МИНИСТЕРСТВО УГОЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ СССР
ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ГОРНОЙ ГЕОМЕХАНИКИ И МАРКШЕЙДЕРСКОГО ДЕЛА
ВНИМИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ РАЗВЕДКЕ И ОСВОЕНИИ УГОЛЬНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

(Одобрено и рекомендовано к применению Геологическим Управлением Минуглепрома СССР)

Ленинград
1974

gost.e-ecolog.ru

МИНИСТЕРСТВО УГОЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ СССР
ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ГОРНОЙ ГЕОМЕХАНИКИ И МАРКШЕЙДЕРСКОГО ДЕЛА
ВНИМИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ РАЗВЕДКЕ И ОСВОЕНИИ УГОЛЬНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

(Одобрено и рекомендовано к применению Геологическим Управлением Минуглепрома СССР)

Ленинград
1974

Методические указания по определению гидрогеологических параметров при разведке и освоении угольных месторождений. Л.,1974.(М-во угольной пром-сти СССР, Всесоюзный науч.-исслед. ин-т горной геомеханики и маркшейдерского дела "ВНИМИ")

В Методических указаниях изложена методика определения основных фильтрационных параметров водоносных горизонтов по результатам опытных откачек и гидрогеологических наблюдений за режимом подземных вод.

Работа рассмотрена и одобрена Ученым советом ВНИМИ, Геологическим управлением Минуглепрома СССР и рекомендована к применению на предприятиях угольной промышленности.

Ил. 23, табл. 21, библиогр. 47, прилож. 11.

© Всесоюзный научно-исследовательский институт горной геомеханики и маркшейдерского дела (ВНИМИ), 1974.

ВВЕДЕНИЕ

Фильтрационные параметры водоносных горизонтов, выделяемых в гидрогеологическом разрезе месторождения, являются основным исходным материалом для расчетного обоснования проекта осушения. В сочетании со сведениями о гидрогеологическом строении месторождения и о заданной степени его осушения величины фильтрационных параметров определяют объем и характер дренажных мероприятий, а, следовательно, и суммы материальных затрат на осушение месторождения в целом.

Анализ осушения многих месторождений показывает, что расчетные величины фильтрационных параметров, принятые при обосновании проектов осушения, зачастую существенно (на десятки процентов, а иногда и в несколько раз) отличаются от их действительных значений, причем в одних случаях они оказываются выше, а в других – ниже действительных. Соответственно, мощность первоначально запроектированных дренажных систем оказывается либо неоправданно завышенной, либо недостаточной для обеспечения нормальных условий ведения горных работ. В обоих случаях это приводит к непроизводительным затратам. Поэтому можно утверждать, что повышение надежности определения фильтрационных параметров является одной из основных проблем, от решения которых зависит рост технико-экономической эффективности осушения месторождений. Известно, например, что применение электронно-вычислительной и аналоговой техники позволяет довести точность решения прямых гидрогеологических задач (определение притоков, прогноз режима осушения и т.п.) до 2-3%, в то время как при определении исходных параметров, используемых для этих расчетов, считаются вполне допустимыми ошибки в 20-30%. Более того, оценить заранее точность полученных параметров вообще пока не представляется возможным.

Проблема изучения фильтрационных свойств горных пород обычно рассматривается как практическое приложение общей теории фильтрации в пористых средах. Между тем, исследования последнего периода показали со всей очевидностью, что обоснованная интерпретация опытно-фильтрационных работ нередко требует применения специального теоретического анализа, учитывающего ряд дополнительных осложняющих факторов. Иначе говоря, и в теоретическом плане данная проблема приобретает вполне самостоятельное значение.

Основную трудность в проблеме определения фильтрационных параметров на сегодня представляет вопрос о соответствии действительных гидрогеологических условий выбранной

расчетной схеме фильтрации. Поэтому особая роль в работе отводится методам качественной интерпретации исходных экспериментальных данных, а также анализу совокупности значений фильтрационных параметров. По той же причине большое внимание уделяется тем методам, которые в той или иной мере учитывают возможное разнообразие граничных условий (или "нейтрализуют" их неопределенность). Таковы, в частности, интегральные и аналоговые методы, позволяющие использовать одновременно большой объем информации, полученной при проведении эксперимента.

В работе уделено внимание и вопросам систематизации представлений о методах определения фильтрационных параметров. Дело в том, что результаты исследований по данной проблеме, как правило, публикуются в виде отдельных сообщений в различных периодических изданиях и нередко только в силу этого не находят должного практического применения. В то же время в вышедших в последние годы работах методического и справочного характера, как правило, дается большой набор отдельных расчетных зависимостей и приемов без пояснений их методологической основы, а иногда и без достаточного анализа условий их применимости. Поэтому в практике гидрогеологических исследований чаще всего используются наиболее простые методические приемы, нередко совершенно не отвечающие ни современным представлениям о движении подземных вод, ни конкретным условиям фильтрации.

Основное внимание в "Методических указаниях..." уделяется методике обработки результатов опытных откачек - наиболее важного вида опытно-фильтрационных работ в практике гидрогеологических исследований для целей осушения. Известно, однако, что вследствие кратковременности и относительно небольшой производительности опытных откачек, их результаты характеризуют лишь некоторую ограниченную площадь области фильтрации, в то время как для решения вопросов осушения месторождений необходимо знать свойства водоносных горизонтов на всей площади их распространения. Кроме того, в особо сложных гидрогеологических условиях надежное определение фильтрационных параметров по результатам опытных откачек нередко вообще не представляется возможным. Поэтому, наряду с обработкой результатов опытных откачек, рассматривается методика интерпретации результатов гидрогеологических наблюдений, проводимых в процессе опытно-эксплуатационного водопонижения и на первых стадиях осушения месторождения.

"Методические указания..." составлены канд.геол.-мин. наук Л.И.Сердюковым. Раздел 1 и подразделы 3.1, 3.7 и 5.1 составлены с участием доктора геол.-мин.наук, проф. В.А.Ми-

роненко, а подраздел 5.3 составлен канд.геол.-мин.наук Ю.А.Норватовым.

Возможные критические замечания и предложения по работе будут приняты авторами с вниманием и признательностью.

1. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Фильтрационные свойства пород и водоносных горизонтов в целом характеризуются следующими параметрами: коэффициентом фильтрации (k) или проводимостью (T), водоотдачей (μ), упругой водоотдачей (μ^*), коэффициентами уровнепроводности (a) и пьезопроводности (a^*), параметрами перетекания (ξ и β) и параметром, характеризующим сопротивление ложа реки или водоема (ΔL).

1.1. Коэффициент фильтрации и проводимость

1.1.1. Коэффициент фильтрации характеризует величину сил сопротивления, препятствующих движению воды в горной породе; он отражает влияние физических свойств породы, слагающей водоносный горизонт, и самой воды, заключенной в этой породе, на процесс фильтрации. В однородных раздельно-зернистых и мягких связных породах величина коэффициента фильтрации определяется, в первую очередь, их активной пористостью; в твердых горных породах величина коэффициента фильтрации определяется трещиноватостью и активной пористостью, причем во многих случаях роль трещиноватости является определяющей.

Так как при снижении гидростатического напора эффективные напряжения возрастают и пористость (степень трещиноватости) породы уменьшается, то коэффициент фильтрации при осушении должен снижаться, хотя в большинстве случаев этими изменениями можно пренебречь. Зависимость коэффициента фильтрации от давления должна учитываться, по меньшей мере, в следующих случаях:

а) при осушении, когда вблизи депрессионной поверхности безнапорного горизонта образуется зона неполного насыщения, в пределах которой, согласно С.Ф.Аверьянову /1/, эффективный коэффициент фильтрации

$$k = k_0 \left(\frac{W - W_M}{W - W_M} \right)^n, \quad n = 3 \div 4,$$

где k_0 и W_0 – коэффициент фильтрации и влажность при полном насыщении, W – действительная влажность, W_M – влажность, при которой перемещение влаги практически отсутствует;

б) при нагнетаниях в трещиноватые породы, когда давление нагнетания соизмеримо с $\gamma_п\, h$ ($\gamma_п$ – объемный вес пород, h – глубина нагнетания), изменение коэффициента фильтрации вследствие раскрытия трещин может достигать десятков и даже сотен процентов.

Весьма существенными могут оказаться также изменения коэффициента фильтрации, вызываемые кольматацией или суффозией /30/.

1.1.2. Как константа закона Дарси коэффициент фильтрации является характеристикой, статистически осредненной по площади поперечного сечения потока. С позиций механики сплошной среды, минимальный размер площади, для которой определяется коэффициент фильтрации, должен превышать размеры блоков или зерен фильтрующего массива более чем в 7-10 раз /32/. Это обстоятельство особенно важно учитывать при исследовании проницаемости массивов твердых пород, разбитых редкими тектоническими трещинами большой протяженности. В связи с этим следует отметить, что расход потока (а следовательно, и расчетный коэффициент фильтрации) зависит, в основном, от числа и расположения именно крупных трещин, так как расход пропорционален третьей степени величины раскрытия трещины /3/.

1.1.3. В закарстованных породах величины коэффициентов фильтрации, получаемые в результате опытных работ, являются наиболее условными. Проницаемость карстового массива определяется, главным образом, пропускной способностью наиболее крупных каналов, поэтому рассчитанные по результатам опытов величины коэффициента фильтрации будут резко меняться в зависимости от того, насколько близко расположена опытная скважина к одному из таких каналов. Интерпретация опыта существенно осложняется еще и тем, что фильтрация в крупных каналах подчиняется законам трубной гидравлики. Наконец, иногда коэффициент фильтрации может меняться в процессе откачки в результате перемещения заполнителя карстовых каналов и пустот. По этим причинам оценка проницаемости закарстованных пород обычно может быть достаточно надежной лишь в результате проведения опытных откачек, близких по своим условиям к эксплуатационным.

1.1.4. В глинистых слабофильтрующих породах коэффициент фильтрации особенно важно устанавливать для оценки связи водоносных горизонтов между собой и с возможными источниками питания (за счет поверхностных и атмосферных вод). При этом проницаемость плотных глин, разделяющих глубокие водоносные горизонты, определяется, в значительной мере, их трещиноватостью, а проницаемость покровных отложений зоны аэрации зависит от их влажности (п. 1.1.1).

1.1.5. Наряду с коэффициентом фильтрации, для суммарной характеристики водопроницаемости толщи пород используется проводимость ($T = km$), представляющая собой произведение среднего коэффициента фильтрации рассматриваемого горизонта (по напластованию) на его мощность. При практическом использовании этот показатель зачастую оказывается

более удобным, чем коэффициент фильтрации, так как он может определяться в полевых условиях без детального изучения мощности отдельных слоев рассматриваемой толщи.

1.2. Водоотдача и упругая водоотдача

1.2.1. Водоотдача (μ) - основной параметр, характеризующий статические запасы подземных вод в условиях безнапорной фильтрации. Водоотдача представляет собой отношение объема воды, вытекающей под действием силы тяжести из некоторого объема полностью водонасыщенного грунта, ко всему этому объему. Как параметр уравнения Буссинеска, описывающего процесс фильтрации подземных вод в безнапорных горизонтах, водоотдача считается величиной постоянной. Однако исследованиями ряда авторов /28, 36, 45, 46/ показано, что водоотдача является величиной, зависящей от времени дренирования и скорости снижения уровня: после снижения уровня безнапорного водоносного горизонта над депрессионной кривой в породе остается часть гравитационной воды, процесс стекания которой растягивается во времени. Аналогичное явление может возникнуть в трещиноватых и, особенно, закарстованных породах: наиболее быстро здесь отдают воду крупные трещины или каналы, а стекание воды из более мелких трещин или каналов отстает во времени. Более того, иногда вода может вообще "консервироваться" в отдельных тупиковых каналах. Отсюда следует, что для правильного определения водоотдачи продолжительность опыта не должна быть слишком малой.

1.2.2. Ориентировочные значения водоотдачи для песчано-гравийных отложений можно принимать по табличным данным /35/. Для твердых пород водоотдача определяется, в основном, трещиноватостью (кавернозностью), хотя для некоторых пород (например, песчаников) большое значение имеет вода, заключенная в порах. Обычно величина водоотдачи трещиноватых твердых пород не превышает 0,01 , но для некоторых сильно закарстованных карбонатных пород и для интенсивно трещиноватых углей она может достигать 0,03–0,05 и даже 0,1. Породы супесчаного и суглинистого составов, нередко классифицируемые по проницаемости как относительный водоупор, могут содержать большие запасы воды, частично срабатываемые при откачке. Это должно учитываться при производстве опытов и обработке их результатов. В частности, именно поступлением воды из "водоупорных" слоев часто объясняется быстрое достижение ложностационарного режима фильтрации при опытных откачках в безнапорных водоносных горизонтах двухслойного строения /26, 40/.

1.2.3. Для характеристики упругих запасов напорных водоносных горизонтов используется коэффициент упругой водоотдачи (или просто упругая водоотдача μ^*). Снижение гидростатического напора в процессе дренирования напорного горизонта приводит к увеличению сжимающих напряжений в скелете грунта. Под действием этой дополнительной ("депрессионной") нагрузки водоносный горизонт сжимается с соответствующим уменьшением объема порового пространства. Одновременно с этим происходит упругое расширение самой воды. В результате, из каждой единицы объема пласта выделяется некоторый объем воды

$$\Delta V = \Delta H \, (n\beta_в + \beta_п), \qquad (1.1)$$

где ΔH - изменение гидростатического напора; n - пористость; $\beta_в$ и $\beta_п$ - коэффициенты объемной упругости воды и породы.

Количество воды, выделяемое единицей объема пласта при снижении напора на 1 м, называется коэффициентом упругоемкости пласта (β^*)

$$\beta^* = \frac{\Delta V}{\Delta H} = n\beta_в + \beta_п . \qquad (1.2)$$

Коэффициент упругой водоотдачи представляет собой объем воды, выделяемой единицей площади пласта при снижении напора на 1 м, т.е.

$$\mu^* = m\beta^* . \qquad (1.3)$$

1.2.4. Упругая водоотдача песчаных и многих твердых пород оказывается обычно на несколько порядков ниже, чем величина гравитационной водоотдачи. Однако твердые породы с высокой пористостью (например, мел) могут отдавать большие объемы воды в процессе сжатия под возникающими при откачке депрессионными нагрузками /4, 25/, так что результирующая величина водоотдачи может значительно превышать величину водоотдачи, обусловленную трещиноватостью указанных пород. В глинистых породах упругая водоотдача может измеряться величинами, превышающими на несколько порядков упругую водоотдачу водоносных пород.

1.2.5. Водоотдача и упругая водоотдача как фильтрационные параметры непосредственно в фильтрационных расчетах используются относительно редко. Чаще они входят в состав обобщенных параметров - коэффициентов уровнепроводности и пьезопроводности.

1.3. Коэффициенты уровнепроводности и пьезопроводности

1.3.1. Коэффициент уровнепроводности (a) является расчетным параметром неустановившейся безнапорной фильтрации, характеризующим скорость сработки статических запасов. Он определяется соотношением

$$a = \frac{k \cdot h_{ср}}{\mu} , \qquad (1.4)$$

где $h_{ср}$ - средняя мощность безнапорного горизонта; эта величина не является постоянной, а меняется в зависимости от понижения уровня на границе и от времени. Поэтому величина коэффициента уровнепроводности зависит от условий проведения эксперимента, по результатам которого она была определена.

1.3.2. Коэффициент пьезопроводности (a^*) характеризует упругий режим фильтрации и является аналогом коэффициента уровнепроводности для условий неустановившейся фильтрации в напорных водоносных пластах. Коэффициент пьезопроводности связан со сжимаемостью водоносных пород зависимостью

$$a^* = \frac{k}{\beta^*} = \frac{T}{\mu^*} . \qquad (1.5)$$

Как и коэффициент уровнепроводности, коэффициент пьезопроводности зависит от понижения уровня и от времени дренирования, так как коэффициент сжимаемости зависит не только от приращения нагрузки, но и от ее абсолютной величины. Но, как правило, этим обстоятельством можно пренебречь. Более существенным является тот факт, что при откачках в напорных водоносных слоях обычно получают не коэффициент пьезопроводности в "чистом" его виде, а некоторую обобщенную величину, учитывающую поступление воды через глинистые слои, контактирующие с опробуемым водоносным горизонтом, а также непосредственно из этих глинистых слоев /25, 26, 40/. Для учета указанных факторов откачка должна иметь достаточно большую продолжительность.

Для большинства песчано-глинистых пород коэффициент пьезопроводности заметно зависит от знака нагрузки. Это следует учитывать при анализе результатов откачки, полученных по кривой восстановления уровня.

1.4. Некоторые дополнительные фильтрационные параметры

1.4.1. Параметры перетекания характеризуют взаимосвязь водоносных горизонтов, разделенных слабопроницаемым слоем, а также упругие запасы последнего, и входят в расчетные зависимости, учитывающие "перетекание". Параметры перетекания имеет смысл определять лишь в тех случаях, когда оценочный расчет, проведенный по данным предварительной разведки, или первых этапов детальной разведки, или лабораторных[x] определений коэффициентов фильтрации глинистых пород, дает основание предполагать широкое развитие процессов "перетекания" при вскрытии месторождения. Однако для надежного определения этих расчетных параметров откачка должна иметь достаточно большую продолжительность. Кроме того, необходимо исключить перетекание через скважины, попадающие в зону влияния откачки.

Для характеристики гидравлической взаимосвязи водоносных горизонтов в фильтрационных расчетах используется два показателя: параметр "неустановившегося перетекания"

$$\beta = \frac{k_0}{m_0 \cdot \mu^*}$$ и параметр "установившегося перетекания"

$$\xi = \frac{k_0}{m_0 \cdot k \cdot m}$$, называемый иногда коэффициентом связи[xx]

(k_0 и m_0 – коэффициент фильтрации и мощность слабопроницаемых пород; k, m и μ^* – коэффициент фильтрации, мощность и упругая водоотдача водоносных пород).

1.4.2. Сопротивление ложа реки (водоема) принято характеризовать расчетным параметром ΔL, определяемым из условия, что участок длиной ΔL в рассматриваемом водоносном слое (гидравлически связанном с рекой) будет эквивалентен в фильтрационном отношении породам, образующим ложе реки (на единицу ширины фильтрационного потока). Этот параметр целесообразно определять в тех случаях, когда в предполагаемую зону влияния водопонижения попадает река (водоем), отделенная от рассматриваемого горизонта грунтовых вод комплексом относительно слабопроницаемых пород.

---

[x] Лабораторные испытания не учитывают возможного влияния трещиноватости глинистых пород на их проницаемость.

[xx] Некоторые авторы используют обратную величину, называя ее также коэффициентом связи.

2. ОСНОВНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ И ИХ РЕШЕНИЯ В СВЯЗИ С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

В настоящей главе дается краткая сводка дифференциальных уравнений, описывающих процесс фильтрации подземных вод для наиболее характерных схем строения водоносной толщи, а также приводятся их простейшие аналитические решения и анализируются возможности использования этих решений для определения фильтрационных параметров.

2.1. Исходные дифференциальные уравнения фильтрации

2.1.1. Основное уравнение двухмерного планового потока имеет вид /43/

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T\,\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\,\frac{\partial H}{\partial y}\right)=\mu\,\frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (2.1)$$

где $T(x, y, t)$ – проводимость пласта, $H(x, y, t)$ – напор, μ – водоотдача, x и y – пространственные координаты, t – время.

Для решения практических задач уравнение (2.1) чаще всего линеаризуется путем осреднения $T(x, y, t)$ по пространству и по времени и представляется в виде

$$a\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right)=\frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (2.2)$$

где $a=\frac{T_{ср}}{\mu}$ – коэффициент пьезопроводности.

Полагая $H = H_0 - S$ (H_0 – некоторый исходный напор в момент $t = 0$, а $S\cdot(x, y, t)$ – понижение), уравнения (2.1) и (2.2) можно записать относительно понижения; если в момент $t = 0$ движение считать стационарным, то уравнения для S идентичны (2.1) и (2.2).

Для одномерного плоскопараллельного потока уравнение (2.2), записанное в понижениях, имеет вид

$$a\,\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}=\frac{\partial S}{\partial t}, \qquad (2.3)$$

для осесимметричного движения (r – радиальная координата)

$$a\left(\frac{\partial^2 S}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\,\frac{\partial S}{\partial r}\right)=\frac{\partial S}{\partial t}. \qquad (2.4)$$

Для условий установившейся фильтрации последнее уравнение принимает вид

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S}{\partial r} = 0 \qquad (2.5)$$

2.1.2. Уравнения (2.1) – (2.5) предполагают, что движение подземных вод во всех точках фильтрующей среды носит плановый характер, т.е. составляющими скорости фильтрации, нормальными водоупорному основанию потока, можно пренебречь. Такое предположение остается в силе при сравнительно малых изменениях проницаемости пород по поперечному сечению потока. При больших различиях в проницаемости вводится предпосылка, что в относительно слабопроницаемых слоях траектории движения нормальны напластованию, а в более проницаемых – параллельны ему. Тогда для частного случая движения подземных вод в двух водоносных горизонтах, разделенных слабопроницаемым слоем, справедлива система уравнений /11, 43, 47/

$$\frac{1}{a_1}\frac{\partial S_1}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial S_1}{\partial r}\right) + \frac{k_0}{T_1}\left.\frac{\partial S_0}{\partial z}\right|_{z=0}, \qquad (2.6)$$

$$\frac{1}{a_0}\frac{\partial S_0}{\partial t} = \frac{\partial^2 S_0}{\partial z^2}, \qquad (2.7)$$

$$\frac{1}{a_2}\frac{\partial S_2}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial S_2}{\partial r}\right) - \frac{k_0}{T_2}\left.\frac{\partial S_0}{\partial z}\right|_{z=m_0}, \qquad (2.8)$$

где S_1, a_1, T_1 – понижение, коэффициент пьезопроводности и проводимость опробуемого горизонта; S_2, a_2, T_2 – то же, для взаимодействующего горизонта; S_0, a_0, k_0, m_0 – понижение, коэффициент пьезопроводности, коэффициент фильтрации и мощность разделяющего слоя, z – вертикальная координата, отсчитываемая от границы опробуемого горизонта и слабопроницаемого слоя. Если в результате относительно высокой проводимости и обеспеченного питания уровни во втором (взаимодействующем) горизонте можно принять постоянными (не зависящими от перетекания), то из системы исключается уравнение (2.8). Для случая, когда режим фильтрации в разделяющем слое можно считать жестким, из системы выпадает уравнение (2.7).

Аналогом системы (2.6) – (2.8) для условий безнапорной фильтрации в двухслойной среде, состоящей из нижнего (более проницаемого) и верхнего (слабопроницаемого) слоев, является система /11, 43/

$$\frac{T}{\mu^*}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial r}\right) = \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{k_0}{\mu^*}\frac{\nu - H}{\nu}, \qquad (2.9)$$

$$-\mu_0 \frac{\partial h}{\partial t} = k_0 \frac{h - H}{h}, \qquad (2.10)$$

где h – мощность потока в верхнем слое; H – напор в нижнем слое, отсчитанный от его кровли; T и μ^* – проводимость и упругая водоотдача нижнего слоя; k_0 и μ_0 – коэффициент фильтрации и водоотдача верхнего слоя.

2.1.3. При неустановившейся фильтрации к несовершенной по степени вскрытия скважине движение не может считаться плановым; уравнение этого движения для случая однородной изотропной толщи можно представить в виде /47/

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S}{\partial r} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial S}{\partial t}. \qquad (2.11)$$

2.2. Гидродинамическая типизация пластов, граничные и начальные условия фильтрации

2.2.1. По форме области фильтрации в плане выделяют следующие типы водоносных пластов:

– неограниченный пласт, который характеризуется весьма большими размерами и такой удаленностью границ, что они не оказывают влияния на процесс фильтрации в рассматриваемой области;

– полуограниченный пласт, имеющий одну прямолинейную границу;

– полосообразный пласт, ограниченный двумя прямолинейными параллельными контурами, имеющими неограниченную протяженность;

– пласт-квадрант, ограниченный двумя прямолинейными контурами, пересекающимися под прямым углом;

– круговой пласт, ограниченный непрерывным круговым контуром.

Перечисленные формы границ области фильтрации (при условии, что они остаются неизменными во времени), отвечают так называемым типовым расчетным схемам, а все прочие – сложным. Пласт относится к тому или иному типу в зависимости от того, насколько его границы влияют на условия работы дренажного устройства, рассматриваемого в каждой конкретной задаче. Критерием степени такого влияния может служить параметр Фурье $\tau_* = \frac{at}{r_*^2}$, где a – пьезопроводность пласта, t – время откачки, r_* – расстояние до границы пласта. Пласт можно считать неограниченным до тех пор, пока $\tau_* < 0{,}2$.

2.2.2. На границах пласта может иметь место одно из следующих условий:

- условие I рода - зависимость напора H от координат точек границы и времени $H_г = f_1(x_г, y_г, t)$ или, в частном случае, $H_г = const$;

- условие II рода - зависимость удельного расхода q от координат точек границы и времени $q_г = f_2(x_г, y_г, t)$ или, в частном случае, $q_г = const$;

- условие III рода - линейная зависимость между удельным расходом и напором $q = AH + B$, где A и B - постоянные величины;

- условие IV рода - равенство напоров и расходов с обеих сторон от границы.

2.2.3. Начальное условие обычно задается распределением естественных напоров $H_e = f(x, y)$, в частном случае, горизонтального начального уровня $H_e = const$.

2.3. Простейшие аналитические решения установившейся фильтрации, используемые для определения фильтрационных параметров

В настоящем параграфе рассматриваются лишь те решения, которые наиболее часто используются на практике для определения фильтрационных параметров. Наибольший интерес представляют решения одномерных - осесимметричных и плоскопараллельных задач.

2.3.1. Простейшие решения для установившейся фильтрации к скважине. Решение уравнения (2.5) для скважины в центре кругового пласта с заданным уровнем на границе можно представить в виде

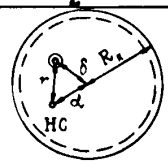
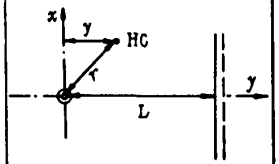
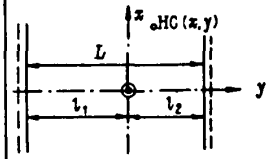
$$S(r) = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}, \qquad (2.12)$$

где $S(r)$ - понижение уровня в точке, расположенной на расстоянии r от опытной скважины; Q - дебит скважины; T - проводимость горизонта; R - радиус кругового пласта.

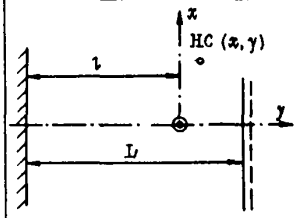
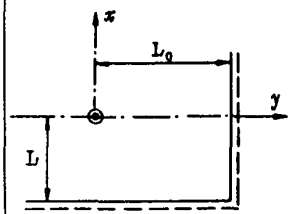
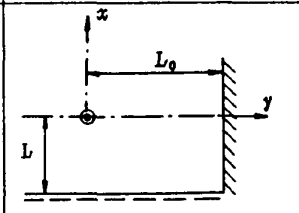
Формулу (2.12) можно использовать для расчета в других типовых (п. 2.2.1) схемах, если понимать под R некоторую расчетную функцию, определяемую геометрией области фильтрации. Значения R для наиболее часто встречающихся типовых схем приведены в табл.2.1 /15/.

Кроме приведенных в таблице случаев, установившийся режим фильтрации при откачке может наступить при подпитывании опробуемого горизонта по площади за счет перетекания, когда уровень во взаимодействующем горизонте остается неизменным.

Таблица 2.I

Гидродинамический тип пласта		Значения функции R	
название	схема	для опытной скважины	для наблюдательной скважины
I	2	3	4
I. Круговой пласт		$R = \frac{R_к^2 - \delta^2}{R_к}$	$R = \sqrt{R_к^2 + \frac{\alpha^2\delta^2}{R_к^2} - \delta^2 + r^2 - \alpha^2}$
II. Полуограниченный пласт (скважина у реки)		$R = 2L$	$R = \sqrt{4L^2 - 4Ly + r^2}$
III. Пласт-полоса а) между двумя границами с постоянным напором		$R = \frac{2L}{\pi} \cos\frac{\pi(l_1 - l_2)}{2L}$	$R = \sqrt{(x^2+y^2)\cdot\frac{ch\pi\bar{x} - \cos\pi(2\bar{l}_1 + \bar{y})}{ch\pi\bar{x} - \cos\pi\bar{y}}}$, $\bar{x} = \frac{x}{L}$, $\bar{y} = \frac{y}{L}$, $\bar{l}_1 = \frac{l_1}{L}$

Продолжение табл. 2.I

I	2	3	4
б) между областью питания и непроницаемой границей		$R=\frac{4L}{\pi}\cdot c\ell g\frac{\pi l}{2L}$	$R=\sqrt{(x^2+y^2)\cdot\frac{\left[ch\frac{\pi}{2}\bar{x}+\cos\frac{\pi}{2}(\bar{l}+\bar{y})\right]\left[ch\frac{\pi}{2}\bar{x}+\right.}{\left[ch\frac{\pi}{2}\bar{x}-\cos\frac{\pi}{2}(\bar{l}+\bar{y})\right]\left[ch\frac{\pi}{2}\bar{x}-\right.}\cdot\frac{+\cos\frac{\pi}{2}(\lvert\bar{l}-\bar{y}\rvert)}{-\cos\frac{\pi}{2}(\lvert\bar{l}-\bar{y}\rvert)}}$, $\bar{x}=\frac{x}{L}$, $\bar{y}=\frac{y}{L}$, $\bar{l}=\frac{l}{L}$.
IУ. Пласт-квадрант а) при двух границах с постоянным напором		$R=\frac{2L\,L_0}{\sqrt{L^2+L_0^2}}$	$R=\sqrt{\frac{\left[x^2+(2L_0-y)^2\right]\left[(2L+x)^2+y^2\right]}{(2L+x)^2+(2L_0-y)^2}}$
б) при одной границе с постоянным напором		$R=2L\sqrt{\frac{L^2}{L_0^2}+1}$	$R=\sqrt{\frac{\left[(2L+x)^2+y^2\right]\left[(2L+x)^2+(2L_0-y)^2\right]}{x^2+(2L_0-y)^2}}$

Если водоносный горизонт не ограничен в плане, а уровень взаимодействующего горизонта можно считать горизонтальным, то понижение S, полученное предельным переходом (при $t \to \infty$) из решения системы (2.6) - (2.8), определяется выражением /39/

$$S = \frac{Q}{2\pi T} K_0 \left(r\sqrt{\xi} \right), \qquad (2.13)$$

где $K_0(x)$ - функция Бесселя второго рода нулевого порядка (см. приложения 1 и 10), ξ - параметр установившегося перетекания (п. 1.4.1).

При $r\sqrt{\xi} < 0{,}05$ уравнение (2.13) для практических целей может быть аппроксимировано в виде

$$S = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{1{,}123}{r\sqrt{\xi}} . \qquad (2.14)$$

Это выражение аналогично формуле (2.12), если считать, что $\frac{1{,}123}{\sqrt{\xi}} = R$.

Если предпосылка о горизонтальном уровне в питающем слое не применима, но можно допустить, что в питающем слое имеет место установившийся осесимметричный поток с расходом Q^*, то распределение напоров в рассматриваемом горизонте определяется соотношением /22/

$$H = H^* + (H_0 - H_0^*) \frac{K_0(r\sqrt{\xi})}{K_0(r_0\sqrt{\xi})} , \qquad (2.15)$$

$$H^* = H_0^* + \frac{Q^*}{2\pi T^*} \ln \frac{r}{r_0} , \qquad (2.16)$$

где H_0 и H^* - напоры в питающем слое на контуре стока при $r = r_0$ и в расчетной точке на расстоянии r; знак * указывает на принадлежность параметра питающему горизонту. Расход на контуре стока (в скважине) определяется выражением

$$Q = 2\pi T \left[\frac{Q^*}{2\pi T^*} - (H_0 - H_0^*) \frac{1}{\ln\left(1 + \frac{1}{r_0\sqrt{\xi}}\right)} \right], \qquad (2.17)$$

2.3.2. Решения для установившейся плоскопараллельной фильтрации. Установившаяся плоскопараллельная фильтрация возможна при наличии контура обеспеченного питания ($H = const$) или при питании рассматриваемого водоносного горизонта за счет перетекания из более водообильного горизонта, распределение напоров в котором не меняется во времени.

Распределение напоров и удельный расход потока при плоскопараллельной фильтрации в изолированном водоносном горизонте определяются выражениями /35/ при безнапорном режиме

$$h(x) = \sqrt{h_0^2 + \frac{x}{l}(h_1^2 - h_0^2)}, \qquad (2.18)$$

$$q = k \cdot \frac{h_1^2 - h_0^2}{2l},$$

при напорном режиме

$$H(x) = H_0 + \frac{x}{l}(H_1 - H_0), \qquad (2.19)$$

$$q = T\,\frac{H_1 - H_0}{l},$$

где h_1 и h_0 (H_1 и H_0) - мощность водоносного горизонта (напор) на контуре питания и контуре стока, l - расстояние от контура стока до контура питания.

При питании водоносного горизонта за счет перетекания из соседнего горизонта, уровень в котором можно считать горизонтальным, понижение и расход определяются формулами /22/

$$S(x) = S_0 \cdot e^{-x\sqrt{\xi}}, \qquad (2.20)$$

$$q = T \cdot S_0\sqrt{\xi}. \qquad (2.21)$$

Если напор H^* во взаимодействующем горизонте зависит от x линейно, то

$$H = H^* + (H_0 - H_0^*)\,e^{-x\sqrt{\xi}}, \qquad (2.22)$$

$$q = T\left[\frac{q^*}{T^*} - (H_0 - H_0^*)\sqrt{\xi}\right]. \qquad (2.23)$$

2.4. Основные решения неустановившейся фильтрации, используемые для определения фильтрационных параметров

2.4.1. Неустановившаяся фильтрация к скважине в изолированном водоносном горизонте. Зависимости, наиболее часто используемые для определения фильтрационных параметров при неустановившемся режиме, получаются из решения уравнения (2.4) для неограниченного в плане водоносного горизонта при постоянном расходе опытной скважины. Это решение выражается известной формулой Тейса

$$S(r, t) = \frac{Q}{4\pi T}\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right)\right], \qquad (2.24)$$

где $-Ei(x)$ – интегральная показательная функция, значения которой приведены в приложении 2. Для малых значений аргумента $\frac{r^2}{at}$ формулу (2.24) можно аппроксимировать в виде

$$S = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25\,at}{r^2} . \qquad (2.25)$$

Сделаем некоторые замечания относительно критерия применимости формулы (2.25). Можно принимать разные значения этого критерия в зависимости от гребуемой точности приближения. Для характеристики точности введем коэффициент $\psi(r_0)$, равный

$$\psi(r_0) = \frac{S - S_{пр}}{S} \cdot 100\% ,$$

где S и $S_{пр}$ – истинная и приближенная величины понижения в точке r_0, определенные, соответственно, по формулам (2.24) и (2.25); r_0 – радиус зоны применимости формулы (2.25) с точностью $\psi(r_0)$ процентов в момент t. Для различных величин $\frac{r_0^2}{at}$ получим следующие значения $\psi(r_0)$.

$\frac{r_0^2}{at}$	0,I	0,2	0,4	0,5	I,0	2
$\psi(r_0)\%$	0,7	2,4	4,5	8	22	60

При $\frac{r}{at} > 0{,}4$ относительная погрешность формулы (2.25) резко возрастает. Следовательно, формулу (2.25) можно рекомендовать к использованию при $r < 0{,}6\sqrt{at}$.

Формально выражение (2.25) можно привести к виду, аналогичному формуле (2.12), если допустить, что

$$R = \sqrt{2{,}25\,at} . \qquad (2.26)$$

На этом основании иногда вводится понятие "условного" или "неустановившегося" радиуса влияния, которому нередко придается не свойственный ему физический смысл.

В настоящей работе условный или неустановившийся радиус влияния понимается как расчетный параметр, который определяется конкретной расчетной схемой фильтрации и аппроксимирующей формулой, принимаемой для описания процесса. Размеры зоны, в пределах которой отмечаются существенные понижения, т.е. формируются основные эксплуатационные запасы, с расчетным радиусом влияния непосредственно отождествляться не могут. Они определяются коэффициентами φ_W и φ_q

$$\varphi_W = \frac{W(r)}{W_{общ}} = 1 - e^{-\frac{r^2}{4at}} - \frac{r^2}{4at} Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right),$$

$$\varphi_q = \frac{Q_c - Q\,r}{Q_c} = 1 - e^{-\frac{r^2}{4at}},$$

где $W_{общ}$ – общий объем воды, откачанной за время t ; $W(r)$ – объем воды, откачанной из зоны радиуса r ; Q_c – расход скважины; $Q(r)$ – расход осесимметричного потока на расстоянии r от опытной скважины в момент времени t .

Коэффициенты φ_W и φ_q зависят только от параметра $\frac{r^2}{at}$ (см.табл.2.2).

Таблица 2.2

$\frac{r^2}{at}$	2,25	π	4	I2
φ_W	0,7	0,794	0,85	0,99
φ_q	0,43	0,54	0,63	0,95

Из табл.2.2 следует, что зона, определяемая условным радиусом влияния ($R = \sqrt{2,25at_p}$), обеспечивает 70% общего объема откачанной к данному моменту t_p воды и лишь 43% расхода, поступающего в скважину в момент t_p . Отношение объема условной депрессионной воронки, построенной из предположения логарифмического распределения понижений, к объему истинной депрессионной воронки в соответствующие моменты времени остается постоянным, однако константа C не равна единице ($C = 0,562$).

Коснемся еще одного аспекта, связанного с использованием формулы (2.25) при обработке результатов опытных откачек. Известно, что ощутимое снижение уровня в наблюдательной скважине, расположенной на расстоянии r от опытной, начинается не с момента начала откачки, а лишь спустя некоторое время. Скорость снижения уровня вначале возрастает, достигает некоторого максимума и затем снова уменьшается. Учитывая, что

$$\frac{d}{dx}\left[-Ei(-x)\right] = -\frac{e^{-x}}{x}, \qquad (2.28)$$

и приравнивая вторую производную понижения по времени нулю, найдем, что скорость снижения уровня достигает максимальной величины в тот момент, когда $4at = r^2$. Скорость изменения понижения выражается формулой

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \frac{I}{t} \cdot e^{-\frac{r^2}{4at}} \qquad (2.29)$$

и максимальное ее значение при $t_0 = \frac{r^2}{4a}$ будет равно

$$\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_{max} = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \frac{I}{e \cdot t_0} = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \frac{4a}{e \cdot r^2} = 0,117\,\frac{Q \cdot a}{T \cdot r^2}.$$

Если обозначить через t' момент времени, с которого применима формула (2.25), то получим

$$t' = 10\,t_0 \qquad \text{и} \qquad \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_{max}}{\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_{t>t'}} > 3\,,$$

т.е. формула (2.25) применима с того момента времени, когда скорость изменения понижения становится как минимум в 3 раза меньше ее максимального значения в данной точке. Следовательно, ориентируясь на применение формулы (2.25), приходится отказываться от рассмотрения наиболее характерного участка кривой изменения уровня.

Формула Тейса получена как результат точного математического решения дифференциального уравнения (2.4). Эта же задача решалась и различными приближенными методами, в частности, методом интегральных соотношений /5/. Полученное решение имеет вид

$$S = \frac{Q}{2\pi T}\left[\ln\frac{R(t)}{r} - 1 + \frac{r}{R(t)}\right], \qquad (2.30)$$

$$R(t) = \sqrt{12\,a t}\,, \qquad (2.31)$$

где $R(t)$ - условный неустановившийся радиус влияния. Заметим, что объем депрессионной воронки, подсчитанный по этому решению, в точности равен ее истинному объему.

Расчетные формулы полуограниченного пласта и пласта-квадранта, полученные на базе формулы Тейса с использованием метода зеркальных отражений и принципа сложения течений, приведены в табл.2.3 /9/.

Во многих случаях производительность скважины или системы, приводимой к "большому колодцу", нельзя считать неизменной во времени. Поэтому различными авторами получен ряд решений для условий, когда расход скважины изменяется по некоторому заданному закону. Наиболее простые решения сведены в табл.2.4 /11/.

В практике гидрогеологических исследований опытные откачки нередко проводятся при постоянном понижении в опытной скважине. Для этого случая общее решение (для неограниченного в плане горизонта) получено /9, 47/ в виде

$$S(r,t) = S_0 \cdot A(\tau,\rho)\,, \qquad (2.43)$$

$$Q(t) = 2\pi T \cdot S_0 \cdot G(\tau)\,, \qquad (2.44)$$

где $\tau = \frac{a t}{r_0^2}$; $\rho = \frac{r}{r_0}$, $S(r,t)$ - понижение в момент времени t на расстоянии r от опытной скважины; $Q(t)$ - переменный во времени расход скважины, r_0 - радиус опыт-

Таблица 2.3

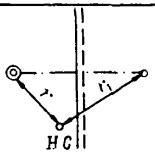
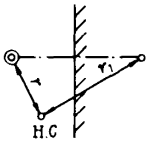
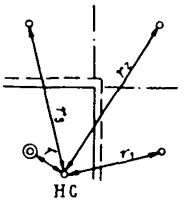
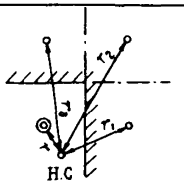
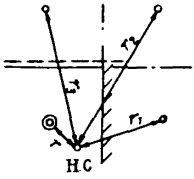
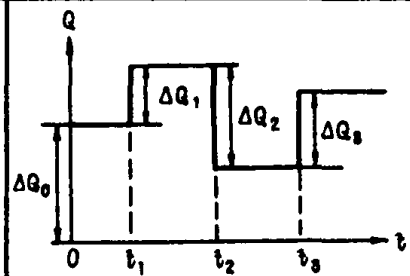
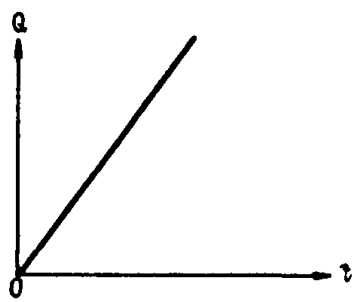
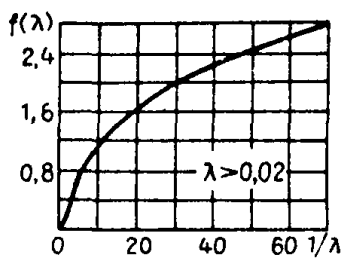
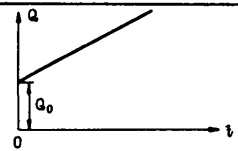
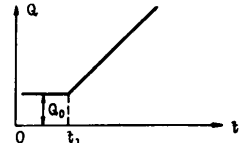
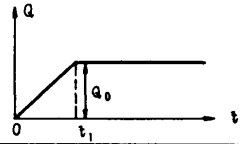
Гидродинамический тип пласта		Расчетная формула и ее номер
название	схема	
Полуограниченный пласт а) с контуром питания $H = const$		$S=-\frac{Q}{4\pi T}\left[Ei(-\frac{r^2}{4at})-Ei(\frac{r_i^2}{4at})\right]$ (2.32)
б) с непроницаемым контуром $q = 0$		$S=-\frac{Q}{4\pi T}\left[Ei(-\lambda)+Ei(-\lambda_i)\right]$ $\lambda_i=\frac{r_i^2}{4at}$ (2.33)
Пласт-квадрант а) с двумя контурами питания $H_1=H_2=const$		$S=-\frac{Q}{4\pi T}\left[Ei(-\lambda)-Ei(-\lambda_1)+Ei(-\lambda_2)-\right.$ $\left.-Ei(-\lambda_3)\right]$ (2.34)
б) с двумя непроницаемыми контурами $q_1=q_2=0$		$S=-\frac{Q}{4\pi T}\left[Ei(-\lambda)+Ei(-\lambda_1)+\right.$ $\left.+Ei(-\lambda_2)+Ei(-\lambda_3)\right]$ (2.35)
в) с одним контуром питания $H_1=const$ и одним непроницаемым контуром $q_2=0$		$S=-\frac{Q}{4\pi T}\left[Ei(-\lambda)+Ei(-\lambda_1)-\right.$ $\left.-Ei(-\lambda_2)-Ei(-\lambda_3)\right]$ (2.36)

Таблица 2.4

Закон изменения расхода		Расчетная формула и ее номер	Примечания
в аналитическом виде	график		
1	2	3	4
$Q(t)=\sum_{i=0}^{n}\mp\Delta Q_i$		$S(r,t)=-\frac{1}{4\pi T}\sum_{i=0}^{n}(\mp\Delta Q_i)\times$ $\times Ei(-\lambda_i)$ (2.37)	$\lambda_i=\frac{r^2}{4a(t-t_i)}$; $t_0=0$; $t_n<t$
$Q(t)=qt$ $q=const$		$S(r,t)=\frac{Q(t)}{4\pi T}\cdot f(\lambda)$ (2.38)	$\lambda=\frac{r^2}{4at}$, $f(\lambda)=-(1+\lambda)Ei(-\lambda)-e^{-\lambda}$, при $\lambda<0,02$ $f(\lambda)=\ln\frac{1}{\lambda}-1,58$ 

Продолжение табл. 2.4

I	2	3	4
$Q(t)=Q_0+qt$ $q=const$ $Q_0=const$		$S(r,t)=\frac{1}{4\pi T}\left[-Q_0\cdot Ei(-\lambda)+\right.$ $\left.+(Q-Q_0)\cdot f(\lambda)\right]$ **(2.39)**	
$0<t\leq t_1$ $Q_0(t)=Q_0=const$ $t>t_1$ $Q(t)=Q_0+q(t-t_1)$		**при** $t>t_1$ $S(r,t)=\frac{1}{4\pi T}\left[-Q_0\cdot Ei(-\lambda)+\right.$ $\left.+(Q-Q_0)\cdot f(\lambda_1)\right]$ **(2.40)**	$\lambda_1=\frac{r^2}{4a(t-t_1)}$
$Q(t)=qt$ **при** $t\leq t_1$ $Q(t)=qt_1=Q_0$ **при** $t>t_1$		**при** $t>t_1$ $S(r,t)=\frac{Q_0}{4\pi T}\left[\frac{t}{t_1}\cdot f(\lambda)\right.$ $\left.-\left(\frac{t}{t_1}-1\right)\cdot f(\lambda_1)\right]$ **(2.41)**	
$Q(t)=Q_0+\gamma t^2$ $\gamma=const$		$S(r,t)=\frac{Q_0}{4\pi T}\left[-Ei(-\lambda)+\right.$ $\left.+\left(\frac{Q}{Q_0}-1\right)R(\lambda)\right]$ **(2.42)**	$R(\lambda)=-\left(1+2\lambda+\frac{\lambda^2}{2}\right)Ei(-\lambda)-$ $-\frac{1}{2}(3+\lambda)\cdot e^{-\lambda}$ **при** $\lambda<0.02$ $R(\lambda)\approx ln\frac{1}{\lambda}-2,08$

ной скважины; T и a – проводимость и коэффициент пьезопроводности опробуемого горизонта; $A(\tau, \rho)$ и $G(\tau)$ – табулированные функции, значения которых даны в приложениях 3 и 4. На рис.2.1 приведен график функции $A(\tau, \rho)$.

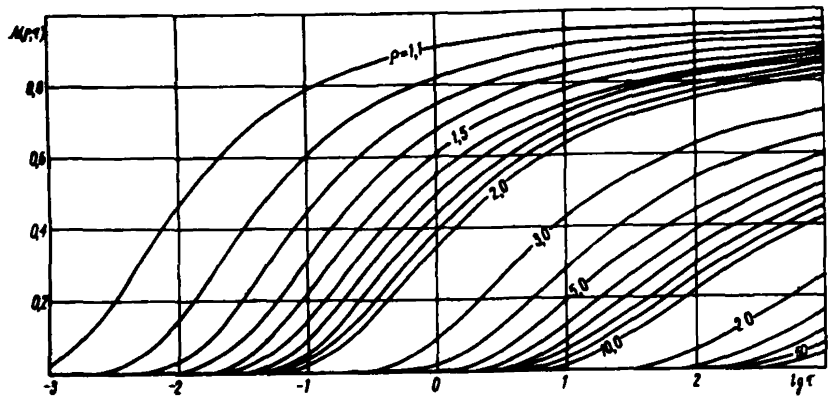


Рис.2.1. График функции $A(\rho, \tau)$

При $\tau > 500$ функции $A(\tau, \rho)$ и $G(\tau)$ аппроксимируются следующими выражениями

$$A(\tau, \rho) \approx \frac{-Ei\left(-\frac{\rho^2}{4\tau}\right)}{\ln 2{,}25\,\tau},$$

$$G(\tau) \approx \frac{2}{\ln 2{,}25\tau}.$$

Так как при опытных откачках r_0, за исключением очень редких случаев, не превышает 0,2 м, то условие $\tau = \frac{at}{r_0^2} > 500$ будет выполняться достаточно быстро и, следовательно, для практических целей можно использовать упрощенные формулы

$$S(r, t) \approx S_0 \frac{-Ei\left(-\frac{\rho^2}{4\tau}\right)}{\ln 2{,}25\,\tau},$$

$$Q(t) \approx 2\pi T S_0 \frac{2}{\ln 2{,}25\tau},$$

объединяя которые, получим выражение, аналогичное формуле Тейса

$$S(r, t) \approx -\frac{Q(t)}{4\pi T} Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right). \qquad (2.45)$$

Изменение понижения после прекращения откачки (восстановление уровня) для случая откачки с заданным расходом, т.е. при граничном условии II рода, используя метод сложения

течений, можно представить в виде /47/

$$S_в(r,t) = S(r,t) - S(r,t-t_0), \qquad (2.46)$$

где $S(r,t)$ – понижение, определяемое в соответствии с законом изменения расхода при откачке; $S(r,t-t_0)$ – величина восстановления уровня от компенсирующего расхода; t – время от начала откачки; t_0 – продолжительность откачки.

Для случая откачки с постоянным расходом в неограниченном в плане водоносном горизонте компенсирующий расход равен расходу откачки, поэтому, используя формулу (2.24), получим

$$S_в = \frac{Q}{4\pi T}\left\{\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right)\right] - \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4a(t-t_0)}\right)\right]\right\}. \qquad (2.47)$$

При $\frac{r^2}{a(t-t_0)} < 0{,}1\text{–}0{,}4$ формулу (2.47) можно упростить

$$S_в = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{t}{t-t_0}. \qquad (2.47а)$$

Если продолжительность откачки значительно превышает время восстановления $t_0 \gg (t-t_0)$, то можно принять $Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right) = Ei\left(-\frac{r^2}{4at_0}\right)$, что соответствует малому изменению $S(r,t)$ за промежуток времени от t_0 до t. Тогда из (2.46) получим

$$\Delta S = S(r,t_0) - S_в(r,t) = \frac{Q}{4\pi T}\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4a(t-t_0)}\right)\right], \qquad (2.48)$$

где ΔS – повышение от уровня, достигнутого к концу откачки; $S(r,t_0)$ – понижение уровня в момент прекращения откачки. При $\frac{r^2}{a(t-t_0)} < 0{,}1 \div 0{,}4$ для ΔS получим выражение, аналогичное (2.25)

$$\Delta S = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25a(t-t_0)}{r^2}. \qquad (2.49)$$

Анализ формулы (2.47) позволяет заключить, что $S_в(r,t)$ имеет максимум в некоторый момент $t_m > t_0$, для отыскания которого приравняем нулю $\frac{\partial S_в}{\partial t}$, найденную согласно (2.29)

$$\frac{\partial S_в}{\partial t} = \frac{Q}{4\pi T}\left(\frac{1}{t} e^{-\frac{r^2}{4at}} - \frac{1}{t-t^0} e^{-\frac{r^2}{4a(t-t_0)}}\right) = 0.$$

Решая это уравнение, получим

$$\frac{t_m(t_m - t_0)}{t_0} \cdot \ln \frac{t_m}{t_m - t_0} = \frac{r^2}{4a} , \qquad (2.50)$$

или, вводя переменную $\alpha = \frac{t_m}{t_0}$,

$$\frac{r^2}{4a t_0} = \alpha(\alpha - 1) \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} . \qquad (2.51)$$

Отношение максимального понижения к понижению, достигнутому к концу откачки, можно представить в виде

$$\frac{S_{max}}{S(t_0)} = \frac{\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4a t_0 \alpha}\right)\right] - \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4a t_0(\alpha-1)}\right)\right]}{-Ei\left(-\frac{r^2}{4a t_0}\right)} . \qquad (2.52)$$

Используя формулы (2.51) и (2.52), связь между α , $\frac{r^2}{4a t_0}$ и $\frac{S_{max}}{S(t_0)}$ можно проиллюстрировать табл.2.5.

Таблица 2.5

α	I,0I	I,02	I,075	I,I	I,2	I,5	2,0	2,5
$\frac{r^2}{4a t_0}$	0,046	0,08	0,2I4	0,263	0,43	0,83	I,38	I,92
$\frac{S_{max}}{S(t_0)}$	I,003	I,0I	I,03	I,05	I,I3	I,42	2,I7	3,5

Из анализа этой таблицы следует, что применимость формул (2.48) и (2.49), т.е. возможность обработки данных восстановления без учета наследственности откачки, обычно оцениваемая критерием $(t - t_0) < 0{,}1\, t_0$, допустима лишь для той зоны, в которой к концу откачки достигнут квазистационарный режим ($\frac{r^2}{4a t_0} < 0{,}05$).

С другой стороны, момент максимального понижения, снятый с графика изменения уровня при восстановления, можно использовать /12/ для определения параметров по методу характерных точек (см.п.2.5.6). Численный анализ зависимостей (2.51) и (2.52) с учетом возможных технических условий проведения опытных откачек позволяет ограничить диапазон применимости этого метода значениями α от 1,075 до 2,5, что соответствует $\frac{r^2}{4a t_0} = 0{,}2 \div 2{,}0$.

2.4.2. Решения для неустановившейся плоскопараллельной фильтрации. Неустановившаяся плоскопараллельная фильтрация в рамках рассматриваемой проблемы представляет интерес при анализе результатов гидрогеологических наблюдений вблизи рек или крупных водоемов, а также на небольших участках, непосредственно прилегающих к борту карьера или к дренажному контуру. При этом по условиям на внешней границе возможны три типа грунтовых потоков:

- полубесконечный,
- ограниченный контуром питания $H_r = const$,
- ограниченный непроницаемым контуром $q_r = 0$.

При мгновенном подъеме уровня на контуре стока от h_1 до h_2 решение уравнения (2.3) имеет /13/ вид для полубесконечного пласта

$$h = \sqrt{h_e^2 + (h_2^2 - h_1^2)\,[1 - \Phi(\lambda)]}\,, \qquad (2.53)$$

для потока, ограниченного контуром питания

$$h = \sqrt{h_e^2 + (h_2^2 - h_1^2)\cdot\left[1 - \frac{x}{L} - S(\bar{x},\tau)\right]}\,, \qquad (2.54)$$

для потока, ограниченного непроницаемым контуром

$$h = \sqrt{h_e^2 - (h_2^2 - h_1^2)\cdot[1 - T(\bar{x},\tau)]}\,. \qquad (2.55)$$

где h_e – исходная глубина потока в рассматриваемом сечении; L – расстояние от удаленного контура; $\Phi(\lambda)$, $S(\bar{x},\tau)$; $T(\bar{x},\tau)$ – табулированные функции, значения которых даны в приложениях 5, 6 и 7 и на графиках рис.2.2 и 2.3; $\tau = \frac{at}{L^2}$; $\lambda = \frac{x}{\sqrt{2at}}$; $\bar{x} = \frac{x}{L}$.

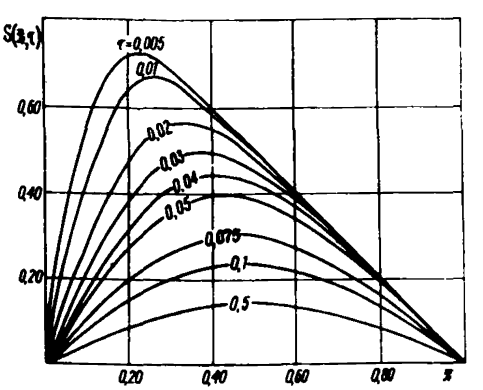


Рис.2.2. График функции $S(\bar{x},\tau)$

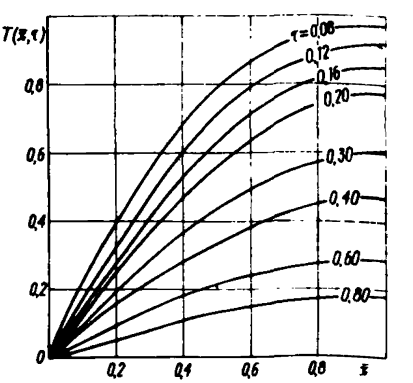


Рис.2.3. График функции $T(\bar{x},\tau)$

2.4.8. Простейшие решения нестационарных уравнений для слоистых систем. Из имеющихся решений системы (2.6) – (2.8) наибольший практический интерес представляют два случая:

1) Уровень во взаимодействующем слое при откачке не меняется вследствие относительно высокой проницаемости и водообильности, а упругие запасы разделяющего слоя незначительны. Для случая постоянного расхода опытной скважины решение /47/ имеет вид

$$S = \frac{Q}{4\pi T} W(u, r\sqrt{\xi}), \qquad (2.56)$$

где $W(u, r\sqrt{\xi}) = \int_u^\infty \frac{1}{y} \exp(-y - \frac{r^2\sqrt{\xi}}{4y}) dy$, $u = \frac{r^2}{4at}$.

Функция $W(u, r\sqrt{\xi})$ табулирована /39, 47/, значения ее приведены в приложении 8. При $\xi = 0$, т.е. при отсутствии перетекания

$$W(u, 0) = -Ei(-u).$$

2) Подпитывание опробуемого горизонта при откачке осуществляется за счет упругих запасов соседних слабопроницаемых слоев. Процесс фильтрации в этих условиях описывается уравнениями (2.6) и (2.7), решение которых /40/ имеет вид

$$S = \frac{Q}{4\pi T} H(u, \beta), \qquad (2.57)$$

где $H(u, \beta) = \int_u^\infty \frac{e^{-y}}{y} erfc(\frac{\beta\sqrt{u}}{\sqrt{y(y-u)}}) dy$, $\beta = \frac{r \cdot k_0}{4T}\sqrt{\frac{a}{a_0}}$.

k_0 и a_0 – коэффициент фильтрации и пьезопроводность слабопроницаемого слоя. Значения табулированной /40/ функции $H(u, \beta)$ приведены в приложении 9.

2.4.4. Приближенные решения для фильтрации при откачках в слоистых толщах. Отыскание точных решений задач фильтрации при откачках в условиях перетекания связано с значительными математическими трудностями. Поэтому для ряда задач методом интегральных соотношений, предложенным Г.И.Баренблаттом /5/, были найдены приближенные решения. Изменение понижения в процессе откачки для всех рассмотренных случаев описывается формулой

$$S(r, t) = \frac{Q}{2\pi T}\left[\ln\frac{R(t)}{r} - 1 + \frac{r}{R(t)}\right], \qquad (2.58)$$

в которой условный радиус влияния $R(t)$ определяется в зависимости от конкретной схемы строения водоносной толщи в разрезе одним из следующих выражений:

- Для грунтового водоносного горизонта двухслойного строения /23/

$$R^2(t) = \frac{12a}{\alpha}\left[t - \frac{1-\alpha}{\alpha\beta_0}\left(1 - e^{-\alpha\beta_0 t}\right)\right], \qquad (2.59)$$

где $a = \frac{T}{\mu^*}$, $\alpha = \frac{\mu_0 + \mu^*}{\mu^*}$, $\beta_0 = \frac{k_0}{\mu_0 h_0}$.

При $\mu_0 \gg \mu^*$ и $\beta_0 t > \frac{5\mu^*}{\mu^0}$ выражение (2.59) существенно упрощается

$$R^2(t) = \frac{12T}{\mu_0}\left(t + \frac{1}{\beta_0}\right). \qquad (2.59а)$$

- В случае подпитывания опробуемого горизонта за счет упругих запасов слабопроницаемого слоя /26/

$$R^2(t) = \frac{6a}{B^2}\left(2B\sqrt{t} - 1 + e^{-2B\sqrt{t}}\right), \qquad (2.60)$$

где $B = \frac{k_0}{\sqrt{a_0}\,\mu}$.

- В случае перетекания при постоянном уровне в питающем слое

$$R^2(t) = \frac{12a}{\beta}\left(1 - e^{-\beta t}\right), \qquad (2.61)$$

где $\beta = \frac{k_0}{m_0\mu}$.

- При снижении уровня в питающем слое /24/ при $\frac{\mu_1}{\mu} > 30$

$$R^2(t) = \frac{12T}{\mu_1}\left(t + \frac{1}{\beta_1}\right), \qquad (2.62)$$

где $\beta_1 = \frac{k_0}{m_0\mu_1}$.

В формулах (2.59) ÷ (2.62) a – коэффициент пьезопроводности; μ – водоотдача; k – коэффициент фильтрации; индексы "0" и "1" относятся, соответственно, к слабопроницаемому и взаимодействующему слоям; m_0 – мощность слабопроницаемого слоя; h – то же в безнапорных условиях.

2.4.5. Основные решения для несовершенных скважин. Все приведенные выше решения справедливы для условий, когда и опытная и наблюдательная скважины совершенны как по степени, так и по характеру вскрытия. Наиболее детальное решение, учитывающее несовершенство как центральной, так и наблюдательных скважин, дает-

ся М.С.Хантушем /47/

$$S = \frac{Q}{4\pi T}\left[-Ei(-u) + \xi(u, m, r, l, d, l', d')\right], \quad (2.63)$$

$$\xi = \frac{2m^2}{\pi^2 (l-d)(l'-d')} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\sin\frac{l\pi n}{m} - \sin\frac{\pi d n}{m}\right)\left(\sin\frac{l'\pi n}{m} - \sin\frac{d'\pi n}{m}\right) \cdot W\left(u, \frac{n\pi r}{m}\right), \quad (2.64)$$

где Q - расход опытной скважины, постоянный во времени; m - мощность опробуемого горизонта; r - расстояние до наблюдательной скважины; l и l' - заглубление нижней кромки фильтра в водоносный горизонт, соответственно, в центральной и наблюдательной скважинах; d и d' - то же, для верхней кромки фильтров; $W(u, z)$ - табулированная функция (см.приложение 8).

Для случая одинаковой степени совершенства центральной и наблюдательной скважин и полной обсадки фильтром вскрытой части пласта ($l = l'$ и $d = d' = 0$) формула (2.64) существенно упрощается

$$\xi = \frac{2m^2}{\pi^2 l^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^2\frac{l\pi n}{m} \cdot W\left(u, \frac{n\pi r}{m}\right). \quad (2.65)$$

В таком виде выражение для дополнительного сопротивления рекомендуется Н.Н.Веригиным /14/.

При $t > \frac{m^2}{2a}$ входящую в выражения (2.64) и (2.65) функцию $W(u, z)$ можно аппроксимировать в виде

$$W\left(u, \frac{n\pi r}{m}\right) \approx 2K_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right), \quad (2.66)$$

где $K_0(z)$ - функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

Следовательно, дополнительное сопротивление ξ к моменту $t \approx \frac{m^2}{2a}$ достигает максимального значения и остается в дальнейшем неизменным. Отсюда дополнительное сопротивление за счет несовершенства по степени вскрытия имеет вид

$$\xi_y = \frac{4m^2}{\pi^2 (l-d)(l'-d')} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\sin\frac{n\pi l}{m} - \sin\frac{n\pi d}{m}\right) \times \left(\sin\frac{n\pi l'}{m} - \sin\frac{n\pi d'}{m}\right) \cdot K_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right). \quad (2.67)$$

При выполнении условия

$$\frac{r}{m} > 1{,}5 \quad (2.68)$$

функция $W\left(u, \frac{n\pi r}{m}\right)$, а следовательно, и дополнительное

сопротивление ξ становятся пренебрежимо малыми. Поэтому понижение в наблюдательных скважинах, расположенных на расстоянии $r > 1{,}5\ m$ от центральной, подчиняется приведенным выше зависимостям для скважин, совершенных по степени вскрытия. Для анизотропного пласта условию (2.68) отвечает условие

$$\frac{r}{m} > 1{,}5\sqrt{\frac{k_r}{k_z}}\ , \qquad (2.69)$$

где k_r и k_z – коэффициенты фильтрации, соответственно, по и вкрест слоистости.

2.5. Основные сведения о методах определения фильтрационных параметров по результатам откачек

2.5.1. В научно-технической литературе предложено много способов отыскания фильтрационных параметров по результатам опытных откачек. Сведения о различных способах содержатся буквально в сотнях монографий и отдельных журнальных публикаций. Однако в монографиях /7, 9, 10, 11, 43/, посвященных различным вопросам динамики подземных вод (осушение, подсчет запасов, орошение и др.), освещаются обычно лишь простейшие методы определения фильтрационных параметров. Специальные методические пособия составляются нередко на базе собственных теоретических исследований авторов этих пособий, поэтому они не охватывают всех существующих способов и применимы обычно в узком круге гидрогеологических условий. И, наконец, справочники, как правило, строятся как набор простейших и широкораспространенных расчетных зависимостей для различных схем гидрогеологического строения и различных режимов откачки, при этом, в результате использования решений, полученных различными методами, остаются завуалированными наиболее общие методологические приемы.

2.5.2. В этой связи представляется целесообразным дать классификацию существующих методов расчета параметров, которая, с одной стороны, была бы основой для упорядоченного изучения проблемы определения параметров, а с другой – могла бы использоваться для дальнейшего развития методики интерпретации результатов опытных откачек.

Существующие методы определения фильтрационных параметров по результатам опытных откачек подразделяются на следующие основные группы:

– прямые методы, использующие конечные аналитические решения соответствующих фильтрационных задач;

– интегральные методы, совокупно использующие все полученные в процессе откачки данные для единичного расчета параметров;

- аналоговые методы;
- комбинированные методы, включающие в себя отдельные элементы трех предыдущих групп.

Во всех перечисленных группах можно выделить методы, базирующиеся на теории установившегося или неустановившегося режима фильтрации.

2.5.3. Наиболее детально разработана к настоящему времени первая группа методов. Она включает в себя наибольшее количество различных расчетных приемов, среди которых можно выделить:
- метод разности понижений,
- метод отношения понижений;
- метод характерных точек,
- метод типовых кривых,
- метод прямой линии.

Первые три метода можно объединить в подгруппу точечных методов, имея в виду, что для расчета параметров в них используются единичные точки наблюдений. В отличие от них, метод типовой кривой и метод прямой линии составляют подгруппу обобщающих методов.

2.5.4. М е т о д р а з н о с т и п о н и ж е н и й используется обычно в случае логарифмической зависимости понижения от некоторого обобщенного параметра, отражающего расстояние, время, фильтрационные свойства горизонта и геометрические формы области фильтрации в плане. Составляя разности понижений для точек с заданными координатами (r и t), можно исключить ряд неизвестных параметров (расчетный радиус влияния, коэффициент пьезопроводности, параметр перетекания) и получить расчетную формулу для определения проводимости горизонта. В качестве примера можно отметить определение проводимости по двум наблюдательным скважинам на основе формулы Дюпюи и логарифмического аналога формулы Тейса.

П р и м е р. При откачке из неограниченного в плане водоносного горизонта достигнут квазистационарный режим фильтрации, т.е. изменение понижения в наблюдательных скважинах подчиняется уравнению (2.25). Составляя разность понижений $S_1(r_1, t_1)$ и $S_2(r_2, t_2)$, получим расчетную формулу для определения проводимости водоносного горизонта

$$T = \frac{Q}{4\pi[S_1(r_1, t_1) - S_2(r_2, t_2)]} \ln \frac{t_1 \cdot r_2^2}{t_2 \cdot r_1^2}, \quad (2.70)$$

в которой коэффициент пьезопроводности отсутствует.

2.5.5. Метод отношения понижений применим в том случае, когда в уравнение, описывающее распределение понижений при откачке, входит только два неизвестных параметра. В частности, уравнение осесимметричной фильтрации при откачке с постоянным расходом можно представить в общем виде

$$S(r,t) = \frac{C}{T} A(a, r, t),$$

где C - константа, T - проводимость, a - коэффициент пьезопроводности.

Отношение двух понижений $S_1(r_1, t_1)$ и $S_2(r_2, t_2)$ не зависит от проводимости

$$\frac{S_1(r_1, t_1)}{S_2(r_2, t_1)} = \frac{A(a, r_1, t_1)}{A(a, r_2, t_2)} . \qquad (2.71)$$

Из этого выражения можно подбором определить коэффициент пьезопроводности.

Оба описанных метода (разности и отношения понижений) допускают в принципе три модификации[x] по сочетанию выбранных для расчета понижений $S_1(r_1, t_1)$ и $S_2(r_2, t_2)$:

1) $r_1 \neq r_2$, $t_1 = t_2$ - понижения в двух наблюдательных скважинах в один момент времени,

2) $r_1 = r_2$, $t_1 \neq t_2$ - понижения в одной наблюдательной скважине на два разных момента времени,

3) $r_1 \neq r_2$, $t_1 \neq t_2$ - понижения в двух наблюдательных скважинах в разное время.

2.5.6. Метод характерных точек. Анализ теоретических решений для некоторых схем фильтрации подземных вод позволяет выделить на графиках зависимости понижения от времени или от расстояния до центральной скважины характерные точки (точки экстремальных значений, точки перегибов и т.п.). Зная координаты этих точек на графике фактических наблюдений и соответствующие этим точкам формулы связи, можно определить фильтрационные параметры исследуемого горизонта.

Пример. Рассмотрим метод определения коэффициента пьезопроводности по моменту максимальной скорости изменения понижения в наблюдательной скважине /16/. Как указывалось выше (п. 2.4.1), максимальная скорость снижения уровня отмечается в момент

$$t_0 = \frac{r^2}{4a} , \qquad (2.72)$$

[x] Указанные модификации соответствуют понятиям площадного, временного и комбинированного прослеживания, используемым в работе /8/

Отыскав $t_в$ по фактическим наблюдениям, например, с помощью графика $\frac{dS}{dt} = f(t)$ из выражения (2.72), можно определить коэффициент пьезопроводности, а затем найти проводимость горизонта из формулы Тейса.

2.5.7. Метод типовых кривых применяется в тех случаях, когда конечное решение содержит табулированные функции, зависящие от одного или двух параметров. Координаты типового графика выбираются таким образом, чтобы график фактических наблюдений, построенный в том же масштабе, был подобен типовому и совмещался с ним при простом смещении координатных осей. Фильтрационные параметры опробуемого водоносного горизонта вычисляются по величине смещения координатных осей типового и фактического графиков.

Пример. Метод типовой кривой Тейса. Логарифмируя формулу Тейса и выражение аргумента интегральной экспоненциальной функции, получаем

$$\lg S - \lg\left[-Ei(-\lambda)\right] = \lg\frac{Q}{4\pi T} = const$$

$$\lg\frac{t}{r^2} - \lg\frac{1}{\lambda} = \lg\frac{1}{4a} = const.$$

Эти выражения будут эквивалентны формулам

$$y - y' = const,$$
$$x - x' = const,$$

если принять $x = \lg\frac{t}{r^2}$, $x' = \lg\frac{1}{\lambda}$, $y = \lg S$ и $y' = \lg\left[-Ei(-\lambda)\right]$. Последние формулы представляют собой условие подобия кривых $y = f(x)$ и $y' = f(x')$, получаемых простым смещением начала координат. Следовательно, кривые $\lg S = f_1\left(\lg\frac{t}{r^2}\right)$ и $\lg\left[-Ei(-\lambda)\right] = f_2\left(\lg\frac{1}{\lambda}\right)$, построенные в одинаковом масштабе, сместятся друг относительно друга по оси абсцисс на величину $A = \lg 4a$, а по оси ординат на величину $B = \lg\frac{Q}{4\pi T}$.

Для определения величин A и B построенную на кальке типовую кривую накладывают на кривую фактических наблюдений и добиваются их совмещения при соблюдении параллельности координатных осей: A – расстояние между вертикальными координатными осями, B – между горизонтальными. Искомые фильтрационные параметры определяются по формулам

$$T = \frac{Q}{4\pi}\,10^{-B}, \qquad (2.73)$$

$$a = \frac{1}{4} \cdot 10^{A} \quad . \qquad (2.74)$$

2.5,8. Метод прямой линии является разновидностью метода типовых кривых. Суть этого метода заключается в преобразовании выражений для понижения таким образом, чтобы график зависимости понижения от некоторого обобщенного параметра времени или координат (или того и другого одновременно) при выполнении соответствующих условий представлялся прямой линией. Наиболее характерным примером этой подгруппы является стандартный графо-аналитический метод определения параметров при неустановившемся режиме фильтрации, в котором используется график зависимости понижения S от $\ln t$.

Формулу (2.25) представим в виде

$$S = \frac{Q}{4\pi T} \ln 2.25 a + \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{t}{r^2} \quad . \qquad (2.75)$$

Следовательно, при выполнении условия $\frac{r^2}{at} < 0,1 \div 0,4$ в координатах $S - \ln \frac{t}{r^2}$ (или $S - \ln t$, если используется одна скважина), все полученные при откачке данные должны ложиться на одну прямую с угловым коэффициентом, равным $\frac{Q}{4\pi T}$, и начальной ординатой $\frac{Q}{4\pi T} \ln 2,25 a$. Обработка откачки ведется в следующем порядке:

- результаты наблюдений по всем скважинам наносятся на один график, по оси абсцисс которого откладывается $\ln \frac{t}{r^2}$, а по оси ординат - соответствующее понижение $S(r, t)$;
- совокупность опытных точек заменяется прямой линией и определяются ее параметры: начальная ордината C и угловой коэффициент D;
- вычисляются фильтрационные параметры по формулам

$$T = \frac{Q}{4\pi D} \quad , \qquad (2.76)$$

$$a = 0,445 \exp \frac{C}{D} \quad . \qquad (2.77)$$

Рассмотренные методы достаточно хорошо разработаны применительно к имеющимся аналитическим решениям задач неустановившейся фильтрации и широко используются в практике гидрогеологических работ. Эти методы применимы также и для приближенных решений, полученных, например, с помощью интегральных соотношений или методом последовательной смены стационарных состояний.

2.5.9. Интегральные методы. Идея интегральных методов состоит в том, чтобы для единичного определения параметра использовать большой объем информации об изменении уровней при откачке во времени и в пространстве. Это позволяет в определенной мере компенсировать погрешности единичных значений понижения, обусловленные как неточностью замеров, так и действием кратковременных технических факторов (остановки, изменение расхода и т.п.). Сама идея использования большого объема информации для единичного расчета не нова. Простейшими разновидностями интегральных методов для условий установившегося режима фильтрации является метод круга Чарного /41/ и другие методы определения фильтрационных параметров по карте гидроизогипс (например, метод выделения характерных лент тока). Для определения параметров неустановившейся фильтрации в настоящее время используются два метода: "операционный" метод, базирующийся на интегральных преобразованиях Лапласа - Карсона и метод В.Б.Георгиевского.

Операционный метод впервые был предложен в работе Г.И.Баренблатта и др. /6/ для обработки результатов наблюдений за восстановлением забойного давления в остановленных нефтяных скважинах. Суть операционного метода заключается в возможности вычисления параметров по значениям изображений напоров (или понижений), вычисленных по фактическим замерам, без перехода к оригиналам. Численные значения изображений напоров (понижений), являясь интегралом по времени, учитывают весь процесс изменения понижений в данной точке пласта, а решение (расчетная формула) учитывает граничные условия области фильтрации. Для непосредственного вычисления параметров на основе полученного решения дифференциального уравнения в изображениях и известных величин изображений могут использоваться методы предыдущей группы (пп. 2.5.3-2.5.8). Операционный метод подробно описан в разд.5.

Интегральный метод, предложенный В. Б. Георгиевским /17, 18/, базируется на замене исходных дифференциальных уравнений, описывающих процесс фильтрации в рассматриваемых гидрогеологических условиях, их интегральными аналогами путем специальных интегральных преобразований, позволяющих исключить из уравнения все производные. Непосредственно из полученного уравнения можно определить искомые параметры, если все входящие в него члены найти с помощью численного интегрирования по данным гидрогеологических наблюдений. В.Б.Георгиевский предложил /18/ несколько вариантов этого метода (разд.5).

Интегральные методы представляются наиболее перспективными, особенно в связи с внедрением мощных ЭВМ в практи-

ку исследований и проектирования. Именно интегральные методы могут обеспечить наиболее эффективный и гибкий математический аппарат для изучения планово-неоднородных водоносных толщ.

2.5.10. А н а л о г о в ы е м е т о д ы. В настоящее время основу аналоговых методов определения гидрогеологических параметров /19, 27/ составляет электрическое моделирование. Суть метода заключается в подборе параметров электрической модели так, чтобы распределение потенциальной функции на модели соответствовало значениям напоров изучаемого горизонта. По полученным электрическим параметрам определяются фильтрационные параметры горизонта. Несмотря на то, что аналоговое моделирование для определения гидрогеологических параметров стало применяться сравнительно недавно, в настоящее время можно назвать несколько способов, отличающихся друг от друга как по технике моделирования, так и по математической логике. Известно, что подбор параметров можно производить как на моделях из электропроводной бумаги, так и на сеточных моделях, параметры неустановившейся фильтрации можно подбирать как на сетках R R по схеме Либманна, так и на сетках R C, позволяющих получать процесс, непрерывный во времени (см.разд.5).

2.5.11. К о м б и н и р о в а н н ы е м е т о д ы специальных пояснений не требуют. Наиболее перспективными среди них будут, очевидно, комбинации интегральных и аналоговых методов. Для определения неустановившейся фильтрации используется, например, операционный метод в сочетании с электрическим моделированием (разд.5).

3. МЕТОДИКА ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОПЫТНЫХ ОТКАЧЕК

Практика интерпретации результатов опытно-фильтрационных работ показывает, что наиболее сложным и во многом определяющим моментом является правильный выбор закона фильтрации, наилучшим образом описывающего фактический режим подземных вод при откачке. В этой связи интерпретация результатов опытных откачек должна производиться в два этапа: 1) качественный анализ и 2) непосредственное вычисление параметров.

3.1. Качественная интерпретация результатов и предварительная оценка общих закономерностей фильтрации при кустовых откачках

3.1.1. На результаты опытной откачки оказывают влияние многочисленные природные и технические факторы, которые необходимо учитывать при определении фильтрационных параметров. Поэтому обработка каждой откачки должна начинаться с качественной интерпретации и оценки полученных данных с целью выявления главных факторов, влияние которых проявилось в процессе данного конкретного эксперимента. Основные задачи этапа качественной интерпретации результатов откачки сводятся к следующему:

- выбор расчетной схемы области фильтрации в плане,
- выбор расчетной схемы строения водоносной толщи в разрезе,
- схематизация начальных и граничных условий фильтрации,
- качественная оценка возможного влияния природных и технических факторов на результаты откачки,
- выбор метода определения параметров с предварительной оценкой условий его применимости.

3.1.2. Качественная интерпретация результатов откачки начинается с представления данных, полученных в процессе опыта, в графическом виде. При этом должны составляться следующие специальные графические материалы:

- уточненные гидрогеологические разрезы по лучам наблюдательных скважин с указанием положения депрессионной поверхности на характерные моменты времени,
- фактическая конструкция опытной и наблюдательных скважин с характеристикой качества выполнения работ по их оборудованию,
- план расположения скважин опытного куста в масштабе, позволяющем достаточно точно определять расстояния между скважинами,
- хронологические и полулогарифмические графики изменения понижений $S(t)$ и $S(\lg t)$ для всех скважин, по которым ведутся наблюдения, а также обобщенный полулогарифмический график $S(\lg \frac{t}{r^2})$; по наблюдательным лучам, включающим три и более скважин, должны строиться графики $S(\lg r)$,
- при использовании большого числа наблюдательных скважин (например, режимной сети) существенный интерес может представлять карта гидроизогипс.

3.1.3. Выбор расчетной схемы области фильтрации в плане осуществляется на основе детального анализа материалов, характеризующих геологическое строение, гидрогеологические

условия и гидрографическую сеть участка опытных работ, графиков изменения понижений в наблюдательных скважинах и карты гидроизогипс. Чаще всего пласт может считаться неограниченным в плане, в противном случае влияние границ довольно четко прослеживается на графиках изменения понижения во времени.

Расчетная схема строения толщи в разрезе составляется, прежде всего, по данным геологического бурения, а затем постепенно уточняется по данным изменения уровней во времени (см. 3.1.4).

Особого анализа требует вопрос о допустимости предпосылки о плановой однородности пласта в зоне влияния откачки. Полезный материал для этого может дать график $S\ (\lg r)$. Если горизонт однороден, а все скважины совершенны, то при достаточной продолжительности откачки график $S\ (\lg r)$ приближается к прямой.

3.1.4. Для выбора расчетной схемы строения водоносной толщи в разрезе, помимо исходных геологических материалов, особый интерес представляет анализ полулогарифмических графиков понижения $S\ (\lg t)$. На рис.3.1 совмещены типовые полулогарифмические графики, дающие наглядное (качественное) представление о характере влияния различных природных факторов. Анализируя конкретный опытный график, можно, по крайней мере, выделить те факторы, которые в данном случае не проявляются. Сопоставляя результаты такого анализа с геологическими данными и проводя оценочные расчеты, можно установить конкретные условия фильтрации подземных вод в процессе откачки и уточнить соответствующую расчетную схему строения водоносной толщи.

3.1.5. Одновременно с выбором расчетной схемы строения водоносной толщи, ориентировочными расчетами по формулам разд.2 оценивается возможная степень влияния различных факторов на результаты откачки. При наличии нескольких водоносных горизонтов в разрезе месторождения обязательно должна проверяться возможность их гидравлической связи как по непосредственным наблюдениям за уровнями при откачке, так и оценочными расчетами на основе имеющихся представлений о фильтрационных свойствах пород, слагающих водоносные горизонты и разделяющих их слоев. Особый интерес при этом представляет оценка продолжительности откачки с точки зрения возможности проявления гидравлической связи с соседними горизонтами. Здесь же оценивается возможность существования этапов ложностационарного режима и ориентировочная их продолжительность.

3.1.6. Фактические замеры понижений при построении хронологических графиков, вследствие влияния различных техни-

ческих факторов (непостоянство расхода опытной скважины, погрешности замеров уровней), обычно дают не плавную кривую, а ломаную линию. Колебания уровней, особенно в центральных и ближайших наблюдательных скважинах, могут быть относительно большими (до 10-15% от общего понижения). В подобных случаях необходимо осуществить предварительное осреднение путем замены совокупности фактических точек плавной кривой на графике $S(\lg t)$. Получаемая кривая используется как для качественного анализа результатов откачки, так и для расчета параметров точечными методами.

3.1.7. Первый этап качественной интерпретации заканчивается выбором метода (или методов) определения параметров и расчетных формул, применимых в данных конкретных условиях. Здесь следует особо подчеркнуть, что в абсолютном большинстве случаев первоначальную оценку величины проводимости исследуемого водоносного горизонта можно производить на основе формулы Дюпюи по данным последних этапов наблюдений в ближайших к центральной парах наблюдательных скважин. Особо следует подчеркнуть, что получивший в последнее время широкое распространение графо-аналитический метод определения фильтрационных параметров (метод прямой линии) по данным неустановившейся фильтрации следует применять лишь в тех случаях, когда есть полная уверенность в том, что, начиная с некоторого времени t_0, определяемого условием $\frac{r^2}{a t_0} < 0{,}1 \div 0{,}4$, график $S(\lg t)$ становится прямолинейным и остается таковым в течение всего последующего периода откачки.

3.1.8. Большинство вопросов, рассматриваемых при качественной интерпретации результатов откачки, зачастую не удается решить однозначно, без оценочных расчетов, проверок. Поэтому общая схема обработки откачек должна идти по пути: гипотеза - проверка - новая гипотеза. Проверка может осуществляться как на базе различных качественных признаков, так и по результатам расчетов. Например, вопрос о плановой неоднородности водоносного горизонта на первых этапах решается на основе имеющихся сведений о геологическом строении водоносной толщи или по характеру графика $S(\lg r)$, а затем - по характеру изменения во времени расчетных значений параметров, полученных из предпосылки однородности водоносного горизонта. Аналогично возможность подпитывания опробуемого горизонта за счет упругих запасов глинистых слоев оценивается сначала по геологическим данным и по виду графика $S(\lg t)$, а затем - сравнением полученных на разных этапах откачки значений расчетных параметров. Таким же образом решается вопрос о влиянии жесткости перекрывающих слоев /2, 20/: сначала качественно сравниваются на-

чальные отрезки графиков откачки и восстановления, а затем - величины коэффициентов пьезопроводности, полученные по тем же периодам. Иными словами, дальнейший качественный анализ результатов откачки ведется параллельно с количественным.

3.1.9. Заключительным этапом интерпретации результатов откачки является анализ совокупности полученных значений фильтрационных параметров и выбор их расчетных (обобщенных) значений. На этом этапе прежде всего решается вопрос о причинах разброса полученных единичных значений параметров и на этой основе исключаются те значения, которые представляются ошибочными. Здесь же необходимо еще раз проверить и подтвердить соответствие выбранного метода (или методов) определения параметров гидрогеологическим и техническим условиям, в которых проводилась откачка. При этом может быть весьма полезным построение графиков зависимости полученных параметров от времени и от расстояния между расчетной точкой и опытной скважиной. Такие графики должны строиться отдельно для каждого метода, использованного при обработке откачки. На основе анализа этих графиков проверяется допустимость предпосылки однородности опробуемого горизонта, допустимость применения логарифмической аппроксимации формулы Тейса, допустимость использования схемы неограниченного пласта и т.п.

Совокупность всех сведений (как качественных, так и количественных), полученных при обработке результатов опытной откачки, обычно позволяет составить достаточно полное представление о схеме фильтрации подземных вод при проведении откачки. Во многих случаях существенный интерес может представлять проверка правильности полученных параметров путем детального расчета или моделирования проведенной откачки и последующего сравнения расчетных графиков откачки с фактическими.

3.2. Основные способы определения фильтрационных параметров в неограниченном изолированном однородном горизонте

3.2.1. Опробуемый водоносный горизонт может рассматриваться как неограниченный в плане, если его естественные границы удалены от места проведения опыта на расстояние, превышающее радиус зоны влияния откачки. Для предварительной оценки радиуса этой зоны можно воспользоваться зависимостью $R \approx \sqrt{12at}$, учитывая, что в момент времени t здесь располагается 99% общего объема депрессионной воронки и формируется 95% притока к скважине (см.табл.2.2).

Горизонт может считаться изолированным (возможность перетекания исключается), если: а) в разрезе отсутствуют

другие водоносные горизонты, или же они обладают значительно меньшей водообильностью и, тем не менее, на откачку из основного горизонта не реагируют; б) подстилающие и перекрывающие слои обладают весьма низкой проводимостью и, что особенно важно, значительно менее сжимаемы, чем породы, вмещающие водоносный горизонт.

Наиболее общим признаком неограниченного в плане и изолированного в разрезе водоносного горизонта может служить тип индикаторного графика откачки (зависимость S от $\lg t$). Последний должен иметь вид кривой П-1, рис.3.1.

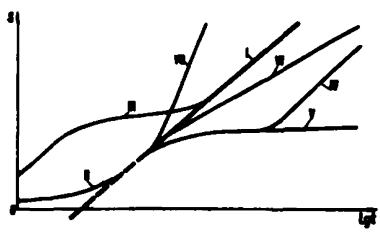


Рис.3.1. Совмещенные графики $S = f(\lg t)$:
I - прямолинейная зависимость, соответствующая уравнению (2.25), II - кривая, соответствующая уравнению Тейса, III - безнапорный горизонт при немгновенной водоотдаче, IУ - перетекание со снижением уровня в питающем горизонте, У - то же при постоянном уровне питающего горизонта, а также с постоянным напором, УI - напорный горизонт с учетом упругого режима в соседних слабопроницаемых слоях, УII - горизонт, ограниченный непроницаемым контуром

3.2.2. В основу определения фильтрационных параметров по результатам кустовых откачек в этих условиях положена формула Тейса, для которой применимы все конечные (классические) методы, кроме метода разности понижений.

Метод отношения понижений. Общая зависимость для определения коэффициента пьезопроводности по известным значениям $S(r_1, t_1)$ и $S(r_2, t_2)$ имеет вид

$$\frac{S(r_1, t_1)}{S(r_2, t_2)} = \frac{Ei\left(-\frac{r_1^2}{4at_1}\right)}{Ei\left(-\frac{r_2^2}{4at_2}\right)}. \qquad (3.1)$$

В практике гидрогеологических исследований наиболее часто используется случай $r_1 = r_2$, т.е. понижения для расчета берутся по одной наблюдательной скважине, хотя можно использовать и другие варианты, например $r_1 \neq r_2$, $t_1 = t_2$ или $r_1 \neq r_2, t_1 \neq t_2$. Для облегчения подбора по формуле (3.1) составлен вспомогательный график (рис.3.2).

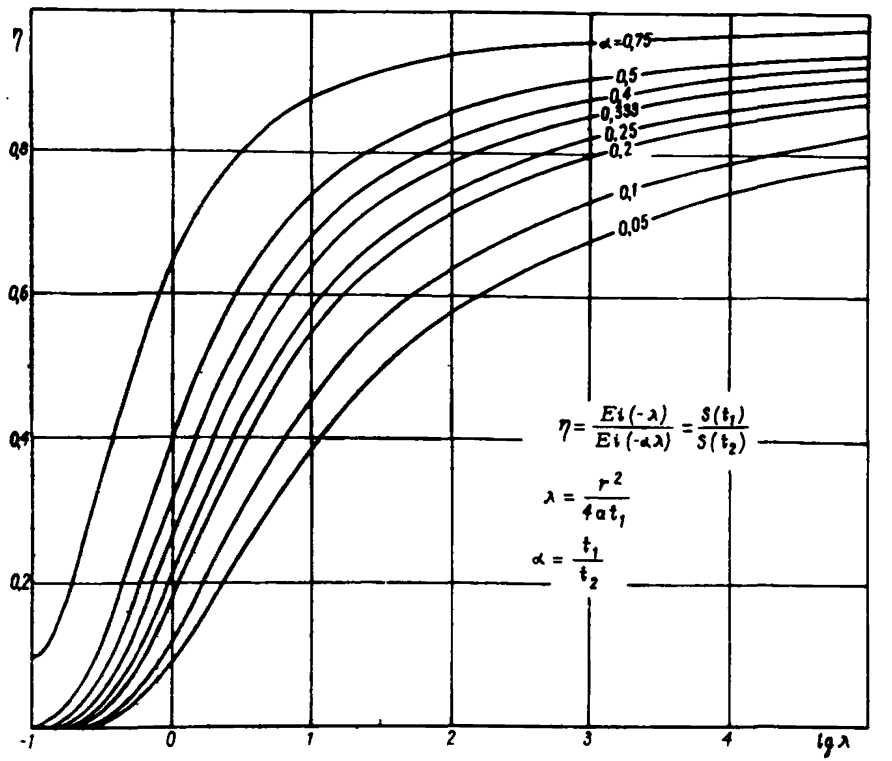


Рис.3.2. Вспомогательный график для определения коэффициента пьезопроводности

По известному значению коэффициента пьезопроводности определяется проводимость непосредственно из формулы Тейса

$$T = \frac{Q}{4\pi S(r,t)}\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right)\right]. \qquad (3.2)$$

Метод типовой кривой Тейса был описан ранее (см.пример в п.2.5.7). Метод типовой кривой применим в тех случаях, когда большинство фактических точек попадает на участок, имеющий достаточно четкую кривизну, т.е. при $\frac{1}{\lambda} < 100$.

Метод точки перегиба. Выше (п.2.4.1) отмечалось, что график $S = f(t)$ имеет точку перегиба, в которой скорость снижения уровня максимальна. Этой точке соответствует момент времени

$$t_0 = \frac{r^2}{4a} \qquad (3.3)$$

Зная t_0, можно определить коэффициент пьезопроводности из выражения (3.3), а затем и проводимость из формулы Тейса. Определить t_0 можно двумя способами:

1) построить график $\frac{\partial S}{\partial t} = f(t)$ и найти его максимум;

2) если подставить (3.3) в формулу Тейса, то получим /16/ $S = -\frac{Q}{4\pi T} Ei\left(-\frac{t_0}{t}\right)$ и, следовательно, график $S = f\left[-Ei\left(-\frac{t_0}{t}\right)\right]$ представляет собой прямую, проходящую через начало координат. Поэтому t_0 можно определить подбором, задавая несколько значений t_0' и выбирая то из них, которое обращает в прямую линию график $S = f\left[-Ei\left(-\frac{t_0}{t}\right)\right]$. Это преобразование формулы Тейса можно рассматривать как вариант метода прямой линии.

3.2.3. При выполнении условия $\frac{r^2}{at} < 0{,}1 \div 0{,}4$ формула Тейса аппроксимируется выражением (2.25). Эта формула может использоваться для определения параметров всеми методами первой группы, кроме метода типовой кривой вследствие несовместимости условия $\frac{r^2}{at} < 0{,}1 \div 0{,}4$ и условия применения метода типовой кривой (см.п.3.2.2). Учитывая широкое применение формулы (2.25) в практике, ниже дается детальное описание всех приемов. Необходимо оговорить, что время t, с которого начинает выполняться условие $\frac{r^2}{4at} < 0{,}1 \div 0{,}4$, должно оцениваться при качественной интерпретации результатов наблюдений по отдельным скважинам. Проверка этого условия с использованием коэффициента пьезопроводности, полученного по формуле (2.25), **недопустима**.

Метод разности понижений имеет две модификации:

– при $r_1 = r_2$, $t_1 \neq t_2$ (одна наблюдательная скважина) проводимость горизонта определяется по формуле

$$T = \frac{Q}{4\pi[S(t_2) - S(t_1)]} \ln \frac{t_2}{t_1}, \qquad (3.4)$$

– при $r_1 \neq r_2$, $t_1 = t_2$ (две наблюдательных скважины)

$$T = \frac{Q}{2\pi[S(r_1) - S(r_2)]} \ln \frac{r_2}{r_1}. \qquad (3.5)$$

Заметим, что выражение (3.5) в точности соответствует формуле Дюпюи для определения проводимости по двум наблюдательным скважинам.

По полученной проводимости определяется коэффициент пьезопроводности из выражения

$$a = 0{,}445\,\frac{r^2}{t}\,exp\,\frac{4\pi TS}{Q}. \qquad (3.6)$$

Метод отношения понижений. Сначала определяется коэффициент пьезопроводности. Как и в предыдущем случае возможны две модификации:

– при $t = const$, $r_1 \neq r_2$ (две наблюдательные скважины)

$$a = \frac{0{,}445}{t}\,exp\,\frac{2[S(r_1)\ln r_2 - S(r_2)\ln r_1]}{S(r_1) - S(r_2)}, \qquad (3.7)$$

– при $r = const$, $t_1 \neq t_2$ (одна наблюдательная скважина)

$$a = 0{,}445\,r^2\,exp\,\frac{S(t_1)\ln t_2 - S(t_2)\ln t_1}{S(t_2) - S(t_1)}. \qquad (3.8)$$

Метод прямой линии (стандартный графо-аналитический метод) был описан выше (см. п.2.5.8).

3.2.4. Изложенные выше способы определения фильтрационных параметров применимы в тех случаях, когда расход опытной скважины можно считать неизменным во времени. При откачке с переменным расходом необходимо предварительно попытаться аппроксимировать его изменение одним из простейших законов, согласно табл.2.4. Используя соответствующее решение в порядке, изложенном в предыдущем пункте, можно получить расчетные зависимости для определения параметров. Так как в практике гидрогеологических исследований откачки в режиме переменного дебита применяются достаточно редко, то детальное изложение расчетных приемов здесь не приводится.

3.2.5. Для обработки результатов наблюдений за восстановлением уровня после прекращения откачки используются формулы, приведенные в п.2.4.1.

Формулу (2.47) можно использовать для определения параметров методом отношения понижений. При этом для подбора коэффициента пьезопроводности используется соотношение

$$\frac{S_в(t_1, r_1)}{S_в(t_2, r_2)} = \frac{Ei\left(-\frac{r_1^2}{4at_1}\right) - Ei\left(-\frac{r_1^2}{4a(t_1 - t_0)}\right)}{Ei\left(-\frac{r_2^2}{4at_2}\right) - Ei\left(-\frac{r_2^2}{4a(t_2 - t_0)}\right)}, \qquad (3.9)$$

которое применяется в трех вариантах: для одной наблюдательной скважины $r_1 = r_2$, $t_1 \neq t_2$; для двух наблюдательных скважин в один момент времени $r_1 \neq r_2$, $t_1 = t_2$; и в общем виде $r_1 \neq r_2$ и $t_1 \neq t_2$.

При выполнении условия $\frac{r^2}{a(t-t_0)}$ 0,1÷0,4 с помощью выражения (2.47а) определяют проводимость горизонта по формуле

$$T = \frac{Q}{4\pi S} \ln \frac{t}{t - t_0} . \qquad (3.10)$$

Кроме непосредственного расчета по этой формуле, можно воспользоваться графическим способом, позволяющим совокупно использовать все точки наблюдений. Из формулы (2.47а) следует, что график $S = f\ (\ln \frac{t_0 + t}{t})$ представляет прямую линию, проходящую через начало координат, с угловым коэффициентом B. Поэтому проводимость горизонта можно вычислить по формуле

$$T = \frac{Q}{4\pi B} , \qquad (3.11)$$

где B снимается непосредственно с графика.

Если $t_0 \gg t - t_0$, т.е. продолжительность откачки значительно больше периода восстановления, и выполняется условие $\frac{r^2}{a(t-t_0)} < 0{,}1\text{–}0{,}4$, то параметры водоносного горизонта можно определять по методам, описанным в пункте 3.2.3, на основе формулы (2.48).

Для кратковременных откачек, закончившихся до наступления квазистационарного режима ($\frac{r^2}{4 a t_0} > 0{,}2$), коэффициент пьезопроводности определяется по методу характерных точек (по моменту максимального понижения) из формулы (2.51)

$$a = \frac{r^2}{4 t_0} \cdot \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)\ln \frac{\alpha}{\alpha - 1}} ,$$

а затем определяется проводимость по формуле (2.47).

3.2.6. Описанные выше методы разработаны для напорных водоносных горизонтов. Вместе с тем, рядом исследователей /10,47/ показано, что основные зависимости – Формула Тейса и выражение (2.25) – применимы и для грунтовых (безнапорных) водоносных горизонтов и, следовательно, для расчета фильтрационных параметров безнапорных горизонтов можно использовать описанные выше методы. Такое допущение приемлемо в тех случаях, когда можно пренебрегать растянутостью процесса водоотдачи во времени, обусловленной существованием капиллярной каймы и вертикальной составляющей скорости фильтрации. В противном случае обработку результатов опытной откачки необходимо проводить в соответствии с рекомендациями подраздела 3.5.

3.2.7. Для обработки результатов откачек, проводившихся с постоянным уровнем в опытной скважине, наиболее удобен метод отношения понижений. Коэффициент пьезопроводности находится подбором из соотношения (см. п.2.4.1)

$$\frac{S(r_1, t_1)}{S(r_2, t_2)} = \frac{A(\rho_1, \tau_1)}{A(\rho_2, \tau_2)}, \qquad (3.12)$$

где $\rho_1 = \frac{r_1}{r_0}$, $\rho_2 = \frac{r_2}{r_0}$, $\tau_1 = \frac{a t_1}{r_0^2}$, $\tau_2 = \frac{a t_2}{r_0^2}$.

Затем определяется проводимость горизонта по формуле

$$T = \frac{Q(t)}{2\pi \cdot S_0 G(\tau)}. \qquad (3.13)$$

В принципе для формулы (2.43) применимы также метод типовой кривой и метод характерных точек.

Если продолжительность откачки настолько велика, что одновременно выполняются условия $\frac{at}{r_0^2} > 500$ и $\frac{r^2}{4at} \ll 0{,}1\text{–}0{,}4$, то на основе формулы (2.45) можно разработать метод прямой линии (после замены функции $-Ei(-x)$ логарифмом), совпадающий по сути со стандартным графо-аналитическим методом. Отличие заключается лишь в том, что по оси ординат вместо понижения откладывается отношение $\frac{S(t)}{Q(t)}$. Снимая с графика зависимости $S(t)/Q(t)$ от $\ln\frac{t}{r^2}$ значение начальной ординаты C и углового коэффициента , находим фильтрационные параметры горизонта по формулам

$$T = \frac{1}{4\pi D}, \qquad (3.14)$$

$$a = 0{,}445 \exp\frac{C}{D}. \qquad (3.15)$$

3.2.8 Проиллюстрируем изложенные методы на конкретном примере обработки данных откачки в неограниченном изолированном водоносном горизонте. Откачка производилась с постоянным расходом $Q_0 = 50$ м^3/час из центральной скважины, имеющей радиус 0,2 м, при двух наблюдательных скважинах, расположенных, соответственно, на расстояниях 10 и 100 м от центральной. Полученные при откачке понижения приведены в табл.3.1.

Общая продолжительность откачки 5 суток. После ее прекращения проведены наблюдения за восстановлением уровня в течение 6 часов. Результаты наблюдений приведены в табл.3.2.

Таблица 3.I

Время от начала откачки		Понижения, м		
час	сут.	центральная скважина	первая наблюдательная скважина	вторая наблюдательная скважина
0,5	0,0208	I0,28	2,52	-
I	0,04I6	I0,98	3,I8	0,03
2	0,0833	II,67	3,86	0,I6
3	0,I25	I2,08	4,26	0,3I
4	0,I67	I2,36	4,54	0,45
5	0,208	I2,58	4,77	0,58
6	0,25	I2,77	4,95	0,70
8	0,333	I3,06	5,23	0,9I
I2	0,5	I3,45	5,64	I,22
I6	0,75	I3,85	6,03	I,56
20	0,834	I3,96	6,I5	I,66
24	I,0	I4,I4	6,33	I,82
30	I,25	I4,37	6,55	2,03
36	I,5	I4,55	6,73	2,I9
48	2,0	I4,83	7,02	2,47
	3	I5,24	7,43	2,86
	5	I5,75	7,94	3,35

Таблица 3.2

Время после прекращения откачки, мин	Понижения, м		
	центральная скважина	первая наблюдательная скважина	вторая наблюдательная скважина
I0	6,56	6,42	3,35
20	5,88	5,79	3,35
30	5,47	5,43	3,35
40	5,I9	5,I6	3,34
50	4,97	4,94	3,33
60	4,78	4,76	3,32
I20	4,I0	4,08	3,20
I80	3,74	3,73	3,06
240	3,43	3,43	2,93
300	3,25	3,25	2,82
360	3,03	3,03	2,7I

Обработку данных откачки необходимо начинать с построения и анализа полулогарифмических графиков изменения понижения при откачке и при восстановлении (рис.3.3 и 3.4). Наличие ярко выраженных прямолинейных участков для центральной и первой наблюдательной скважины дает право вести обработку как по формуле Тейса (2.24), так и по ее логарифмической аппроксимации (2.25).

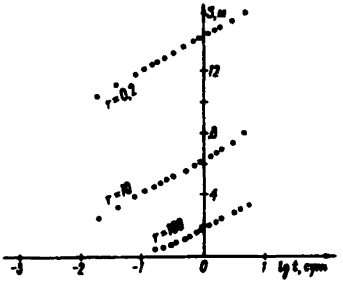


Рис.3.3. Полулогарифмический график откачки

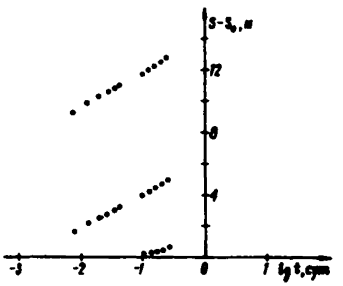


Рис.3.4. Полулогарифмический график восстановления уровня

Пример 1. Метод отношения понижений (по формуле Тейса) применим во всем диапазоне полученных понижений. Воспользуемся данными второй наблюдательной скважины.

Исходные данные для расчета: $r = const = 100$ м, $t_1 = 4$ час, $t_2 = 8$ час, $S(r, t_1) = 0{,}45$ м, $S(r, t_2) = 0{,}91$ м.

Вычислим отношение понижений η и параметр α

$$\eta = \frac{S_1}{S_2} = \frac{0{,}45}{0{,}91} = 0{,}5, \qquad \alpha = \frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{8} = 0{,}5.$$

По графику рис.3.2 находим

$$lg\ {}^{1}/_{\lambda} = 0{,}225, \qquad {}^{1}/_{\lambda} = 1{,}67,$$

и, следовательно,

$$a = \frac{1}{\lambda}\ \frac{r^2}{4t_1} = 1{,}67\ \frac{10^4 \cdot 24}{4 \cdot 4} = 2{,}51 \cdot 10^4\ м^2/сут.$$

Расчет по двум наблюдательным скважинам производится в таком же порядке. Необходимо лишь помнить, что для использования вспомогательного графика рис.3.2 в качестве $S_1(r_1, t_1)$ всегда выбирается меньшее значение. Кроме того, $\lambda = \frac{r_1^2}{4at_1}$, $\alpha = \frac{r_2^2 \cdot t_1}{r_1^2 \cdot t_2}$. Примем в качестве $S_1(r_1, t_1)$ первый замер по первой наблюдательной скважине, а в качестве $S_2(r_2, t_2)$ – последний замер по второй

наблюдательной скважине, т.е. $r_1 = 10$ м, $r_2 = 100$ м, $t_1 = 30$ мин = 0,0208 сут., $t_2 = 5$ сут., $S_1(r_1, t_1) = 2{,}51$ м, $S_2(r_2, t_2) = 3{,}35$ м.

Вычислим значения η и α

$$\eta = \frac{2{,}51}{3{,}35} = 0{,}75, \qquad \alpha = \frac{10^4 \cdot 0{,}0208}{10^2 \cdot 5} = 0{,}416.$$

Интерполируя на графике рис.3.2, найдем $\lg {}^1/_\lambda \approx 1{,}3$, откуда

$${}^1/_\lambda \approx 20, a \approx \frac{1}{\lambda} \frac{r_1^2}{4 t_1} = 20 \frac{100}{4 \cdot 0{,}0208} = 2{,}4 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Теперь поступим наоборот, S_1 возьмем по второй наблюдательной скважине, S_2 – по первой, т.е. $r_1 = 100$ м, $r_2 = 10$ м, $t_1 = 5$ сут., $t_2 = 1$ сут., $S_1 = 3{,}35$ м, $S_2 = 6{,}33$ м.

Получаем

$$\eta = \frac{3{,}35}{6{,}33} = 0{,}53, \qquad \alpha = \frac{10^2 \cdot 5}{10^2 \cdot 1} = 0{,}05.$$

По графику рис.3.2 находим $\lg {}^1/_\lambda = 1{,}7$, откуда

$${}^1/_\lambda = 50, \quad \alpha = {}^1/_\lambda \frac{r_1^2}{4 \cdot t_1} = 50 \frac{100^2}{4 \cdot 5} = 2{,}5 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Учитывая полученное значение коэффициента пьезопроводности ($\alpha = 2{,}5 \cdot 10^4$ м^2/сут), найдем проводимость по формуле (3.2) при $r = 100$ м, $t = 5$ сут., $S = 3{,}35$ м

$$T = \frac{50 \cdot 24}{4\pi \cdot 3{,}35} [- Ei(-0{,}02)] = 96 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Пример 2. Метод типовой кривой Тейса. На рис.3.5 совмещены типовая кривая Тейса (зависимость $\lg Ei(-\lambda)$ от $\lg {}^1/_\lambda$) и кривая фактических наблюдений (зависимость $\lg S$ от $\lg \frac{t}{r^2}$). Смещение вертикальных осей по горизонтали составляет 5 единиц, а смещение горизонтальных осей по вертикали можно принять равным нулю, т.е.

$$A = \lg 4\alpha = 5, \quad B = \lg \frac{Q}{4\pi T} = 0,$$

откуда, используя формулы (2.73) и (2.74), получим

$$\alpha = 2{,}5 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}., \quad T = 96 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

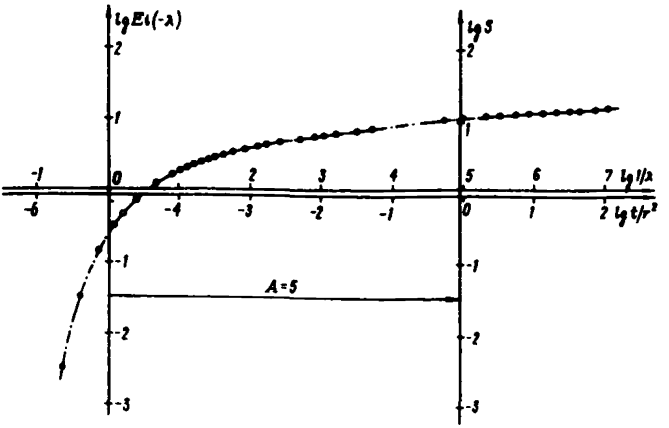


Рис.3.5. Метод типовой кривой Тейса

Пример 3. Метод точки перегиба. Для этого метода можно использовать только результаты наблюдений по второй наблюдательной скважине, так как по другим скважинам момент максимальной скорости изменения понижений оказывается меньше начального момента наблюдений. Найдем средние скорости изменения понижения для каждого интервала времени по формуле

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{ср} = \frac{S_{i+1} - S_i}{t_{i+1} - t_i}$$

получим

t, мин	45	90	150	210	270	330
$\left(\frac{dS}{dt}\right)$ м/час	0,06	0,13	0,15	0,14	0,13	0,12

Построив график зависимости $\frac{dS}{dt}$ от t, найдем, что максимальная скорость изменения понижения находится в интервале от 2 до 2,5 часа, т.е. $t_0 = (2 \div 2{,}5)$ час. По формуле (3.3) определим коэффициент пьезопроводности

$$a = \frac{r_2^2}{4 t_0} = \frac{10^4 \cdot 24}{4(2 \div 2{,}5)} = (2{,}4 \div 3) \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Пример 4. Метод разности понижений. Логарифмическая формула (2.25) может использоваться для центральной и первой наблюдательной скважин практически во всем интервале наблюдений.

1 вариант. Исходные данные: $r = const = 0{,}2$ м, $t_1 = 2$ часа, $t_2 = 6$ часов, $S_1(r, t_1) = 11{,}67$, $S_2(r, t_2) = 12{,}77$.

Проводимость горизонта определяется по формуле (3.4)

$$T = \frac{50 \cdot 24}{4\pi(12{,}77-11{,}67)} \ln 3 = 96 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

II вариант. Исходные данные: $r_1 = 0{,}2$ м, $r_2 = 10$ м, $t = const = 5$ часов, $S_1(r_1, t) = 12{,}58$ м, $S_2(r_2, t) = 4{,}77$ м. Проводимость определяется по формуле (3.5)

$$T = \frac{50 \cdot 24}{2\pi(12{,}58-4{,}77)} \ln 50 = 96 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

III вариант. Исходные данные: $r_1 = 0{,}2$ м, $r_2 = 10$ м, $t_1 = 1$ час, $t_2 = 12$ час, $S_1(r_1, t_1) = 10{,}98$ м, $S_2(r_2, t_2) = 5{,}64$ м.

По формуле (2.70) получим

$$T = \frac{50 \cdot 24}{4\pi(10{,}98-5{,}64)} \cdot \ln \frac{10^2 \cdot 1}{0{,}2^2 \cdot 12} = 96 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Коэффициент пьезопроводности определяется по формуле (3.6) с учетом полученной выше проводимости.

При $S = 10{,}98$ м, $r = 0{,}2$ м, $t = 1$ час $= 0{,}0416$ сут.

$$a = 0{,}445 \cdot \frac{0{,}04}{0{,}0416} \exp\frac{4\pi \cdot 96 \cdot 10{,}98}{1200} = 0{,}427 \cdot 6 \cdot 10^4 =$$

$$= 2{,}56 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Пример 5. Метод отношения понижений для логарифмической формулы по своей сути не отличается от описанного ранее метода-отношения для формулы Тейса. Однако исходные отношения здесь разрешаются относительно коэффициента пьезопроводности, в результате чего и получены формулы (3.7) и (3.8).

I вариант. Исходные данные: $r_1 = 0{,}2$ м, $r_2 = 10$ м, $t = const = 2$ сут., $S_1(r_1, t) = 14{,}83$ м, $S_2(r_2, t) = 7{,}02$ м.

По формуле (3.7)

$$a = \frac{0{,}445}{2} \cdot \exp\frac{2\,[14{,}83 \ln 10 - 7{,}02 \cdot \ln 0{,}2]}{14{,}83 - 7{,}02} = 2{,}51 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

II вариант. Исходные данные: $r = const = 10$ м, $t_1 = 1$ сут., $t_2 = 5$ сут., $S_1(r_1, t) = 6{,}33$ м, $S_2(r_1, t_2) = 7{,}94$ м.

По формуле (3.8)

$$a = 0{,}445 \cdot 10^2 \exp\frac{6{,}33 \cdot \ln 5 - 7{,}94 \cdot \ln 1}{7{,}94 - 6{,}33} = 2{,}5 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Проводимость определяется из формулы (2.25) при $r = 10$ м, $t = 1$ сут., $S(r, t) = 6{,}33$ м.

$$T = \frac{Q}{4\pi s} \ln \frac{2{,}25at}{r^2} = \frac{50 \cdot 24 \cdot \ln \frac{2{,}25 \cdot 2{,}5 \cdot 10^4}{10^2}}{4\pi \cdot 6{,}33} = 96 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Пример 6. Метод прямой линии удобно проиллюстрировать на примере данных наблюдений по центральной скважине. С полулогарифмического графика (рис.3.3) снимаем угловой коэффициент $D = \frac{\Delta S}{\Delta \lg t} = 2{,}3$ и начальную ординату $C = 14{,}14$.

Учитывая, что при использовании десятичных логарифмов

$$D = \frac{2{,}3\,Q}{4\pi T} \quad \text{и} \quad C = D \cdot \lg \frac{2{,}25a}{r^2},$$

получим

$$T = \frac{2{,}3 \cdot Q}{4\pi D} = \frac{2{,}3 \cdot 1200}{4\pi \cdot 2{,}3} = 96 \text{ м}^2/\text{сут.},$$

$$a = 0{,}445\, r^2 \cdot 10^{\frac{c}{D}} = 0{,}445 \cdot 0{,}2^2 \cdot 10^{6{,}15} = 2{,}52 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Пример 7. Для обработки данных восстановления применимы все описанные выше методы, если вместо понижения S во всех формулах подставить повышения ΔS, при этом время отсчитывается от момента прекращения откачки. Если продолжительность восстановления отвечает условию применимости логарифмической формулы (2.25) для данной скважины, то проводимость можно определить по формуле (3.10) при $r = 0{,}2$ м, $t = 121$ час, $t_0 = 120$ час, $S = 4{,}78$ м получим

$$T = \frac{1200}{4\pi \cdot 4{,}78} \ln \frac{121}{121-120} = \frac{1200 \cdot 4{,}8}{4\pi \cdot 4{,}78} = 96{,}2 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Примечание. Идеальное совпадение параметров, рассчитанных различными способами, указывает прежде всего на соответствие расчетной гидродинамической схемы пласта (неограниченный в плане и изолированный в разрезе) конкретным гидрогеологическим условиям. Вместе с тем необходимо иметь в виду, что в производственных условиях в результате влияния различных технических факторов (прежде всего непостоянство расхода) получить такое совпадение параметров в абсолютном большинстве случаев не удается, даже при правильном выборе расчетной гидродинамической схемы горизонта. Заметный разброс расчетных значений параметров всегда будет иметь место как следствие неизбежной (хотя бы и незначительной) неоднородности водоносных горизонтов в плане.

3.3. Определение параметров изолированных водоносных горизонтов при типовых граничных условиях

3.3.1. Обработка результатов опытных откачек из водоносных горизонтов, границы которых можно аппроксимировать одной из типовых схем, ведется (в случае неустановившегося режима фильтрации) на основе формул, приведенных в табл. 2.3. Наиболее общим способом определения параметров в этих условиях является метод отношения понижений. Например, для случая откачки у реки (прямолинейный контур питания $H=const$) коэффициент пьезопроводности определяется из соотношения

$$\frac{S(r,t_1)}{S(r,t_2)} = \frac{Ei\left(-\frac{r_0^2}{4at_1}\right) - Ei\left(-\frac{r_1^2}{4at_1}\right)}{Ei\left(-\frac{r_0^2}{4at_2}\right) - Ei\left(-\frac{r_1^2}{4at_2}\right)}, \qquad (3.16)$$

где r_0 и r_1 – расстояния от расчетной точки, соответственно, до центральной скважины и ее зеркального отображения.

Проводимость горизонта определяется по формуле

$$T = -\frac{Q}{4\pi S}\left[Ei\left(-\frac{r_0^2}{4at}\right) - Ei\left(-\frac{r_1^2}{4at}\right)\right]. \qquad (3.17)$$

3.3.2. Если продолжительность откачки удовлетворяет условию $\frac{r_{1max}}{4at}<0{,}1\div0{,}4$, формулы табл. 2.3 можно упростить, заменяя функцию Ei ее логарифмической аппроксимацией. Если хотя бы на одной границе выполняется условие $H=const$, то к указанному моменту времени наступает установившийся режим фильтрации. Проводимость водоносного горизонта в этих условиях определяется из уравнения (2.12) с учетом расчетных радиусов, приведенных в табл.2.1.

Для водоносных горизонтов, ограниченных только непроницаемыми контурами, после замены функции Ei логарифмом получаются формулы, удовлетворяющие условиям применимости метода разности понижений. Рассмотрим в качестве примера полуограниченный горизонт с граничным условием $q = 0$. Общая формула для понижения в этих условиях имеет вид (см.табл.2.3).

$$S = \frac{Q}{4\pi T}\left\{\left[-Ei\left(-\frac{r_0^2}{4at}\right)\right] + \left[-Ei\left(-\frac{r_1^2}{4at}\right)\right]\right\}.$$

После упрощения для рассматриваемого периода получим

$$S = \frac{Q}{2\pi T}\cdot\ln\frac{2{,}25at}{r_0\cdot r_1}.$$

Пользуясь этим выражением, можно получить расчетные формулы для определения параметров по методу разности понижений, по методу отношения понижений и методу прямой линии.

Метод разности понижений. Проводимость горизонта определяется по одной наблюдательной скважине

$$T = \frac{Q \cdot \ln \frac{t_2}{t_1}}{2\pi [S(r, t_2) - S(r, t_1)}, \qquad (3.18)$$

по двум наблюдательным скважинам

$$T = \frac{Q \cdot \ln \frac{r_{02} \cdot r_{12}}{r_{01} \cdot r_{11}}}{2\pi [S(r_1, t) - S(r_2, t)}, \qquad (3.18а)$$

а коэффициент пьезопроводности

$$a = 0{,}445 \frac{r_0 \cdot r_1}{t} \exp \frac{2\pi TS}{Q}. \qquad (3.19)$$

Метод отношения понижений. Сначала определяется коэффициент пьезопроводности по одной наблюдательной скважине

$$a = 0{,}445 r_0 r_1 \exp \frac{S_2 \ln t_1 - S_1 \ln t_2}{S_1 - S_2}, \qquad (3.20)$$

по двум наблюдательным скважинам

$$a = \frac{0{,}445}{t} \exp \frac{S_1 \ln r_{02} \cdot r_{22} - S_2 \ln r_{01} \cdot r_{11}}{S_1 - S_2}, \qquad (3.20а)$$

а затем проводимость

$$T = \frac{Q}{2\pi S} \ln \frac{2{,}25 at}{r_0 \cdot r_1}. \qquad (3.21)$$

Метод прямой линии. С графика зависимости понижения S от $\lg t$ снимается начальная ордината C и угловой коэффициент прямолинейного участка кривой. Фильтрационные параметры вычисляются по формулам

$$T = \frac{Q}{2\pi D}, \qquad (3.22)$$

$$a = 0{,}445 \cdot r_0 \cdot r_1 \exp \frac{C}{D}. \qquad (3.22а)$$

3.3.3. Пример. Опытной откачкой опробуется региональный водоносный горизонт, сложенный однородными среднезернистыми песками. Опытный куст заложен вблизи выходов горизонта на дневную поверхность в напорной зоне. Безнапорная

зона опробуемого горизонта прямолинейна в плане и имеет ширину 150–200 м. Расстояние от центральной скважины до ближайшей границы безнапорной зоны 500 м. В направлении, перпендикулярном границе пласта, заложена одна наблюдательная скважина на расстоянии 50 м от центральной. Откачка проводится с постоянным дебитом, равным 50 м^3/час. Диаметр опытной скважины 0,4 м. Общая продолжительность откачки составила 3 суток. К этому моменту был достигнут установившийся режим фильтрации. По данным режимной сети в безнапорной зоне влияние откачки не проявилось. Так как гравитационная водоотдача песков в безнапорной зоне (~ 0,2÷0,3) значительно выше упругой водоотдачи горизонта (обычно не более 0,001), а продолжительность откачки мала, безнапорная зона "сработала" как контур обеспеченного питания. Результаты откачки приведены в табл.3.3.

Таблица 3.3

Время от начала откачки, час	Понижения, м	
	центральная скважина	наблюдательная скважина
2	I2,I2	3,58
4	I2,82	4,02
6	I3,04	4,2I
8	I3,I5	4,32
I0	I3,2I	4,39
I2	I3,24	4,42
I8	I3,36	4,5I
24	I3,40	4,55
36	I3,45	4,60
48	I3,48	4,62
60	I3,49	4,63
72	I3,49	4,64

Обработку результатов данной откачки следует начинать с оценки проводимости по формулам установившейся фильтрации. В частности, из (2.12) с учетом табл.2.1 (пункт 2) для центральной скважины получим общеизвестную формулу Форхгеймера

$$T = \frac{Q}{2\pi S_0} \ln \frac{2L}{r_0} ,$$

где L – расстояние до контура питания.

При исходных данных Q = 1200 м^3/час, S_0 = 13,49 м,

$L = 500$ м, $r_0 = 0{,}2$ м, получим

$$T = \frac{1200}{2\pi \cdot 13{,}49} \ln \frac{1000}{0{,}2} = 120{,}5 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Расчетная формула для наблюдательной скважины имеет вид

$$T = \frac{Q}{2\pi S} \ln \frac{\sqrt{4L^2 - 4Ly + r^2}}{r},$$

все обозначения которой ясны из табл.2.1.

При $S = 4{,}64$ м, $L = 500$ м, $y = 50$, $r = 50$ м получим

$$T = \frac{1200}{2\pi \cdot 4{,}64} \ln \frac{\sqrt{4 \cdot 500^2 - 4 \cdot 500 \cdot 50 + 50^2}}{50} = 121{,}5 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Используя полученное значение проводимости, определяем коэффициент пьезопроводности горизонта в напорной зоне подбором из выражения (3.16) или из основной расчетной формулы (2.32, табл.2.3). Воспользуемся вторым вариантом. Основная расчетная формула имеет вид

$$S = \frac{Q}{4\pi T} \left\{ \left[- Ei \left(- \frac{r^2}{4at} \right) \right] - \left[- Ei \left(- \frac{r_1^2}{4at} \right) \right] \right\}.$$

Для расчета перепишем ее несколько иначе

$$\frac{4\pi TS}{Q} = \left[- Ei \left(- \frac{r^2}{4at} \right) \right] - \left[- Ei \left(- \frac{r_1^2}{4at} \right) \right],$$

и обозначим правую часть через φ. При $T = 121$ м^2/сут., $S = 4{,}02$ м, $t = 4$ часа $r = 50$ м, $r_1 = 950$ м, получим

$$\frac{4\pi TS}{Q} = \frac{4\pi \cdot 121 \cdot 4{,}02}{1200} = 5{,}08.$$

Необходимо подобрать такое значение коэффициента пьезопроводности a_0, которое удовлетворяло бы уравнению

$$\varphi_0 = 5{,}08$$

Сначала делается грубая оценка, чтобы захватить нужное значение "в вилку". Учитывая, что упругая водоотдача напорных горизонтов обычно лежит в интервале $10^{-4} - 10^{-3}$, подбор начнем со значений коэффициентов пьезопроводности $10^5 - 10^6$ м^2/сут. Зададимся значением $a = 2{,}5 \cdot 10^5$ м^2/сут.

$$\varphi = \left[- Ei \left(- \frac{50^2}{4 \cdot 2{,}5 \cdot 10^5 \cdot \frac{4}{24}} \right) \right] - \left[- Ei \left(- \frac{950^2}{4 \cdot 2{,}5 \cdot 10^5 \cdot \frac{4}{24}} \right) \right] =$$

$$= \left[- Ei \left(- 0{,}015 \right) \right] - \left[- Ei \left(-5{,}4 \right) \right] = 3{,}64,$$

т.е. $\varphi = 3{,}64 < \varphi_0$ и, следовательно, $a_0 > a = 2{,}5 \cdot 10^5$ м^2/сут.

Проводя далее аналогичные расчеты и сравнения, получим

при $a = 2{,}5\ 10^6$ м^2/сут. $\varphi = 7{,}32 > \varphi_0$;

при $a = 10^6$ м^2/сут. $\varphi = 4{,}89 < \varphi_0$;

при $a = 1{,}5\ 10^6$ м^2/сут. $\varphi = 5{,}16 > \varphi_0$.

Дальнейшие расчеты производить нецелесообразно, так как ясно, что искомый коэффициент пьезопроводности лежит в интервале $(1{,}0 \div 1{,}5) \cdot 10^6$ м^2/сут. Для уточнения его величины можно построить график зависимости φ от a и найти значение a_0, соответствующее φ_0.

3.4. Определение параметров слоистых водоносных толщ при установившемся режиме фильтрации с учетом перетекания

3.4.1. Если область фильтрации не ограничена в плане, то установившийся режим возможен лишь в случае взаимодействия опробуемого горизонта с более водообильным, в котором уровень при откачке практически не изменяется. Распределение понижений в этом случае подчиняется уравнению (2.13), которое включает в себя два искомых параметра: проводимость горизонта T и параметр перетекания ξ. Для их определения наиболее удобен метод отношений, согласно которому сначала определяется параметр перетекания ξ из соотношения

$$\frac{S_y(r_1)}{S_y(r_2)} = \frac{K_0(r_1\sqrt{\xi})}{K_0(r_2\sqrt{\xi})}, \qquad (3.23)$$

а затем определяется проводимость

$$T = \frac{Q}{2\pi S_y} K_0(r\sqrt{\xi}), \qquad (3.24)$$

Для упрощения вычислений по формуле (3.23) построен вспомогательный график, рис. 3.6.

3.4.2. Для формулы (2.13) применим и метод типовой кривой, а при условии $r\sqrt{\xi} < 0{,}05$, когда выражение (2.13) преобразуется в (2.14), кроме того, метод прямой линии. Однако практического интереса эти методы не представляют, так как, за редким исключением, число наблюдательных скважин при откачке не превышает двух-трех, что явно недостаточно для построения графика зависимости фактических понижений от расстояния.

3.4.3. Для формулы (2.14) применим метод разности понижений; сначала определяется проводимость горизонта по фор-

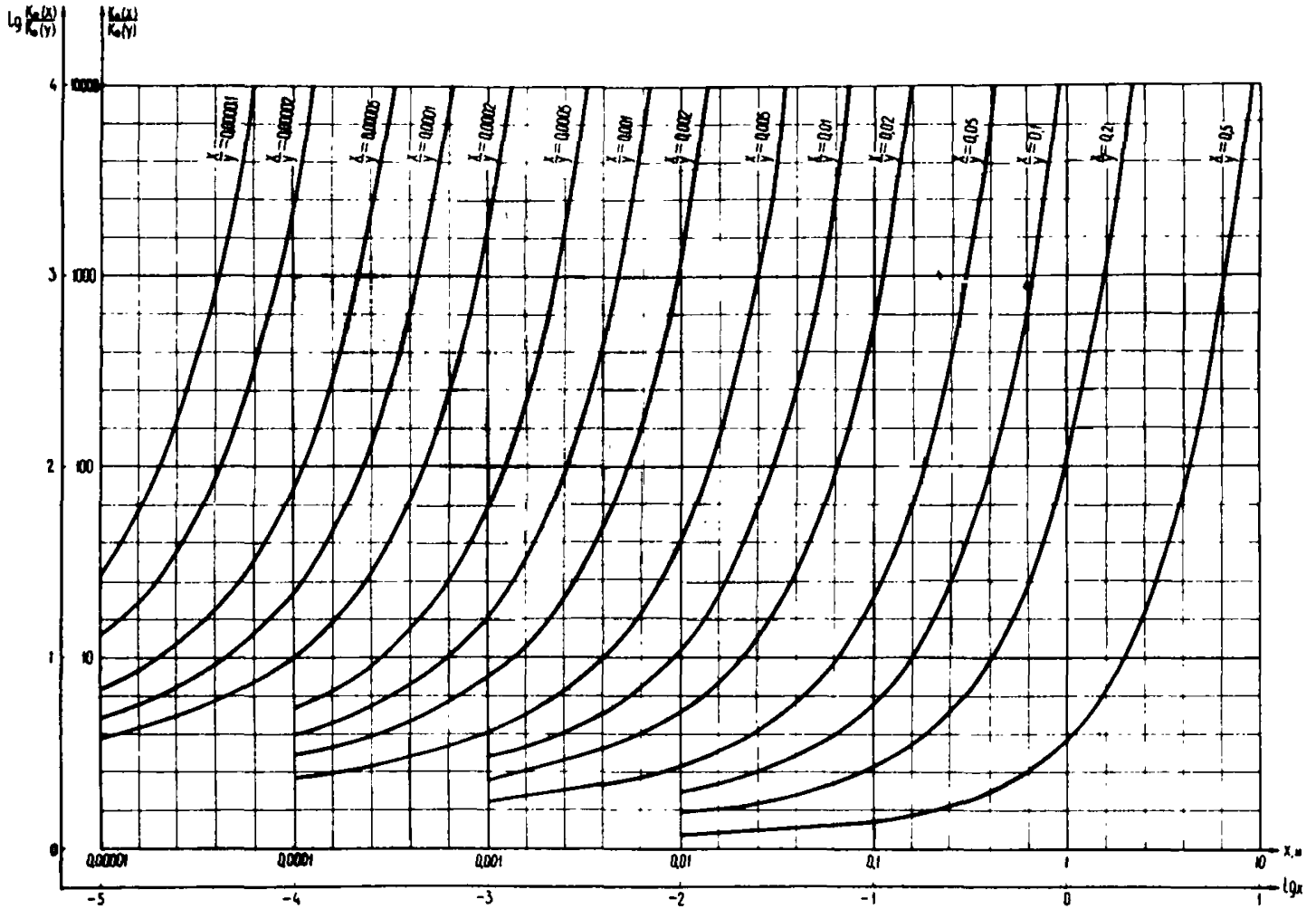


Рис.3.6. График функции $\frac{Ko(x)}{Ko(y)}$

муле

$$T = \frac{Q}{2\pi\left[S_y(r_1) - S_y(r_2)\right]} \ln\frac{r_2}{r_1}, \qquad (3.25)$$

а затем определяется параметр перетекания по формуле

$$\xi = \frac{1.265}{r^2} \exp\left(-\frac{4\pi T S}{Q}\right), \qquad (3.26)$$

полученной из (2.14).

3.5. Методы определения параметров слоистых толщ по результатам опытных откачек при неустановившемся режиме с учетом перетекания

3.5.1. Для определения фильтрационных параметров слоистых водоносных систем, приводимых к схемам, для которых имеются аналитические решения, используются те же методические приемы, что и для изолированных водоносных горизонтов. Ниже в качестве примера рассматривается простейший случай, когда во взаимодействующем горизонте уровень при откачке остается неизменным; процесс фильтрации в этих условиях описывается уравнением (2.56).

3.5.2. Метод отношения понижений. В уравнение (2.56) входят три неизвестных параметра – T, a и ξ, поэтому метод отношения понижений может быть применен только после определения параметра перетекания ξ по данным установившегося режима фильтрации. Коэффициент пьезопроводности горизонта определяется из соотношения

$$\frac{S(r_1, t_1)}{(r_2, t_2)} = \frac{W(\lambda_1, r_1\sqrt{\xi})}{W(\lambda_2, r_2\sqrt{\xi})}, \qquad (3.27)$$

где $\lambda_i = \frac{r_i^2}{4at}$.

Здесь, как и ранее, можно применять различные модификации $r_1 = r_2$, $t_1 \neq t_2$, или $r_1 \neq r_2$, $t_1 = t_2$. Проводимость горизонта определяется непосредственно из уравнения (2.56).

3.5.3. Метод типовой кривой. Эталонный график представляет собой семейство типовых кривых $W(\lambda, \varkappa) = f\left(\frac{1}{\lambda}\right)$, построенных в логарифмическом масштабе для различных значений параметра $\varkappa$, причем кривая $\varkappa = 0$ соответствует кривой Тейса. Фактический график откачки строится в координатах $\lg S - \lg \frac{t}{r^2}$ в том же масштабе. При совмещении кривой с одной из типовых (при соблюдении параллельности координатных осей) величины смещения координатных осей составят по оси абсцисс $A = \lg 4a$, по оси ординат $B = \frac{Q}{4\pi T}$.

Проводимость и коэффициент пьезопроводности вычисляются по формулам (2.73) и (2.74), а параметр перетекания определяется из выражения

$$\xi = \frac{x^2}{r^2} , \qquad (3.28)$$

где x – параметр типовой кривой, с которой совмещается фактическая кривая. Если фактическая кривая вписывается в семейство типовых, не совмещаясь ни с одной из них, то x определяется интерполяцией.

3.5.4. Метод характерных точек (точки перегиба). Полулогарифмический график $S = f(\lg t)$ при откачке в рассматриваемых условиях имеет точку перегиба, для которой справедливы следующие соотношения /39/

$$\lambda_п = \frac{r^2}{4 a t_п} = \frac{1}{2} r\sqrt{\xi} , \qquad (3.29)$$

$$m_п = \frac{2,3 Q}{4\pi T} \exp(-r\sqrt{\xi}) , \qquad (3.30)$$

$$S_п = 0,5 S_y = \frac{Q}{4\pi T} K_0(r\sqrt{\xi}) , \qquad (3.31)$$

$$\frac{2,3 S_п}{m_п} = \exp\{r\sqrt{\xi}) \; K_0(r\sqrt{\xi}) = F(r\sqrt{\xi}) , \qquad (3.32)$$

где символ „п" указывает на значение соответствующей величины в точке перегиба, $F(x)$ – табулированная функция (приложение 10).

Используя свойства полулогарифмической кривой, фильтрационные параметры можно определить в следующем порядке:

– на полулогарифмическом графике $S = f(\lg t)$ экстраполируется максимальное понижение S_y и определяется $S_п = 0,5 S_y$;

– с графика снимается время $t_п$, соответствующее $S_п$;

– замеряется уклон $m_п$ в точке перегиба и определяется

$$F(r\sqrt{\xi}) = 2,3 \frac{S_п}{m_п} ; \qquad (3.33)$$

– по таблицам функции $F(x)$ определяется величина $x = r\sqrt{\xi}$;

– определяется параметр перетекания по формуле (3.28);

– определяются проводимость и коэффициент пьезопроводности горизонта

$$T = \frac{2,3 Q}{4\pi m_п} \exp(-r\sqrt{\xi}) , \qquad (3.34)$$

$$a = \frac{r}{2\sqrt{\xi} \cdot t_m} . \qquad (3.35)$$

3.5.5. Контроль надежности полученных параметров может быть осуществлен путем сравнения понижений, рассчитанных по формуле (2.56) с использованием этих параметров, и пони-

жений, зафиксированных при откачке в соответствующие моменты времени.

3.5.6. П р и м е р. На рис.3.7 приведен[x] полулогарифмический график изменения понижения в наблюдательной скважине, расположенной на расстоянии 324 м от центральной. Дебит откачки составляет 8200 м^3/сут.

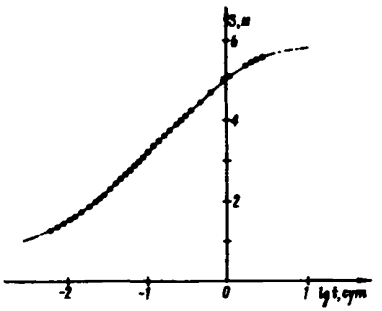


Рис.3.7. Полулогарифмический график понижения (по М.Хантушу)

Обработку результатов данной откачки можно производить всеми методами, описанными в разделе 3.5. Рассмотрим метод точки перегиба. Экстраполируя полулогарифмический график (рис.3.7), находим, что установившееся понижение S_y = 5,85 м. Согласно (3.31) понижение в точке перегиба полулогарифмического графика

$$S_п = \frac{S_y}{2} = \frac{5,85}{2} \approx 2,93 \text{ м.}$$

Этому понижению на графике соответствует время $t_п$=0,008 сут. Уклон графика в точке перегиба

$$m_п = \frac{\Delta S}{\Delta \lg t} \approx 2.$$

По формуле (3.33) находим

$$F(r\sqrt{\xi'}) = 2,3\,\frac{2,93}{2} = 3,37.$$

По таблицам $e^x K_0(x)$, приведенным в приложении 10, при $F(r\sqrt{\xi'}) = 3.37$ находим $r\sqrt{\xi'}$= 0,045, $exp(-r\sqrt{\xi'}) = 0,956$, $K_0(r\sqrt{\xi'}) = 3,22$.

Проводимость опробуемого горизонта найдем по формуле (3.34)

$$T = \frac{2,3 \cdot 8200 \cdot 0,956}{4\pi \cdot 2} = 716 \text{ м}^2\text{сут}$$

или по формуле (3.24)

$$T = \frac{Q}{2\pi \cdot S_y} K_0(r\sqrt{\xi'}) = \frac{8200 \cdot 3,22}{2\pi \cdot 5,85} = 725 \text{ м}^2\text{/сут},$$

а коэффициент пьезопроводности по формуле (3.35)

$$a = \frac{r^2}{2r\sqrt{\xi'} \cdot t_п} = \frac{324^2}{2 \cdot 0,045 \cdot 0,08} = 1,46\ 10^7 \text{ м}^2\text{/сут}$$

[x] Здесь используются результаты откачки, описанной в работе М.Хантуша /39/.

По формуле (3.28) определим параметр установившегося перетекания

$$\xi = \frac{(0{,}045)^2}{(324)^2} \approx 2 \cdot 10^{-8} \quad м^{-2}$$

а также параметр неустановившегося перетекания

$$\beta = \xi \cdot a = 1{,}93\ 10^{-8}\ 1{,}46\ 10^{7} = 0{,}28\ \frac{1}{сут}$$

3.6. Определение параметров слоистых водоносных толщ с помощью приближенных решений, полученных методом интегральных соотношений

3.6.1. Предлагаемые ниже расчетные зависимости получены на основе комбинированного метода, сочетающего метод разности и метод отношения понижений. При этом используется формальная идентичность приближенных решений, которые для всех схем строения водоносной толщи в разрезе имеют вид

$$S = \frac{Q}{2\pi T}\left[\ln\frac{R(t)}{r} - 1 + \frac{r}{R(t)}\right] \qquad (3.36)$$

и отличаются только выражением $R(t)$. Это позволяет разработать общий для всех рассмотренных случаев порядок обработки результатов опытных откачек. Основное внимание уделяется определению проводимости водоносного горизонта, важному фильтрационному параметру /33/.

Проводимость можно определить тремя способами:

1 способ. Разность понижений в двух наблюдательных скважинах в момент t записывается в виде

$$S_1 - S_2 = \frac{Q}{2\pi T}\left[\ln\frac{r_2}{r_1} - \frac{r_2 - r_1}{R(t)}\right]. \qquad (3.37)$$

Так как в большинстве практических случаев к концу откачки выполняется условие $R(t) \gg r_2 - r_1$, то

$$T \approx \frac{Q}{2\pi (S_1 - S_2)} \ln\frac{r_2}{r_1}, \qquad (3.38)$$

т.е. распределение понижений в зоне, прилежащей к опытной скважине, с достаточной надежностью описывается формулой Дюпюи. Численный анализ показывает, что если $R(t)$ превышает r_2 более, чем в 5 раз (при обычном соотношении $\frac{r_2}{r_1} \approx 2$), то ошибка при определении проводимости по формуле Дюпюи будет меньше 15%.

По известной проводимости из формулы (3.36) можно определить значения $R(t)$ на различные моменты времени,

пользуясь табл.3.4 или графиком (рис.3.8) функции $\frac{R(t)}{r}=f(\eta)$, где $\eta = \frac{2\pi TS}{Q}$.

Для значений $\eta > 3{,}5$ можно пользоваться формулой

$$R(t) = r \cdot exp(\eta + 1). \qquad (3.39)$$

Таблица 3.4

η	$\frac{R(t)}{r}$	η	$\frac{R(t)}{r}$
0,I	I,62	I,5	II,I5
0,2	2,03	I,6	I2,4
0,3	2,43	I,7	I3,9
0,4	2,85	I,8	I5,4
0,5	3,32	I,9	I7,0
0,6	3,80	2,0	I9,I
0,7	4,35	2,2	23,5
0,8	4,95	2,4	29,0
0,9	5,58	2,6	35,7
I,0	6,32	2,8	43,8
I,I	6,88	3,0	53,6
I,2	7,95	3,2	65,8
I,3	8,92	3,4	80,5
I,4	I0,00	3,6	99,4

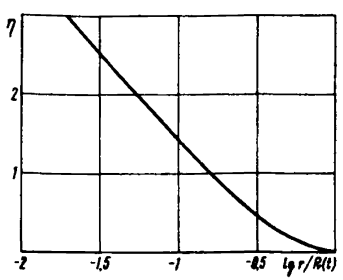


Рис.3.8. Вспомогательный график функции $\eta = f[r/R(t)]$

Полученные значения $R(t)$ позволяют уточнить величину проводимости по формуле (3.36). Новые значения проводимости (если они отличаются существенно) используются для повторного определения $R(t)$ и т.д., третье приближение обычно удовлетворяет решению любой практической задачи.

II способ. По трем наблюдательным скважинам проводимость можно определить непосредственно из выражения

$$T = \frac{Q\left(\ln\frac{r_2}{r_1} - A\ln\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi\left[S_1 - S_2 - A(S_2 - S_3)\right]}, \qquad (3.40)$$

$$A = \frac{r_2 - r_1}{r_3 - r_2}.$$

III способ. По двум скважинам. Отношение понижений в

двух наблюдательных скважинах в любой момент времени t позволяет подбором определить величину $R(t)$ из выражения

$$\frac{S(r_2,t)}{S(r_1,t)} = \frac{\ln\frac{R(t)}{r_2} - 1 + \frac{r_2}{R(t)}}{\ln\frac{R(t)}{r_2} - 1 + \frac{r_1}{R(t)}} \qquad (3.41)$$

или по графику рис.3.8.

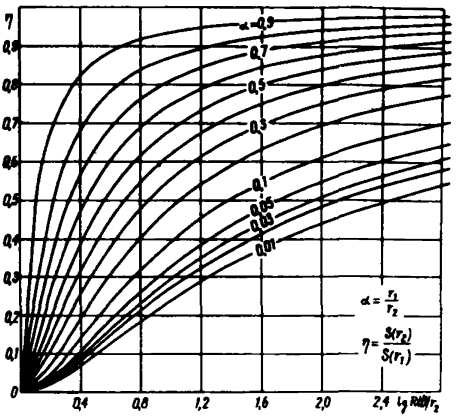


Рис.3.9. Вспомогательный график для определения $R(t)$

Зная $R(t)$, можно определить проводимость по формуле

$$T = \frac{Q}{2\pi S(r,t)}\left[\ln\frac{R(t)}{r} - 1 + \frac{r}{R(t)}\right]. \qquad (3.42)$$

Определение остальных параметров ведется на основе выражений $R(t)$ для конкретной схемы фильтрации (пп. 3.6.2-3.6.5).

3.6.2. Для грунтового водоносного горизонта двухслойного строения график $S=f(\lg t)$ имеет вид кривой Ш (см.рис.3.1). Дальнейшая обработка результатов опытной откачки ведется на основе выражения (2.59), из которого следует, что спустя некоторое время $t > (3\div5)\frac{\mu^* h_0}{k_0}$ после начала откачки, график зависимости R^2 от t приобретает прямолинейный характер. По угловому коэффициенту B и начальной ординате A прямолинейного участка этого графика определяется расчетный коэффициент уровнепроводности

$$a = \frac{T}{\mu_0} = \frac{B}{12} \qquad (3.43)$$

и параметр связи β_0

$$\beta_0 = \frac{12a}{A} = \frac{B}{A} . \qquad (3.44)$$

По известной проводимости и полученному коэффициенту уровнепроводности определяется водоотдача верхнего слабопроницаемого слоя

$$\mu_0 = \frac{T}{a} \qquad (3.45)$$

и его коэффициент фильтрации в вертикальном направлении

$$\kappa_0 = \beta_0 \cdot \mu_0 \cdot \nu_0 . \qquad (3.46)$$

По результатам первых этапов откачки (при $\beta_0 t < 5\ \frac{\mu^*}{\mu_0}$) можно определить упругую составляющую водоотдачи горизонта из выражения

$$\mu^* = - \frac{\mu_0 \beta_0 t}{\ln\left[1 + \beta_0 \left(t - \frac{\mu_0 R^2(t)}{12\,T}\right)\right]} . \qquad (3.47)$$

3.6.3. Обработка результатов откачки из напорного горизонта с учетом упругого режима в слабопроницаемом слое (график $S = f(\lg t)$ имеет вид кривой У1, рис.3.1) ведется в следующем порядке:

– Параметр B определяется или подбором из соотношения

$$\frac{R^2(t_2)}{R^2(t_1)} = \frac{2B\sqrt{t_2} - 1 + \exp(-2B\sqrt{t_2})}{2B\sqrt{t_1} - 1 + \exp(-2B\sqrt{t_1})} , \qquad (3.48)$$

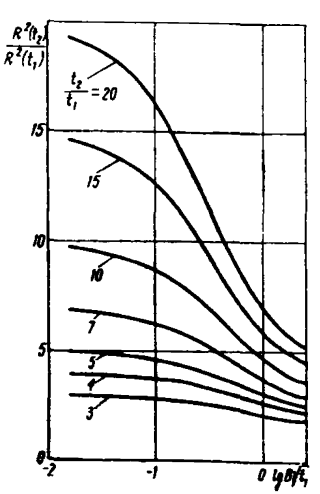


Рис.3.10.Вспомогательный расчетный график для определения параметра B

или по графику рис.3.10, или с помощью графика $R^2 = f(\sqrt{t})$, который по истечении времени $t > 25\,\frac{a_0 \mu_*^2}{\kappa_0^2}$ приобретает прямолинейный характер, поскольку выражение (2.60) можно представить в виде $R^2(t) = A + C\sqrt{t}$, где $A = -\frac{6}{B^2}$, $C = \frac{12a}{B}$. Следовательно, $B = -\frac{C}{2A}$ и $a = \frac{BC}{12} = -\frac{C^2}{24A}$.

– Если параметр B определен подбором, то коэффициент пьезопроводности вычисляется по формуле

$$a = \frac{B^2 R^2(t)}{6} \times \frac{1}{\times\ 2B\sqrt{t} - 1 + \exp(-2B\sqrt{t})} \qquad (3.49)$$

– Для расшифровки параметра B

необходимо либо определить коэффициент пьезопроводности слабопроницаемого слоя по данным лабораторных компрессионных испытаний, либо определить его коэффициент фильтрации по результатам длительной откачки, ког да будут применимы описываемые ниже схемы.

3.6.4. Для случая, когда упругим режимом в разделяющем слое можно пренебречь, а уровень в питающем слое остается постоянным, дальнейшая обработка результатов ведется в следующем порядке:

– параметр неустановившегося перетекания β определяется подбором из выражения

$$\frac{R^2(t_1)}{R^2(t_2)} = \frac{1-\exp(-\beta t_1)}{1-\exp(-\beta t_2)}, \qquad (3.50)$$

для чего, как и в предыдущем случае, можно построить удобный вспомогательный график или составить таблицы;

– вычисляется коэффициент пьезопроводности основного горизонта

$$a^* = \frac{\beta \cdot R^2(t)}{12\left[1-\exp(-\beta t)\right]}; \qquad (3.51)$$

– определяется коэффициент фильтрации слабопроницаемого слоя

$$k_0 = \frac{\beta \cdot m_0 T}{a^*}. \qquad (3.52)$$

График $R^2 = f(t)$ для рассматриваемого случая в начальный период откачки ($\beta t < 0{,}2$) представляет собой прямую, проходящую через начало координат, $R^2(t) = a^* t$, откуда

$$a^* = \frac{R^2(t)}{12t}.$$

При $\beta t > 2{,}5 \div 3$ наступает установившийся режим фильтрации, когда

$$R^2(t) \approx const \approx \frac{12a^*}{\beta},$$

и, если с графика удается снять R_y^2, то

$$\beta = \frac{12a^*}{R_y^2} = \frac{R^2(t)}{t \cdot R_y^2}.$$

3.6.5. При снижении уровня в питающем слое график откачки $S = f(\lg t)$ имеет вид кривой 1У (см.рис.3.1). Для определения параметров необходимо знать понижение во взаимодействующем слое (S'). Если последнее удовлетворяет условию $\frac{S'}{S} > 0{,}1$, то определение параметров ведется в следующем порядке:

– определяется параметр неустановившегося перетекания

из выражения

$$\beta_1 = \frac{S'(r,t)}{t[S(r,t)-S'(r,t)]}, \qquad (3.53)$$

где $S(r,t)$ – понижение уровня в опробуемом горизонте на расстоянии r в момент t; $S'(r,t)$ – понижение уровня во взаимодействующем горизонте в той же точке;

– определяется водоотдача взаимодействующего слоя μ_1 из соотношения

$$\mu_1 = \frac{12\,T\,(1+\beta_1 t)}{\beta_1 R^2(t)}; \qquad (3.54)$$

– расчетное значение коэффициента пьезопроводности определяется из выражения

$$a = \frac{T}{\mu_1}. \qquad (3.55)$$

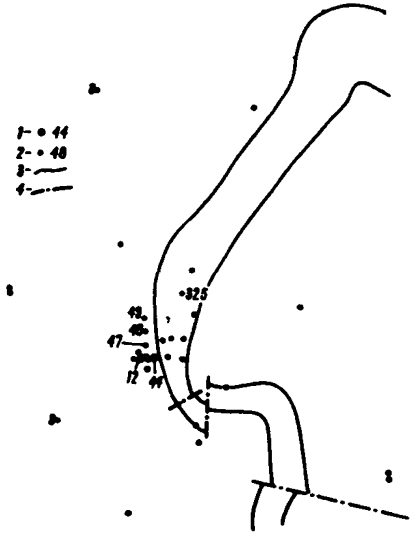


Рис.3.11. Схема расположения скважин при откачке на Южно-Белозерском железорудном месторождении: 1 – опытные скважины, 2 – наблюдательные скважины, 3 – контур рудного тела, 4 – тектонические нарушения

3.6.6. Пример. На рис. 3.11–3.14 приведены выборочные данные /33/, полученные при длительной откачке на Южно-Белозерском железорудном месторождении. Откачка производилась одновременно из двух скважин (№ 12 и 44), суммарный дебит которых составлял примерно 30 л/сек.

Опробовался бучакский водоносный горизонт, залегающий в основании палеогена на глубине около 250 м (рис.3.12). В кровле бучакского горизонта залегает мощная толща практически непроницаемых глин киевского яруса. Подстилается бучакский горизонт слабопроницаемыми мергельно-глинистыми отложениями мелового возраста мощностью до 60 м (средняя мощность 30 м). Мергельно-глинистые отложения обладают относительно высокой сжимаемостью. Коэффициент сжимаемости, полученный в лаборатории, равен $3\cdot10^{-4}$ м^2/т.

Общая продолжительность откачки превышает 40 суток. В процессе откачки проводились наблюдения за изменениями уровней в зоне радиусом около 2 км (см.рис.3.11). По всем

наблюдательным скважинам отмечены понижения, превышающие 1 м. Хронологические графики изменения уровней в наблюдательных скважинах (рис.3.13) изобилуют резкими колебаниями вследствие непостоянства расхода и частых кратковременных остановок. Поэтому необходимо произвести предварительное осреднение данных на графике $S = f(\lg t)$, как это сделано на рис.3.14.

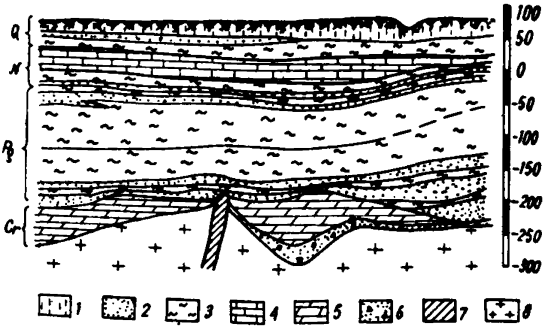


Рис.3.12. Схематический разрез Южно-Белозерского месторождения:
1 – покровные суглинки, 2 – пески, 3 – глины, 4 – известняки, 5 – мергели, 6 – осадочная брекчия, 7 – железная руда, 8 – кристаллические породы

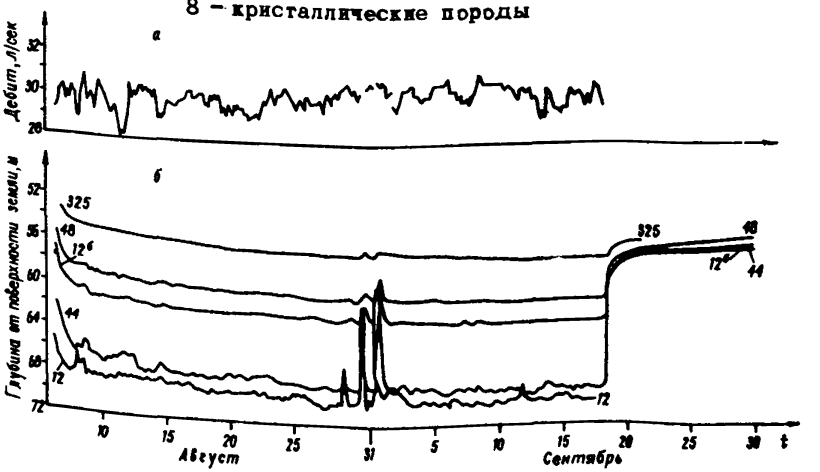


Рис.3.13. Хронологические графики откачки на Южно-Белозерском железорудном месторождении:
а – изменение суммарного расхода, б – изменение уровней в скважинах

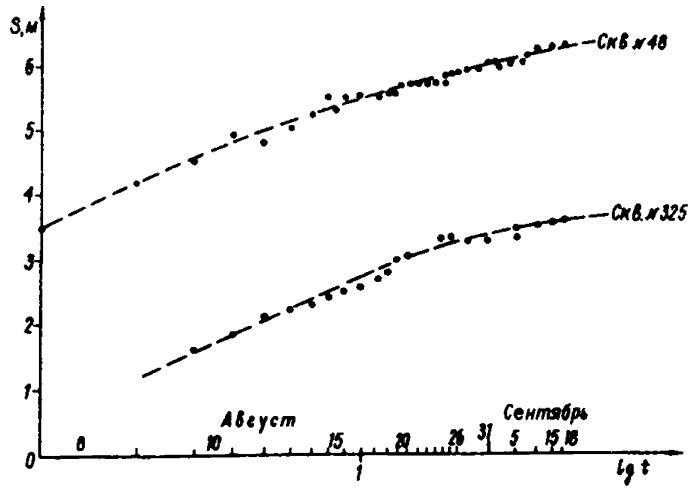


Рис.3.14. Полулогарифмические графики понижений в скважинах № 48 и № 325

При внимательном рассмотрении полулогарифмических графиков можно заметить, что, начиная с 10-15 суток, темп снижения уровней существенно снижается. Это указывает на наличие источников дополнительного питания опробуемого горизонта. Таким источником может быть только мергельно-глинистая толща, подстилающая бучакский горизонт. Поэтому обработку результатов откачки будем проводить согласно рекомендациям, изложенным в разделе 3.6 (пп. 3.6.1 и 3.6.3).

Выборка осредненных понижений по скважинам № 47, 48 и 49, расположенным, соответственно, на расстояниях 100, 200 и 300 м от центра опытного куста, приведена в табл.3.5.

Таблица 3.5

Время от начала откачки, сут.	Понижение уровня, м		
	Скв. 47	Скв. 48	Скв. 49
I	5,20	4,02	3,28
2	5,60	4,45	3,84
3	5,93	4,75	4,I3
I0	6,73	5,60	4,92
20	7,22	6,02	5,23
30	7,42	6,I0	5,45
40	7,55	6,30	5,60

Используя результаты последнего замера, определим проводимость горизонта из формулы (3.38) по скважинам 47 и 48

$$T = \frac{Q}{2\pi(S_1 - S_2)} \ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{2590 \cdot 0{,}695}{2\pi \cdot 1{,}25} = 229 \text{ м}^2/\text{сут.},$$

по скважинам 48 и 49

$$T = \frac{2590 \cdot 0{,}406}{2\pi \cdot 0{,}7} = 239 \text{ м}^2/\text{сут.},$$

по скважинам 47 и 49

$$T = \frac{2590 \cdot 1{,}1}{2\pi \cdot 1{,}85} = 233 \text{ м}^2/\text{сут.}$$

Среднее значение проводимости составит 234 $м^2$/сут. Пользуясь табл.3.4 или графиком рис.3.8, получим условный радиус влияния $R(t)$ в конце откачки 19000 м. Тогда $\frac{R(t)}{r_{max}} \approx 60$ и, следовательно, можно считать, что формула (3.38) в данном случае дает точное значение проводимости.

Значения проводимости, вычисленные по формуле (3.40) с использованием данных по всем трем скважинам, приведены в табл.3.6 (графа 2). Среднее значение проводимости равно 231 $м^2$/сут. Заметим, что разброс единичных значений проводимости (от 175 до 280 $м^2$/сут.) связан с погрешностью понижений, обусловленной, главным образом, непостоянством расхода опытных скважин.

Используя полученное значение проводимости по графику (см.рис.3.8) или табл.3.4, определяем условный радиус влияния на расчетные моменты времени. Результаты вычислений приведены в табл.3.6.

Таблица 3.6

t, сут.	Проводимость по формуле (3.40), $м^2$/сут.	R(t) по формуле (3.36)			$R_{ср.}(t)$
		скв.47	скв.48	скв.49	
I	264	4830	4900	4800	4840
2	2I7	6020	6320	6500	6280
3	209	7250	7440	7590	7550
I0	260	II400	I2000	I2300	II900
20	280	I5200	I5700	I4600	I5200
30	I75	I7300	I7200	I6900	I7I00
40	2I3	I9000	I9000	I8600	I8800

Полученные значения $R_{ср}(t)$ необходимо скорректировать с помощью графика $R_{ср} = f^{ср}(\sqrt{t})$, заменяя совокупность полученных точек плавной кривой. Построение такого графика по-

лезно также и для общего анализа закономерностей фильтрации и его следует считать обязательным тем более, что при других схемах фильтрации этот график используется для расчета показателей перетекания. Затем определяется параметр B подбором из выражения (3,48) или с помощью графика (рис.3.10). Результаты приведены в табл.3.7.

Таблица 3.7

t_1	I	I	I	2	2	2	2	I0	I0	I0	I0
t_2	3	I0	20	I0	20	30	40	20	30	40	40
$\frac{R^2(t_2)}{R^2(t_1)}$	2,44	6,05	9,85	3,6	5,85	7,5	8,85	I,64	2,I	2,5	I,52
B	0,5	0,5I	0,54	0,35	0,4I	0,4I	0,42	0,38	0,35	0,4I	0,52

Среднее значение параметра B = 0,46.

Значение коэффициента пьезопроводности бучакского горизонта по формуле (3.49) равно в среднем $2{,}0\cdot10^6$ м^2/сут.

Анализ выражения (2.60) показывает, что результаты откачки в рассматриваемых условиях можно обрабатывать стандартным методом лишь до тех пор, пока $B\sqrt{t}<(0{,}5\text{-}1{,}0)$. В нашем случае это соответствует продолжительности откачки (1÷4,5) суток. Действительно, среднее значение проводимости, рассчитанной по данным первых трех суток наблюдений, равно 260 м^2/сут., а коэффициент пьезопроводности в среднем $8\cdot10^6$ м^2/сут. В дальнейшем количество воды, поступающее из слабопроницаемого слоя, составляет более 60% от расхода откачки. Значения основных параметров получаются резко завышенными, если обработку вести стандартным способом; в интервале 10-40 суток получаются величины проводимости 400-450 м^2/сут., а коэффициент пьезопроводности 10^8-10^9 м^2/сут.

Из формулы (2.60) найдем

$$\frac{k_0}{\sqrt{a_0}} = B\cdot\mu = \frac{0{,}44\cdot230}{2\cdot10^6} \approx 5\ 10^{-5}\ \text{сут.}^{\frac{1}{2}}$$

Для расшифровки этого параметра необходимо знать либо коэффициент фильтрации слабопроницаемых пород k_0, либо их коэффициент сжимаемости α_c по лабораторным данным или натурным наблюдениям за осадкой. Коэффициент сжимаемости мергельно-глинистых пород Южно-Белозерского месторождения по данным ВНИМИ равен $3\cdot10^4$ м^2/т.

Учитывая [38], что $a_o = \frac{k_o(1+\varepsilon_o)}{\gamma_в \cdot \alpha_c}$,

где ε_o - коэффициент пористости мелов, $\gamma_в$ - объемный вес воды, α_c - коэффициент сжимаемости, получим

$$a_o \approx 0{,}1 \text{ м}^2/\text{сут.}, \quad k_o \approx 10^{-5} \text{ м/сут.}$$

Примечание. Выше получены фактические параметры отдельных слоев, необходимые для прогноза кратковременных изменений режима подземных вод. Между тем, для целей осушения месторождения основной интерес представляют обобщенные параметры, характеризующие водоносный комплекс в целом. В частности, обобщенный коэффициент пьезопроводности этого комплекса должен учитывать упругую водоотдачу сжимающихся слабопроницаемых пород и определяется по формуле

$$a^* = \frac{T}{\mu_б + \mu_м},$$

где T - проводимость бучакского горизонта; $\mu_б$ и $\mu_м$ - водоотдача, соответственно, бучакской и меловой толщ. При этом

$$\mu_б = \frac{T}{a} = \frac{230}{2 \cdot 10^6} = 1{,}1 \cdot 10^{-4},$$

$$\mu_м = \frac{\gamma_в \cdot \alpha_c \cdot m}{1 + \varepsilon_o} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 30}{1 + 0{,}7} = 5{,}3 \cdot 10^{-3},$$

где m - мощность меловой толщи, равная с среднем 30м. Следовательно,

$$a^* = \frac{230}{0{,}11 \cdot 10^{-3} + 5{,}3 \cdot 10^{-3}} = 4{,}25 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут.}$$

3.7. Некоторые замечания о методах интерпретации одиночных опытных откачек[x]

3.7.1. Методика обработки результатов одиночной откачки, проведенной с постоянным дебитом Q, в общем случае базируется на анализе графиков понижения $S = f(\lg t)$ для напорных горизонтов или $S(2h_o - S) - f(\lg t)$ - для безнапорных (h_o - начальная глубина). При откачках с постоянным понижением и с переменным расходом обычно строятся графики

$$\tilde{S} = \frac{S}{Q} = f(\lg t).$$

---

[x] Рекомендуемые методы, в основном, базируются на общеизвестных исходных предпосылках; общая идея этих рекомендаций сводится к требованию наиболее точного определения основного расчетного параметра проводимости пласта (T).

Если график понижения не имеет перегибов, а конечный участок его достаточно четко аппроксимируется прямой линией, наклоненной под некоторым углом к оси абсцисс, то можно сделать попытку обработать откачку стандартным графо-аналитическим методом /14, 29/. Проводимость горизонта определяется по формуле

$$T = \frac{0{,}183}{\tilde{S}_2 - \tilde{S}_1} \lg \frac{t_2}{t_1}, \qquad (3.56)$$

где $\tilde{S}_1 = \frac{S_1}{Q_1}$, $\tilde{S}_2 = \frac{S_2}{Q_2}$, S_1 и S_2; Q_1 и Q_2 – понижения и расходы на момент времени t_1 и t_2, отвечающие прямолинейному участку графика $S = f(\lg t)$.

3.7.2. Наряду с графиком откачки, полезно провести обработку кривой восстановления уровня; период восстановления обладает (с точки зрения точности результата) тем преимуществом, что уровень в скважине замеряется значительно точнее и не зависит от технических условий.

При обработке результатов восстановления уровня строится график $S(t_0) - S(t) = f(\lg t)$, где $S(t_0)$ – конечное понижение при откачке, t_0 – продолжительность откачки с постоянным дебитом Q, t – время, отсчитываемое от момента прекращения откачки. Если прямолинейный участок графика достаточно хорошо выражен, то проводимость горизонта определяется из соотношения

$$T = \frac{0{,}183\,Q}{S_1 - S_2} \lg \frac{t_2}{t_1} \qquad (3.57)$$

при $t_1 < t_2 < (0{,}1 \div 0{,}2) \cdot t_0$. В прочих случаях применяется формула

$$T = \frac{0{,}183\,Q}{S} \lg \frac{t_0 + t}{t}. \qquad (3.58)$$

3.7.3. Необходимо иметь в виду, что приведенная методика обработки результатов откачки по кривой восстановления имеет ряд недостатков:

-прямолинейный участок графика в ряде случаев выражен недостаточно четко, в частности, из-за влияния эффекта жесткости слоев;

-вследствие влияния "скин-эффекта" первоначальный участок графика может быть прямолинейным, но иметь иной наклон;

-при сравнительно малой водообильности пород, когда $t < 20 \frac{F_c \cdot S}{Q}$, (где F_c – площадь поперечного сечения скважины), необходимо учитывать приток воды в скважину;

-так как для многих пород (в частности, для песков) кривые декомпрессии и компрессии существенно различны, то и коэффициент пьезопроводности, определяемый по периоду вос-

становления уровня, может резко отличаться от искомого параметра. При безнапорной фильтрации подобные расхождения могут быть обусловлены разницей между водоотдачей и коэффициентом недостатка насыщения.

3.7.4. Если одиночная откачка проводится вблизи контура обеспеченного питания, то для расчета используются известные формулы установившейся фильтрации; Форхгеймера /35/ - при расположении скважины вблизи реки или водоема и В.Д.Бабушкина /35/ - при подрусловых откачках. Результаты этих расчетов надежны при отсутствии закольматированной придонной зоны.

3.7.5. При обработке результатов одиночных откачек необходимо, по возможности, учитывать дополнительное сопротивление прискважинной зоны, которое можно определить по данным наблюдений за уровнем по затрубному пьезометру. Кроме того, существует несколько специальных методов обработки кривой восстановления уровня, учитывающих "скачок", из которых наиболее надежным является интегральный метод /41/.

Сопротивление прифильтровой зоны определяется специальными опытами: либо путем предварительного налива в скважину, либо откачками по "ступенчатой схеме" /47/. В связи с последним способом следует отметить, что построенный по данным нескольких ступеней откачки график зависимости понижения S от расхода Q может иметь криволинейные очертания именно из-за изменения сопротивления призабойной зоны с ростом понижения, поэтому, а также и по ряду других причин, подобный график в общем случае нельзя считать критерием надежности опыта или критерием выполнения закона Дарси при опыте.

3.7.6. Частным случаем одиночной кратковременной откачки является желонирование. При отсадных трубах, полностью перекрывающих скважину, для оценки проводимости может использоваться формула /14/

$$k = \frac{1}{4} \cdot \frac{r_c}{t} \ln \frac{S_0}{S}, \qquad (3.59)$$

где S_0 - понижение уровня, достигнутое при желонировании;

S - понижение в момент времени t после прекращения желонирования.

4. МЕТОДИКА ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ, ПРОВОДИМЫХ В ПЕРИОД ЭКСПЛУАТАЦИИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Опыт эксплуатации ряда месторождений показывает, что в сложных гидрогеологических условиях детальное изучение фильтрационных параметров на основе реальных объемов опытных откачек зачастую оказывается весьма сложной задачей.

Для надежного решения ее во многих случаях необходим эксперимент, сопоставимый по мощности с эксплуатационным водопонижением. В подобных условиях представляется целесообразным осуществлять проектирование осушения месторождения поэтапно на основе заведомо недостаточно надежных данных. При этом первые этапы осушения рассматриваются как опытно-эксплуатационное водопонижение, имеющее целью уточнение гидрогеологических условий (в частности, фильтрационных параметров) для последующей корректировки первоначального проекта осушения. Выполнение комплекса гидрогеологических наблюдений в таком случае предусматривается проектом осушения. Необходимо подчеркнуть, что гидрогеологические наблюдения выполняемые в процессе эксплуатационного осушения месторождений, позволяют получить надежные сведения о гидрогеологических условиях при минимальных дополнительных затратах. Учитывая, кроме того, исследовательский характер всех гидрогеологических работ, когда планирование любых мероприятий по осушению осуществляется при неполной информации, следует признать целесообразным выполнение соответствующего комплекса гидрогеологических наблюдений в период эксплуатации на всех месторождениях, в том числе и на тех, гидрогеологические условия которых считаются относительно простыми.

Обработка результатов наблюдений аналогично обработке данных опытных откачек проводится в два этапа: 1)качественный анализ полученных данных и 2)непосредственное определение фильтрационных параметров.

4.1. Качественная интерпретация результатов гидрогеологических наблюдений

4.1.1. Результаты гидрогеологических наблюдений в сочетании с данными о расходах дренажных выработок и карьерного или шахтного водоотлива позволяют дополнить представления о схеме фильтрации, питании водоносных горизонтов, их взаимосвязи и о других качественных гидрогеологических характеристиках, а также уточнить фильтрационные параметры водоносных горизонтов и их изменение в пределах области фильтрации с тем, чтобы дать более надежный прогноз водопритоков на последующие этапы эксплуатации месторождения.

4.1.2. По результатам гидрогеологических наблюдений следует считать обязательным составление следующих документов:

- карты гидроизогипс на характерные моменты времени,
- графики изменения уровней в наблюдательных скважинах во времени,

- хронологический график выпадения осадков,
- графики изменения дебита дренажных выработок.

Остальные данные, например, результаты определения химического состава подземных вод, достаточно иметь в виде журналов и таблиц.

4.1.3. Основной задачей этапа качественной интерпретации результатов гидрогеологических наблюдений является выработка концепции о гидрогеологической роли геологических границ (линий тектонических нарушений, границ выклинивания или выходов на поверхность, фациальных границ) и гидрографической сети, а также районирование изучаемой территории по характеру режима фильтрации подземных вод и степени однородности фильтрационных свойств водоносного горизонта. В качестве частного случая районирования области фильтрации можно рассматривать выделение характерных лент тока /31/. Этап качественной интерпретации результатов наблюдений должен давать все исходные предпосылки для выбора расчетных методов определения фильтрационных параметров.

4.1.4. Интерпретация результатов наблюдений за режимом подземных вод должна начинаться с качественной оценки гидрогеологических условий и фильтрационных свойств водоносного горизонта по картам гидроизогипс. При этом можно выявить границы области фильтрации, участки подпитывания водоносных горизонтов или утечки из них на небольших площадях ("гидрогеологические окна") и связь с поверхностными водоемами.

Примеры проявления некоторых гидрогеологических границ на карте гидроизогипс даны на рис.41.

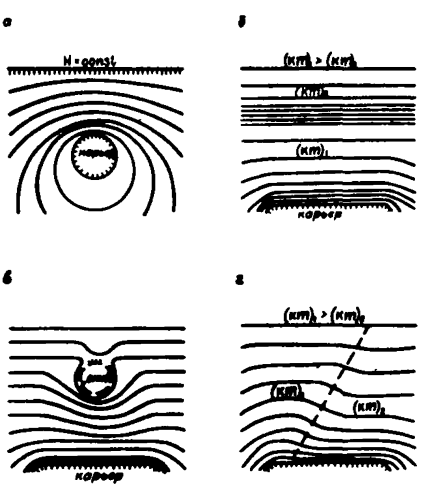


Рис.4.1. Проявление гидрогеологических границ на карте гидроизогипс

Контур питания характеризуется постоянством напоров во времени и сменой характера потока на противоположной по отношению к карьеру (шахте) стороне (рис.4.1,а). Непроницаемый контур и граница с различной проводимостью проявляется на карте по-разному, в зависимости от их ориентировки по отношению к направлению потока. Непроницаемый контур, расположенный перпендикулярно к направлению потока, проявляется на карте гидроизогипс сгущением последних или резким скачком уровней в соседних скважинах.

Граница участков с разной проводимостью более четко проявляется в том случае , когда карьер (или другой сток) расположен в зоне с большей проводимостью; вблизи границы наблюдается резкое изменение частоты гидроизогипс (рис.4.1.б). Непроницаемый контур и граница участков с различной проводимостью,расположенные под острым углом к направлению потока,можно обнаружить на карте по кулисообразному перегибу гидроизогипс (рис.4.1,в). Следует, однако, оговорить, что граница проявляется на карте гидроизогипс не всегда. Так,например, непроницаемый контур, расположенный параллельно потоку, при равенстве напоров в области питания по обе стороны от контура не влияет на фильтрационный поток и в общем случае проявиться не должен. Поэтому при решении любых задач с помощью карты гидроизогипс необходимо учитывать все имеющиеся данные: геологические результаты опытных работ, а также выводы, сделанные при обработке гидрогеологических наблюдений другими способами.

Подпитывание водоносных горизонтов через "гидрогеологические окна" и из поверхностых водоемов вызывает деформацию фильтрационного потока и проявляется в виде изгиба гидроизогипс в направлении потока (рис.4.1,г). Обратное направление гидроизогипс означает утечку воды из данного водоносного горизонта.

4.1.5. По выделенным лентам тока можно оценить степень однородности водородного горизонта. Если в пределах ленты, примерно вдоль ее осевой линии располагается створ наблюдательных скважин, то , используя результаты замеров уровней в период отсутствия инфильтрации и относительно стабильного положения депрессионной поверхности, можно получить /43/

$$\frac{T_{1-2}}{T_{2-3}} = \frac{J_{2-3} \cdot b_{2-3}}{J_{1-2} \cdot b_{1-2}},$$

где J - уклон потока, b - ширина ленты, 1,2,3 - номера наблюдательных скважин.

4.1.6. Используя метод "круга Чарного" /41/, с помощью карты гидроизогипс можно качественно решать вопрос о существовании гидравлической связи (перетекания) между отдельными водоносными горизонтами на участках, где дренажные сооружения отсутствуют, а режим фильтрации считается установившимся. Для этого достаточно сравнить средневзвешенный напор на окружности ($H_к$) с напором в центре круга ($H_о$). При $H_к > H_о$ происходит утечка воды из рассматриваемого горизонта, обратное соотношение $H_к < H_о$ указывает на подпитывание данного горизонта за счет перетекания из соседних, и наконец, если $H_к = H_о$, то гидравлическая связь отсутствует.

Наличие перетекания можно проверить также по следующим признакам:

-заметное снижение уровня в невскрытых карьером недренируемых водоносных горизонтах;

-уменьшение (или увеличение) расхода в направлении потока (в случае увеличения расхода необходимо проверить не является ли такое увеличение следствием неустановившейся фильтрации);

-быстрый переход к установившемуся режиму фильтрации при границах питания, удаленных на значительные расстояния, т.е. когда пласт можно считать неограниченным.

Перетекание можно считать достоверным лишь при наличии всех отмеченных признаков, так как каждый из них в отдельности может быть вызван другими причинами, например, снижение уровня в невскрытых водоносных горизонтах может происходить только за счет выемки пород или за счет откачки из вышележащих горизонтов /43/.

4.1.7. На участках, где гидравлическая связь отсутствует, метод "круга Чарного" можно использовать для оценки "степени стационарности" режима фильтрации. При установившемся режиме должно выполняться условие $H_к = H_о$ (когда в пределах выделенного круга не производится отбор воды). Если режим фильтрации неустановившийся, то $H_к < H_о$ при снижении уровней и $H_к > H_о$ при подпоре (временном повышении уровня).

4.1.8. Качественная интерпретация хронологических графиков изменения уровней в наблюдательных скважинах и выпадения осадков сводится к оценке связи подземных и атмосферных вод, к выбору характерных расчетных периодов для определения параметров к общей характеристике режима снижения уровней и т.п.

4.1.9. Производится первичная обработка графиков изменения расходов отдельных дренажных выработок и общекарьерного (общешахтного) водоотлива. Выделяются отдельные этапы, на которых расход можно считать постоянным или меняющимся по одному из простейших законов (линейное, параболическое, степенное или ступенчатое изменения.

4.2. Определение основных фильтрационных параметров по результатам гидрогеологических наблюдений

4.2.1. При выборе методов определения фильтрационных параметров по результатам гидрогеологических наблюдений нужно отдавать предпочтение различным осредняющим и интегральным методам (см. разд.5). Наиболее общим методом

расчета фильтрационных параметров по карте гидроизогипс является метод выделения характерных лент тока /15/.

Проводимость напорного горизонта и коэффициент фильтрации безнапорного горизонта после выделения лент тока и приведения их к плоским определяются по формулам /31/

$$T = \frac{q_л}{b_o (H_1 - H_2)} (x_{p1} - x_{p2}) , \qquad (4.1)$$

$$k = \frac{2 q_л}{b_o (h_1^2 - h_2^2)} (x_{p1} - x_{p2}) , \qquad (4.2)$$

где $x_p = n \frac{b_o}{(b/l)_{ср}}$ - расчетное расстояние: $q_л$ -расход потока в пределах выделенной ленты тока; b_o - ширина ленты на контуре стока; $(b/l)_{ср}$ - среднее отношение ширины отсеков ленты тока к их длине; n - число отсеков в интервале от 0 до x_p, H_1 и H_2 (h_1 и h_2) - напоры (глубины) потока, соответствующие расстояниям x_{p1} и x_{p2}.

Для оценки изменчивости проницаемости вдоль выделенной ленты вычисляют проводимость в пределах каждого отсека ленты по формуле

$$T = \frac{q_л \cdot l}{b_{ср} (h_2 - h_1)} , \qquad (4.3)$$

где $q_л$ - приток в пределах ленты на контуре стока, l -длина отсека, $b_{ср}$ - средняя ширина отсека, h_1 и h_2 - глубина на границах отсека (по карте изогипс).

4.2.2. Для расчета проводимости выбирают те участки области фильтрации, где режим движения можно считать установившимся или квазиустановившимся, что проверяется по динамике измерения уровней в отдельных наблюдательных скважинах. По этой причине расчетные участки желательно выбирать на небольшом расстоянии от контура стока, это расстояние x при неустановившейся фильтрации должно отвечать условию

$$\frac{h_e(x) - h(x)}{h_e(0) - h(0)} \geqslant (0,7 - 0,8), \qquad (4.4)$$

где $h(x)$ и $h_e(x)$ - сниженная и естественная глубины потока на удалении x, $h(0)$ и $h_e(0)$ - то же на контуре стока.

4.2.3. Для первых этапов осушения, когда неустановившийся режим фильтрации выражен наиболее резко, следует определять коэффициент фильтрации по формулам неустановившегося движения. При этом дренажная система или отдельные ее участки обычно приводятся либо к " большому колодцу "

(приток принимается осесимметричным), либо к линейному ряду (поток считается плоскопараллельным). Расчетные зависимости для случая осесимметричной фильтрации приведены ниже (пп. 4.3.3–4.3.4). . Методы расчета основных параметров неустановившейся фильтрации при работе различных систем скважин в типовых условиях (по форме области фильтрации в плане) детально рассмотрены в работе /9/.

Если поток плоскопараллельный, то коэффициент уровнепроводности определяется по формуле

$$a = \frac{x^2}{4\lambda^2 t}, \qquad (4.5)$$

где λ берется по графику (рис.4.2) в зависимости от величины $\frac{\Delta H}{\Delta H_o}$ (ΔH_o – изменение уровня в граничном пьезометре, ближайшем к ряду; ΔH – то же в расчетном пьезометре), а время отсчитывается от начала изменения уровня в граничном пьезометре.

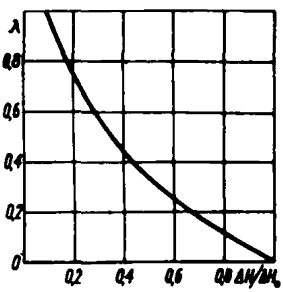


Рис.4.2. График функции $\lambda = f\left(\frac{\Delta H}{\Delta H_o}\right)$

Коэффициент уровнепроводности (пьезопроводности) можно также определить методом отношения понижений на основе формул (2.53) – (2.55).

Если проводимость пласта известна, то коэффициент уровнепроводности (пьезопроводности) по данным первых этапов водопонижения определяется по формуле

$$a = \frac{T \cdot \Delta V}{Q_{1сум} - Q_{2сум}}, \qquad (4.6)$$

где ΔV –осушенный за время Δt объем выделенной ленты тока между расчетными сечениями 1 и 2; $Q_{1сум}$ и $Q_{2сум}$ – суммарный расход, проходящий за время Δt через соответствующие расчетные сечения ленты.

Величины суммарных притоков определяются численным интегрированием

$$Q_{сум} = T \cdot b \cdot \int_0^{\Delta t} J \cdot dt, \qquad (4.7)$$

где b – ширина ленты тока в расчетном сечении, $J = \frac{dH}{dl}$ гидравлический градиент в расчетном сечении.

4.2.4. Для напорного водоносного горизонта, дренируемого скважинами, дебит которых известен, расчет коэффициента фильтрации или проводимости пласта в условиях установившейся фильтрации можно производить методом "круга Чарного".

На карте гидроизогипс проводят окружность желательно большего радиуса, вдоль которой известно распределение напоров. Расчет ведется по формуле /41/

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \ln \frac{R_к}{r_i}}{2\pi \quad (\overline{H}_к - H_0)} , \qquad (4.8)$$

где n - число скважин, $R_к$ -радиус круга, r_i - расстояние от центра круга до i- ой скважины, $\overline{H}_к$ -средневзвешенное значение напора по круговому контуру, H_0 -напор в центре круга.

4.2.5. Основные фильтрационные параметры по результатам гидрогеологических наблюдений могут определяться, кроме того с помощью специальных методов решения обратных задач, описанных в разд. 5. Для определения водоотдачи с успехом можно использовать метод, базирующийся на вычислении объема депрессионной воронки (V) по карте гидроизогипс при известном общем объеме откачанной воды (W), при этом водоотдача определяется по формуле

$$\mu = \frac{W}{V}$$

Необходимо отметить, что данный метод вследствие его простоты теряется среди сложных математических методов, но на практике он зачастую дает более надежные и более точные результаты.

4.2.6. В некоторых случаях по результатам гидрогеологических наблюдений можно оценить параметры перетекания, сопротивление ложа рек и водоемов, инфильтрационное питание.

Параметр установившегося перетекания ξ для плоского одномерного потока определяется по формуле

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{L} \ln \frac{\Delta H_2}{\Delta H_1}} , \qquad (4.9)$$

где L - расстояние между контуром дренажа и контуром питания, ΔH_1 и ΔH_2 - разность уровней в питающем и исследуемом горизонтах, соответственно, на контуре питания и на контуре стока.

При осесимметричном движении параметр установившегося перетекания определяется подбором из соотношения

$$\frac{\Delta H_2}{\Delta H_1} = \frac{K_0(r_0\sqrt{\xi})}{K_0(r_1\sqrt{\xi})} , \qquad (4.10)$$

где r_1 - расстояние, на котором разность напоров равна ΔH_1

r_0 -радиус "большого колодца", к которому приводится дренажная система.

При более сложном характере потока, выделенные ленты тока можно аппроксимировать частью кругового сектора и определять ξ из выражения

$$\frac{\Delta H_2}{\Delta H_1} = \frac{K_0(b_0\sqrt{\xi'})}{K_0(b_1\sqrt{\xi'})}, \qquad (4.11)$$

где $\xi' = \frac{\xi}{a^2}$, $a = \frac{b_1 - b_0}{x_1}$, b_0 – ширина ленты на контуре стока; b_1 – ширина ленты на расстоянии x_1, где разность напоров равна ΔH_1. При подборе параметров по формулам (4.10) и (4.11) можно использовать график рис.3.6.

Сопротивление ложа реки (водоема) определяется по формуле /43/:

$$\Delta L = \frac{H_1 - H_p}{H_2 - H_1}(x_2 - x_1) - x_1, \qquad (4.12)$$

где H_p – отметка уровня воды в реке; H_1 и H_2 – отметки уровня в точках, расположенных, соответственно, на расстоянии x_1 и x_2 от реки.

По полученной величине ΔL оценивается коэффициент фильтрации экранирующего слоя, для чего предварительно подбором определяется величина ξ из формулы /43/

$$\Delta L = \frac{1}{\xi} \operatorname{cth} \frac{\xi \cdot B}{2}, \qquad (4.13)$$

а затем

$$k_э = \xi^2 \cdot T \cdot m_э, \qquad (4.14)$$

где B – ширина русла реки, $k_э$ и $m_э$ – коэффициент фильтрации и мощность экранирующего слоя.

Интенсивность инфильтрации в пределах выделенной ленты тока при наличии створа наблюдательных скважин оценивается по формуле

$$\varepsilon = 2\,\frac{(T \cdot b \cdot J)_{1-2} - (T \cdot b \cdot J)_{2-3}}{(l \cdot b)_{1-2} + (b \cdot l)_{2-3}} \qquad (4.15)$$

(обозначения см. п.4.1.5).

4.2.7. Гидрогеологические наблюдения на участках прорывов подземных вод в дренажные выработки, обычно проводимые с целью выявления условий, гарантирующих выработку от прорыва, можно использовать и для уточнения фильтрационных параметров водоносных пород. При известных величинах суммарного притока воды на участке прорыва на два момента времени t_1 и t_2 оценка фильтрационных параметров водоносного горизонта производится следующим образом:

– коэффициент пьезопроводности a определяется подбором из соотношения

$$\frac{Q_{1\ сум}}{Q_{2\ сум}} = \frac{\overline{Ei}\left(\ln \frac{2{,}25\ a t_1}{r_o^2}\right)}{\overline{Ei}\left(\ln \frac{2{,}25\ a t_2}{r_o^2}\right)}, \qquad (4.16)$$

-проводимость определяется по формуле

$$T = \frac{0{,}183\ Q_{сум} \cdot a}{S \cdot r_o^2\ \overline{Ei}\left(\ln \frac{2{,}25\ a t}{r_o^2}\right)}, \qquad (4.17)$$

где r_o - приведенный радиус участка прорыва; S -понижение отсчитанное от пьезометрического уровня, существовавшего до прорыва; $Q_{1\ сум}$ и $Q_{2\ сум}$ -суммарный приток с момента прорыва до, соответственно, моментов времени t_1 и t_2; $\overline{Ei}$ - модифицированная показательная интегральная функция /21/, значения которой приведены в приложении 11.

Формулы (4.16) и (4.17) справедливы при условии $\frac{r_o^2}{at} < 0{,}1$

4.2.8. Замеры уровней в дренажных скважинах (когда это возможно) или по затрубным пьезометрам позволяют оценить сопротивление прифильтровой зоны скважины, обусловленное как сопротивлением фильтра, так и процессами кольматации.

Дополнительное сопротивление призабойной зоны дренажной скважины определяется по формуле /10/

$$\xi = \frac{2\pi T (S_o - S_1)}{Q} - \ln \frac{r_1}{r_o}, \qquad (4.18)$$

где S_o и S_1 -понижения в дренажной и наблюдательной скважинах, r_o -радиус дренажной скважины, r_1 -расстояние до наблюдательной скважины. Эта формула применима при условии

$$r_1 < \frac{\delta_{min}}{2}, \qquad (4.19)$$

где δ_{min} -наименьшее расстояние до ближайшей дренажной скважины.

Определенное таким образом дополнительное сопротивление необходимо учитывать в дальнейшем при расчете притоков к дренажной выработке. Вместо действительного радиуса скважины r_c в расчетные формулы вводится приведенный радиус r_{cc} /37, 44/

$$r_{cc} = r_c \cdot e^{-\xi} \qquad (4.20)$$

4.2.9. Для ориентировочного определения коэффициента фильтрации слабопроницаемых суглинистых и супесчаных пород можно воспользоваться результатами замеров поглощения из замкнутых скоплений воды на площадках уступов карьера и на поверхности

$$k = \frac{(\Delta h - \Delta h_{исп}) \cdot B}{(B + 2h)\, t}, \qquad (4.21)$$

где B -ширина водоема (при вытянутой форме) или диаметр (при изометрической), Δh и $\Delta h_{исп}$ -общее снижение уровня в водоеме и испарение с водной поверхности за время t, h -глубина воды в водоеме.

Эта формула применима при наличии в основании изучаемого слоя сдренированных более проницаемых отложений или при залегании уровня грунтовых вод на глубине больше $(1,5 \div 2)B$.

4.2.10. Пример. Для определения проводимости бучакского водоносного горизонта по результатам гидрогеологических наблюдений в районе Южно-Белозерского месторождения использовался метод "круга Чарного".

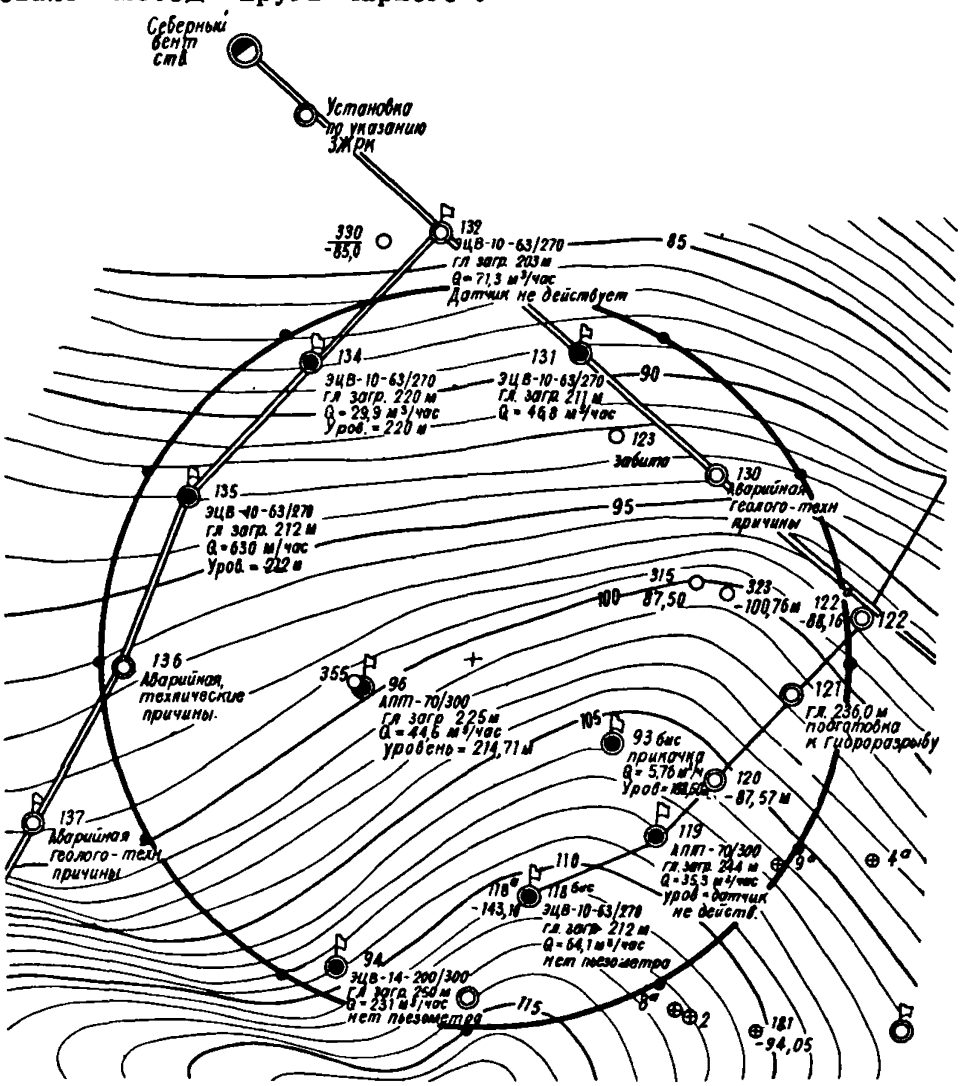


Рис.4.3. Схема к расчету проводимости бучакского водоносного горизонта методом И.А.Чарного

◉ - действующая водопонижающая скважина

На рис.4.3. приведена выкопировка из карты пьезоизогипс по состоянию на 27.УIII.1965г..Радиус расчетного круга $R_к$=515м, напор в центре круга H_0= -100,5м, средний напор на контуре $H_к$= -98,5м. Остальные данные приведены в расчетной табл.4.1.

Таблица 4.I

Номера водопонижающих скважин	r_i, м	Q_i ср. м³/час	$\frac{R_к}{r_i}$	$\ln \frac{R_к}{r_i}$	$Q_i \cdot \ln \frac{R_к}{r_i}$, м³/час
93	220	35	2,34	0,853	29,9
94	470	85	I,095	0,09	7,65
96	I50	43	3,44	I,235	53,4
II8	340	30	I,5I	0,4I3	I2,4
II9	350	40	I,47	0,386	I5,4
I3I	450	40	I,I4	0,I3I	5,25
I34	460	25	I,I2	0,II4	2,85
I35	450	50	I,I4	0,I3I	6,55

$$\Sigma Q_i \cdot \ln \frac{R_к}{r_i} = I33,40$$

По формуле (4.8) получим проводимость

$$T = \frac{24 \cdot 133,4}{2\pi\,[-98,5-(-100,5)]} = 253 \text{ м}^2/\text{сут.},$$

которая хорошо согласуется со значениями, полученными другими методами.

4.3. Интерпретация результатов опытно-эксплуатационного водопонижения

4.3.1По своему существу опытно-эксплуатационное водопонижение является переходным видом работ, занимая промежуточное положение между опытными откачками и эксплуатационным водопонижением как по времени проведения, так и по объемам сопутствующих исследований и наблюдений. Поэтому для обработки результатов опытно-эксплуатационного водопонижения используются как методы, применяемые для интерпретации опытных откачек, так и методы анализа результатов гидрогеологических наблюдений, в зависимости от конкретных условий выполнения эксперимента.

4.3.2. Результаты опытно-эксплуатационного водопонижения фиксируются в следующих документах:

-хронологические графики изменения дебита всех водопонижающих скважин,

-график изменения суммарного дебита водопонизительной установки во времени,

-таблицы расходов водопонижающих скважин,

-график расходов открытого водоотлива,

-хронологические графики изменения уровней в наблюдательных скважинах,

-карты гидроизогипс на несколько моментов времени (в том числе по естественным уровням).

4.3.3. Расчет фильтрационных параметров водоносного горизонта при условии допустимости применения типовых расчетных схем /31/ производится на основании хронологических графиков изменения дебита скважин и уровней с привлечением данных о геологическом строении участка водопонижения. Для этого используются методы,изложенные в разд.3. Общая схема расчета такова:

1) коэффициент пьезопроводности (уровнепроводности) определяется подбором из соотношения для напорного горизонта

$$\frac{S(t_1)}{S(t_2)} = \frac{A(Q_1, a, r, t_1)}{A(Q_2, a, r, t_2)}, \qquad (4.22)$$

для безнапорного движения

$$\frac{h_0^2 - h^2(t_1)}{h_0^2 - h^2(t_2)} = \frac{A(Q_1, a, r, t_1)}{A(Q_2, a, r, t_2)}, \qquad (4.23)$$

где $S(t_1)$ и $S(t_2)$ -понижения в наблюдательной скважине, находящейся на расстоянии r от центральной в моменты времени t_1 и t_2, h_0-естественная глубина потока, $h(t_1)$ и $h(t_2)$ -сниженная глубина в наблюдательной скважине в моменты времени t_1 и t_2;

2) по известному коэффициенту пьезопроводности определяется коэффициент фильтрации или проводимость для напорного движения

$$T = \frac{1}{4\pi S} A(Q, a, r, t), \qquad (4.24)$$

для безнапорного движения

$$k = \frac{1}{2\pi\left[h_0^2 - h^2(t)\right]} A(Q, a, r, t); \qquad (4.25)$$

3) определяется водоотдача по формуле

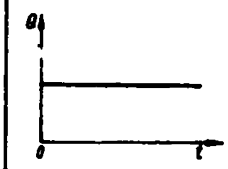
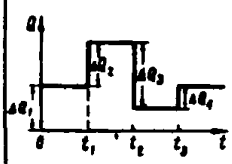
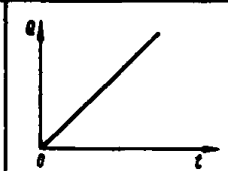
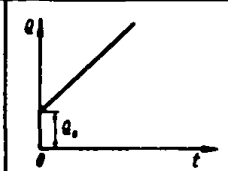
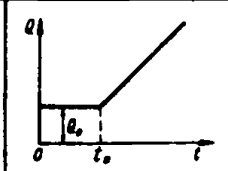
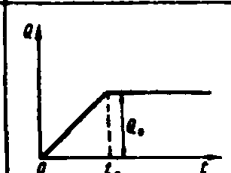
$$\mu = \frac{k \cdot h_{ср}}{a}, \qquad (4.26)$$

где $h_{ср}$ определяется согласно рекомендациям работы /31/.

4.3.4. Значение функции $A(Q, a, r, t)$ можно дать для всех случаев, имеющих аналитическое решение. С этой целью решение записывается относительно S (или $h_0^2 - h^2(t)$) и полученное выражение умножается на $4\pi T$ (или $2\pi k$). Значения функции $A(Q, a, r, t)$ для наиболее характерных случаев приводятся ниже:

– для одиночной скважины и системы, приводимой к "большому колодцу" в неограниченном пласте см. табл. 4.2 /37, 42/;

Таблица 4.2.

Закон изменения дебита $Q(t)$	График	Вид функции $A(Q,a,r,t)$	Примечание
$Q(t) = const$		$A(Q,a,r,t) = -Q \cdot E_i(-\lambda)$	$\lambda = \frac{r^2}{4at}$
$Q(t) = \sum_{i=1}^{n} \pm \Delta Q_i$		$A(Q,a,r,t) = \sum_{i=1}^{n} [\pm \Delta Q_i E_i(-\lambda_{i-1})]$	$\lambda_i = \frac{r^2}{4a(t-t_{i-1})}$
$Q(t) = qt$, $q = const$		$A(Q,a,r,t) = Q \cdot f(\lambda)$	
$Q(t) = Q_0 + qt$, $q = const$, $Q_0 = const$		$A(Q,a,r,t) = -Q_0 E_i(-\lambda) + (Q - Q_0) f(\lambda)$	
$0 < t \le t_0, Q(t) = Q_0 = const$; $t > t_0, Q(t) = Q_0 + q(t - t_0)$		при $t > t_0$ $A(Q,a,r,t) = -Q_0 \cdot E_i(-\lambda) + (Q - Q_0) f(\lambda_0)$	$\lambda_0 = \frac{r^2}{4a(t-t_0)}$
$Q(t) = qt$ при $t \le t_0$; $Q(t) = qt$ при $t > t_0$		при $t > t_0$ $A(Q,a,r,t) = Q_0 \left[\frac{t}{t_0} f(\lambda_0) - \left(\frac{t}{t_0} - 1\right) f(\lambda)\right]$	

- для одиночной скважины и системы, приводимой к "большому колодцу", в типовых условиях /31/ при $Q = const$

$$A(Q, \alpha, r, t) = 4\pi Q \cdot f_c(t), \qquad (4.27)$$

где $f_c(t)$ определяется в зависимости от граничных условий /31/,

при $Q_n = \sum_{i=1}^{n} (\pm \Delta Q)$ (ступенчатое изменение дебита)

$$A(Q, \alpha, r, t) = 4\pi \sum_{i=1}^{n} [\pm Q_i \cdot f_c(t_i - t_{i-1})]; \qquad (4.28)$$

-для линейного ряда скважин в типовых условиях при постоянном дебите установки

$$A(Q, \alpha, r, t) = 4\pi \cdot Q_{общ} \cdot f_к(t), \qquad (4.29)$$

где $f_к(t)$ определяется согласно /31/;

-для N произвольно расположенных взаимодействующих скважин (или систем)

$$A(Q, \alpha, r, t) = \sum_{j=1}^{N} A_j(Q, \alpha, r, t), \qquad (4.30)$$

где j - порядковый номер водопонижающей скважины.

4.3.5. В условиях, отличающихся от типовых, расчет проводится по лентам тока, выделенным на карте гидроизогипс (п/р 4.2). Более точные результаты можно получить, используя специальные методы решения обратных задач (см.разд.5).

4.3.6. П р и м е р. Изложенная методика использовалась при анализе первых этапов (1964-1965гг.) водопонижения на Кукульбейском разрезе Харанорского буроугольного месторождения. Схема расположения водопонизительных скважин показана на рис.4.4; результаты наблюдений приведены на рис.4.5. Для расчета фильтрационных параметров использовались данные наблюдений в скважинах 2-н, 11-н, 720-н. Так как надежных сведений о положении статического уровня нет, в качестве нулевого момента времени принималось 1.XI1.64г. В предшествующие этому моменту два месяца режим фильтрации близок к установившемуся. Реальные гидрогеологические условия схематизировались пластом-квадрантом (см.п.2.2.1) с двумя непроницаемыми границами, соответствующими сбросу №1 на северо-западе и выходу угольного пласта под наносы на северо-востоке. Система водопонизительных скважин при расчете принималась дискретной, работа внутрикарьерного водоотлива приравнивалась к работе скважин. Коэффициент пьезопроводности определялся подбором из соотношения (4.22). Предварительно рассчитывался ряд значений функции $A(Q, \alpha, r, t)$ по формуле (4.30) с учетом изменения расхода (формула (2.37), табл.2.4) и влияния границ по принципу зеркальных отражений (см.табл.2.3, п.2,б). В качестве расчетных моментов времени были приняты: t_1 = 48сут., t_2 = 124сут., t_3 = 209сут., что соответствует датам: 20.1.65, 6.IУ.65 и 25.У1.65 (рис. 4.5).

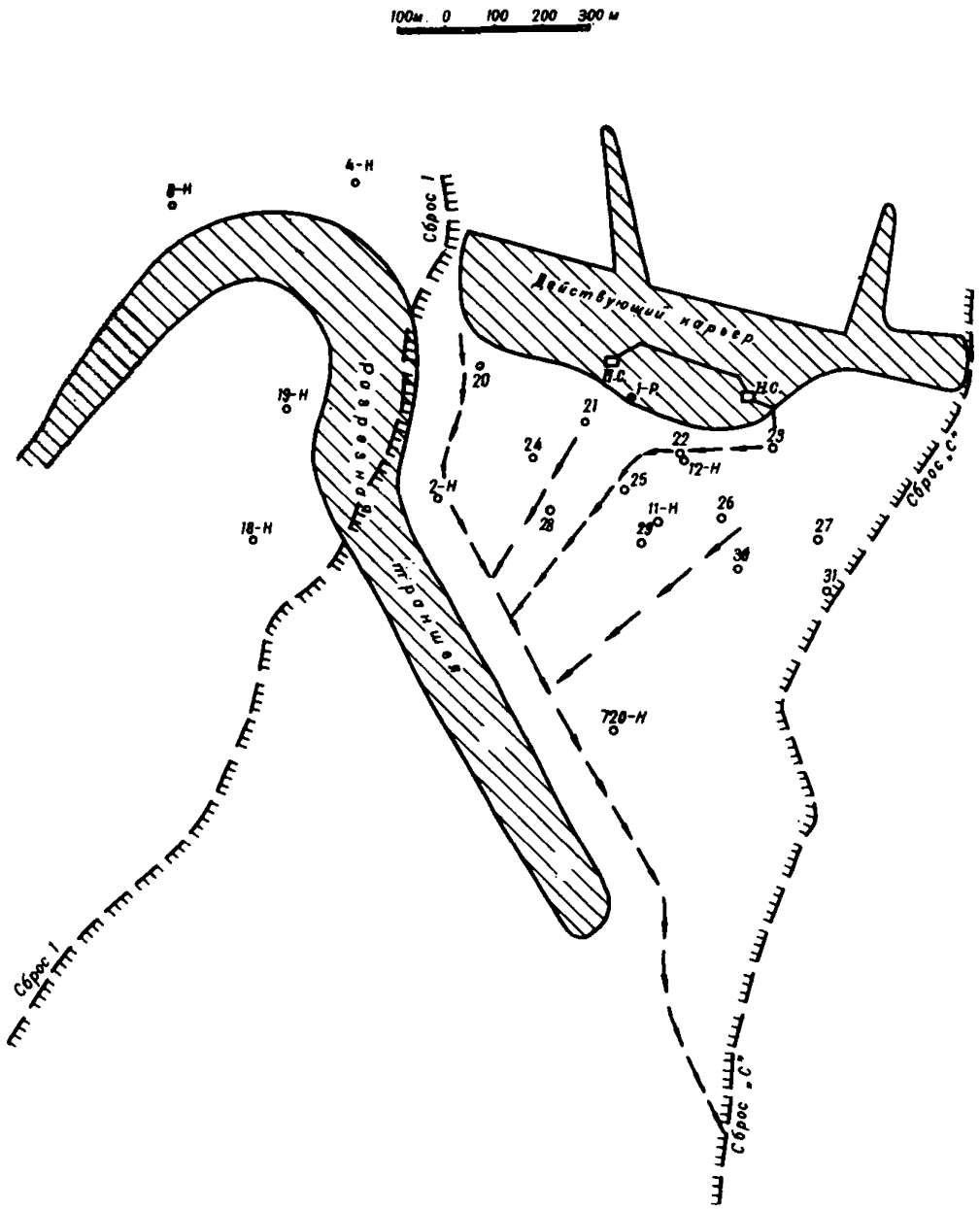


Рис.4.4. Схема расположения дренажных выработок на на Харанорском буроугольном месторождении:

Ш Ш – линии тектонических нарушений,
→ → – водоотводные канавы,
○ 25 – водопонижающая скважина,
11-Н – наблюдательная скважина,
[ ] – насосные станции
Н.С.

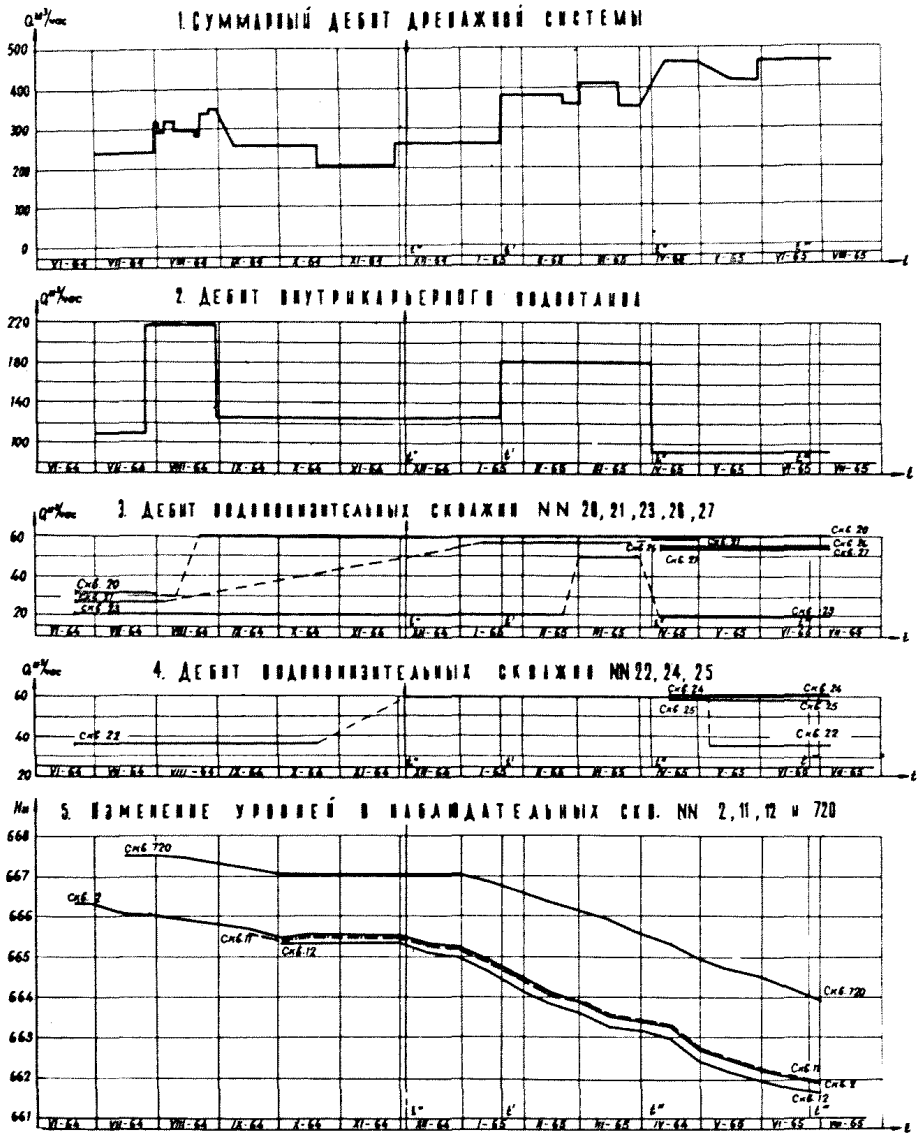


Рис.4.5. Хронологические графики водопонижения на Харанорском буроугольном месторождении

Величины понижений, соответствующие этим моментам времени, приведены в табл.4.3.

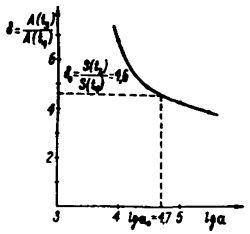
Таблица 4.3

Номера наблюдательных скважин	Понижение уровня, м		
	$s(t_1)$	$s(t_2)$	$s(t_3)$
2-н	0,8	2,2	3,7
II-н	0,8	2,I	3,6
720-н	0,27	I,57	3,05

Вычисление значений функции $A(Q, \alpha, r, t)$ осуществлялось с помощью ЭВМ "Наири". Результаты вычислений приведены в табл.4.4.

Таблица 4.4

Коэффициент пьезопроводности α	2-н			II-н			720-н		
	t_1	t_2	t_3	t_1	t_2	t_3	t_1	t_2	t_3
10^3	-	-	-	2500	6560	I5240	93	I2I0	-
$3\cdot10^3$	-	-	-	4800	I2540	270I0	630	4970	I3500
10^4	5706	I8774	387I4	98I0	23860	46520	2760	I2280	30700
$3\cdot10^4$	I2I70	36200	59460	I6I00	38200	68600	7580	24700	52800
10^5	I9570	57608	840I0	23580	54650	94200	I4330	40780	80I80
$3\cdot10^5$	27300	68500	I07000	-	-	-	-	-	-



На основе данных табл.4.4 строились вспомогательные графики $\frac{A(t_1)}{A(t_2)} = \delta = f(\alpha)$ (см.,например, рис.4.6) для определения коэффициента пьезопроводности. Полученные значения приведены в табл.4.5.

Рис.4.6. Вспомогательный график для подбора коэффициента пьезопроводности

Таблица 4.5

Номера наблюдательных скважин	Расчетные моменты времени		
	t_2 и t_1	t_3 и t_1	t_3 и t_2
2-н	$1{,}6 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$
II-н	10^4	$1{,}8 \cdot 10^4$	10^5
720-н	$8 \cdot 10^3$	10^4	10^5

$a_{ср.} = 3{,}3 \cdot 10^4$ м^2/сут.

Проводимость горизонта определялась по формуле (4.24) с использованием значений A из табл.4.4 при коэффициентах пьезопроводности из табл.4.5. Полученные значения приведены в табл.4.6.

Таблица 4.6

Номера наблюдательных скважин	Расчетные моменты времени		
	t_1	t_2	t_3
2-н	1200	1320	1280
II-н	1200	1440	1490
720-н	-	1250	1380

$T_{ср.} = 1300$ м^2/сут.

Водоотдача определялась по формуле (4.26)

$$\mu = \frac{T_{ср.}}{a_{ср.}} = \frac{1300}{3{,}3 \cdot 10^4} \approx 0{,}04$$

Прогнозы режима подземных вод на Харанорском месторождении, составленные на основе полученных таким образом параметров, хорошо согласовывались с действительным режимом в течение последующих полутора лет до тех пор, пока не началось заметное истощение водоносного горизонта и уменьшение его проводимости.

Эффективность интегральных методов существенно зависит от плотности информации и степени изменчивости замеряемой функции по той переменной, от которой зависит вычисляемый интеграл. С этой точки зрения интегрирование во времени целесообразно применять для существенно нестационарных процессов, а интегрирование в пространстве – при наличии достаточно большого числа наблюдательных скважин на участках, где величины понижений заметно прев ышают точность их замеров.

Наибольшее распространение среди аналитических интегральных методов получили операционный метод и метод В.Б.Георгиевского.

5.1. Операционный метод

5.1.1. Общий принцип использования операционных методов для определения гидрогеологических параметров заключается в том, что исходное уравнение нестационарной плановой фильтрации

$$\mu(x,y)\frac{\partial S(x,y,t)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left[T(x,y)\frac{\partial S}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[T(x,y)\frac{\partial S}{\partial y}\right] \qquad (5.1)$$

с помощью преобразования Лапласа-Карсона

$$\bar{S}(x,y,t_p)=\frac{1}{t_p}\int_0^{\infty} S(x,y,t)\cdot e^{-\frac{t}{t_p}}\cdot dt, \qquad (5.2)$$

(где $\bar{S}$ – изображение функции S, t_p – параметр преобразования) переводится в уравнение

$$\frac{\mu(x,y)}{t_p}\bar{S}=\frac{\partial}{\partial x}\left[T(x,y)\frac{\partial \bar{S}}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[T(x,y)\frac{\partial \bar{S}}{\partial y}\right], \qquad (5.3)$$

в котором функция $\bar{S}$ зависит только от двух переменных – x и y, а t_p рассматривается как параметр.

Граничные условия для функции S при этом должны быть переведены в граничные условия для функции $\bar{S}$ согласно общей зависимости (5.2). В частности, если на границе задан расход $q_\Gamma(t)$, то граничное условие для уравнения (5.3) принимает вид

$$\bar{q}_\Gamma(t_p)=\frac{1}{t_p}\int_0^{\infty} q_\Gamma(t)\cdot e^{-\frac{t}{t_p}}\cdot dt,$$

а при постоянных граничных условиях $S_\Gamma(x_o, y_o)=A$ или $q_\Gamma(x_o, y_o)=B$ получим

$$\bar{S}_\Gamma(x_o, y_o)=A \quad \text{и} \quad \bar{q}_\Gamma(x_o, y_o)=B.$$

5.1.2. Уравнение (5.3) позволяет найти параметры μ и T, если функцию $\bar{S}(x,y)$ в отдельных точках области фильтрации определять численными методами по известной зависимости понижения от времени $S(x_o, y_o, t)$. Наиболее просто и достаточно надежно функция $\bar{S}(x_o, y_o, t_p)$ подсчитывается

5. СПЕЦИАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Рассмотренные в предыдущих разделах методы определения фильтрационных параметров, основанные на имеющихся аналитических решениях, характеризуются рядом существенных недостатков:

- необходимость априорного принятия той или иной расчетной схемы, отвечающей выбранному аналитическому решению, заставляющая сводить природную обстановку к весьма упрощенной краевой задаче, как правило, соответствующей действительным условиям лишь в самых общих чертах;
- невозможность унификации методов определения параметров, вследствие существенной зависимости расчетных формул от выбранной схемы фильтрации и граничных условий;
- использование для расчетов не всего объема информации, а лишь отдельных, единичных, замеров, не увязанных друг с другом в пространстве и во времени и подверженных каждый в отдельности влиянию различного рода "флуктуаций", вызванных ошибками замеров, колебаниями технических показателей эксперимента, неоднородностью фильтрационного поля и т.п.

Упомянутые недостатки можно частично устранить при определении параметров непосредственно из уравнения фильтрации, представленных в интегральной форме, когда в уравнения не входят произвольные функции напора , а участвуют лишь сами функции, замеряемые на практике с высокой точностью. В этом случае определение параметров не связывается столь жестко с априорной расчетной схемой[x] (в частности, с граничными условиями фильтрации), появляется возможность совокупного учета в расчетном параметре всей имеющейся информации, достигается высокая степень унификации расчетных зависимостей, что позволяет широко использовать ЭВМ для всестороннего анализа информации. В преимуществах интегральных методов можно легко убедиться уже при использовании одной из простейших их модификаций -"круга Чарного", используемого для оценки проводимости пласта в условиях стационарной фильтрации к группе скважин (см. п/р. 4.2). Однако , основная область применения интегральных методов-исследование нестационарных процессов, при анализе которых может проводиться интегрирование как во времени, так и в пространстве.

---

[x] Конечно, как и при других методах интерпретации, точность результата зависит от соответствия рассматриваемого дифференциального уравнения расчетным условиям фильтрации.

по формуле

$$\bar{S}(x_o, y_o, t_p) = A_o S(x_o, y_o, 0) + \sum_{k=1}^{n} A_k S(x_o, y_o, t_k), \quad (5.4)$$

где расчетные моменты t_k и коэффициенты A_k определяются по табл. 5.1 (12) (для случая $n=10$)

Таблица 5.I

k	0	I	2	3	4	5
$\frac{t_k}{t_p}$	0	0,355	I,I28	2,396	4.I67	6,487
A_k	0,09I	0,403	0,332	0,I38	0,03I6	0,00398

k	6	7	8	9	I0
$\frac{t_k}{t_p}$	9,428	I3,I02	I7,696	23,578	3I,683
A_k	0,000264	0,(5)836	0,(6)I06	0,(9)388	0,(I2)I74

Если снижение уровня в наблюдательной скважине начинается не в момент $t=0$, а позднее (в момент $t_1 > 0$), то лучше использовать формулу

$$\bar{S}(x_o, y_o, t_p) = e^{-\frac{t_1}{t_p}} \sum_{1}^{n} A_k S(x_o, y_o, t_1 + \tau_k), \quad (5.5)$$

где $\tau_k = t_k - t_1$. В этом случае по табл.5.1 вместо $\frac{t_k}{t_p}$ берется $\frac{\tau_k}{t_p}$.

Так как интеграл (5.2) определяется в пределах от $t=0$ до $t=\infty$, а на практике мы всегда располагаем результатами наблюдений за некоторый период $0 \leq t \leq t_{max}$, то для обеспечения необходимой точности рекомендуется выбирать параметр t_p в интервале

$$t_{min} \leq t_p < (0,15 \div 0,2)\, t_{max}.$$

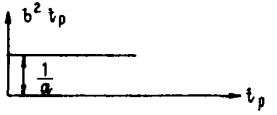
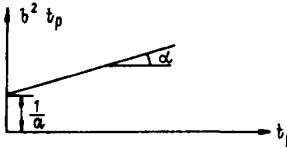
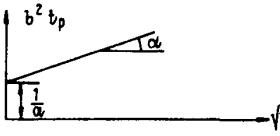
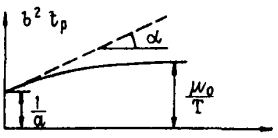
Для применения указанной методики необходимо, чтобы движение на момент $t=0$ носило стационарный характер (или приближенно могло бы быть принято таковым), а также чтобы исходное уравнение было линейным.

5.1.3. Применительно к обработке данных опытных откачек, операционный метод базируется на следующей основной формуле

$$K_0(br) = \frac{2\pi T \bar{S}(r)}{Q_c}, \quad (5.6)$$

где параметр b зависит от фильтрационных свойств и параметра преобразования t_p (табл. 5.2).

Таблица 5.2

Схема строения водоносной толщи	b^2	График $b^2 t_p = f(t_p)$
Изолированный напорный горизонт	$\frac{1}{a t_p}$	
Напорный горизонт с перетеканием при неизменном уровне в смежном горизонте	$\frac{1}{a t_p} + \frac{k_0}{m_0 T}$	 $tg\,\alpha = \frac{k_0}{m_0 T}$
Напорный горизонт с учетом притока из смежных глинистых пластов	$\frac{1}{a t_p} + \frac{k_0}{T\sqrt{a_0}} \sqrt{\frac{T}{t_p}}$	 $tg\,\alpha = \frac{k_0}{\sqrt{a_0} \cdot T}$
Безнапорный двухслойный горизонт	$\frac{1}{a t_p} + \frac{\mu_0}{T} \frac{1}{t_p + \frac{T}{\beta_0}}$	 $tg\,\alpha = \frac{k_0}{m_0 T}$

Отсюда получаем возможность сначала по разности уровней в двух ближних наблюдательных скважинах на последних этапах откачки определять (приблизительно) проводимость T по формуле Дюпюи, затем из (5.6) найти величину b для нескольких значений t_p и, наконец, построить $b^2 t_p = f(t_p)$, по которому можно определить коэффициент пьезопроводности ($a = \frac{1}{C}$, где C - отрезок, отсекаемый на оси ординат) и параметры перетекания (табл.5.2).

При этом отношение

$$\frac{K_0(br_i)}{S(r_i)} = const$$

для разных наблюдательных скважин может служить мерой фильтрационной однородности пласта.

Из формулы (5.6) следует, что методика обработки результата не зависит от характера изменения расхода или уровня в скважине. Не оказывает влияния на методику обработки и загрязненность призабойной зоны скважины. В этом случае следует лишь понимать под r приведенный радиус скважины /37/.

5.1.4. В условиях сложного строения водоносной системы, связанного с неоднородностью водовмещающих отложений в плане, сложностью очертаний области фильтрации и т.п., применение аналитических интегральных методов становится затруднительным. В подобных случаях, весьма эффективным оказывается комбинированный способ решения обратной задачи, сочетающий в себе операционный метод и аналоговое моделирование (см. подраздел 5.3).

5.2. Метод В. Б. Георгиевского

5.2.1. В общем случае этод метод /17/ исключает рассмотрение производных в исходных дифференциальных уравнениях. Например, для случая осесимметричной фильтрации, умножив исходное уравнение (2.4) на r и проинтегрировав его дважды по r от r_0 до r и от r_0 до R, а затем - по t от 0 до t_0, получим

$$a = \frac{\int_{r_0}^{R}(R-r)r[S(r,t_0)-S(r,0)]\,dr}{R\left[\frac{Q_{сум}(t_0)}{2\pi T}+\int_0^{t_0}S(R,t)\,dt\right]-r_0\int_0^{t_0}S(r_0,t)\,dt-\int_0^{t_0}\int_{r_0}^{R}S(r,t)\,dr\,dt}, \quad (5.7)$$

где R - произвольно выбранное расстояние от опытной скважины; r_0 - радиус скважины; $Q_{сум.}(t_0)$ - объем воды, откачанной в промежутке времени от 0 до t_0, причем, промежуток времени выбирается произвольно.

Для практического использования интегралы, входящие в выражение (5.7), можно заменить соответствующими суммами

$$a = \frac{(R-r_0)r_0[S(r_0,t_0)-S(r_0,0)](r_1-r_0) + \sum_{i=1}^{i=n-1}(R-r_i)r_i[S(r_i,t_0)-}{R\left[\frac{Q_{сум}(t_0)}{\pi T} + F_n\right] - r_0F_0 - C}$$

$$\longrightarrow \frac{- S(r_i,0)](r_{i+1}-r_{i-1})}{}, \qquad (5.8)$$

$$F_i = S(r_i,t_0)(t_0 - t_{m-1}) + S(r_i,0)\cdot t_1 + \sum_{j=1}^{m-1} S(r_i,t_j)(t_{j+1}-t_{j-1}), \qquad (5.9)$$

$$C = \frac{1}{2}\Big| F_n\cdot(R-r_{n-1}) + F_0(r_1-r_0) + \sum_{i=1}^{n-1} F_i(r_{i+1}-r_{i-1}), \qquad (5.10)$$

где i – порядковый номер наблюдательной скважины, $r_{i/i=0} = r_0$, $r_n = R$, $t_{j/j=0} = 0$, $t_m = t_0$. Учитывая, что расчетный период времени всегда можно разбить на равные интервалы Δt, выражение для F_i можно существенно упростить.

$$F_i = \Delta t\,[S(r_i,t_0) + S(r_i,0) + 2\sum_{j=1}^{m-1} S(r_i,t_j)]. \qquad (5.11)$$

5.2.2. Основные преимущества рассматриваемого метода по сравнению с общепринятыми заключаются в том, что для расчета можно выбирать любой промежуток времени, если только в этот период происходит заметное снижение уровней и для единичного расчета используется вся полученная информация, что значительно повышает надежность получаемого результата.

5.2.3. Пример. Определим обобщенный коэффициент пьезопроводности нижнего гидродинамического комплекса Южно-Белозерского месторождения по результатам описанной в п/р.3.6 длительной откачки. Расчетное значение проводимости примем равным 230 м^2/сут. Выборка необходимых для расчета исходных данных приведена в табл.5.3.

Таблица 5.3

Номера скважин	Расстояние от центра опытного узла, м	Время расчетного периода, сут.								
		0	5	I0	I5	20	25	30	35	40
		Понижение, м								
47	I00	5,8	6,6	6,9	7,I	7,4	7,4	7,4	7,6	7,6
48	200	4,5	5,5	5,5	5,9	6,I	6,2	6,3	6,3	6,3
49	300	3,8	4,7	4,9	5,2	5,3	5,3	5,5	5,5	5,5
325	550	I,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,0	3,6	3,6	3,7
2I	850	I,2	I,4	I,5	I,8	2,I	2,3	2,3	2,5	2,6
90	2000	0,4	0,9	I,2	I,2	I,5	I,6	I,7	I,7	I,8

Заметим, что здесь взяты фактические значения понижений в отличие от скорректированных значений, принятых ранее (табл.3.5). В качестве начального момента расчетного периода принято время 3 суток от начала откачки.

По формуле (5.11) получим $F_0 = 569$, $F_1 = 473$, $F_2 = 410{,}5$, $F_3 = 241$, $F_4 = 158$, $F_5 = 109$, затем по формуле (5.10) вычислим $C = 3{,}91 \times 10^5$. Из формулы (5.8) обобщенный коэффициент пьезопроводности гидродинамического комплекса будет равен $3{,}27 \times 10^4$ м^2/сут. Ранее (см.п/р.3.6), с учетом величины сжимаемости мело-мергельных пород, подстилающих бучакский горизонт, обобщенный коэффициент пьезопроводности получен равным $4{,}25 \times 10^4$ м^2/сут.

5.3. Определение гидрогеологических параметров на электрических моделях

5.3.1. Применение электрического моделирования позволяет определять гидрогеологические параметры по данным опытно-фильтрационных работ и эксплуатационного водопонижения в сложных природных условиях. Основой для моделирования являются карты гидроизогипс и данные о дебитах скважин, притоках к карьерам, подземным горным выработкам и т.д. Наиболее полную информацию о гидрогеологических условиях участка дают результаты эксплуатационного водопонижения, поэтому электрическое моделирование целесообразно применять, имея в распоряжении карты изогипс участка в целом. Существенным преимуществом аналогового моделирования по сравнению с аналитическими методами расчета гидрогеологических параметров является возможность увязки и взаимного контроля на моделях разнохарактерной информации по различным участкам рассматриваемой площади.

5.3.2. Для условий установившегося режима фильтрации определение гидрогеологических характеристик водоносных горизонтов при плановом характере фильтрации заключается в расчете проводимости отдельных зон в пределах рассматриваемого участка и в определении условий питания водоносного горизонта. Эти задачи целесообразно решать на сеточных электрических моделях, а также на моделях из электропроводной бумаги или комбинированных моделях. Предварительно, по геологическим данным, производится выделение зон фильтрационной неоднородности, проводимость которых затем определяется моделированием.

5.3.3. Определение проводимости отдельных зон участка при установившемся режиме фильтрации в общем случае необходимо проводить от центральной зоны, где сконцентриро-

ваны выработки с известными водопритоками и наблюдательные скважины, к периферийным частям поля фильтрации, по которым меньше информации. Зона, примыкающая к горной выработке (или группе выработок) и ограниченная замкнутой гидроизогипсой, вырезается из электропроводной бумаги любого сопротивления и моделируется обособленно. На границы этой зоны подаются электрические потенциалы (U_r), отвечающие напору по изогипсе, а на каждой горной выработке-потенциал, отвечающий напору по ее контуру ($U_в$). После этого замеряется сила тока $J_в$,который проходит через модель. Проводимость рассчитывается по формуле

$$T = \frac{Q_в (V_{max} - V_{min})}{J_в \rho (H_{max} - H_{min})}, \text{ м}^2/\text{суг.}, \qquad (5.12)$$

где $Q_в$ -известный приток к выработке, $м^3$/суг.; $J_в$ - сила тока (Ампер), соответствующая притоку $Q_в$; V_{max} , V_{min} - напряжение на клеммах интегратора (Вольт), соответствующее потенциалам U_{max} , U_{min} и напорам H_{max} и H_{min} ; ρ - электрическое сопротивление квадрата бумаги, моделирующей данную зону,(Ом).

5.3.4. Если поле фильтрации по общим геологическим соображениям и данным опытных работ неоднородно, проводимость периферийных частей, примыкающих к центральной зоне, определяется подбором проводимости бумаги, моделирующей периферийные зоны. Подбор можно облегчить, выделив в периферийной зоне ряд лент тока на карте гидроизогипс. Каждую из лент тока целесообразно моделировать отдельным переменным сопротивлением $R_{л,i}$. Эти сопротивления присоединяются к шинам, дискретно связанным с моделью центральной зоны по ее границе. На вершины всех сопротивлений $R_{л,i}$ подаются потенциалы, которые отвечают напорам по изогипсам, ограничивающим ленты с внешней стороны, затем производят подбор величины сопротивлений таким образом, чтобы потенциалы на коротких шинах отвечали напору на границе центральной зоны. Одновременно на все стоки (горные выработки) и источники комбинированной модели поданы соответствующие потенциалы.

Проводимость T_i участка водоносного горизонта, ограниченного лентой i , определяется после замера сопротивлений $R_{л,i}$ по формуле

$$T_i = \left(\frac{L_л}{B_л}\right)_i \cdot \frac{T\rho}{R_{л,i}}, \qquad (5.13)$$

где Т - проводимость центральной зоны; ρ - сопротивление квадрата бумаги, моделирующей центральную зону; $\left(\frac{L_л}{B_л}\right)_i$ отношение средней длины ленты номер i к ее средней ширине. Величина отношения $\frac{L_л}{B_л}$ определяется замером электрического сопротивления ленты R_*, вырезанной из бумаги любого сопротивления ρ_* (конфигурация ленты соответствует конфигурации расчетной ленты с сопротивлением $R_{л,i}$), по формуле

$$\frac{L_л}{B_л} = \frac{R_*}{\rho_*} \qquad (5.14)$$

При решении обратных задач установившейся фильтрации возникают некоторые осложнения при наличии на отдельных участках рассматриваемой области вертикальных потоков (например, на участках локального инфильтрационного питания водоносного горизонта). В этом случае целесообразно использовать комбинированные модели из электропроводной бумаги с дополнительными переменными сопротивлениями, дискретно присоединенными к бумажной модели. Подбором величины этих сопротивлений определяются фильтрационные характеристики подрусловых слабопроницаемых отложений при известных проводимостей водоносного пласта и уровнях поверхностного водотока (водоема) и подземных вод в непосредственной близости от него. Применение моделирования целесообразно при различном характере взаимосвязи поверхностных и подземных вод вдоль русла реки (инфильтрационный характер и перетекание).

5.3.5. Определение гидрогеологических параметров водоносных горизонтов в условиях неустановившегося режима фильтрации целесообразно проводить по результатам опытно-эксплуатационного водопонижения. Одним из преимуществ определения фильтрационных параметров на электрических моделях в этих условиях является возможность рассмотрения фактического процесса неустановившейся фильтрации с любого момента времени, который может не совпадать с начальным моментом неустановившегося режима.

Одним из методов определения гидрогеологических характеристик на моделях является подбор параметров последних в процессе воспроизведения на них расчетного периода водопонижения.

5.3.6. При решении плановых задач неустановившейся фильтрации на моделях определяется прежде всего соотношение проводимости водоносного горизонта Т и водоотдачи его μ, т.е. величина уровнепродности (пьезопроводности) по известным напорам.

Определив на модели соотношение $\frac{T}{\mu}$ находим водоот-

дачу горизонта, используя величину проводимости, полученную предварительно расчетом или моделированием локального участка в стационарной постановке при известных расходах источников (стоков), находящихся в пределах расчетного участка.

5.3.7. Определение искомого соотношения проводимости и водоотдачи может проводиться на сеточных RR моделях из омических сопротивлений при использовании известного метода Либманна /19/.

Решение обратной задачи по методу Либманна в общем случае сводится к определению соотношения между величиной сопротивлений R_x, моделирующих проводимость элементарных участков, на которые предварительно разбивается область фильтрации, и "временными" сопротивлениями R_t, подключенными к каждой точке модели. Определение осуществляется подбором по всей модели соотношения $\frac{R_t}{R_x}$, при котором после осуществления нескольких шагов по времени[x] в ее узловых точках были получены потенциалы, соответствующие напорам в известный момент времени t.

При известном (подобранном) соотношении $\frac{R_t}{R_x}$ коэффициент уровнепроводности (пьезопроводности) определяется по формуле

$$a = \frac{T}{\mu} = \frac{R_t \cdot \Delta x^2}{R_x \cdot \Delta t}, \qquad (5.15)$$

где Δx – длина стороны каждого из элементарных квадратных участков, на которые предварительно разбивается плановое двумерное поле фильтрации; T – проводимость горизонта; R_x – величина электрического сопротивления, отвечающая фильтрационному сопротивлению квадратного элементарного участка $\frac{1}{T}$; Δt – шаг по времени, т.е. величина интервала, на которые предварительно делится рассматриваемый период неустановившейся фильтрации $\Delta t = \frac{t}{n}$.

Для упрощения подбора соотношений $\frac{R_t}{R_x}$ целесообразно предварительно выделить в пределах области фильтрации однородные по проводимости и водоотдаче зоны (по геологическим данным) и вести подбор по каждой из зон отдельно (при известной закономерности в изменении напоров по границам зон).

В отдельных случаях можно использовать менее трудоемкие методические приемы. В частности, методика определения гидрогеологических параметров однородного горизонта при неизменных от $t=0$ до t напорах на его границах сводится к следующим операциям /27/:

– на сеточную модель с произвольным соотношением $\frac{R_t}{R_x}$ задаются граничные и начальные условия;

---

[x] Число шагов по времени n должно быть не менее трех, с тем, чтобы обеспечить необходимую точность моделирования.

– производится замер потенциалов в узловых точках модели которые затем подаются на вершины временных сопротивлений. Этот процесс повторяется n раз до тех пор, пока в узловых точках не будут зафиксированы значения потенциалов, соответствующие известным напорам в известный момент времени t. Таким образом, в отличие от обычного метода, число шагов n заранее неизвестно, и только после его определения рассчитывается величина шага по времени $\Delta t = \frac{t}{n}$, а затем коэффициент пьезопроводности согласно зависимости (5.15).

При определении параметров по схеме Либманна полученное соотношение сопротивлений $\frac{R_t}{R_x}$ должно принимать значения в пределах от 1 до 10, что обеспечивает необходимую точность определения фильтрационных параметров. Это обстоятельство требует выбора соответствующих величин шага по времени Δt и длины стороны элементарного участка Δx.

5.3.8. Определение параметров водоносных горизонтов на RR моделях можно упростить, если в качестве моделируемых функций использовать изображения понижений и расходов (см.п.5.1), что дает возможность свести задачу к моделированию процесса на модели, состоящей из сетки сопротивлений $R_{x,y}$ и дополнительных сопротивлений R_{t_p}. Соотношение величин дополнительных сопротивлений и сопротивлений поля $R_{x,y}$ определяет величину коэффициента пьезопроводности

$$\frac{T}{\mu} = \frac{R_{t_p} \Delta x^2}{R_x \cdot t_p} . \qquad (5.16)$$

Моделирование заключается в подборе величин дополнительных сопротивлений, на которые заданы потенциалы $U = 0$, до тех пор, пока в узловых точках модели не будут получены потенциалы, соответствующие изображениям понижений в этих точках. Подобранные таким образом величины сопротивлений R_{t_p} (одинаковые для однородного поля) используются для расчета отношения $\frac{T}{\mu}$ по формуле (5.16).

5.3.9. В условиях однородных фильтрационных полей наиболее целесообразно использовать RC модели, состоящие из сетки активных сопротивлений $R_{x,y}$ и электрических конденсаторов C подключенных в каждую узловую точку /19/. Коэффициент пьезопроводности определяется по формуле

$$a = \frac{\Delta x^2 \cdot t_{мод}}{t_{нат} \cdot RC} , \qquad (5.17)$$

где $t_{нат}$ – время снижения напоров в расчетной точке поля

фильтрации от величины H_0 до H_t ; $t_{мод}$ - время изменения потенциала в соответствующей точке модели от величины U_0 до U_t (соответствуют напорам H_0 и H_t); Δx - длина стороны элементарного квадратного участка, на которые делится область фильтрации; RC - произведение величины сопротивлений сетки и емкости конденсаторов (эти величины назначаются в данном случае произвольно).

Для замера времени разрядки конденсаторов $t_{мод}$ можно использовать интегратор типа ЭИНП 3/69.

Аналогично можно определять параметры неоднородных в плане водоносных горизонтов: предварительно выделяют однородные зоны, а затем, после уточнения их параметров, проводят моделирование на общей RC модели.

5.3.10. Для определения параметров неоднородных по проводимости и водоотдаче полей фильтрации в настоящее время приходится применять подбор по отдельным участкам RR и RC моделей, контролируя направленность и однозначность его геологической информацией. Этот подбор более трудоемкий, чем подбор для однородных по проводимости горизонтов. В общем случае методика определения гидрогеологических параметров поля может быть основана на предварительном фрагментировании области фильтрации - выделении однородных участков прежде всего по геологическим признакам. Определение отношения $\frac{T}{\mu}$ по выделенным однородным участкам можно проводить согласно приведенным выше рекомендациям. При наличии источников - стоков с известной величиной расхода в пределах каждого участка можно определить проводимость T , а затем - величину водоотдачи μ . Проверка однозначности полученных гидрогеологических параметров осуществляется на модели,включающей все расчетные участки, в том числе и те, по которым отсутствует информация о расходах. Эта методика распространяется и на моделирование в изображениях. Такая проверка позволяет, в конечном итоге, использовать информацию по всей неоднородной области фильтрации и по всему процессу водопонижения. Параметры участков с неполной информацией определяются подбором на модели поля фильтрации в целом - при фиксированных параметрах тех участков, по которым имеется более достоверная информация. По участкам неоднородности с ограниченным объемом информации подбор не гарантирует в ряде случаев однозначность искомых параметров.

5.3.11. Определение интенсивности инфильтрационного питания по площади целесообразно производить для условий стационарного режима фильтрации при известной величине водопроводности горизонта.

Интенсивность инфильтрации определяется путем подбора величины силы тока, подаваемого в точки, равномерно распределенные по площади плановой модели. Удобной в этом случае является сеточная модель /19/, в узловые точки которой подается соответствующая сила тока через дополнительные сопротивления.

Расчет интенсивности инфильтрационного питания производится по зависимости

$$\omega = \frac{J\omega \cdot (H_{max} - H_{min})}{(V_{max} - V_{min}) \cdot m_\phi \cdot F} \qquad (5.18)$$

где $J\omega$ - сила тока, подаваемая в узловую точку - центр участка с площадью F ; V_{max} , V_{min} - минимальное и максимальное напряжения на модели, соответствующие максимальному и минимальному напору H_{max} и H_{min} ; m_ϕ - масштаб сопротивлений модели ($m_\phi = \frac{1}{k \cdot m \cdot \rho}$ - для бумажной модели и $m_\phi = \frac{1}{T \cdot R_x}$ - для сеточной).

5.3.12. Аналогично на сеточных моделях можно получить фильтрационные параметры слабопроницаемых слоев, определяющие интенсивность перетекания. На вершины дополнительных сопротивлений, присоединенных к сеточной плановой модели питаемого пласта, подаются потенциалы,соответствующие напорам питающего горизонта. Изменением дополнительных сопротивлений добиваются соответствия потенциалов на модели фактическим напорам питаемого горизонта. Параметр перетекания ξ (см.разд.1) рассчитывается по зависимости

$$\xi = \frac{R_x}{R_{доп} \cdot F} , \qquad (5.19)$$

где R_x - сопротивление сетки модели, $R_{доп}$ - дополнительное сопротивление, F - площадь элементарного участка.

5.3.13. В условиях нестационарной фильтрации определение инфильтрационного питания и перетекания по площади существенно затрудняется. Величина инфильтрации определяется подбором дополнительных сопротивлений сеточных моделей при известных величинах проводимости и водоотдачи горизонта. При этом моделирование по методу Либманна требует подбора силы тока на каждом шаге по времени, поэтому более удобными являются емкостные модели и операционный метод. Аналогичным образом осуществляется подбор параметров перетекания. Если интенсивность инфильтрации не меняет-

ся, то ее можно учитывать по принципу сложения течений. В противном случае инфильтрацию или перетекание учитывают введением величины фиктивной водоотдачи (или фиктивной уровнепроводности), определяемой согласно вышеизложенным рекомендациям.

При определении параметра $\frac{k_0}{m_0}$ в условиях нестационарной фильтрации целесообразно использовать операционный метод, реализуемый на моделях при двух значениях параметра преобразования t_p, что дает возможность найти водоотдачу и параметр $\frac{k_0}{m_0}$, решив систему

$$\begin{cases} R'_{t_p} = \dfrac{1}{m_\phi \cdot \Delta x^2 \left(\dfrac{\mu}{t'_p} + \dfrac{k_0}{m_0}\right)} \\ R''_{t_p} = \dfrac{1}{m_\phi \cdot \Delta x^2 \left(\dfrac{\mu}{t''_p} + \dfrac{k_0}{m_0}\right)} \end{cases} . \qquad (5.20)$$

Специальные математические функции, используемые при гидрогеологических расчетах

1. Интегральный экспоненциал $-Ei(-x)$

$$-Ei(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y}\, dy ,$$

$$-Ei(-x) = \ln \frac{1}{x} - C - \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n \cdot n!} ,$$

$C = 0{,}5772156649$ – число Эйлера.

При $x < 0{,}05$ $\quad -Ei(-x) \approx \ln \frac{1}{x} - C = \ln \frac{0{,}562}{x}$,

при $x > 5 \div 10$ $\quad -Ei(-x) \approx 0$.

2. Функция $A(\rho,\tau)$

$$A(\rho,\tau) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{J_0(x)\, Y_0(\rho x) - Y_0(x)\, J_0(\rho x)}{J_0^2(x) + Y_0^2(x)} \cdot \exp(-\tau x^2) \frac{dx}{x},$$

при $\tau > 500$ $\quad A(\rho,\tau) \approx \frac{-Ei\left(-\frac{\rho^2}{4\tau}\right)}{\ln(2{,}25\tau)}$.

3. Функция $G(\tau)$

$$G(\tau) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\tau x^2}}{x} \left[J_0^2(x) + Y_0^2(x) \right] dx ,$$

при $\tau < 0{,}05$ $\quad G(\tau) \approx 0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{\pi \tau}}$,

при $\tau > 500$ $\quad G(\tau) \approx \frac{2}{\ln(2{,}25\tau)}$.

4. Интеграл вероятности $\Phi(\lambda)$

$$\Phi(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\lambda} e^{-x^2} dx ,$$

$$\Phi(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^{2n+1}}{n! \cdot (2n+1)} ,$$

при $\lambda < 0{,}1$ $\qquad \Phi(\lambda) \approx \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi}}$,

$$\Phi(0) = 0 , \qquad \Phi(\infty) = 1 .$$

5. Функция $S(\bar{x}, \tau)$

$$S(\bar{x}, \tau) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{e^{-\pi^2 n^2 \tau}}{n} \cdot \sin \pi n \bar{x} ,$$

$$S(0, \tau) = 0 , \qquad S(\bar{x}, \infty) = 0 ,$$
$$S(\bar{x}, 0) = 1 - \bar{x} , \qquad S(1, \tau) = 0 .$$

6. Функция $T(\bar{x}, \tau)$

$$T(\bar{x}, \tau) = S\left(\frac{\bar{x}}{2}, \frac{\tau}{4}\right) + S\left(1 - \frac{\bar{x}}{2}, \frac{\tau}{4}\right) ,$$

$$T(\bar{x}, \tau) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+0{,}5} \cdot e^{-\pi^2 (n+0{,}5)^2 \tau} \sin \pi (n+0{,}5) \bar{x} ,$$

при $\tau < 0{,}08$ $\qquad T(\bar{x}, \tau) = \Phi\left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\tau}}\right)$

7. Функция $W(u, \beta)$

$$W(u, \beta) = \int_u^{\infty} \frac{1}{y} \exp\left(-y - \frac{\beta^2}{4y}\right) dy ,$$

$$W(u, \beta) = 2K_0(\beta) - W\left(\frac{\beta^2}{4u}, \beta\right) ,$$

при $u > 2\beta$ $\qquad W(u, \beta) \approx -Ei(-u) ,$

при $u > 5\beta^2$ и $\beta < 0{,}1$ $\quad W(u,\beta) \approx -Ei(-u)$,

при $u < \frac{\beta^2}{20}$ и $u < 1$ $\quad W(u,\beta) \approx 2K_0(\beta) - I_0(\beta)\left[-Ei\left(-\frac{\beta^2}{4u}\right)\right]$,

$W(0,\beta) = 2K_0(\beta)$, $\quad W(u,0) = -Ei(-u)$.

8. Функция $H(u,\beta)$

$$H(u,\beta) = \int_u^\infty \frac{e^{-y}}{y}\, erfc\left[\frac{\beta\sqrt{u}}{\sqrt{y(y-u)}}\right] dy,$$

при $u > 10^4 \cdot \beta^2$

$$H(u,\beta) \approx -Ei(-u) - \frac{4\beta}{\sqrt{\pi u}}\left[0{,}258 + 0{,}693\, e^{-0{,}5u}\right],$$

при $u < \frac{10^{-5}}{\beta^2}$ и $u < 10^{-4}\beta^2$

$$H(u,\beta) = \frac{1}{2} \ln \frac{0{,}044}{\beta^2 u}.$$

9. Модифицированные функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядка $K_0(z)$ и $K_1(z)$

$$K_0(z) = -I_0(z)\left(\ln \frac{z}{2} + C\right) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2}\left(\frac{z}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{k}\right),$$

$$K_1(z) = I_1(z)\left(\ln \frac{z}{2} + C\right) + \frac{1}{z} - \frac{z}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{2k}\left[2\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{k}\right) + \frac{1}{k+1}\right]}{k!\,(k+1)!}$$

при $z < 0{,}05$ $\quad K_0(z) \approx \ln \frac{1{,}12}{z}$; $\quad K_1(z) \approx \frac{1}{z}$,

при $z > 5$ $\quad K_0(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}}\left(1 - \frac{1}{8z}\right) e^{-z}$,

$$K_1(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}}\left(1 + \frac{3}{8z}\right) e^{-z}.$$

10. Модифицированная интегральная показательная функция $\overline{Ei}(x)$

$$\overline{Ei}(x) = C + \ln x + \frac{x}{1 \cdot 1!} + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \ldots,$$

$$\overline{Ei}(0) = -\infty, \quad \overline{Ei}(\infty) = +\infty.$$

Приложение 2

Таблица значений функции $-E_i(-z)$

N	z						
	$N\cdot10^{-6}$	$N\cdot10^{-5}$	$N\cdot10^{-4}$	$N\cdot10^{-3}$	$N\cdot10^{-2}$	$N\cdot10^{-1}$	N
I	2	3	4	5	6	7	8
I,0	I3,2383	I0,9357	8,6332	6,33I5	4,0379	I,8229	0.2I94
I,I	I3,I430	I0,8404	8,5379	6,2363	3,9436	I,737I	0,I860
I,2	I3,0560	I0,7534	8,4509	6,I494	3,8576	I,6595	0,I584
I,3	I2,9759	I0,6734	8,3709	6,0695	3,7785	I,5889	0,I355
I,4	I2,90I8	I0,5993	8,2968	5,9955	3,7054	I,524I	0,II62
I,5	I2,8328	I0,5303	8,2278	5,9266	3,6374	I,4645	0,I000
I,6	I2,7683	I0,4657	8,I634	5,862I	3,5739	I,4092	0,0863
I,7	I2,7077	I0,405I	8,I027	5,80I6	3,5I43	I,3578	0,0747
I,8	I2,6505	I0,3479	8,0455	5,7446	3,458I	I,3098	0,0647
I,9	I2,5964	I0,2939	7,99I5	5,6906	3,4050	I,2649	0,0562
2,0	I2,545I	I0,2426	7,9402	5,6394	3,3547	I,2227	0,0489
2,I	I2,4964	I0,I938	7,89I4	5,5907	3,3069	I,I829	0,0426
2,2	I2,4498	I0,I473	7,8449	5,5443	3,26I4	I,I454	0,0372
2,3	I2,4054	I0,I028	7,8004	5,4999	3,2I79	I,I099	0,0325
2,4	I2,3628	I0,0603	7,7579	5,4575	3,I763	I,0762	0,0284
2,5	I2,3220	I0,0I94	7,7I72	5,4I67	3,I365	I,0443	0,0249
2,6	I2,2828	9,9802	7,6779	5,3776	3,0983	I,0I39	0,02I9
2,7	I2,2450	9,9425	7,640I	5,3400	3,06I5	0,9849	0,0I92
2,8	I2,2087	9,906I	7,6038	5,3037	3,026I	0,9573	0,0I69
2,9	I2,I736	9,87I0	7,5687	5,2687	2,9920	0,9309	0,0I48
3,0	I2,I397	9,837I	7,5348	5,2349	2,959I	0,9057	0,0I3I
3,I	I2,I069	9,8043	7,5020	5,2022	2,9273	0,88I5	0,0II5
3,2	I2,075I	9,7726	7,4703	5,I706	2,8965	0,8583	0,0I0I
3,3	I2,0444	9,74I8	7,4395	5,I399	2,8668	0,836I	8,94 (-3)
3,4	I2,0I45	9,7I20	7,4097	5,II02	2,8379	0,8I47	7,89 (-3)
3,5	II,9855	9,6830	7,3807	5,08I3	2,8099	0,7942	6,97 (-3)
3,6	II,9574	9,6548	7,3526	5,0532	2,7827	0,7745	6,I6 (-3)
3,7	II,9300	9,6274	7,3252	5,0259	2,7563	0,7554	5,45 (-3)
3,8	II,9033	9,6007	7,2985	4,9993	2,7306	0,737I	4,82 (-3)
3,9	II,8773	9,5748	7,2725	4,9735	2,7056	0,7I94	4,27 (-3)
4,0	II,8520	9,5495	7,2472	4,9482	2,68I3	0,7024	3,78 (-3)
4,I	II,8273	9,5248	7,2225	4,9236	2,6576	0,6859	3,35 (-3)
4,2	II,8032	9,5007	7,I985	4,8997	2,6344	0,6700	2,97 (-3)
4,3	II,7797	9,477I	7,I749	4,8762	2,6II9	0,6546	2,63 (-3)
4,4	II,7567	9,454I	7,I520	4,8355	2,5899	0,6397	2,34 (-3)
4,5	II,7342	9,43I7	7,I295	4,83I0	2,5684	0,6253	2,07 (-3)
4,6	II,7I22	9,4097	7,I075	4,809I	2,5474	0,6II4	I,84 (-3)
4,7	II,6907	9,3882	7,0860	4,7877	2,5268	0,5979	I,64 (-3)
4,8	II,6697	9,367I	7,0650	4,7667	2,5068	0,5849	I,45 (-3)
4,9	II,649I	9,3465	7,0444	4,7462	2,487I	0,572I	I,29 (-3)
5,0	II,6289	9,3263	7,0242	4,726I	2,4679	0,5598	I,I5 (-3)
5,I	II,609I	9,3065	7,0044	4,7064	2,449I	0,5478	I,02 (-3)
5,2	II,5896	9,287I	6,9850	4,687I	2,4306	0,5362	9,07 (-4)

N	z						
	$N\cdot10^{-6}$	$N\cdot10^{-5}$	$N\cdot10^{-4}$	$N\cdot10^{-3}$	$N\cdot10^{-2}$	$N\cdot10^{-1}$	N
I	2	3	4	5	6	7	8
5,3	II,5706	9,268I	6,9659	4,668I	2,4I26	0,5250	8,09 (-4)
5,4	II,55I9	9,2494	6,9473	4,6495	2,3948	0,5I40	7,20 (-4)
5,5	II,5336	9,23I0	6,9289	4,63I3	2,3775	0,5034	6,4I (-4)
5,6	II,5I55	9,2I30	6,9I09	4,6I34	2,3604	0,4930	5,7I (-4)
5,7	II,4978	9,I953	6,8932	4,5958	2,3437	0,4830	5,09 (-4)
5,8	II,4804	9,I779	6,8758	4,5785	2,3273	0,4732	4,53 (-4)
5,9	II,4638	9,I608	6,8588	4,56I5	2,3III	0,4637	4,04 (-4)
6,0	II,4465	9,I440	6,8420	4,5448	2,2953	0,4544	3,60 (-4)
6,I	II,4300	9,I275	6,8254	4,5283	2,2797	0,4454	3,2I (-4)
6,2	II,4I38	9,III2	6,8092	4,5I22	2,2645	0,4366	2,86 (-4)
6,3	II,3978	9,0952	6,7932	4,4963	2,2494	0,4280	2,56 (-4)
6,4	II,3820	9,0795	6,7775	4,4806	2,2346	0,4I97	2,28 (-4)
6,5	II,3665	9,0640	6,7620	4,4652	2,220I	0,4II5	2,03 (-4)
6,6	II,35I2	9,0487	6,7467	4,450I	2,2058	0,4036	I,82 (-4)
6,7	II,3362	9,0337	6,73I7	4,435I	2,I9I7	0,3959	I,62 (-4)
6,8	II,32I4	9,0I89	6,7I69	4,4204	2,I779	0,3883	I,45 (-4)
6,9	II,3068	9,0043	6,7023	4,4059	2,I643	0,38I0	I,29 (-4)
7,0	II,2924	8,9899	6,6879	4,39I6	2,I508	0,3738	I,I6 (-4)
7,I	II,2782	8,9757	6,6737	4,3775	2,I376	0,3668	I,03 (-4)
7,2	II,2642	8,96I7	6,6598	4,3636	2,I246	0,3599	9,22 (-5)
7,3	II,2504	8,9479	6,6460	4,3500	2,III8	0,3532	8,24 (-5)
7,4	II,2368	8,9343	6,6324	4,3364	2,099I	0,3467	7,36 (-5)
7,5	II,2234	8,9209	6,6I90	4,323I	2,0867	0,3403	6,58 (-5)
7,6	II,2I02	8,9076	6,6057	4,3I00	2,0744	0,334I	5,89 (-5)
7,7	II,I97I	8,8946	6,5927	4,2970	2,0623	0,3280	5,26 (-5)
7,8	II,I842	8,88I7	6,5798	4,2842	2,0503	0,322I	4,7I (-5)
7,9	II,I7I4	8,8689	6,567I	4,27I6	2,0386	0,3I63	4,2I (-5)
8,0	II,I589	8,8563	6,5545	4,259I	2,0269	0,3I06	3,77 (-5)
8,I	II,I464	8,8439	6,542I	4,2468	2,0II5	0,3050	3,37 (-5)
8,2	II,I342	8,83I7	6,5298	4,2346	2,0042	0,2996	3,02 (-5)
8,3	II,I220	8,8I85	6,5I77	4,2226	I,9930	0,2943	2,70 (-5)
8,4	II,II0I	8,8076	6,5057	4,2I07	I,9820	0,289I	2,42 (-5)
8,5	II,0982	8,7957	6,4939	4,I990	I,97II	0,2840	2,I6 (-5)
8,6	II,0865	8,7840	6,4822	4,I874	I,9604	0,2790	I,94 (-5)
8,7	II,0750	8,7725	6,4707	4,I759	I,9498	0,2742	I,73 (-5)
8,8	II,0635	8,76I0	6,4592	4,I646	I,9393	0,2694	I,55 (-5)
8,9	II,0523	8,7497	6,4480	4,I534	I,9290	0,2647	I,39 (-5)
9,0	II,04II	8,7386	6,4368	4,I423	I,9I87	0,2602	I,25 (-5)
9,I	II,0300	8,7275	6,4258	4,I3I3	I,9087	0,2557	I,II (-5)
9,2	II,0I9I	8,7I66	6,4I48	4,I205	I,8987	0,25I3	9,99 (-6)
9,3	II,0083	8,7058	6,4040	4,I098	I,8888	0,2470	8,95 (-6)
9,4	I0,9976	8,695I	6,3934	4,0992	I,879I	0,2429	8,02 (-6)
9,5	I0,9870	8,6845	6,3828	4,0887	I,8695	0,2387	7,I9 (-6)
9,6	I0,9765	8,6740	6,3723	4,0784	I,8599	0,2347	6,44 (-6)
9,7	I0,9662	8,6637	6,3620	4,068I	I,8505	0,2308	5,77 (-6)
9,8	I0,9559	8,6534	6,35I7	4,0579	I,84I2	0,2269	5,I7 (-6)
9,9	I0,9458	8,6433	6,34I6	4,0479	I,8320	0,223I	4,64 (-6)

Таблица значений функции $A(\rho, \tau)$

τ		$\rho = r/r_0$									
		I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0
$I0^{-2}$	I	I,000									
	2	I,000									
	3	I,000									
	4	I,000	0,000								
	5	I,000	0,00I								
	6	I,000	0,003								
	7	I,000	0,005								
	8	I,000	0,009								
	9	I,000	0,0I3								
$I0^{-I}$	I	I,000	0,0I8	0,000							
	2	I,000	0,082	0,00I							
	3	I,000	0,I42	0,006							
	4	I,000	0,I9I	0,0I5	0,000						
	5	I,000	0,230	0,027	0,00I						
	6	I,000	0,263	0,040	0,003						
	7	I,000	0,290	0,054	0,006	0,000					
	8	I,000	0,3I3	0,068	0,009	0,00I					
	9	I,000	0,334	0,082	0,0I3	0,00I					
I	I	I,000	0,35I	0,095	0,0I8	0,002	0,000	0,000			
	2	I,000	0,458	0,I94	0,07I	0,022	0,005	0,00I	0,000		
	3	I,000	0,5II	0,256	0,II9	0,049	0,0I8	0,006	0,002	0,000	
	4	I,000	0,544	0,300	0,I57	0,076	0,034	0,0I4	0,005	0,002	0,000
	5	I,000	0,568	0,332	0,I88	0,I0I	0,05I	0,024	0,0I0	0,004	0,002
	6	I,000	0,586	0,357	0,2I4	0,I23	0,067	0,035	0,0I7	0,008	0,003
	7	I,000	0,60I	0,378	0,235	0,I42	0,082	0,046	0,024	0,0I2	0,006
	8	I,000	0,6I3	0,395	0,254	0,I59	0,097	0,056	0,032	0,0I7	0,009
	9	I,000	0,623	0,409	0,270	0,I75	0,II0	0,067	0,039	0,022	0,0I2

Продолжение приложения 3

τ	$\rho = r/r_0$												
	I	3	5	8	I0	20	30	40	50	60	70	80	90
I	I,0	0,422	0,I88	0,047	0,0I6	0,000							
2	I,0	0,497	0,277	0,II2	0,057	0,00I							
3	I,0	0,534	0,325	0,I57	0,094	0,004							
4	I,0	0,558	0,358	0,I90	0,I23	0,009	0,000						
I0 5	I,0	0,574	0,38I	0,2I5	0,I46	0,0I6	0,00I						
6	I,0	0,588	0,399	0,236	0,I67	0,023	0,002						
7	I,0	0,598	0,4I4	0,253	0,I84	0,03I	0,003						
8	I,0	0,607	0,427	0,268	0,I98	0,038	0,005	0,000					
9	I,0	0,6I4	0,437	0,280	0,2I0	0,046	0,007	0,00I					
I	I,0	0,62I	0,446	0,29I	0,222	0,053	0,0I0	0,00I	0,000	0,000			
2	I,0	0,658	0,500	0,357	0,29I	0,II0	0,038	0,0II	0,00I	0,00I	0,000		
I00 3	I,0	0,677	0,528	0,392	0,328	0,I46	0,064	0,026	0,009	0,003	0,00I	0,000	
4	I,0	0,690	0,546	0,4I4	0,353	0,I73	0,086	0,040	0,0I8	0,007	0,003	0,00I	0,000
5	I,0	0,699	0,599	0,432	0,372	0,I94	0,I04	0,054	0,026	0,0I2	0,005	0,002	0,00I

Таблица значений функции $G(\tau)$

τ	a	τ	a	τ	a	τ	a	τ	a	τ	a	τ	a	τ	a
10^{-4}	56,9	10^{-3}	18,34	10^{-2}	6,13	10^{-1}	2,249	1	0,985	10	0,534	10^{2}	0,346	10^{3}	0,251
$2\cdot10^{-4}$	40,4	$2\cdot10^{-3}$	13,11	$2\cdot10^{-2}$	4,47	$2\cdot10^{-1}$	1,716	2	0,803	2.10	0,461	$2\cdot10^{2}$	0,311	$2\cdot10^{3}$	0,232
$3\cdot10^{-4}$	33,1	$3\cdot10^{-3}$	10,79	$3\cdot10^{-2}$	3,74	$3\cdot10^{-1}$	1,477	3	0,719	3.10	0,427	$3\cdot10^{2}$	0,294	$3\cdot10^{3}$	0,222
$4\cdot10^{-4}$	28,7	$4\cdot10^{-3}$	9,41	$4\cdot10^{-2}$	3,30	$4\cdot10^{-1}$	1,323	4	0,668	4.10	0,405	$4\cdot10^{2}$	0,283	$4\cdot10^{3}$	0,215
$5\cdot10^{-4}$	25,7	$5\cdot10^{-3}$	8,47	$5\cdot10^{-2}$	3,0	$5\cdot10^{-1}$	1,234	5	0,630	5.10	0,385	$5\cdot10^{2}$	0,274	$5\cdot10^{3}$	0,210
$6\cdot10^{-4}$	23,5	$6\cdot10^{-3}$	7,77	$6\cdot10^{-2}$	2,78	$6\cdot10^{-1}$	1,160	6	0,602	6.10	0,297	$6\cdot10^{2}$	0,268	$6\cdot10^{3}$	0,206
$7\cdot10^{-4}$	21,8	$7\cdot10^{-3}$	7,20	$7\cdot10^{-2}$	2,60	$7\cdot10^{-1}$	1,103	7	0,580	7.10	0,367	$7\cdot10^{2}$	0,263	$7\cdot10^{3}$	0,203
$8\cdot10^{-4}$	20,4	$8\cdot10^{-3}$	6,79	$8\cdot10^{-2}$	2,46	$8\cdot10^{-1}$	1,057	8	0,562	8.10	0,359	$8\cdot10^{2}$	0,258	$8\cdot10^{3}$	0,200
$9\cdot10^{-4}$	19,3	$9\cdot10^{-3}$	6,43	$9\cdot10^{-2}$	2,35	$9\cdot10^{-1}$	1,018	9	0,547	9.10	0,352	$9\cdot10^{2}$	0,254	$9\cdot10^{3}$	0,198
10^{4}	0,196	10^{5}	0,161	10^{6}	0,136	10^{7}	0,118	10^{8}	0,104	10^{9}	0,093	10^{10}	0,084	10^{11}	0,076
$2\cdot10^{4}$	0,184	$2\cdot10^{5}$	0,152	$2\cdot10^{6}$	0,130	$2\cdot10^{7}$	0,113	$2\cdot10^{8}$	0,100	$2\cdot10^{9}$	0,090	$2\cdot10^{10}$	0,081	$2\cdot10^{11}$	0,074
$3\cdot10^{4}$	0,178	$3\cdot10^{5}$	0,148	$3\cdot10^{6}$	0,127	$3\cdot10^{7}$	0,111	$3\cdot10^{8}$	0,098	$3\cdot10^{9}$	0,088	$3\cdot10^{10}$	0,080	$3\cdot10^{11}$	0,073
$4\cdot10^{4}$	0,173	$4\cdot10^{5}$	0,145	$4\cdot10^{6}$	0,124	$4\cdot10^{7}$	0,109	$4\cdot10^{8}$	0,097	$4\cdot10^{9}$	0,087	$4\cdot10^{10}$	0,079	$4\cdot10^{11}$	0,073
$5\cdot10^{4}$	0,170	$5\cdot10^{5}$	0,143	$5\cdot10^{6}$	0,123	$5\cdot10^{7}$	0,108	$5\cdot10^{8}$	0,096	$5\cdot10^{9}$	0,086	$5\cdot10^{10}$	0,079	$5\cdot10^{11}$	0,072
$6\cdot10^{4}$	0,168	$6\cdot10^{5}$	0,141	$6\cdot10^{6}$	0,121	$6\cdot10^{7}$	0,107	$6\cdot10^{8}$	0,095	$6\cdot10^{9}$	0,086	$6\cdot10^{10}$	0,078	$6\cdot10^{11}$	0,072
$7\cdot10^{4}$	0,165	$7\cdot10^{5}$	0,139	$7\cdot10^{6}$	0,120	$7\cdot10^{7}$	0,106	$7\cdot10^{8}$	0,094	$7\cdot10^{9}$	0,085	$7\cdot10^{10}$	0,077	$7\cdot10^{11}$	0,071
$8\cdot10^{4}$	0,164	$8\cdot10^{5}$	0,138	$8\cdot10^{6}$	0,119	$8\cdot10^{7}$	0,105	$8\cdot10^{8}$	0,094	$8\cdot10^{9}$	0,085	$8\cdot10^{10}$	0,077	$8\cdot10^{11}$	0,071
$9\cdot10^{4}$	0,162	$9\cdot10^{5}$	0,137	$9\cdot10^{6}$	0,118	$9\cdot10^{7}$	0,104	$9\cdot10^{8}$	0,093	$9\cdot10^{9}$	0,084	$9\cdot10^{10}$	0,077	$9\cdot10^{11}$	0,071

Приложение 5

Интеграл вероятности $\Phi(\lambda)$

λ	$\Phi(\lambda)$	λ	$\Phi(\lambda)$	λ	$\Phi(\lambda)$	λ	$\Phi(\lambda)$
0,00	0,0000	0,40	0,428	0,80	0,742	I,20	0,9I0
0,0I	0,0II3	0,4I	0,438	0,8I	0,748	I,2I	0,9I3
0,02	0,0228	0,42	0,448	0,82	0,754	I,22	0,9I6
0,03	0,0338	0,43	0,457	0,83	0,760	I,23	0,9I8
0,04	0,045I	0,44	0,466	0,84	0,765	I,24	0,92I
0,05	0,0564	0,45	0,476	0,85	0,77I	I,25	0,923
0,06	0,0676	0,46	0,485	0,86	0,776	I,26	0,925
0,07	0,0789	0,47	0,494	0,87	0,78I	I,27	0,928
0,08	0,090I	0,48	0,503	0,88	0,787	I,28	0,930
0,09	0,I0I	0,49	0,5I2	0,89	0,792	I,29	0,932
0,I0	0,II3	0,50	0,52I	0,90	0,797	I,30	0,924
0,II	0,I24	0,5I	0,529	0,9I	0,802	I,3I	0,936
0,I2	0,I35	0,52	0,538	0,92	0,807	I,32	0,938
0,I3	0,I46	0,53	0,547	0,93	0,8I2	I,33	0,940
0,I4	0,I57	0,54	0,555	0,94	0,8I6	I,34	0,942
0,I5	0,I68	0,55	0,563	0,95	0,82I	I,35	0,944
0,I6	0,I79	0,56	0,572	0,96	0,825	I,36	0,946
0,I7	0,I90	0,57	0,580	0,97	0,830	I,37	0,947
0,I8	0,20I	0,58	0,588	0,98	0,834	I,38	0,949
0,I9	0,2I2	0,59	0,596	0,99	0,839	I,39	0,95I
0,20	0,223	0,60	0,604	I,00	0,843	I,40	0,952
0,2I	0,234	0,6I	0,6I2	I,0I	0,847	I,4I	0,954
0,22	0,244	0,62	0,6I9	I,02	0,85I	I,42	0,955
0,23	0,255	0,63	0,627	I,03	0,855	I,43	0,957
0,24	0,266	0,64	0,635	I,04	0,859	I,44	0,958
0,25	0,276	0,65	0,642	I,05	0,862	I,45	0,960
0,26	0,287	0,66	0,649	I,06	0,866	I,46	0,96I
0,27	0,297	0,67	0,657	I,07	0,870	I,47	0,962
0,28	0,308	0,68	0,664	I,08	0,873	I,48	0,964
0,29	0,3I8	0,69	0,67I	I,09	0,877	I,49	0,965
0,30	0,329	0,70	0,678	I,I0	0,880	I,5	0,966
0,3I	0,339	0,7I	0,685	I,II	0,884	I,6	0,976
0,32	0,349	0,72	0,69I	I,I2	0,887	I,7	0,984
0,33	0,359	0,73	0,698	I,I3	0,890	I,8	0,989
0,34	0,369	0,74	0,705	I,I4	0,893	I,9	0,993
0,35	0,379	0,75	0,7II	I,I5	0,896	2,0	0,995
0,36	0,389	0,76	0,7I8	I,I6	0,899	2,I	0,997
0,37	0,399	0,77	0,724	I,I7	0,902	2,2	0,998
0,38	0,409	0,78	0,730	I,I8	0,905	2,3	0,999
0,39	0,4I9	0,79	0,736	I,I9	0,908	2,4	0,999
						2,5	I,00

Таблица значений функции $S(\bar{x}, \tau)$

$\bar{x}$ \ τ	0,02	0,03	0,04	0,05	0,075	0,I0	0,I5	0,20	0,30
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,05	0,I63	0,II3	0,0925	0,0753	0,0530	0,040	0,0225	0,0I30	0,005
0,I0	0,283	0,2I7	0,I76	0,I48	0,I04	0,077	0,0450	0,0270	0,0I0
0,I5	0,385	0,3I7	0,260	0,2I3	0,I53	0,II3	0,070	0,04I0	0,0I5
0,20	0,483	0,388	0,323	0,268	0,I93	0,I45	0,085	0,055	0,0I8
0,25	0,539	0,443	0,373	0,32I	0,23I	0,I74	0,I03	0,063	0,023
0,30	0,565	0,475	0,4I0	0,358	0,260	0,200	0,II75	0,0725	0,0275
0,35	0,568	0,495	0,435	0,383	0,283	0,2I8	0,I30	0,080	0,030
0,40	0,555	0,498	0,443	0,395	0,300	0,228	0,I40	0,085	0,0325
0,45	0,525	0,483	0,438	0,393	0,308	0,235	0,I45	0,0875	0,033
0,50	0,487	0,460	0,423	0,386	0,303	0,287	0,I45	0,088	0,033
0,55	0,423	0,425	0,400	0,368	0,290	0,230	0,I45	0,0875	0,0325
0,60	0,393	0,383	0,368	0,340	0,27I	0,220	0,I38	0,0825	0,030
0,65	0,345	0,340	0,330	0,308	0,250	0,203	0,I30	0,0775	0,0275
0,70	0,298	0,293	0,288	0,270	0,225	0,I85	0,II8	0,07I0	0,025
0,75	0,250	0,248	0,242	0,232	0,I98	0,I62	0,I02	0,0620	0,023
0,80	0,200	0,I98	0,I95	0,I90	0,I62	0,I36	0,086	0,0525	0,020
0,85	0,I50	0,I48	0,I47	0,I42	0,I23	0,I05	0,0675	0,04I0	0,0I5
0,90	0,I03	0,I00	0,098	0,0925	0,083	0,07I	0,0450	0,0275	0,0I0
0,95	0,053	0,053	0,050	0,0450	0,0425	0,0875	0,0225	0,0I3	0,005
I,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Приложение 7

Таблица значений функции $T(\bar{x}, \tau)$

$\bar{x}$ \ τ	0,08	0,I2	0,I6	0,20	0,30	0,40	0,60	0,80
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,I0	0,22	0,I7	0,I4	0,I2	0,096	0,088	0,045	0,026
0,20	0,39	0,32	0,27	0,24	0,I9	0,I5	0,090	0,055
0,30	0,54	0,47	0,4I	0,36	0,28	0,22	0,I4	0,082
0,40	0,68	0,59	0,52	0,46	0,36	0,28	0,I7	0,II
0,50	0,79	0,69	0,62	0,55	0,43	0,34	0,2I	0,I3
0,60	0,86	0,77	0,70	0,63	0,49	0,39	0,24	0,I44
0,70	0,9I	0,84	0,77	0,69	0,53	0,42	0,26	0,I6
0,80	0,95	0,88	0,8I	0,74	0,57	0,45	0,28	0,I7
0,90	0,95	0,9I	0,84	0,77	0,6	0,47	0,29	0,I8
I,00	0,97	0,92	0,85	0,77	0,6I	0,47	0,29	0,I8

Приложение 8

Таблица значений функции $W(u, r/B)$

u	r/B	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
	0	∞	I4,0474	I2,66II	II,8502	II,2748	I0,8286	I0,4640	I0,I557	9,8887	9,6532
$I0^{-6}$	I	I3,2383	I3,003I	I2,44I7	II,8I53	II,27II	I0,8283	I0,4640	I0,I557	9,8887	
	2	I2,545I	I2,4240	I2,I0I3	II,67I6	II,2259	I0,8I74	I0,46I9	I0,I554	9,8886	9,6532
	3	I2,I397	I2,058I	II,8322	II,5098	II,I462	I0,7849	I0,4509	I0,I523	9,8879	9,6530
	5	II,6289	II,5795	II,4384	II,2248	I0,9642	I0,6822	I0,3993	I0,I290	9,8786	9,6496
	9	II,04II	II,0I35	I0,9330	I0,8059	I0,64I6	I0,4508	I0,2446	I0,0324	9,82I9	9,6I82
$I0^{-5}$	I	I0,9357	I0,9I09	I0,8382	I0,7228	I0,5725	I0,3963	I0,2038	I0,0034	9,8024	9,6059
	2	I0,2426	I0,230I	I0,I932	I0,I332	I0,0522	9,9530	9,8386	9,7I26	9,578I	9,4383
	3	9,837I	9,8288	9,804I	9,7635	9,708I	9,6392	9,5583	9,467I	9,3674	9,26II
	5	9,3263	9,32I3	9,3064	9,28I8	9,2480	9,2052	9,I542	9,0957	9,0304	8,959I
	9	8,7386	8,7358	8,7275	8,7I38	8,6947	8,6703	8,64II	8,607I	8,5686	8,5258
$I0^{-4}$	I	8,6332	8,6308	8,6233	8,6I09	8,5937	8,57I7	8,5453	8,5I45	8,4796	8,4407
	2	7,9402	7,9390	7,9352	7,9290	7,9203	7,9092	7,8958	7,8800	7,86I9	7,84I6
	3	7,5348	7,5340	7,53I5	7,5274	7,52I6	7,5I4I	7,505I	7,4945	7,4823	7,4686
	5	7,0242	7,0237	7,0222	7,0I97	7,0I63	7,0II8	7,0063	6,9999	6,9926	6,9843
	9	6,4368	6,4365	6,4357	6,4344	6,4324	6,4299	6,4269	6,4233	6,4I92	6,4I46

Продолжение приложения 8.

u \ r/B		0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
10^{-3}	I	6,3315	6,3313	6,3305	6,3293	6,3276	6,3253	6,3226	6,3194	6,3157	6,3115
	2	5,6394	5,6393	5,6389	5,6383	5,6374	5,6363	5,6350	5,6334	5,6315	5,6294
	3	5,2349	5,2348	5,2346	5,2342	5,2336	5,2329	5,2320	5,2310	5,2297	5,2283
	5	4,7261	4,7260	4,7259	4,7256	4,7253	4,7249	4,7244	4,7237	4,7230	4,7222
	9	4,1423	4,1423	4,1422	4,1420	4,1418	4,1416	4,1413	4,1410	4,1406	4,1401
10^{-2}	I	4,0379	4,0379	4,0378	4,0377	4,0375	4,0373	4,0371	4,0368	4,0364	4,0360
	2	3,3547	3,3547	3,3547	3,3546	3,3545	3,3544	3,3543	3,3542	3,3540	3,3538
	3	2,9591	2,9591	2,9591	2,9590	2,9590	2,9589	2,9589	2,9588	2,9587	2,9585
	5	2,4679	2,4679	2,4679	2,4679	2,4678	2,4678	2,4678	2,4677	2,4676	2,4676
	9	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9186	1,9186	1,9186
10^{-1}	I	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8228	1,8228	1,8228
	2	1,2227	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226
	3	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9056	0,9056
	5	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598
	9	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602
	1,0	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194
	2,0	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489
	3,0	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
	5,0	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11

Продолжение приложения 8

w \ r/B	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05	0,055
0	9,4425	8,6319	8,0569	7,6111	7,2471	6,9394	6,6731	6,4383	6,2285	6,0388
10^{-5} 1	9,4176	8,6313	8,0569							
2	9,2961	8,6152	8,0558	7,6111	7,2471					
3	9,1499	8,5737	8,0483	7,6101	7,2470					
5	8,8827	8,4533	8,0080	7,6000	7,2450	6,9391	6,6730			
9	8,4792	8,1996	7,8743	7,5402	7,2222	6,9316	6,6709	6,4378	6,2283	
10^{-4} 1	8,3983	8,1414	7,8375	7,5199	7,2122	6,9273	6,6693	6,4372	6,2282	6,0388
2	7,8192	7,6780	7,4972	7,2898	7,0685	6,8439	6,6242	6,4143	6,2173	6,0338
3	7,4534	7,3562	7,2281	7,0759	6,9068	6,7276	6,5444	6,3623	6,1848	6,0145
5	6,9750	6,9152	6,8346	6,7357	6,6219	6,4964	6,3626	6,2236	6,0821	5,9406
9	6,4094	6,3757	6,3294	6,2716	6,2032	6,1256	6,0401	5,9481	5,8509	5,7500
10^{-3} 1	6,3069	6,2765	6,2347	6,1823	6,1202	6,0494	5,9711	5,8864	5,7965	5,7026
2	5,6271	5,6118	5,5907	5,5638	5,5314	5,4939	5,4516	5,4047	5,3538	5,2991
3	5,2267	5,2166	5,2025	5,1845	5,1627	5,1373	5,1084	5,0762	5,0408	5,0025
5	4,7212	4,7152	4,7068	4,6960	4,6829	4,6675	4,6499	4,6302	4,6084	4,5846
9	4,1396	4,1363	4,1317	4,1258	4,1186	4,1101	4,1004	4,0894	4,0772	4,0638
10^{-2} 1	4,0356	4,0326	4,0285	4,0231	4,0167	4,0091	4,0003	3,9905	3,9795	3,9675
2	3,3536	3,3521	3,3502	3,3476	3,3444	3,3408	3,3365	3,3317	3,3264	3,3205
3	3,9584	2,9575	2,9562	2,9545	2,9523	2,9501	2,9474	2,9444	2,9409	2,9370
5	2,4675	2,4670	2,4662	2,4653	2,4642	2,4628	2,4613	2,4595	2,4576	2,4554
9	1,9185	1,9183	1,9179	1,9174	1,9169	1,9162	1,9154	1,9146	1,9136	1,9125
10^{-1} 1	1,8227	1,8225	1,8222	1,8218	1,8213	1,8207	1,8200	1,8193	1,8184	1,8175
2	1,2226	1,2225	1,2224	1,2222	1,2220	1,2218	1,2215	1,2212	1,2209	1,2205
3	0,9056	0,9056	0,9055	0,9054	0,9053	0,9052	0,9050	0,9049	0,9047	0,9045
5	5598	5597	5597	5597	5596	5596	5595	5594	5594	5593
9	2602	2602	2602	2602	2601	2601	2601	2601	2601	2600
1,0	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193
2,0	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489
3,0	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
5,0	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11

Продолжение приложения 8

u \ r/B		0,06	0,065	0,07	0.075	0,08	0,085	0,09	0,095	0,I0
	0	5,8658	5,7067	5,5596	5,4228	5,2950	5,I750	5,0620	4,9553	4,854I
$I0^{-4}$	I	5,8658	5,7067	5,5596	5,4228	5,2950				
	2	5,8637	5,7059	5,5593	5,4227	5,2949	5,I750	5,0620	4,9553	
	3	5,8527	5,6999	5,5562	5,42I2	5,2942	5,I747	5,06I9	4,9552	4,854I
	5	5,80II	5,6648	5,5330	5,4052	5,2848	5,I689	5,0585	4,9532	4,8530
	9	5,6465	5,54I6	5,4364	5,33I7	5,2282	5,I266	5,0272	4,9306	4,8368
$I0^{-3}$	I	5,6058	5,507I	5,4075	5,3078	5,2087	5,II09	5,0I33	4,9208	4,8292
	2	5,24II	5,I803	5,II70	5,05I7	4,9848	4,9I66	4,8475	4,7778	4,7079
	3	4,96I5	4,9I80	4,8722	4,8243	4,7746	4,7234	4,6707	4,6II9	4,5622
	5	4,5590	4,53I4	4,5022	4,47I3	4,4389	4,4050	4,3699	4,3335	4,2960
	9	4,0493	4,0336	4,0I69	3,999I	3,9802	3,9603	3,9395	3,9I78	3,8952
$I0^{-2}$	I	3,9544	3,9403	3,9252	3,909I	3,8920	3,874I	3,8552	3,8356	3,8I50
	2	3,3I4I	3,307I	3,2997	3,29I7	3,2832	3,2742	3,2647	3,2547	3,2442
	3	2,9329	2,9284	2,9235	2,9I83	2,9I27	2,9069	2,9007	2,894I	2,8873
	5	2,453I	2,4505	2,4478	2,4448	2,44I6	2,4383	2,4347	2,43I0	2,427I
	9	I,9II4	I,9I0I	I,9087	I,9072	I,9056	I,9040	I,9022	I,9003	I,8983
$I0^{-I}$	I	I,8I64	I,8I53	I,8I4I	I,8I28	I,8II4	I,8099	I,8084	I,8067	I,8050
	2	I,220I	I,2I96	I,2I92	I,2I86	I,2I8I	I,2I75	I,2I68	I,2I62	I,2I55
	3	0,9043	0,9040	0,9038	0,9035	0,9032	0,9029	0,9025	0,9022	0,90I8
	5	5592	559I	5590	5588	5587	5586	5584	5583	558I
	9	2600	2600	2599	2599	2599	2598	2598	2597	2597
	I,0	0,2I92	0,2I92	0,2I92	0,2I9I	0,2I9I	0,2I9I	0,2I9I	0,2I90	0,2I90
	2,0	489	489	489	489	489	489	489	488	488
	3,0	I30	I30	I30	I30	I30	I30	I30	I30	I30
	5,0	II	II	II	II	II	II	II	II	II

u \ r/B		0,I	0,I5	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55
	0	4,854I	4,060I	3,5054	3,0830	2,7449	2,4654	2,229I	2,0258	I,8488	I,693I
	I	4,8292	4,0595	3,5054							
	2	4,7079	4,0435	3,5043	3,0830	2,7449					
$I0^{-3}$	3	4,5622	4,0092	3,4969	3,082I	2,7448					
	5	4,2960	3,882I	3,4567	3,07I9	2,7428	2,465I	2,2290			
	9	3,8952	3,6302	3,3239	3,0I2[illegible]	2,7202	2,4576	2,2269	2,0253	I,8487	
	I	3,8I50	3,5725	3,2875	2,9925	2,7I04	2,4534	2,2253	2,0248	I,8486	I,693I
	2	3,2442	3,II58	2,952I	2,7658	2,5688	2,37I3	2,I809	2,0023	I,8379	I,6883
$I0^{-2}$	3	2,8873	2,80I7	2,6896	2,557I	2,4II0	2,2578	2,I03I	I,95I5	I,8062	I,6695
	5	2,427I	2,3776	2,3II0	2,2299	2,I37I	2,0356	I,9283	I,8I8I	I,7075	I,5985
	9	I,8983	I,8732	I,8389	I,796I	I,7460	I,6892	I,6272	I,5609	I,49I8	I,4206
	I	I,8050	I,7829	I,7527	I,7I49	I,6704	I,6I98	I,5644	I,5048	I,4422	I,3774
	2	I,2I55	I,2066	I,I944	I,I789	I,I602	I,I387	I,II45	I,0879	I,0592	I,0286
$I0^{-I}$	3	0,90I8	0,8969	0,8902	0,88I7	0,87I3	0,8593	0,8457	0,8306	0,8I42	0,7964
	5	558I	556I	5532	5496	5453	5402	5344	5278	5206	5I28
	9	2597	259I	2583	2572	2559	2544	2527	2507	2485	246I
	I,0	0,2I90	0,2I86	0,2I79	0,2I7I	0,2I6I	0,2I49	0,2I35	0,2I20	0,2I03	0,2085
	2,0	488	488	487	486	485	484	482	480	477	475
	3,0	I30	I30	I30	I30	I30	I30	I29	I29	I28	I28
	5,0	II	II	II	II	II	II	II	II	II	II

Продолжение приложения 8

u	r/B	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	I,0
	0	I,5550	I,43I7	I,32I0	I,22I2	I,I307	I,0485	0,9735	0,9049	0,8420
10^{-2}	I	I,5550	I,43I7	I,32I0	I,22I2	I,I307	I,0485			
	2	I,5530	I,4309	I,3207	I,22I0	I,I306	I,0484	0,9735	0,9049	
	3	I,5423	I,425I	I,3I77	I,2I95	I,I299	I,048I	9733	9048	0,8420
	5	I,4927	I,39I4	I,2955	I,2052	I,I2I0	I,0426	9700	9029	8409
	9	I,3486	I,2766	I,2054	I,I358	I,0682	I,0032	94II	88I9	8259
10^{-1}	I	I,3II5	I,245I	I,I79I	I,II40	I,0505	0,9890	0,9297	0,8730	0,8I90
	2	0,9964	0,9629	0,9284	0,8932	0,8575	82I6	7857	750I	7I48
	3	7775	7577	7369	7I54	6932	6706	6476	6244	60I0
	5	5044	4955	4860	476I	4658	4550	4440	4326	42I0
	9	2436	2408	2378	2347	23I4	2280	2244	2207	2I68
	I,0	0,2065	0,2043	0,2020	0,I995	0,I970	0,I943	0,I9I4	0,I885	0,I855
	2,0	473	470	467	463	460	456	452	448	444
	3,0	I27	I27	I26	I25	I25	I24	I23	I23	I22
	5,0	II	II	II	II	II	II	II	II	II

u	r/B	I,0	I,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0
	0	0,8420	0,4276	0,2278	0,I247	0,0695	0,0392	0,0223	0,0I28	0,0074	0,0025	0,0008
10^{-2}	3	0,8420										
	5	0,8409										
	9	8259	0,4274									
10^{-1}	I	0,8I90	0,427I	0,2278								
	2	7I48	4I35	2268	0,I247	0,0695						
	3	60I0	38I2	22II	I240	694						
	5	42I0	3007	I944	II74	68I	0,0390	0,0223				
	9	2I68	I734	I28I	88I	572	354	2I3	0,0I25	0,0073		
	I,0	0,I855	0,I509	0,II39	0,0803	0,0534	0,0338	0,0207	0,0I23	0,0073	0,0025	
	2,0	444	394	335	27I	2I0	I56	II2	77	5I	2I	0,0008
	3,0	I22	II2	I00	86	7I	57	45	34	25	I2	6
	5,0	II	I0	I0	9	8	7	6	5	4	2	I

Таблица значений функции $H(u, \beta)$

u	β	10^{-3}			10^{-2}			10^{-1}		
		1	2	5	1	2	5	1	2	5
10^{-6}	1	11,9842	11,4237	10,5908	9,9259	9,2469	8,3395	7,6497	6,9590	6,0463
	2	11,5355	11,0211	10,2210	9,5677	8,8946	7,9908	7,3024	6,6126	5,7012
	3	11,2593	10,7764	10,0006	9,3561	8,6875	7,7864	7,0991	6,4100	5,4996
	4	11,0568	10,5980	9,8419	9,2047	8,5399	7,6412	6,9547	6,2663	5,3567
	5	10,8958	10,4566	9,7174	9,0866	8,4251	7,5284	6,8427	6,1548	5,2459
	6	10,7618	10,3389	9,6145	8,9894	8,3310	7,4367	6,7512	6,0637	5,1555
	7	10,6466	10,2379	9,5267	8,9069	8,2512	7,3581	6,6737	5,9867	5,0790
	8	10,5455	10,1493	9,4500	8,8350	8,1819	7,2904	6,6066	5,9200	5,0129
	9	10,4553	10,0702	9,3818	8,7714	8,1206	7,2306	6,5474	5,8611	4,9545
10^{-5}	1	10,3739	9,9987	9,3203	8,7142	8,0657	7,1771	6,4944	5,8085	4,9024
	2	9,8197	9,5097	8,9045	8,3315	7,7010	6,8238	6,1453	5,4623	4,5598
	3	9,4815	9,2084	8,6504	8,1013	7,4844	6,6159	5,9406	5,2597	4,3600
	4	9,2358	8,9878	8,4646	7,9346	7,3290	6,4677	5,7951	5,1160	4,2185
	5	9,0422	8,8128	8,3171	7,8031	7,2072	6,3523	5,6861	5,0045	4,1090
	6	8,8822	8,6674	8,1943	7,6941	7,1068	6,2576	5,5896	4,9134	4,0196
	7	8,7457	8,5428	8,0888	7,6077	7,0212	6,1773	5,5113	4,8364	3,9442
	8	8,6266	8,4336	7,9962	7,5190	6,9466	6,1076	5,4434	4,7697	3,8789
	9	8,5209	8,3364	7,9134	7,4461	6,8804	6,0459	5,3834	4,7108	3,8214
10^{-4}	1	8,4258	8,2487	7,8386	7,3803	6,8208	5,9906	5,3297	4,6581	3,7700
	2	7,7901	7,6563	7,3286	6,9321	6,4190	5,6226	4,9747	4,3115	3,4334
	3	7,4110	7,2985	7,0135	6,6563	6,1750	5,4035	4,7655	4,1086	3,2379
	4	7,1393	7,0401	6,7840	6,4541	5,9971	5,2459	4,6161	3,9645	3,0999
	5	6,9273	6,8375	6,6024	6,2934	5,8561	5,1223	4,4996	3,8527	2,9933
	6	6,7533	6,6705	6,4517	6,1596	5,7389	5,0203	4,4040	3,7612	2,9065
	7	6,6056	6,5284	6,3227	6,0447	5,6383	4,9533	4,3228	3,6838	2,8334
	8	6,4774	6,4048	6,2100	5,9439	5,5501	4,8573	4,2523	3,6167	2,7702
	9	6,3640	6,2952	6,1097	5,8539	5,4713	4,7898	4,1898	3,5575	2,7146
	1	6,2624	6,1969	6,0193	5,7727	5,4001	4,7290	4,1337	3,5045	2,6650
	2	5,5903	5,5431	5,4115	5,2203	4,9139	4,3184	3,7598	3,1549	2,3419
	3	5,1948	5,1560	5,0465	4,8837	4,6149	4,0683	3,5363	2,9494	2,1559
	4	4,9135	4,8798	4,7839	4,6396	4,3962	3,8859	3,3750	2,8030	2,0253

Продолжение приложения 9

w \ β		10^{-3}			10^{-2}			10^{-1}		
		1	2	5	1	2	5	1	2	5
10^{-3}	5	4,6951	4,6649	4,5786	4,4474	4,2231	3,7415	3,2483	2,6891	1,9250
	6	4,5165	4,4890	4,4099	4,2888	4,0794	3,6214	3,1436	2,5957	1,8437
	7	4,3655	4,3400	4,2666	4,1536	3,9564	3,5185	3,0542	2,5165	1,7754
	8	4,2347	4,2109	4,1421	4,0357	3,8488	3,4282	2,9762	2,4478	1,7166
	9	4,1194	4,0969	4,0320	3,9313	3,7531	3,3478	2,9068	2,3870	1,6651
10^{-2}	1	4,0163	3,9950	3,9334	3,8374	3,6669	3,2752	2,8443	2,3325	1,6193
	2	3,3397	3,3250	3,2818	3,2133	3,0880	2,7829	2,4227	1,9714	1,3239
	3	2,9472	2,9354	2,9007	2,8452	2,7423	2,4844	2,1680	1,7579	1,1570
	4	2,6711	2,6611	2,6316	2,5842	2,4955	2,2691	1,9841	1,6056	1,0416
	5	2,4590	2,4502	2,4243	2,3826	2,3040	2,1007	1,8401	1,4272	0,9540
	6	2,2874	2,2795	2,2563	2,2188	2,1478	1,9626	1,7217	1,3905	0,8838
	7	2,1436	2,1365	2,1154	2,0812	2,0164	1,8458	1,6213	1,3088	0,8255
	8	2,0203	2,0138	1,9944	1,9630	1,9031	1,7448	1,5343	1,2381	0,7758
	9	1,9126	1,9066	1,8886	1,8595	1,8039	1,6559	1,4577	1,1760	0,7327
10^{-1}	1	1,8172	1,8116	1,7949	1,7677	1,7157	1,5768	1,3893	1,1207	0,6947
	2	1,2193	1,2159	1,2059	1,1895	1,1579	1,0714	0,9497	0,7665	0,4603
	3	0,9033	0,9010	0,8940	0,8825	0,8603	0,7986	0,7103	0,5739	0,3390
	4	0,7006	0,6989	0,6936	0,6850	0,6683	0,6218	0,5543	0,4482	0,2619
	5	0,5584	0,5570	0,5530	0,5463	0,5333	0,4969	0,4436	0,3591	0,2083
	6	0,4533	0,4522	0,4490	0,4437	0,4333	0,4041	0,3613	0,2927	0,1688
	7	0,3729	0,3720	0,3694	0,3651	0,3567	0,3330	0,2980	0,2415	0,1386
	8	0,3099	0,3092	0,3070	0,3035	0,2966	0,2770	0,2481	0,2012	0,1151
	9	0,2596	0,2590	0,2572	0,2543	0,2485	0,2323	0,2082	0,1690	963(-4)
1	1	0,2189	0,2184	0,2169	0,2144	0,2097	0,1961	0,1758	0,1427	812(-4)
	2	488(-4)	487(-4)	484(-4)	479(-4)	468(-4)	439(-4)	395(-4)	322(-4)	180(-4)
	3	130(-4)	130(-4)	129(-4)	128(-4)	125(-4)	117(-4)	106(-4)	862(-5)	481(-5)
	4	377(-5)	376(-5)	374(-5)	370(-5)	362(-5)	340(-5)	307(-5)	250(-5)	139(-5)
	5	115(-5)	114(-5)	114(-5)	112(-5)	110(-5)	104(-5)	934(-6)	763(-6)	423(-6)
	6	359(-6)	359(-6)	356(-6)	353(-6)	345(-6)	325(-6)	293(-6)	293(-6)	133(-6)
	7	115(-6)	115(-6)	114(-6)	113(-6)	111(-6)	104(-6)	941(-7)	769(-7)	425(-7)
	8	376(-7)	375(-7)	373(-7)	369(-7)	362(-7)	340(-7)	307(-7)	251(-7)	139(-7)
	9	124(-7)	124(-7)	123(-7)	122(-7)	119(-7)	112(-7)	102(-7)	830(-8)	458(-8)
	10	415(-8)	414(-8)	411(-8)	407(-8)	399(-8)	375(-8)	339(-8)	277(-8)	153(-8)

w \ β		I			I0			I00		
		I	2	5	I	2	5	I	2	5
$I0^{-6}$	I	5,3575	4,672I	3,7756	3,III0	2,467I	I,67I0	I,I36I	0,6879	0,2698
	2	5,0I4I	4,33I2	3,44I2	2,7857	2,I568	I,3944	0,8995	0,5045	0,I685
	3	4,8I36	4,I327	3,2474	2,5984	I,980I	I,2409	0,7725	0,4II3	0,I230
	4	4,67I6	3,9922	3,II09	2,467I	I,857I	I,I36I	0,6879	0,35I6	963(-4)
	5	4,56I7	3,8836	3,0055	2,366I	I,7633	I,0574	0,6256	0,309I	787(-4)
	6	4,47I9	3,795I	2,9I99	2,2844	I,6877	0,9948	0,5770	0,2768	662(-4)
	7	4,3962	3,7204	2,8478	2,2I58	I,6246	0,9432	0,5375	0,25II	568(-4)
	8	4,3306	3,6558	2,7856	2,I568	I,5706	0,8995	0,5045	0,2302	494(-4)
	9	4,4728	3,5989	2,7309	2,I050	I,5234	0,86I7	0,4763	0,2I27	436(-4)
$I0^{-5}$	I	4,22I2	3,548I	2,6822	2,0590	I,48I6	0,8285	0,45I9	0,I978	388(-4)
	2	3,8827	3,2I62	2,3660	I,7632	I,2I70	0,6256	0,309I	0,II66	I66(-4)
	3	3,6858	3,024I	2,I850	I,5965	I,07I6	0,5203	0,2402	8I8(-4)	929(-5)
	4	3,5468	2,8889	2,0588	I,48I5	0,9730	0,45I8	0,I978	62I(-4)	590(-5)
	5	3,4394	2,7848	I,9622	I,3943	0,8994	0,4024	I,I685	494(-4)	405(-5)
	6	3,35I9	2,7002	I,884I	I,3244	0,84I2	0,3645	0,I468	406(-4)	293(-5)
	7	3,278I	2,6290	I,8I89	I,2664	0,7934	0,334I	0,I300	342(-4)	220(-5)
	8	3,2I43	2,5677	I,7629	I,2I69	0,75[illegible]	0,3090	0,II66	292(-4)	I69(-5)
	9	3,I583	2,5I38	I,7I39	I,I739	0,7I80	0,2879	0,I056	253(-4)	I33(-5)
$I0^{-4}$	I	3,I082	2,4658	I,6704	I,I359	0,6878	0,2698	963(-4)	222(-4)	I07(-5)
	2	2,78I9	2,I549	I,3937	0,8992	0,5044	0,I684	494(-4)	842(-5)	206(-6)
	3	2,5937	I,9778	I,240I	0,772I	0,4III	0,I229	3I5(-4)	434(-5)	674(-7)
	4	2,46I7	I,8545	I,I352	0,6875	0,35I4	963(-4)	222(-4)	260(-5)	275(-7)
	5	2,360I	I,7604	I,0564	0,6252	0,3089	787(-4)	I66(-4)	I69(-5)	I29(-7)
	6	2,2778	I,6846	0,9937	0,5762	0,2766	66I(-4)	I29(-4)	II7(-5)	677(-8)
	7	2,2087	I,62I2	0,9420	0,5370	0,25I0	767(-4)	I03(-4)	834(-6)	383(-8)
	8	2,I492	I,5670	0,8982	0,5040	0,2300	494(-4)	84I(-5)	6I6(-6)	229(-8)
	9	2,097I	I,5I96	0,8603	0,4758	0,2I25	436(-4)	699(-5)	466(-6)	I42(-8)
$I0^{-3}$	I	2,0506	I,4776	0,827I	0,45I3	0,I976	388(-4)	590(-5)	36I(-6)	
	2	I,75I6	I,2II6	0,6238	0,3084	0,II64	I66(-4)	I69(-5)	555(-7)	
	3	I,5825	I,0652	0,5I82	0,2394	8I6(-4)	927(-5)	7I3(-6)	I49(-7)	
	4	I,4656	0,9658	0,4496	0,I970	6I9(-4)	588(-5)	360(-6)	534(-8)	
	5	I,3767	0,89I5	0,400I	0,I677	493(-4)	403(-5)	205(-6)	228(-8)	

Продолжение приложения 9

u \ β		I			I0			I00		
		I	2	5	I	2	5	I	2	5
	6	I,3054	0,8327	0,3620	0,I460	404(-4)	292(-5)	I26(-6)	I09(-8)	
	7	I,2460	0,7843	0,33I5	0,I292	340(-4)	2I9(-5)	82I(-7)		
	8	I,I953	0,7435	0,3064	0,II58	290(-4)	I69(-5)	553(-7)		
	9	I,I5I2	0,7083	0,2852	0,I047	252(-4)	I33(-5)	384(-7)		
	I	I,II22	0,6775	0,2670	955(-4)	22I(-4)	I06(-5)	274(-7)		
	2	0,8677	0,49I4	0,I658	487(-4)	83I(-5)	203(-6)	226(-8)		
	3	0,7353	0,3965	0,II97	308(-4)	426(-5)	662(-7)			
$I0^{-2}$	4	0,6467	0,3357	93I(-4)	2I6(-4)	253(-5)	269(-7)			
	5	0,58I2	0,2923	755(-4)	I60(-4)	I64(-5)	I26(-7)			
	6	0,5298	0,2593	630(-4)	I24(-4)	II2(-5)	655(-8)			
	7	0,4880	0,2332	536(-4)	982(-5)	799(-6)	368(-8)			
	8	0,4530	0,2II9	464(-4)	797(-5)	587(-6)	2I9(-8)			
	9	0,4230	0,I94I	406(-4)	658(-5)	442(-6)	I35(-8)			
	I	0,3970	0,I789	359(-4)	552(-5)	340(-6)				
	2	0,2452	97I(-4)	I43(-4)	I49(-5)	493(-7)				
	3	0,I729	629(-4)	752(-5)	592(-6)	I26(-7)				
	4	0,I296	44I(-4)	448(-5)	283(-6)	424(-8)				
$I0^{-I}$	5	0,I006	325(-4)	288(-5)	I5I(-6)	I7I(-8)				
	6	799(-4)	247(-4)	I95(-5)	873(-7)					
	7	646(-4)	I92(-4)	I37(-5)	534(-7)					
	8	529(-4)	I52(-4)	986(-6)	340(-7)					
	9	437(-4)	I22(-4)	728(-6)	223(-7)					
	I	365(-4)	993(-5)	547(-6)	I5I(-7)					
	2	760(-5)	I73(-5)	55I(-7)						
	3	I96(-5)	406(-6)	9II(-8)						
	4	558(-6)	I08(-6)	I89(-8)						
I	5	I67(-6)	309(-7)							
	6	5I9(-7)	926(-8)							
	7	I65(-7)	286(-8)							
	8	356(-8)								
	9	I76(-8)								
	I0									

Приложение 10

Значения функций e^x, $K_0(x)$, $e^x K_0(x)$

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$
0,0I0	I,0I0I	4,72I2	4,7687	0,078	I,08II	2,6726	2,8894
0,0I2	I,0I2I	4,5390	4,5938	0,080	I,0833	2,6475	2,8680
0,0I4	I,0I4I	4,3849	4,4467	0,082	I,0855	2,623I	2,8472
0,0I6	I,0I6I	4,25I4	4,3200	0,084	I,0876	2,5992	2,8270
0,0I8	I,0I82	4,I337	4,2088	0,086	I,0898	2,5759	2,8073
0,020	I,0202	4,0285	4,I098	0,088	I,0920	2,5532	2,788I
0,022	I,0222	3,9332	4,0207	0,090	I,0942	2,53I0	2,7694
0,024	I,0243	3,8463	3,9398	0,092	I,0964	2,5093	2,75II
0,026	I,0263	3,7664	3,8656	0,094	I,0986	2,488I	2,7333
0,028	I,0284	3,6924	3,7972	0,096	I,I008	2,4673	2,7I59
0,030	I,0305	3,6235	3,7339	0,098	I,I030	2,4470	2,6989
0,032	I,0325	3,559I	3,6749	0,I00	I,I052	2,427I	2,6823
0,034	I,0346	3,4986	3,6I96	0,II	I,II63	2,3333	2,6046
0,036	I,0367	3,44I6	3,5678	0,I2	I,I275	2,2479	2,5345
0,038	I,0387	3,3877	3,5I89	0,I3	I,I388	2,I695	2,4707
0,040	I,0408	3,3365	3,4727	0,I4	I,I503	2,0972	2,4I23
0,042	I,0429	3,2879	3,4289	0,I5	I,I6I8	2,0300	2,3585
0,044	I,0450	3,24I5	3,3574	0,I6	I,I735	I,9674	2,3088
0,046	I,047I	3,I973	3,3478	0,I7	I,I853	I,9088	2,2625
0,048	I,0492	3,I549	3,3I00	0,I8	I,I972	I,8537	2,2I93
0,050	I,05I3	3,II42	3,2739	0,I9	I,2093	I,80I8	2,I788
0,052	I,0534	3,0752	3,2393	0,20	I,22I4	I,7527	2,I408
0,054	I,0555	3,0376	3,2062	0,2I	I,2337	I,7062	2,I049
0,056	I,0576	3,00I5	3,I744	0,22	I,246I	I,6620	2,07I0
0,058	I,0597	2,9666	3,I437	0,23	I,2586	I,6I99	2,0389
0,060	I,06I8	2,9329	3,II42	0,24	I,27I3	I,5798	2,0084
0,062	I,0640	2,9003	3,0858	0,25	I,2840	I,54I5	2,9793
0,064	I,066I	2,8688	3,0584	0,26	I,2969	I,5048	I,95I7
0,066	I,0682	2,8382	3,03I9	0,27	I,3I00	I,4697	I,9253
0,068	I,0704	2,8086	3,0052	0,28	I,323I	I,4360	I,9000
0,070	I,0725	2,7798	2,98I4	0,29	I,3364	I,4036	I,8758
0,072	I,0747	2,75I9	2,9573	0,30	I,3499	I,3720	I,8526
0,074	I,0768	2,7247	2,9340	0,3I	I,3634	I,3425	I,8304
0,076	I,0790	2,6983	2,9II3	0,32	I,377I	I,3I36	I,8089

Продолжение приложения I0

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$
0,33	I,39I0	I,2857	I,7883	0,69	I,9937	0,67II	I,3380
0,34	I,4050	I,2587	I,7685	0,70	2,0I38	0,6605	I,330I
0,35	I,4I9I	I,2327	I,7493	0,7I	2,0340	0,650I	I,3223
0,36	I,4333	I,2075	I,7308	0,72	2,0544	0,6399	I,3I47
0,37	I,4477	I,I832	I,7I29	0,73	2,075I	0,6300	I,3072
0,38	I,4623	I,I596	I,6956	0,74	2,0959	0,6202	I,2998
0,39	I,4770	I,I367	I,6789	0,75	2,II70	0,6I06	I,2926
0,40	I,49I8	I,II45	I,6627	0,76	2,I383	0,60I2	I,2855
0,4I	I,5068	I,0930	I,6470	0,77	2,I598	0,5920	I,2785
0,42	I,5220	I,072I	I,63I7	0,78	2,I8I5	0,5829	I,27I6
0,43	I,5373	I,05I8	I,6I69	0,79	2,2034	0,5740	I,2649
0,44	I,5527	I,032I	I,6025	0,80	2,2255	0,5653	I,2582
0,45	I,5683	I,0I29	I,5886	0,8I	2,2479	0,5568	I,25I7
0,46	I,584I	0,9943	I,5750	0,82	2,2705	0,5484	I,2452
0,47	I,6000	0,976I	I,56I7	0,83	2,2933	0,5402	I,2389
0,48	I,6I6I	0,9584	I,5489	0,84	2,3I64	0,532I	I,2326
0,49	I,6323	0,94I2	I,536J	0,85	2,3397	0,5242	I,2265
0,50	I,6437	0,9244	I,524I	0,86	2,3632	0,5I65	I,2205
0,5I	I,6653	0,908I	I,5I22	0,87	2,3869	0,5088	I,2I45
0,52	I,6820	0,892I	I,5006	0,88	2,4I09	0,50I3	I,2086
0,53	I,6989	0,8766	I,4892	0,89	2.435I	0,4940	I,2029
0,54	I,7I60	0,86I4	I,478I	0,90	2,4596	0,4867	I,I972
0,55	I,7330	0,8466	I,4673	0,9I	2,4843	0,4796	I,I9I6
0,56	I,7507	0,832I	I,4567	0,92	2,5093	0,4727	I,I860
0,57	I,7683	0,8I80	I,4464	0,93	2,5345	0,4658	I,I806
0,58	I,7860	0,8042	I,4363	0,94	2,5600	0,459I	I,I752
0,59	I,8040	0,7907	I,4262	0,95	2,5857	0,4524	I,I6I9
0,60	I,822I	0,7775	I,4I67	0,96	2,6II7	0,4459	I,I647
0,6I	I,8404	0,7646	I,4073	0,97	2,6379	0,4396	I,I595
0,62	I,8589	0,7520	I,3980	0,98	2,6645	0,4333	I,I544
0,63	I,8776	0,7397	I,3889	0,99	2,69I2	0,427I	I,I494
0,64	I,8965	0,7277	I,3800	I,00	2,7I83	0,42I0	I,I445
0,65	I,9I55	0,7I59	I,37I3	I,I	3,0042	0,3656	I,0983
0,66	I,9348	0,7043	I,3627	I,2	3,320I	0,3I85	I,0575
0,67	I,9542	0,6930	I,3543	I,3	3,6693	0,2782	I,02I0
0,68	I,9739	0,6820	I,346I	I,4	4,0552	0,2437	0,988I

Продолжение приложения I0

x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	x	e^x	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$
I,5	4,48I7	0,2I38	0,9582	3,2	24,5325	0,0276	0,6770
I,6	4,9530	0,I880	0,9309	3,3	27,II26	0,0246	0,6673
I,7	5,4739	0,I655	0,9059	3,4	29,964I	0,0220	0,6580
I,8	6,0496	0,I459	0,8828	3,5	33,II55	0,0I96	0,6490
I,9	6,6859	0,I288	0,86I4	3,6	36,5982	0,0I75	0,6405
2,0	7,389I	0,II39	0,84I6	3,7	40,4473	0,0I56	0,6322
2,I	8,I662	0,I008	0,8230	3,8	44,70I2	0,0I40	0,6243
2,2	9,0250	0,0893	0,8057	3,9	49,4025	0,0I25	0,6I66
2,3	9,9742	0,079I	0,7894	4,0	54,5982	0,0II2	0,6993
2,4	II,0232	0,0702	0,7740	4,I	60,3403	0,0I00	0,6022
2,5	I2,I825	0,0623	0,7596	4,2	66,6363	0,0089	0,5953
2,6	I3,4637	0,0554	0,7455	4,3	73,6998	0,0080	0,5887
2,7	I4,8797	0,0493	0,7329	4,4	8I,4509	0,007I	0,5823
2,8	I6,4446	0,0438	0,7206	4,5	90,0I7I	0,0064	0,576I
2,9	I8,I742	0,0390	0,7089	4,6	99,4843	0,0057	0,570I
3,0	20,0855	0,0347	0,6978	4,7	I09,9472	0,005I	0,5643
3,I	22,I980	0,03I0	0,687I	4,8	I2I,5I04	0,0046	0,5586

Приложение II

Таблица значений функции $\overline{Ei}(x)$

x	0	I	2	3	4	5	6	7	8	9
I,	I,895	2,I67	2,442	2,72I	3,007	3,30I	3,605	3,92I	4,250	4,594
2,	4,954	5,333	5,733	6,I54	6,60I	7,074	7,576	8,II0	8,679	9,286
3,	9,934	I0,63	I0,37	I2,I6	I3,0I	I3,93	I4,9I	I5,96	I7,09	I8,32
4,	I9,63	2I,05	22,58	24,23	26,0I	27,93	30,0I	32,26	34,70	37,33
5,	40,I9	43,28	46,62	50,26	54,I9	58,47	63,I0	68,I3	73,60	79,54
6,	85,99	93,00	I00,6	I08,9	II7,9	I27,7	I38,4	I50,I	I62,7	I76,5
7,	I9I,5	207,9	226,7	245,I	266,3	289,4	3I4,6	342,0	372,0	404,7
8,	440,4	479,3	52I,8	568,2	6I8,9	674,3	734,7	800,7	872,9	95I,7
9,	I038,0	II32,0	I235,0	I347,0	I47I,0	I605,0	I752,0	I9I3,0	2089,0	2282,0
I0,	2492,0	2723,0	2975,0	325I,0	3553,0	3884,0	4246,0	4642,0	5076,0	555I,0
II,	607I,0	664I,0	7265,0	7949,0	8698,0	95I8,0	I0420	II400	I2480	I3660
I2,	I4960	I6380	I7940	I9640	2I5I0	23570	258I0	28280	30980	33950

ЛИТЕРАТУРА

1. Аверьянов С. Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод.- В кн.: Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. М. Изд. АН СССР, 1956.

2. Афанасьев Е. Ф., Николаевский В. Н. Нелокально-упругий режим фильтрации и восстановления давления в глубинных пластах. ПМТФ, 1969, №5.

3. Бан А. и др. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. М.,Гостоптехиздат , 1962.

4. Баренблатт Г. И., Крылов А. П. Об упруго- пластическом режиме фильтрации.- Изв. АН СССР, ОТН, 1953, №2.

5. Баренблатт Г. И. О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме. -Изв. АН СССР, ОТН,1954, №9.

6. Баренблатт Г. И. и др. Об определении параметров нефтеносного пласта по данным о восстановлении давления в остановленных скважинах.-Изв. АН СССР, ОТН, 1957, №11.

7. Биндеман Н. Н. Оценка эксплуатационных запасов подземных вод. М, Госгеолтехиздат, 1963.

8. Боревский Б.В. , Самсонов Б. Г., Язвин Л.С. Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. М, "Недра", 1973.

9. Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. М., Госстройиздат, 1961.

10. Бочевер Ф. М. и др. Основы гидрогеологических расчетов. М., "Недра", 1965.

11. Бочевер Ф.М. Теория и практические методы расчета эксплуатационных запасов подземных вод. М., "Недра", 1968.

12. Бузинов С. Н., Умрихин И.Д. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М,"Недра",1973.

13. Веригин Н. Н. Движение подземных вод вблизи водохранилищ, каналов, подпертых бьефов и методы расчета подпора и потерь на фильтрацию. Сб."Труды института ВОДГЕО", М., Госстройиздат, 1958.

14. Веригин Н. Н. Методы определения фильтрационных свойств горных пород. М., Госстройиздат , 1962.

15. Воробков Л. Н. и др. Водопонижение в гидротехническом строительстве. М., Госстройиздат, 1960.

16. Гасс П.М. Опыт определения гидрогеологических параметров по результатам стационарных наблюдений за режимом напорных вод. Сб. "Вопросы изучения прогноза режима подземных вод". М., изд. ВСЕГИНГЕО,Вып. 23.

17. Георгиевский В. Б. Унифицированные алгоритмы расчета фильтрационных характеристик грунтов при натурных наблюдениях в неустановившемся режиме. Сб."Труды координационных совещаний по гидротехнике", вып.25, М.-Л., "Энергия" 1966.

18. Георгиевский В. Б. Унифицированные алгоритмы для определения фильтрационных параметров. Справочник. Киев,"Наукова думка", 1971.

19. Жернов И. Е., Шестаков В. М. Моделирование фильтрации подземных вод. М., "Недра",1971.

20. Котов И. Г., Мироненко В. А., Сердюков Л. И. О влиянии жесткости слоев,перекрывающих водоносный горизонт, на закономерности упругого режима фильтрации. ПМТФ , 1971, №2.

21. Корн Г. , Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., "Наука", 1968.

22. Мироненко В. А. Об учете гидростатических и гидродинамических сил в неоднородных (слоистых) толщах горных пород. – " Труды ВНИМИ ", сб.57, Л., 1965.

23. Мироненко В. А., Сердюков Л. И. Обработка результатов опытных откачек, проведенных в условиях двухслойной толщи.– "Разведка и охрана недр", 1968, №10.

24. Мироненко В. А., Сердюков Л. И. Применение метода интегральных соотношений при анализе результатов опытных откачек в слоистых толщах. –Изв. ВУЗов, "Геология и разведка", 1969, №11.

25. Мироненко В. А., Сердюков Л. И. Об учете сжимаемости глинистых пород при откачках из напорных водоносных горизонтов.– "Разведка и охрана недр",1970,№11.

26. Мироненко В. А., Сердюков Л. И., Котов И. Г. О влиянии сжимаемости "водоупорных" пород на процесс фильтрации в водоносных пластах. Зап. ЛГИ, т. LXII, вып.2, Л.,1971.

27. Норватов Ю. А. Установление гидрогеологических параметров методами аналогового моделирования. "Разведка и охрана недр", 1973, №1.

28. Носова О. Н. Расчет водоотдачи песчаных грунтов. М.-Л. Госэнергоиздат, 1962.

29. Опытно-фильтрационные работы. Под ред. Шестакова В.М. и Башкатова Д.Н. М., "Недра", 1974.

30. Руководство по дренированию карьерных полей. Разд.1 и 11. Л., 1968 (ВНИМИ).

31. Руководство по дренированию карьерных полей. Разделы 111 и 1У, Л.,1968,(ВНИМИ).

32. Руппенейт К. В. Механические свойства горных пород. М., Углетехиздат, 1956.

33. Сердюков Л. И., Антонов В. В. Опыт определения фильтрационных параметров слоистых водоносных толщ. "Труды ВНИМИ",сб. LXXXУ1, Л., 1972.

34. Скабалланович И. Н. О продолжительности откачек при опробывании водоносных горизонтов.-"Разведка и охрана недр",1968,№1.

35. Справочное руководство гидрогеолога. Т.1 и 2, Л., "Недра",1967.

36. Стрельцова Т. Д., Шестаков В. М. Определение гидрогеологических параметров безнапорных пластов по данным опытных откачек из совершенных скважин."Труды ВСЕГИНГЕО",вып.1,М.,1967.

37. Требования к гидрогеологическим исследованиям на месторождениях ,осваиваемых открытым способом.Руководство по дренированию карьерных полей. Разделы У и У1,1970. (ВНИМИ).

38. Флорин В. А. Теория уплотнения земляных масс. М., Стройиздат,1948.

39. Хантуш М. С. Анализ данных опытных откачек из скважин в водоносных горизонтах с перетеканием. Сб. "Вопросы гидрогеологических расчетов", М.,"Мир ",1964.

40. Хантуш М. С. Новое в теории перетекания. Сб. "Вопросы гидрогеологических расчетов",М.,"Мир",1964.

41. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат,1963.

42. Шестаков В. М. Об определении гидрогеологических параметров пласта по данным опытных откачек в условиях неустановившейся фильтрации.-"Разведка и охрана недр", 1962,№2.

43. Шестаков В. М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа. М., изд-во МГУ, 1965.

44. Шестаков В. М. К гидродинамике открытых пьезометрических скважин."Труды ВСЕГИНГЕО",вып.1,1967.

45. Шестаков В. М. Динамика подземных вод. М., изд-во МГУ,1973.

46. Boulton N.S. Analysis of data from non-equilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage. "Proc.Inst.Civ.Eng.", V26, 1963.

47. Hantush M.S. Hydraulics of wells. "Advances in hydroscience", V1, N.Y.-L.,1964.

СОДЕРЖАНИЕ

стр.

Введение 3

1. Краткая характеристика основных фильтрационных параметров 6
   1.1. Коэффициент фильтрации и проводимость . 6
   1.2. Водоотдача и упругая водоотдача 8
   1.3. Коэффициенты уровнепроводности и пьезопроводности 10
   1.4. Некоторые дополнительные фильтрационные параметры 11

2. Основные дифференциальные уравнения фильтрации и их решения в связи с определением фильтрационных параметров . . 12
   2.1. Исходные дифференциальные уравнения фильтрации 12
   2.2. Гидродинамическая типизация пластов, граничные и начальные условия фильтрации . 14
   2.3. Простейшие аналитические решения установившейся фильтрации, используемые для определения фильтрационных параметров . 15
   2.4. Основные решения неустановившейся фильтрации, используемые для определения фильтрационных параметров 19
   2.5. Основные сведения о методах определения фильтрационных параметров по результатам откачек 33

3. Методика интерпретации результатов опытных откачек. 39
   3.1. Качественная интерпретация результатов и предварительная оценка общих закономерностей фильтрации при кустовых откачках. . 40
   3.2. Основные способы определения фильтрационных параметров в неограниченном изолированном однородном горизонте 43
   3.3. Определение параметров изолированных водоносных горизонтов при типовых граничных условиях. 56

Стр.

3.4. Определение параметров слоистых водоносных толщ при установившемся режиме фильтрации с учетом перетекания 60
3.5. Методы определения параметров слоистых толщ по результатам опытных откачек при неустановившемся режиме с учетом перетекания 62
3.6. Определение параметров слоистых водоносных толщ с помощью приближенных решений, полученных методом интегральных соотношений . 65
3.7. Некоторые замечания о методах интерпретации одиночных опытных откачек 75

4. Методика интерпретации результатов гидрогеологических наблюдений, проводимых в период эксплуатации месторождений . . . 77
4.1. Качественная интерпретация результатов гидрогеологических наблюдений 78
4.2. Определение основных фильтрационных параметров по результатам гидрогеологических наблюдений 81
4.3. Интерпретация результатов опытно-эксплуатационного водопонижения 88

5. Специальные методы определения фильтрационных параметров. 96
5.1. Операционный метод 97
5.2. Метод В. Б. Георгиевского 100
5.3. Определение гидрогеологических параметров на электрических моделях 102

Приложение 1. Специальные математические функции, используемые при гидрогеологических расчетах. 110
Приложение 2. Таблица значений функции $-Ei(-z)$ . . 113
Приложение 3. Таблица значений функции $A(p,\tau)$ . . 115
Приложение 4. Таблица значений функции $G(\tau)$ . . 117
Приложение 5. Интеграл вероятности $\Phi(\lambda)$ 118
Приложение 6. Таблица значений функции $S(\bar{x},\tau)$. 119
Приложение 7. Таблица значений функции $T(\bar{x},\tau)$ . . 120
Приложение 8. Таблица значений функции $W(u, r/B)$ 121
Приложение 9. Таблица значений функции $H(u,\beta)$ 127
Приложение 10. Значения функции e^x, $K_0(x)$, $e^x K_0(x)$ 131
Приложение 11. Таблица значений функции $\bar{E}i(x)$. 134
Литература 135

Редактор Л.А.Пахоменко
Технический редактор А.Г.Образцова

Подписано к печати 16/X-74 г. М-26051
Формат бумаги 60x90/16 Печ.л. 9 Тираж 500

Цех ВНИМИ Заказ № 57 Цена 1 р.10к

gost.e-ecolog.ru