7 задачи методом штрафных функций [I2] и имеет следующую структуру:

$$F(X) = R(X) + \sum_{i=1}^{N} [\alpha_i(\bar{P}, G_i(X)) + \beta_i(\bar{P}, H_i(X))] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \gamma_{il}(\bar{P}, T(X)),$$

где

$$G_i(X) = A_{oi} V_{imin} - \sum_{j=1}^{m} a_{ij}(X) x_i;$$

$$T_{ie}(X) = \frac{1}{A_{oe}} \sum_{j=1}^{m} x_{ej} A_{ej}(x_{11},\dots x_{nm}) -$$

$$- \frac{1}{A_{oi}} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} A_{ij}(x_{11},\dots x_{nm});$$

$$H_i(X) = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}(X) x_{ij} - \min(A_{oi} V_{imax}, A_i^r);$$

$\alpha_i$, $\beta_i$, $\gamma_{il}$ - штрафные функции, зависящие от векторного параметра $\bar{P}$. Структура штрафных функций $\alpha_i$, $\beta_i$, $\gamma_{il}$ подбирается в результате опытной эксплуатации алгоритма, а вектор их параметров $\bar{P} = (P_1,\dots,P_S)$ настраивается на конкретный поток задач.

Приведем для примера в абстрактной форме две типовые структуры штрафных функций, использованных в расчетах:

$$L(\bar{P}, y) = P_1\, abs(y)\,[1 + sign(y)];$$

$$L(\bar{P}, y) = P_1\,[1 + arctg(P_2 y)].$$

Подставив в эти формулы вместо $y$ соответственно функции $G_i$, $H_i$, $\mathcal{F}_{il}$, получим требуемые штрафные функции $\alpha_i$, $\beta_i$, $\gamma_{il}$. Эксплуатация алгоритма показала, что при отсутствии ограничения 7 достаточная его эффективность достигается уже при $dim\,\bar{P} \le 2$, что позволяет ввести дополнительную самонастройку алгоритма по вектору $\bar{P}$ (блок самонастройки по уровню штрафов), которая может быть произведена методом Кифера оптимизации унимодальных функций одной переменной при $dim\,\bar{P} = 1$ [II] и одним из методов многопараметрической оптимизации, например симплексным методом при $dim\,\bar{P} > 1$[I2].

В силу самой конструкции группы $G$ число нулей матрицы сменного расписания инвариантно относительно действия элементов из $G$, так как оно сводится к перестановке элементов матрицы. Тем самым ограничение 2 задачи во время поиска выполняется автоматически, если исходная матрицы ему удовлетворяет. Что касается ограничений 3 и 6, то они проверяются внутри блока упорядоченного поиска так, что матрицы, им не удовлетворяющие, вычеркиваются из области действия группы $G$ и, следовательно, в процессе поиска ее преемники не рассматриваются.

## Алгоритм решения задачи

Рассмотрим алгоритм решения задачи, пользуясь блок-схемой, представленной на рис. 4.3. По своему назначению алгоритмические блоки делятся на четыре основные группы.

Первая группа - блоки для вычисления оценочной функции:

блок расчета добычи;

блок вычисления ограничений;

блок расчета штрафных функций;

блок вычисления оценочной функции.

Вторая группа - поисковые блоки:

диспетчер поиска;

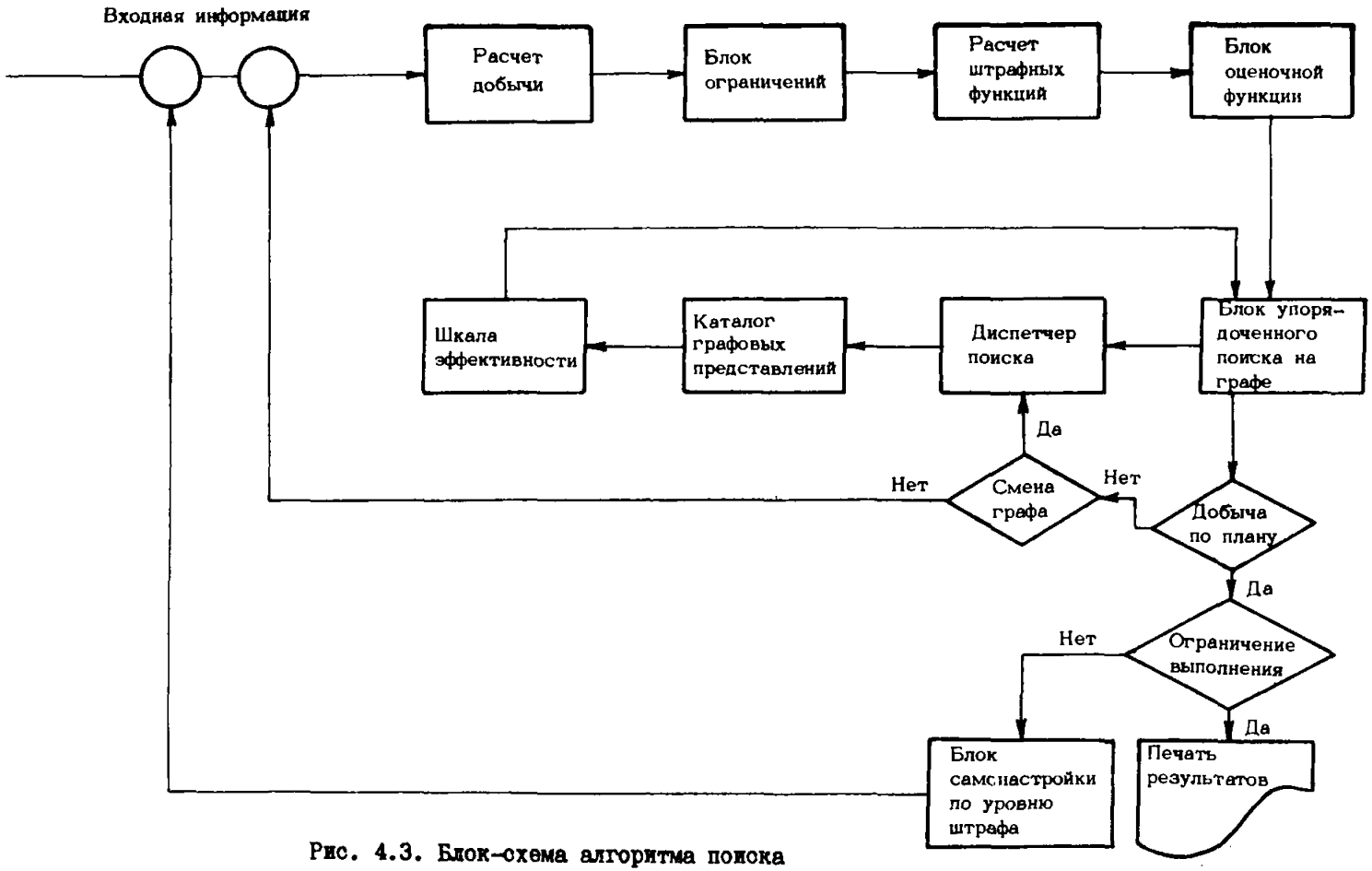



Рис. 4.3. Блок-схема алгоритма поиска

каталог графовых представлений;
шкала эффективности;
блок упорядоченного поиска на графе задачи.
Третья группа - блоки-развилки типа ЕСЛИ-ТО-ИНАЧЕ:
блок проверки выполнения ограничений задачи;
блок проверки достижения планового уровня добычи;
блок проверки условий смены графовых представлений.
Четвертая группа - прочие блоки:
блок самонастройки программы по уровню штрафов;
блок печати таблиц (входных данных, промежуточных результатов и результатов оптимизации).

Как видно из блок-схемы, исходная горно-техническая информация, в которую входит и начальная матрица $X_0$ режимов работы очистных забоев, поступает на вход блока расчета добычи, затем рассчитываются ограничения, штрафные функции и оценочная функция корня графа, соответствующая матрице $X_0$. Вычисленное значение оценочной функции поступает в блок упорядоченного поиска, который, инициируя остальные поисковые блоки, запрашивает с помощью диспетчера поиска в соответствии со шкалой эффективности различные графовые представления задачи до тех пор, пока не будет найдена такая матрица X, при которой соответствующая ей добыча угля достигает планового уровня. Затем,если не все ограничения задачи выполнены, соответствующая развилка многократно инициирует блок самонастройки алгоритма по уровню штрафов вплоть до выполнения всех ограничений или (в худшем случае) до исчерпания заданного ресурса машинного времени. В конце работы в первом случае ЭВМ выдает на печать таблицы, соответствующие максимальному значению оценочной функции. Во втором (худшем) случае пользователь сам выбирает наиболее благоприятный результат из текущей промежуточной информации, выдаваемой ЭВМ, которая отражает моменты наивысших промежуточных достижений ЭВМ в том же смысле, что и выше, за заданный квант машинного времени в процессе поиска.

## Пример расчета режима работы очистных забоев

Ниже в качестве иллюстрации приведены результаты расчета, выполненного с использованием ЭВМ ЕС 1022 по программе, реализующей рассмотренный выше алгоритм. В табл. 4.4–4.6 и на рис. 4.4 приведены соответственно общешахтные данные, характеристики

Таблица 4.4

Общешахтные данные

| Наименование данных | Количественное значение |
|---|---|
| Максимальная производительность локомотивного транспорта основного горизонта, т/ч | 300 |
| Продолжительность добычной смены в очистных забоях, мин | 360 |
| Максимальное число добычных смен в очистных забоях | 3 |
| Количество очистных забоев, разрабатывающих угольные пласты, опасные по внезапным выбросам угля или газа | I |
| Нормативное количество резервных смен по шахте в действующих забоях | 5 |
| Число уровней конвейерного транспорта | 2 |
| Норматив зольности, % | 20 |
| Размер штрафа (в процентах от добычи) за невыполнение норматива зольности на один процент | 2 |

очистных забоев и конвейерного транспорта, а также его структурная схема. В качестве начальной матрицы режимов работы шахты принята

$$X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

где строки соответствуют сменам, а столбцы – забоям с нумерацией сверху вниз и слева направо соответственно. Как показывает расчет, выполненный по методике [I], такой матрице $X_0$ соответствует суточная добыча 3980 т. Кроме того, эта матрица не удовлетворяет ограничению 5 задачи в забоях с номерами 3, 6, 8 по минимальной скорости подвигания. При этом нарушения составляют соответственно 400, 39, 55 единиц.

Задавшись плановой добычей $P\ell$, равной 5000 т/сут, в результате расчетов получили матрицу:

$$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Таблица 4.5

Характеристика очистных забоев

| Показатели | Порядковый номер очистного забоя | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Насыпная плотность горной массы, т/м$^3$ | I,0 | I,0 | I,0 | I,0 | I,0 | I,0 | I,0 | I,0 |
| Фактическая зольность, % | 40,0 | I5,0 | 25,0 | I0,0 | 30,0 | 20,0 | I5,0 | I0,0 |
| Сменные коэффициенты машинного времени | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 |
| Возможная производительность комбайна в зависимости от скорости крепления, т/мин | 2,5 | 2,0 | 3,5 | 3,0 | 3,5 | 3,5 | 2,0 | 2,5 |
| Коэффициент готовности крепи | 0,95 | 0,95 | 0,95 | 0,95 | 0,95 | 0,95 | 0,95 | 0,95 |
| Тип кровли | Неустойчивая | Неустойчивая | Неустойчивая | Неустойчивая | Неустойчивая | Неустойчивая | Неустойчивая | Неустойчивая |
| Возможная производительность комбайна без учета ограничений по скорости крепления и пропускной способности конвейерных линий, т/мин | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 |
| Коэффициенты вариации углепотока по маршрутам транспорта | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 |
| Минимальная скорость подвигания очистного забоя по условиям устойчивости боковых пород, м/сут | I,5 | I,5 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,5 | 2,5 | 2,0 |
| Максимальная возможная скорость подвигания очистного забоя по технологическим ограничениям, м/сут | 4,5 | 4,5 | 4,0 | 5,0 | 3,5 | 3,0 | 4,0 | 3,0 |
| Объем добычи за I м подвигания лавы, т/м | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| Нагрузка, допустимая по газовому фактору, т/сут | I000 | I000 | 800 | I000 | I200 | I200 | I200 | I200 |
| Опасность пласта по внезапным выбросам | Неопасный | Неопасный | Опасный | Неопасный | Неопасный | Неопасный | Неопасный | Неопасный |

Таблица 4.6

Характеристика сборных конвейерных линий в системе общешахтного транспорта

| Номер транспортного маршрута | Уровень сборной конвейерной линии | Приемная способность, $м^3$/мин | Скорость движения ленты, м/с | Часовая эксплуатационная производительность, т/ч | Расстояние от точки погрузки угля на став конвейера до его разгрузочного конца, м |
|---|---|---|---|---|---|
| I | I | 7,2 | 2,0 | 420 | I000 |
| | 2 | II,2 | I,6 | 600 | I000 |
| 2 | I | 7,2 | 2,0 | 420 | I000 |
| | 2 | II,2 | I,6 | 600 | I000 |
| 3 | I | 7,2 | 2,0 | 420 | I000 |
| | 2 | II,2 | I,6 | 600 | I000 |
| 4 | I | 7,2 | 2,0 | 420 | I000 |
| | 2 | II,2 | I,6 | 600 | I000 |
| 5 | I | 7,2 | 2,0 | 420 | I000 |
| | 2 | II,2 | I,6 | 600 | I000 |
| 6 | I | 7,2 | 2,0 | 420 | I000 |
| | 2 | II,2 | I,6 | 600 | I000 |
| 7 | I | 7,2 | 2,0 | 420 | I000 |
| | 2 | II,2 | I,6 | 600 | I000 |

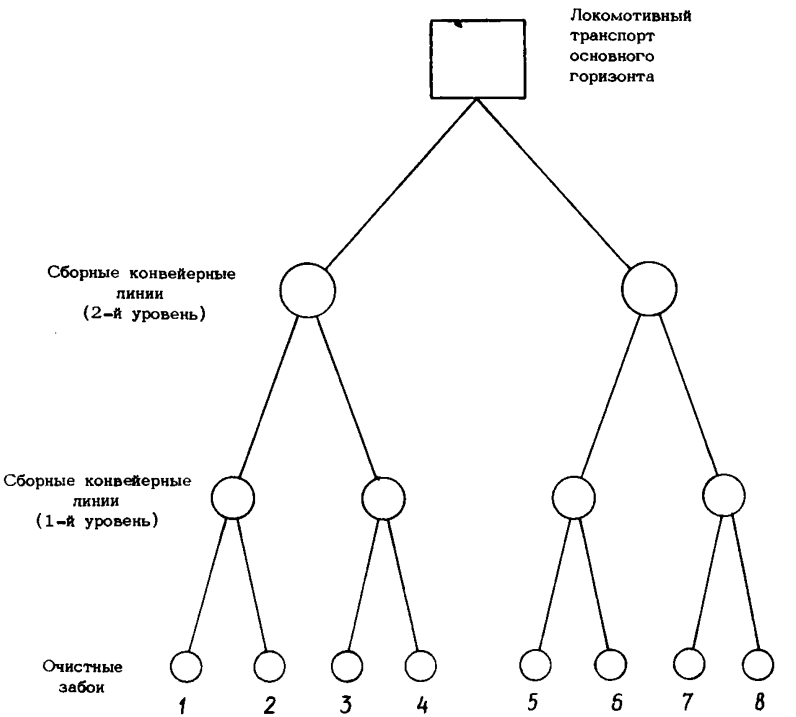



**Рис. 4.4. Структура технологической схемы очистного фронта и системы общешахтного транспорта угля**

Данной матрице соответствует суточная добыча 5300 т. Более подробная характеристика состояния системы очистных забоев с режимом работы $X^*$ содержится в табл. 4.7. Пользуясь этой таблицей, легко проверить, что матрица X удовлетворяет всем ограничениям задачи. Таким образом, в результате расчета сняты все нарушения ограничения 5 и получен прирост добычи, равный 1320 т, что составляет одну треть первоначальной добычи.

Ниже для сравнения возможностей очистных забоев, соответствующих режимам работы $X_0$ и $X^*$ в табл. 4.8 приведены данные, характеризующие первоначальный режим $X_0$.

Таблица 4.7

| Порядковый номер забоя (маршрута)[x] | Пропускная способность транспортных маршрутов по сменам, т/мин | | | Производительность комбайнов в смену, т/мин | | | Возможный объем добычи угля по сменам, т | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | 2 | 3 | I | 2 | 3 | I | 2 | 3 |
| I | 4,5 | 4,5 | 4,5 | - | 3,0 | - | - | 324 | - |
| 2 | 4,5 | 2,I | 4,5 | 2,4 | 2,I | 2,4 | 259 | 230 | 259 |
| 3 | 2,8 | 0,0 | 2,8 | 2,8 | - | 2,8 | 304 | - | 304 |
| 4 | 2,9 | 3,0 | 2,9 | 2,9 | 3,0 | 2,9 | 3I8 | 324 | 3I8 |
| 5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 3,0 | - | 3,0 | 324 | - | 324 |
| 6 | 2,I | 4,5 | 2,I | - | 3,0 | 2,I | - | 324 | 230 |
| 7 | 4,5 | 4,5 | 3,0 | 2,4 | 2,4 | 2,4 | 259 | 259 | 259 |
| 8 | 2,7 | 2,7 | 3,0 | 2,7 | 2,7 | - | 290 | 290 | - |

x) Нумерация очистных забоев совпадает с нумерацией транспортных маршрутов.

Таблица 4.8

| Порядковый номер забоя (маршрута) | Пропускная способность маршрутов, т/мин | | | Производительность комбайнов, т/мин | | | Возможный объем добычи угля по сменам, т | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | 2 | 3 | I | 2 | 3 | I | 2 | 3 |
| I | 4,5 | 4,5 | 4,5 | - | 3,0 | 3,0 | - | 324 | 324 |
| 2 | 4,5 | 2,I | 2,I | - | 2,I | 2,I | - | 230 | 230 |
| 3 | 4,5 | 0,0 | 0,0 | - | - | - | - | - | - |
| 4 | 4,5 | 3,0 | 3,0 | - | 3,0 | 3,0 | - | 324 | 324 |
| 5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | - | 3,0 | 3,0 | - | 324 | 324 |
| 6 | 4,5 | 2,I | 2,I | - | 2,I | 2,I | - | 230 | 230 |
| 7 | 4,5 | 3,0 | 3,0 | 2,4 | 2,4 | 2,4 | 259 | 259 | 259 |
| 8 | 2,8 | 0,2 | 0,2 | 2,8 | 0,2 | 0,2 | 304 | 20 | 20 |

## ЛИТЕРАТУРА


I. Методические документы по определению нагрузок на очистные забои угольных шахт. – М.: ИГД им. А.А.Скочинского, I980.

2. Хант Э. Искусственный интеллект. – М.: Мир, I978.

3. Хьюз Дж., Митчом Дж. Структурный подход к программированию. – М.: Мир, I978.

4. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе принципов самоорганизации. – М.: Советское радио, I976.

5. Понтрягин Л. С. Непрерывные группы. – М.: Наука, I973.

6. Слейгл Дж. Искусственный интеллект. – М.: Мир, I973.

7. Растригин Л. А. Системы экстремального управления. – М.: Мир, I977.

8. Уайлд Д. Дж. Методы поиска оптимума. – М.: Наука, I967.

9. Численные методы условной оптимизации // Сб.статей под ред. Р.Гилла и У.Моррея. – М.: Мир, I977.

I0. Оре О. Графы и их применение. – М.: Мир, I965.

II. Варшавский А. Д., Евдокимова Г. Е. Расчет плановой суточной нагрузки на очистные забои и режима их работы. – М.: ОФАПуголь, I98I (шифр 589. 0I73903 ХХ273-ЛУ).

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . . 3

I. Распределение вероятностей количества одновременно работающих очистных забоев. Неравномерность состояний готовности технологической системы очистных работ . . . . . 4

2. К- уровневые неоднородные технологические структуры с ограниченной пропускной способностью элементов . . . . . 36

3. Общие вопросы исследования надежности технологических схем 59

3.I. Критерий надежности технологической схемы . . . . . 59

3.2. Математический аппарат оценки надежности технологических схем действующих угольных шахт . . . . . 60

3.3. Алгоритмы оценки надежности технологической схемы . . . . . 67

4. Выбор рационального суточного режима работы системы очистных забоев и расчет плановых суточных нагрузок при текущем планировании 7I

Литература . . . . . I02

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОЙ
ОРГАНИЗАЦИИ ОЧИСТНЫХ РАБОТ
С МНОГОУРОВНЕВЫМИ СТРУКТУРАМИ

Редактор Л.П.Петрамович
Художественный редактор Т.А.Громова
Подписано к печати 02.04.87. Т-06398
Формат 62,5х84 1/16. Бум. множ. аппаратов
Печать офсетная
Уч.-изд.л. 6,5. Тираж 500
Изд. № 9075. Тип. зак. 1031
Цена 67 коп.

Институт горного дела им. А.А.Скочинского,
140004, г. Люберцы Моск. обл.

Типография Минуглепрома СССР,
140004, г. Люберцы Моск. обл.

gost.e-ecolog.ru