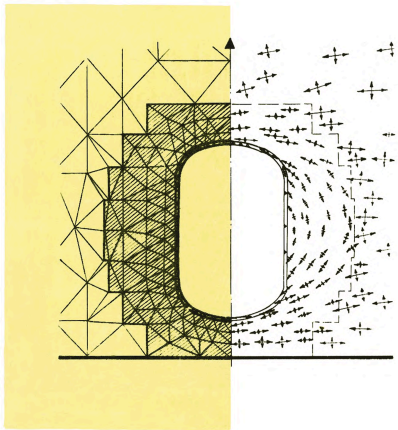


Методические указания по применению метода конечных элементов для решения плановых задач фильтрации подземных вод на ЭЦВМ

Белгород 1979

gost.e-ecolog.ru

МИНИСТЕРСТВО ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ СССР

С О Ю З Р У Д А

Всесоюзный научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт по осушению месторождений полезных ископаемых, специальным горным работам, рудничной геологии и маркшейдерскому делу

В И О Г Е М

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ПО ПРИМЕНЕНИЮ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПЛАНОВЫХ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД НА ЭЦВМ

Белгород
1979

УДК 681.3:556.3

Настоящие методические указания предназначены для численного моделирования на ЭЦВМ методом конечных элементов (МКЭ) нестационарных плановых задач фильтрации. Программы написаны на языке ФОРТРАН-2. Приводится тестовый пример расчета для случая напорно-безнапорного режима. Авторы программ: Васильев В.А., Карачевцев Н.Ф., Ломакин А.В., Бабин В.И., Мозговой И.Ф., Муравьева Т.И.

Работа выполнена Васильевым В.А., Карачевцевым Н.Ф., Топчим Г.Е. под общим руководством канд. физ.-мат. наук, доцента В.А.Васильева и утверждена научно-техническим советом института ВИОГЕМ 7 сентября 1978 г. в качестве методических указаний.

© Всесоюзный научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт по осушению месторождений полезных ископаемых, специальным горным работам, рудничной геологии и маркшейдерскому делу (ВИОГЕМ), 1979.

I. ВВЕДЕНИЕ

Разработка обводненных месторождений полезных ископаемых связана с проведением ряда мероприятий по осушению водоносных горизонтов. Этому предшествует решение задач фильтрации подземных вод. Фильтрационные процессы, происходящие в естественных природных условиях, очень сложны и только математические модели позволяют изучать их наиболее полно и достаточно надежно.

В настоящее время бурно развивается вычислительная математика, что неразрывно связано с развитием средств вычислительной техники и в первую очередь быстродействующих ЭЦВМ. Численные методы глубоко проникли во все традиционные методы инженерных расчетов. Более того, как отмечает А.А.Самарский [8] " ... в настоящее время появился новый способ теоретического исследования сложных процессов, допускающих математическое описание или математическое моделирование - вычислительный эксперимент, т.е. исследование реальных процессов средствами вычислительной математики".

Вычислительный эксперимент проводится на тщательно подготовленной математической модели процесса, реализованной на ЭЦВМ. Разработанный алгоритм и отлаженная программа образуют действующую математическую модель. Например, можно создать действующую модель напорного или безнапорного потока в условиях стационарного или нестационарного режима, модель напорно-безнапорного потока, потока, протекающего в слоистой толще, пространственного потока и т.п. Такие модели легко превращаются в постоянно действующие модели конкретных гидрогеологических объектов, систем осушения и т.д. Можно с уверенностью утверждать, что, по мере развития вычислительных средств, с появлением ЭВМ новых поколений, вычислительное экспериментирование будет успешно развиваться и расширяться.

Гидрогеологу, не специалисту в области вычислительной математики, трудно ориентироваться в тонкостях современной математики. Практика показывает, что лишь те методы, которые отличаются простотой, наглядностью, способностью удобно согласовывать математические параметры с геологическими и гидрогеологическими представлениями, получили наибольшее распространение в фильтрационных расчетах. К таким методам относятся ЭГДА, моделирование на аналоговых ЭВМ и интеграторах. С внедрением в практику фильтрационных расчетов ЭЦВМ получил широкое распространение метод конечных разностей (МКР). Однако в силу специфики реализации этого метода на ЭЦВМ гидрогеологу, привыкшему при аналоговом моделировании оперировать физически ощутимыми величинами и понятиями, такими, как филь-

трационные сопротивления, емкости, стало труднее следить за процессом моделирования и контролировать результаты, ибо для этого необходимо более глубоко и профессионально вникать в сферу программирования и математические тонкости той вычислительной схемы, которая заложена в программу. В последние годы стремительно развивается метод конечных элементов (МКЭ), который, с одной стороны, принадлежит к разновидности МКР, а, с другой, обладает такими же достоинствами, в смысле простоты, наглядности, гибкости и физической доступности, что ЭГДА и АВМ. Кроме того, этот метод по целому ряду других достоинств обладает более широкими возможностями, чем метод аналогового моделирования.

МКЭ в настоящее время очень популярен [1,2,3,4,5,7]. В монографии "Теория метода конечных элементов" [3] Г.Стренг и Дж.Фикс пишут: "МКЭ удивительно успешно применяется в самых различных задачах. Он был создан для решения сложных уравнений теории упругости и строительной механики и оказался гораздо эффективнее метода конечных разностей", и далее: " ... вероятно, конечные элементы стали наиболее употребительным средством вычислительной математики во всем мире". Важной особенностью МКЭ является то, что он очень хорошо реализуется на ЭЦВМ. Как показала практика использования МКЭ в институте ВИОГЕМ [7], постоянно действующие модели стационарных и нестационарных потоков определенной структуры (плановые напорные, безнапорные, напорно-безнапорные) позволяют удобно осуществлять вычислительный эксперимент. Эти модели легко учитывают фильтрационную неоднородность среды, локальные особенности потока и сложную конфигурацию границ, многовариантность смены граничных условий и параметров. Программы, реализующие метод, надежны и просты в эксплуатации.

Цель настоящих методических указаний - изложить основные вопросы методики численного моделирования на ЭЦВМ по методу МКЭ нестационарных плановых задач фильтрации.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ

Метод конечных элементов применительно к фильтрационным расчетам рассматривается ниже как метод моделирования и осуществления вычислительного эксперимента для плановых нестационарных потоков подземных вод, описываемых обобщенным уравнением Буссинеска [6],

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_1 \frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho_2 \frac{\partial h}{\partial y}\right)+W=\rho_3 \frac{\partial h}{\partial t}\quad , \qquad (1)$$

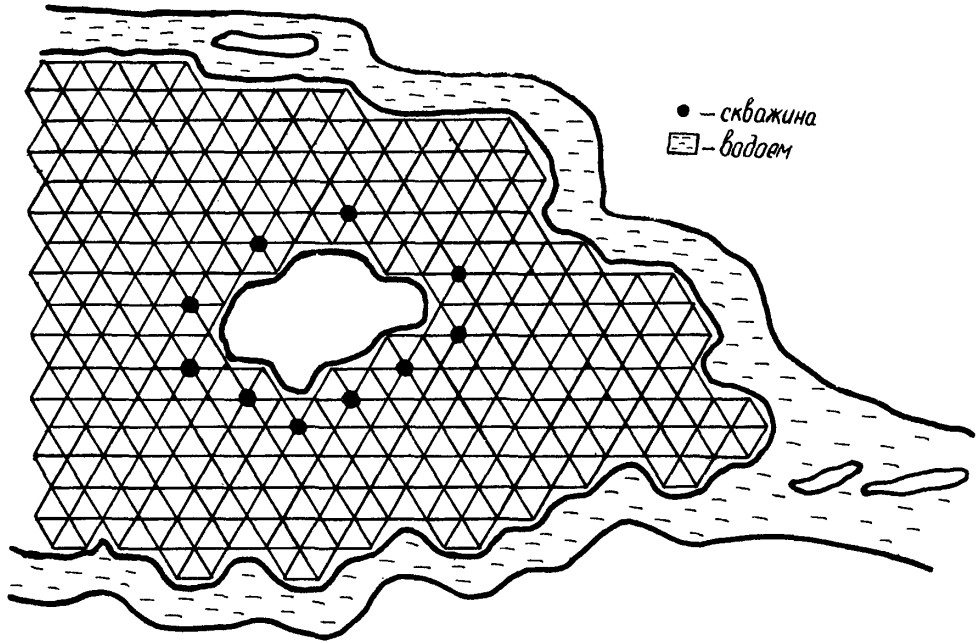


Рис.I. Пример триангуляции области фильтрации.

где $P_1(x,y), P_2(x,y), P_3(x,y)$ – заданные функции; $h(x,y,t)$ – напор (уровень) грунтовых вод; W – интенсивность площадного питания (инфильтрация); t – время.

В зависимости от характера планового потока функции P_1, P_2, P_3 приобретают следующий смысл:

а) <u>напорный поток</u> $P_1=T_x; P_2=T_y; P_3=\mu^*$, где T_x, T_y – фильтрационная проводимость пласта в направлении координатных осей; μ^* – коэффициент упругой водоотдачи;

б) <u>безнапорный поток</u> $P_1=K_x(h-h_0); P_2=K_y(h-h_0); P_3=\mu_g$, где K_x, K_y – коэффициенты фильтрации в направлении осей x и y; $h_0(x,y)$ – отметка водоупора; μ – коэффициент гравитационной водоотдачи;

в) <u>напорно-безнапорный поток.</u> Функции P_1, P_2, P_3 принимают значения, соответствующие пп. а) и б) для соответствующих зон.

В общем случае решение уравнения (I) должно удовлетворять условиям:

I) начальное условие $h(x,y,0)=\varphi_0(x,y)$;

2) условие I рода $h(x,y,t)|_{\Gamma_1}=\varphi_1(x,y)$;

3) условие II рода $q(x,y,t)|_{\Gamma_2}=\varphi_2(x,y,t)$;

где q – расход потока на участке границы Γ_2.

Как и при моделировании на моделях-сетках, идея МКЭ проста: сплошная область фильтрации заменяется дискретной. Дискретизация производится путем разбивки области на непересекающие друг друга подобласти – конечные элементы. Алгоритм и программы, рассматриваемые ниже, используют конечные элементы в виде треугольников произвольной формы. Пример такой триангуляции показан на рис.I. Пронумеруем все треугольники области от I до MM, а все вершины их (узлы) – от I до NN.

Выделим какой-нибудь треугольник $\Delta(i,j,k)$ с вершинами $M_i(x_i,y_i)$, $M_j(x_j,y_j)$, $M_k(x_k,y_k)$ (рис.2). Обозначим напоры $h(x,y,t)$ в узлах через h_i, h_j, h_k и будем считать, что в пределах треугольника параметры P_1, P_2, P_3, а также производная $\frac{\partial h}{\partial t}$ – постоянны. Энергия, отнесенная к единице массы, запасенная жидкостью на некоторый фиксированный момент времени, для треугольника будет определяться выражением

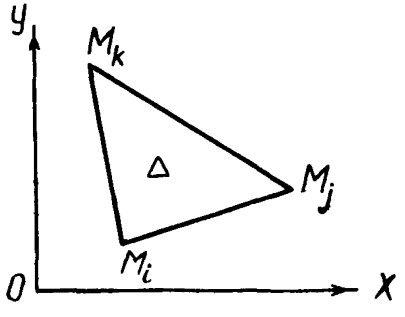


Рис.2. Треугольный конечный элемент.

$$\mathcal{J}(h)=\iint_{\Delta}\left\{\frac{1}{2}\left[P_1\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2+P_2\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2\right]-h\left(W-P_3\frac{\partial h}{\partial t}\right)\right\}dx\,dy-\int h\varphi_2\,dy, \quad (2)$$

причем последний интеграл берется по периметру треугольного элемента, так что φ_2 означает приточность со стороны треугольников, окружающих рассматриваемый.

Как доказывается в вариационном исчислении, задачу интегрирования уравнения (I) можно заменить задачей минимизации функционала (2) [I], распространенного на всю область фильтрации. Решая эту последнюю задачу, поступим следующим образом.

Предположим, что в пределах треугольника функция $h(x,y,t)$ представима линейной функцией координат,

$$h(x,y,t)=N_i(x,y)h_i(t)+N_j(x,y)h_j(t)+N_k(x,y)h_k(t), \quad (3)$$

где $N_s=\frac{1}{2}(a_s+b_s x+c_s y);\ (s=i,j,k).$ (4)

При этом a_s, b_s, c_s, Δ выражаются через координаты вершин треугольника следующим образом [I,2]:

$$a_i=x_j y_k-x_k y_i;\quad a_j=x_k y_i-x_i y_k;\quad a_k=x_i y_j-x_j y_i;$$
$$b_i=y_j-y_k;\quad b_j=y_k-y_i;\quad b_k=y_i-y_j$$
$$c_i=x_k-x_j;\quad c_j=x_i-x_k;\quad c_k=x_j-x_i$$

$$\Delta=\frac{1}{2}\left[(x_i-x_j)(y_i-y_k)-(x_i-x_k)(y_i-y_j)\right].$$

Теперь интеграл $\mathcal{J}$ по треугольной области будет функцией узловых значений h_i, h_j, h_k

$$\mathcal{J}(h)=\mathcal{J}^*(h_i,h_j,h_k).$$

Чтобы найти минимум $\mathcal{J}^*$ по переменным h_i, h_j, h_k, полагаем

$$\frac{\partial \mathcal{J}^*}{\partial h_i}=0;\quad \frac{\partial \mathcal{J}^*}{\partial h_j}=0;\quad \frac{\partial \mathcal{J}^*}{\partial h_k}=0.$$

В результате получим основные уравнения метода конечных элементов для треугольника, которые удобно записать в матричной форме*

$$[g]\times\{h\}+[m]\times\frac{\partial}{\partial t}\{h\}=\{\bar{W}\}+\{\bar{q}\}, \quad (5)$$

где элементы матриц определяются выражениями

$$g_{ij}=\iint_{\Delta}\left(P_1\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x}+P_2\frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y}\right)dx\,dy; \quad (6)$$

---

* Отчет по теме № 32-76. Разработка алгоритмов и программ по реализации метода конечных элементов в задачах осушения и геомеханики для ЭЦВМ БЭСМ-4М Фонды ВИОГЕМ, Белгород, 1977, 198 с.

$$m_{ij} = \iint_{\Delta} P_3 N_i N_j \, dx \, dy; \tag{7}$$

$$\bar{W}_i = \iint_{\Delta} w N_i \, dx \, dy; \tag{8}$$

$$\bar{q}_i = \int_{l_2} q N_i \, dl. \tag{9}$$

В развернутом виде эти соотношения имеют вид

$$g_{ij} = \frac{1}{4\Delta}(P_2 B_i B_j + P_2 C_i C_j);$$

$$g_{ik} = \frac{1}{4\Delta}(P_1 B_i B_k + P_2 C_i C_k);$$

$$g_{jk} = \frac{1}{4\Delta}(P_1 B_j B_k + P_2 C_j C_k);$$

$$g_{ii} = -(g_{ij} + g_{ik}); \; g_{jj} = -(g_{ij} + g_{jk}); \; g_{kk} = -(g_{ik} + g_{jk}); \tag{10}$$

$$m_{ii} = m_{jj} = m_{kk} = P_3 \frac{\Delta}{6};$$

$$m_{ij} = m_{ik} = m_{jk} = P_3 \frac{\Delta}{12},$$

причем, как это легко заметить, матрицы симметричны: $g_{ij} = g_{ji}$ и

$$m_{ij} = m_{ji}, \; \bar{W} = W\frac{\Delta}{3}, \; \bar{q} = q_i,$$

где q_i есть приток в узел i со стороны треугольников, окружающих данный.

Элементы матрицы $[g]$ имеют простой физический смысл. В развернутом виде уравнения (5) имеют вид

$$g_{ij}(h_j - h_i) + g_{ik}(h_k - h_i) + \frac{P_3\Delta}{12}(2h_i + h_j + h_k) = W\frac{\Delta}{3} + q_i;$$

$$g_{kj}(h_k - h_j) + g_{ij}(h_i - h_j) + \frac{P_3\Delta}{12}(h_i + 2h_j + h_k) = W\frac{\Delta}{3} + q_j; \tag{11}$$

$$g_{ik}(h_j - h_k) + g_{ik}(h_i - h_k) + \frac{P_3\Delta}{12}(h_i + h_j + 2h_k) = \frac{W\Delta}{3} + q_k.$$

Структура этих уравнений позволяет трактовать коэффициенты g_{ij} как фильтрационную проводимость некоторых фиктивных лент тока, по которым жидкость якобы перемещается от одного узла к другому. Матрицу $[g]$ называют матрицей фильтрационных проводимостей треугольного элемента. Если вместо проводимостей g_{ij} рассматривать величину $z_{ij} = \frac{1}{g_{ij}}$, так называемые фильтрационные сопротивления, то можно указать следующую геометрическую схему построения фиктивных лент тока для треугольника [9]. Вначале определяется точка пересечения медиатрисс треугольника $O_м$ (медиатриссой стороны треугольника называется прямая, перпендикулярная стороне и проходящая через ее середину). Простые построения, показанные на

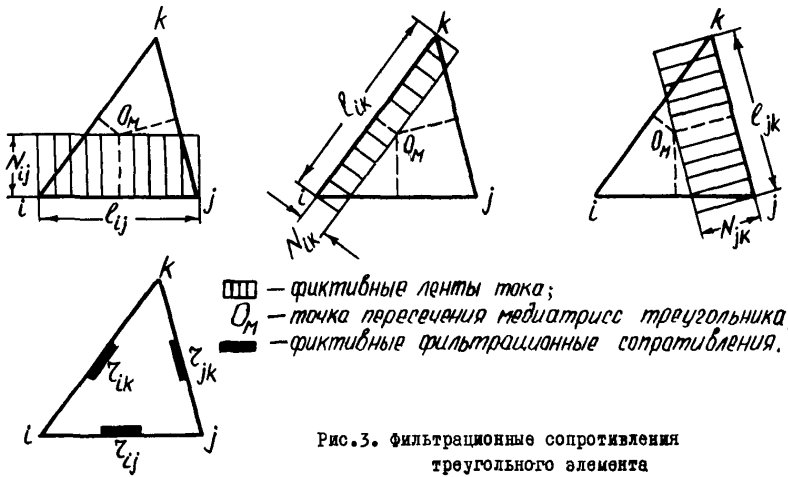


Рис.3. Фильтрационные сопротивления треугольного элемента

рис.3, позволяют определить длину l_{ij} и N_{ij} - ширину ленты тока для каждой стороны треугольника. Легко показать, что

$$r_{ij} = \frac{l_{ij}}{N_{ij}} ,$$

причем, численно

$$r_{ij} = \frac{1}{g_{ij}} .$$

Для прямоугольных треугольников (рис.4) точка пересечения медиатрисс лежит на гипотенузе, и проводимость вдоль нее оказывается равной нулю. Для таких треугольников формулы, определяющие проводимость g_{ij} , совпадают с хорошо известными формулами подсчета электрических проводимостей при моделировании на аналоговых электрических машинах.

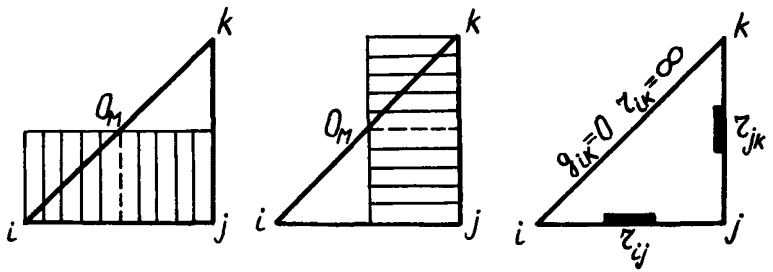


Рис.4. Фильтрационные сопротивления прямоугольного треугольника.

Для выяснения физического смысла матрицы $[m]$ рассмотрим матричное произведение $[m]\times[\dot{h}]$, где, как и выше, точка над h означает производную по времени. В треугольном элементе проведем медианы (рис.5).

Легко видеть, что

$$[m]\times[\dot{h}] = \frac{\rho_3 \Delta}{12} \begin{Bmatrix} 2\dot{h}_i + \dot{h}_j + \dot{h}_k \\ \dot{h}_i + 2\dot{h}_j + \dot{h}_k \\ \dot{h}_i + \dot{h}_j + 2\dot{h}_k \end{Bmatrix} = \frac{\rho_3 \Delta}{3} \begin{Bmatrix} \dot{h}_{icp} \\ \dot{h}_{jcp} \\ \dot{h}_{kcp} \end{Bmatrix} = \rho_3 \begin{Bmatrix} \dot{V}_{icp} \\ \dot{V}_{jcp} \\ \dot{V}_{kcp} \end{Bmatrix} ,$$

и, следовательно, $\dot{V}_{icp}$ означает средний объем жидкости, отнесенный к соответствующему узлу.

Так как

$$[m]\times[\dot{h}] \approx \frac{\rho_3 \Delta}{3} \begin{Bmatrix} \frac{\Delta h_{cp}}{\Delta t} \end{Bmatrix} = \rho_3 \begin{Bmatrix} \frac{\Delta V_{cp}}{\Delta t} \end{Bmatrix} ,$$

то матрицу $[m]$ можно назвать матрицей распределения влагоемкости по площади треугольного элемента или просто - матрицей влагоемкости элемента.

Система (5) представляет собой систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотрим теперь расчетный интервал времени $\Delta\tau$

$$\tau \le t \le \Delta\tau + \tau .$$

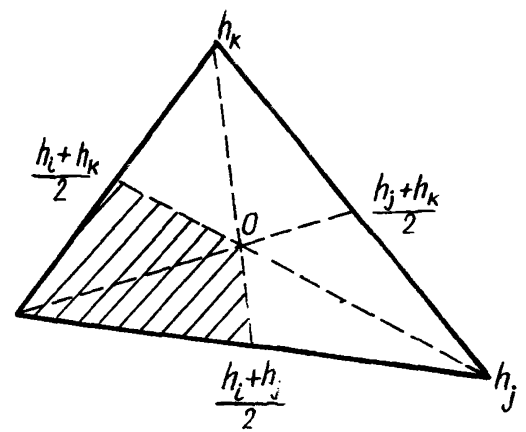
Заменив производную по времени $\{\dot{h}\}$ конечно-разностным отношением

$$\{\dot{h}\} = \frac{1}{\Delta\tau}\left(\{h\}_{\Delta\tau+\tau} - \{h\}_{\tau}\right),$$

из уравнения (5) получим следующее рекурентное соотношение:

$$\left([g] + \frac{1}{\Delta\tau}[m]\right) \times \{h\}_{\Delta\tau+\tau} = \frac{1}{\Delta\tau}[m] \times \{h\}_{\tau} + \{\bar{w}\} + \{\bar{q}\}, \qquad (12)$$

которое позволяет, по известному значению вектора $\{h\}_{\tau}$ в начальный момент времени, определить значение этого вектора на расчетный момент времени. Такая вычислительная процедура носит название схемы Либмана и широко используется при вычислениях. Исследования показывают, что схема эта устойчива и равномерно сходится.



▨ – емкостная окрестность узла

Рис.5. Емкостные характеристики треугольного элемента.

Произведем в уравнении (12) необходимые операции сложения и умножения над матрицами тогда получим следующую основную систему МКЭ для треугольного элемента:

$$[P] \times \{h\}_{\Delta\tau+\tau} = \{Vh\}_{\tau} + \{q\}, \qquad (13)$$

где $[P] = [g] + \frac{1}{\Delta\tau}[m]$; $\{Vh\} = \frac{1}{\Delta\tau}[m] \times \{h\}_{\tau}$; $\{q\} = \{\bar{w}\} + \{\bar{q}\}$.

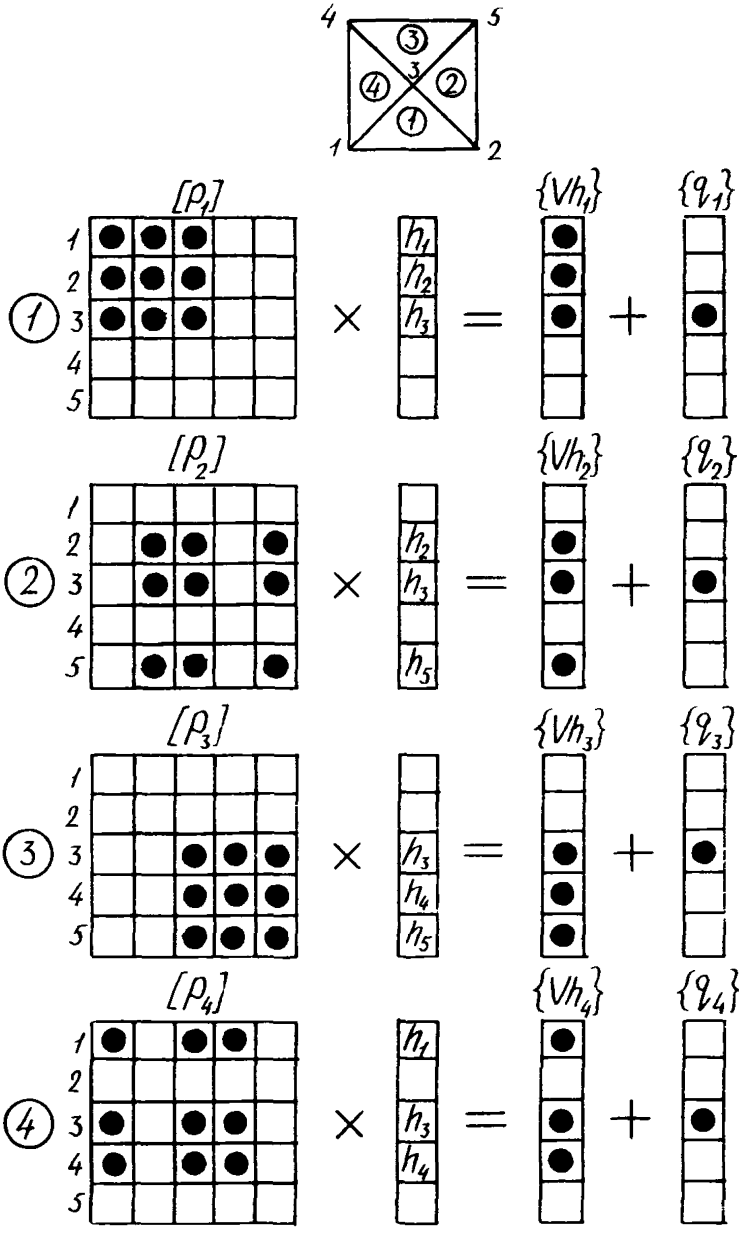


Рис.6. Схема формирования уравнений МКЭ отдельных элементов.

Чтобы составить систему уравнений для всех неизвестных hi в области фильтрации, нужно теперь объединить уравнения (I3) для всех элементов области. Получается система уравнений вида

$$[G] \times \{h\}_{\Delta\tau+\tau} = [VQ]_{\tau} , \qquad (I4)$$

где матрица системы $[G]$ имеет размеры $NN \times NN$, симметрична и обладает ленточной структурой. Составление матрицы $[G]$ для больших NN является трудоемким процессом и производится специальной программой на ЭЦВМ.

Поясним на простом примере, как строится система уравнений (I4). На рис.6 показана схема последовательного формирования уравнений (I3) для четырех треугольников. Элементы изображены кружками, пустые клетки – нулями.

На рис.7 показана структура уравнений системы. В тех клетках, в которых произошло сложение элементов, кружки заменены прямоугольниками. Вследствие симметрии матрицы $[G]$ и ее полосовой структуры в оперативной памяти ЭВМ хранится только верхняя полуполоса матрицы шириной KW.

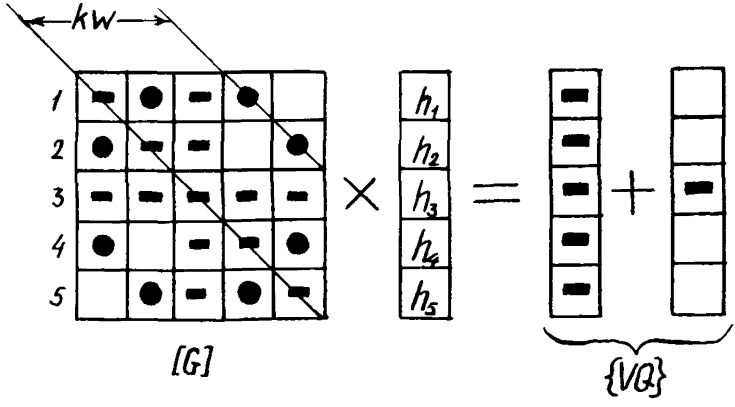


Рис.7. Схема формирования системы уравнений МКЭ.

После того, как на расчетный момент $\tau+\Delta\tau$ будут найдены неизвестные напоры h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, расходы в этих узлах q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 определятся из уравнения

$$\{Q\}_{\tau+\Delta\tau} = [G] \times \{h\}_{\Delta\tau+\tau} - \{\overline{VQ}\}_{\tau} .$$

Расчет на следующий момент времени $\tau+2\Delta\tau$ производится аналогично, для чего вычисленные значения напоров принимаются за на-

чальные условия для этого шага по времени. Процедура вычислений прекращается, если будут исчерпаны все заданные временные шаги.

Метод конечных элементов сравнительно просто применяется и для моделирования на ЭЦВМ фильтрации в слоистых толщах, состоящих из водоносных пластов, разделенных слабопроницаемыми глинистыми слоями. Схематически геологическая структура такой трехслойной системы показана на рис.8.

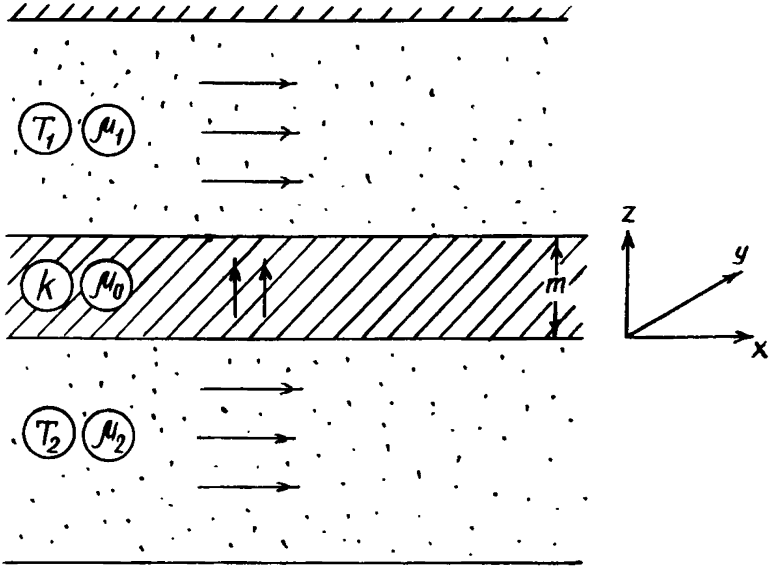


Рис.8. Схема слоистой водоносной системы.

Задача о неустановившейся фильтрации применительно к такой схеме решается на основе следующей системы уравнений [6]:

$$\mu_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(T_1 \frac{\partial h_1}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T_1 \frac{\partial h_1}{\partial y}\right) + K \frac{\partial h_0}{\partial z}\Big|_{z=m}$$

$$\mu_0 \frac{\partial h_0}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(Km \frac{\partial h_0}{\partial z}\right),$$

$$\mu_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(T_2 \frac{\partial h_2}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T_2 \frac{\partial h_2}{\partial y} - K \frac{\partial h_0}{\partial z}\Big|_{z=0}\right), \quad (15)$$

где h_0 – напор в слабопроницаемой прослойке. Применяя ко второму уравнению (15), описывающему вертикальное течение в прослойке, метод конечных элементов, положим

$$h_0(z,t) = \frac{m-z}{m} h_2(t) + \frac{z}{m} h_1(t), \quad (16)$$

тогда, после преобразования, получим

$$\left.\frac{\partial h_0}{\partial z}\right|_{z=0} = \frac{h_2 - h_1}{m} + \frac{\mu_0}{K}\left(\frac{1}{3}\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{6}\frac{\partial h_1}{\partial t}\right); \qquad (17)$$

$$\left.\frac{\partial h_0}{\partial z}\right|_{z=m} = \frac{h_2 - h_1}{m} - \frac{\mu_0}{K}\left(\frac{1}{3}\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{1}{6}\frac{\partial h_2}{\partial t}\right). \qquad (18)$$

Подставив выражения (17) и (18) в систему (15), получим систему уравнений

$$\begin{aligned}
\left(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_0\right)\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{1}{6}\mu_0\frac{\partial h_2}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(T_1\frac{\partial h_1}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T_1\frac{\partial h_1}{\partial y}\right) + \frac{K}{m}(h_2 - h_1)\\
\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_0\right)\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{6}\mu_0\frac{\partial h_1}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(T_2\frac{\partial h_2}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T_2\frac{\partial h_2}{\partial y}\right) - \frac{K}{m}(h_2 - h_1)
\end{aligned} \qquad (19)$$

Разбивая верхний и нижний пласты на конгруэнтные треугольники (рис.9), получим следующее основное уравнение МКЭ, аналогичное уравнению (5)

$$[g]\times\{h\} + [m]\times\{\dot{h}\} = \{q\}, \qquad (20)$$

где матрицы-коэффициенты имеют вид

$$[g] = \begin{bmatrix} [g_1]+[B] & -[B] \\ -[B] & [g_2]+[B] \end{bmatrix} \qquad [m] = \begin{bmatrix} [m_1] & [m_0] \\ [m_0] & [m_2] \end{bmatrix}, \qquad (21)$$

причем $[g_1]$ и $[g_2]$ – матрицы проводимости для верхнего и нижнего треугольника соответственно. Остальные обозначения имеют следующий смысл.

$[B] = \frac{K}{m}[d]$; $[m_1] = (\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_0)[d]$,

$[m_2] = (\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_0)[d]$; $[m_0] = \frac{1}{6}\mu_0[d]$,

$$[d] = \frac{\Delta}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

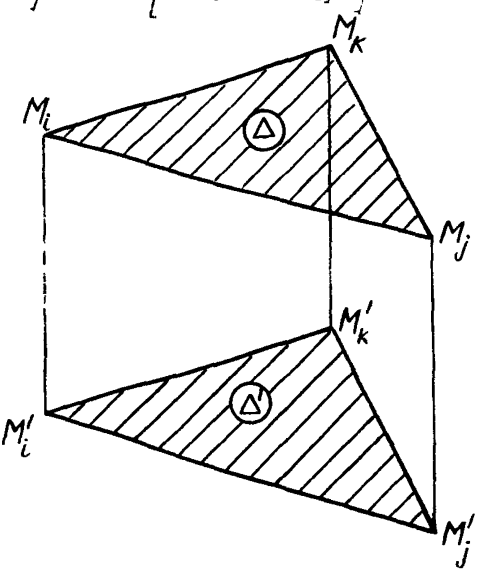


Рис.9. Конечно-элементная схема слоистой системы.

Векторы $[h]$ и $[\dot{h}]$ имеют шесть строк и характеризуют узловые напоры и производные по времени для верхнего и нижнего треугольника

$$[h]=[h_{1i}, h_{1j}, h_{1k}, h_{2i}, h_{2j}, h_{2k}]^T;$$

$$[\dot{h}]=[\dot{h}_{1i}, \dot{h}_{1j}, \dot{h}_{1k}, \dot{h}_{2i}, \dot{h}_{2j}, \dot{h}_{2k}],$$

где T – означает операцию транспонирования.

Составление системы уравнений, подобных системе (I4), происходит по схеме, описанной выше.

Начальные и граничные условия задаются для каждого слоя отдельно. Описание программы для рассматриваемой схемы ниже не приводится, так как изменения алгоритма незначительны. Следует заметить, что подобного рода задачи требуют примерно в 2,5 раза большего объема памяти ЭЦВМ по сравнению с задачами однослойной схемы и решение их происходит медленнее.

3. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Схематично алгоритм можно представить в виде шести блоков (рис.I0).

I. **Блок I – ввод** исходных данных.

Вводится информация: номер варианта задачи (NB), количество элементов (MM), количество вершин треугольников (узлов NN), значение расчетного интервала времени (TN), шаг по времени для выдачи результата расчета ($TMAX$), конечное значение времени расчета ($TKOH$) и величина (EPS) – максимальная абсолютная разность двух последующих приближений расчета напоров (уровней).

Этот блок осуществляет ввод следующих массивов данных: $XX(NN), YY(NN)$ – координаты вершин треугольников рассматриваемой области фильтрации; $NM(3,MM)$ – номера узлов, окружающих данный треугольник; $ОПП(MM)$ и $ОКП(MM)$ – отметки подошвы и кровли пласта в пределах каждого элемента; $ФК(MM)$ – коэффициент фильтрации или фильтрационная проводимость элемента; $WW(MM)$ и $WU(MM)$ – гравитационная и упругая влагоемкость элемента соответственно; $VH(NN)$ – узловые значения напоров (уровней) на начальный момент времени.

Узловые значения граничных условий задаются массивом $PP(NN)$, причем, если в некотором узле с номером i задан напор hi, то этому узлу присваивается значение $PP = hi$, если задан расход Qi, то $PP = Qi$. Выборка этих значений осуществляется при помощи массива признаков граничных условий $NP(NN)$. Массив NP состоит из

упорядоченных по всем номерам узлов нулей и единиц и строится следующим образом: если в узле задается граничное условие первого рода (h), то с ним связывается единица, если задается условие второго рода (Q), то - нуль. Таким образом, массивы $pp(NN)$ и $NP(NN)$ связаны между собой

$$PP_i = \begin{cases} h(i) & \text{если } NP(i)=1 \\ Q(i) & \text{если } NP(i)=0 \end{cases}$$

Блок I оформлен в виде специальной подпрограммы "Ввод".

2. Блоки 2 и 3 работают совместно и оформлены в виде подпрограммы. Вначале формируются матрицы проводимости $[g]$ и влагоемкости $[m]$ для каждого элемента и осуществляется их сложение.

Полученное значение отсылается на соответствующее место линейного массива SM, и тем самым осуществляется построчное формирование элементов матрицы левой части выражения (I2) для всей матрицы $[C]$.

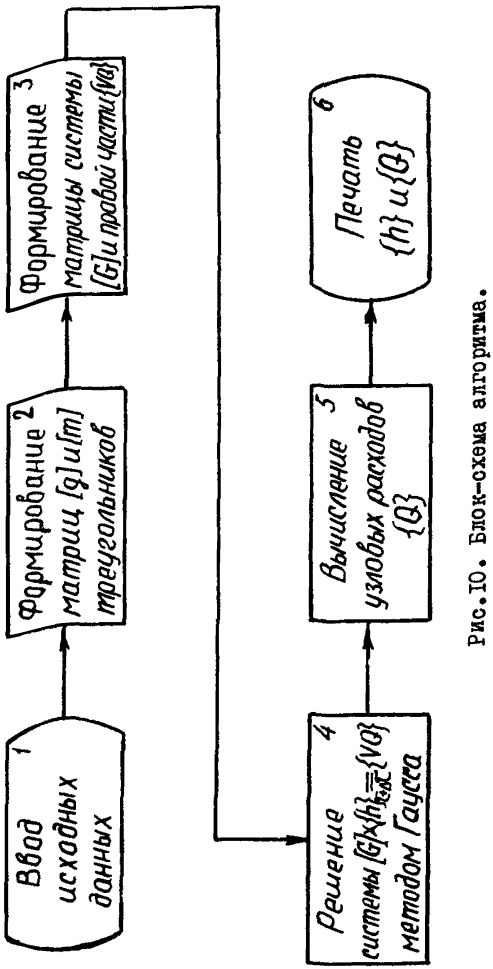


Рис.I0. Блок-схема алгоритма.

Вследствие того, что матрица системы $[G]$ - симметрична и ленточной структуры, в памяти ЭЦВМ хранится только верхняя наддиагональная ее часть, занимающая $KW \times NN$ ячеек, где KW - ширина полуполосы матрицы. Одновременно с матрицей формируется вектор правой части выражения (I2)

$$\{VQ\} = \frac{1}{\Delta\tau}[m] \times \{h\}_\tau + \{\bar{W}\} + \{\bar{Q}\},$$

где τ – начальный момент времени.

3. Блок 4 осуществляет решение системы линейных алгебраических уравнений

$$[G] \times \{h\}_{\tau+\Delta\tau} = \{VQ\}_\tau$$

методом исключения Гаусса. Результатом работы этого блока является массив узловых значений напоров (уровней) $VH(NN)$ на расчетный момент времени.

4. Блок 5 осуществляет расчет значений расходов в узлах области на расчетный момент времени.

Расходы определяются как вектор

$$\{Q\}_{\tau+\Delta\tau} = [G] \times \{h\}_{\tau+\Delta\tau} - \frac{1}{\Delta\tau}[m] \times \{h\}_\tau - \{\bar{W}\}.$$

5. Блок 6 осуществляет выдачу на широкую печать АЦПУ таблицы рассчитанных узловых значений напоров(уровней) h и расходов Q.

Если расчет продолжается для следующего интервала времени, то полученные значения h принимаются за начальное распределение и процедура повторяется сначала, причем массив h при необходимости можно вывести на перфокарты.

При расчетах напорной фильтрации матрица $[G]$ формируется один раз для данной задачи. Для безнапорного режима она формируется в пределах одного временного шага несколько раз, в зависимости от задания величины EPS, так как в этом случае приходится подбирать проводимость пласта $K(h-h_0)$. Точно также подбирается матрица $[G]$ и для напорно-безнапорного режима, причем уточняется не только проводимость безнапорной зоны, но и величина коэффициента влагоемкости для напорной и безнапорной зоны.

4. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММ

Программы объединены в комплекс МКЭНФ и предназначены для решения плановых нестационарных задач фильтрации в режимах: I) напорном (программа МКЭННЛ); 2) безнапорном (программа МКЭБНН); напорно-безнапорном (программа МКЭНБН). Допускается задание граничных условий I и II рода.

Программы написаны и отлажены на алгоритмическом языке ФОРТРАН, транслятор Ф-20. Часть подпрограмм написана на Автокоде. Оригиналы программ хранятся на перфокартах, ГОСТ 6I98-75, в фонде алго-

ритмов и программ МИР института ВИОГЕМ. Транслированные программы записаны на магнитной ленте. Для работы с одной из программ необходимо переписать ее с ленты на магнитные барабаны (см.п.5. Инструкция к пользованию программами).

Максимальное число узловых точек области NN = 500; максимальное число треугольников MM=800; максимальная разность номеров узлов в каждом треугольнике равна 29. Время вычисления для одного шага по времени зависит от числа узлов области и ширины полос KW. При ширине полосы KW = 29 и числе узлов области NN = 200 время расчета для одного временного шага T_T = 4 мин. При решении безнапорных и напорно-безнапорных задач время расчета $T_S = T_T \cdot S$, где S - число итераций.

Ввод всего исходного материала осуществляется подпрограммой ввода. На выходе программы печатается:

1) номер варианта;

2) число узловых точек области;

3) число элементов;

4) максимальная разность номеров узлов в треугольнике (ширина полосы);

5) начальное распределение напоров и расходов;

6) расчетное время;

7) значение напоров и расходов на данный момент времени для каждого узла.

Выдача по пп. 6) и 7) повторяется.

Программы предусматривают промежуточную выдачу результатов на перфокарты. Такая необходимость может возникнуть при длительном времени решения задачи. На перфокарты выдается значение вектора напоров на расчетный момент времени. При продолжении решения полученный массив используется как вектор начальных условий.

Опыт использования программ для решения практических задач показывает, что при выборе шага по времени необходимо исходить из конкретных особенностей структуры потока. Получение априорных оценок погрешности решения во многих случаях затруднительно. Не всегда можно заранее оценить степень влияния той или иной особенности потока на характер решения, на ход вычислительного процесса и его погрешность. Выход из этого затруднения может быть найден путем составления тестов, которые должны отражать существенные стороны данной гидрогеологической схемы. На таких тестах можно проверить приспособленность алгоритма к правильному воспроизведению и отражению особенностей потока и выявить характер влияния на решение гидрогеологической задачи.

5. ИНСТРУКЦИЯ К ПОЛЬЗОВАНИЮ ПРОГРАММАМИ

Для работы с программами готовится следующая информация:

I) информационная карта.(см.п.7. Пример подготовки исходной информации);

2) массив $XX(NN)$ - x - координаты вершин треугольников;

3) массив $YY(NN)$ - y - координаты вершин треугольников;

4) массив $PP(NN)$ - граничные условия в узлах сетки,

$$PP(i) = \begin{cases} Q(i) & \text{при } NP = 0 \\ h(i) & NP = I \end{cases};$$

5) массив $VH(NN)$ - начальное распределение напоров (уровней) по узлам;

6) массив $FK(MM)$ - значения коэффициентов фильтрации для каждого треугольника. При решении напорных задач (по программе МКЭННЛ) в этом массиве записываются значения проводимостей;

7) массив $WW(MM)$ - значение коэффициента водоотдачи при решении напорных и безнапорных задач. При решении напорно-безнапорных задач в этот массив записываются значения коэффициента водоотдачи для безнапорного режима;

8) массив $WU(MM)$ - значения коэффициента упругой водоотдачи. Этот массив вводится только при решении напорно-безнапорных задач;

9) массив ОПП (MM) - отметки подошвы пласта для каждого треугольника;

I0) массив $OKP(MM)$ - отметки кровли пласта. Вводится только при решении напорно-безнапорных задач.

Все данные по пунктам I-I0 вводятся бесформатным вводом и заносятся на перфокарты на KY. После каждого из данных пп. I-5 ставится своя контрольная сумма.

Массивы 6-I0 вводятся также бесформатным вводом, но формируются в зоны по 60 кодов,т.е.после каждых пяти полных перфокарт ставится контрольная сумма. Только в последней зоне может быть меньше, чем 60 кодов;

II) массив $NP(NN)$ - признаки граничных условий. Вводится форматным вводом по формату JI. При подготовке исходных данных записывается на бланках ФОРТРАН и заносится на перфокарты на УПП. При $NP(i) = 0$ в узле i задан расход величиной $PP(i)$ при $NP(i) = I$ в узле i задан уровень величиной $PP(i)$;

I2) массив $NM(3,MM)$- номера узлов, окружающих треугольник. *Вводится по формату* I9.

Для работы по одной из программ ее переписывают с ленты на маг-

нитные барабаны. Для работы с программами комплектуется колода перфокарт с директивами ОС-М220.

I. Для вызова программы расчета напорной фильтрации комплектуются директивы.

I. ВЫЗОВ ОС
2. <РАБОТА
3. <РАСПРЕД ДИ = ФИЛЬТР, ДР = МБ
4. <ПЕРЕПИСЬ ДИ
5. <ЗАГРУЗИТЬ МКЭННЛ

II. Для вызова программы расчета безнапорной фильтрации комплектуются директивы.

I. ВЫЗОВ ОС
2. <РАБОТА
3. <РАСПРЕД ДИ = ИПВС МКЭБ НН, ДР = МБ
4. <ПЕРЕПИСЬ ДИ
5. <РАСПРЕД ДИ = ИПВС.ПОЛОСА, ДР = МБ
6. <ПЕРЕПИСЬ ДИ
7. <ЗАГРУЗИТЬ МКЭБНН

III. Для вызова программы расчета напора-безнапорной фильтрации комплектуются директивы.

I. ВЫЗОВ ОС
2. <РАБОТА
3. <РАСПРЕД ДИ = ИПВС.МКЭНБН, ДР = МБ
4. <ПЕРЕПИСЬ ДИ
5. <РАСПРЕД ДИ = ИПВС.ПОЛОСА, ДР = МБ
6. <ПЕРЕПИСЬ ДИ
7. <ЗАГРУЗИТЬ МКЭНБН

После вызова программы вводятся исходные данные.

Для выдачи вектора $\{h\}$ на перфокарты необходимо на КЗУ1 набрать произвольный код, отличный от нуля. Если значения КЗУ1 отлично от нуля во время выдачи результатов расчета на печать, то происходит обращение к подпрограмме ПЕРФ, которая осуществляет выдачу вектора $\{h\}$ на перфокарты. Выданный массив ставится в читающее устройство и нажатием клавиши "Пуск машины" производится фиктивный ввод с контрольным суммированием. При несовпадении контрольной суммы нажатием "Пуск машины" выдача повторяется.

6. РАСПЕЧАТКА ПРОГРАММЫ МКЭНБН, ПРЕДНАЗНАЧЕННОЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАПОРНО-БЕЗНАПОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

```
1           PROGRAM МКЭНБН
2           DIMENSION XX,УУ,PP,УН(500)
3           EXTERNAL ЧТЗУ,ЗПЗУ,УПЕРФ
4           УНН=3НУНН;УQ=2НУQ;НН=2ННН;УНС=3НУНС;NM=2HNM;ФК=2НФК;
            SM=2HSM
5           NP=2HNP;ОПП=3НОПП;WW=2HWW
6           WU=2HWU;ОКП=3НОКП
7           CALL LOADGO(2,2,11,УQ,1,500,НН,1,500,УНС,1,500,NM,1,
            800,ФК,1,800,W
8          *W,1,800,WU,1,800,ОПП,1,800,ОКП,1,800,NP,1,500,SM,1,
            15000,5HRMOZУ)
9           CALL LOADGO(XX,УУ,УН,PP,NP,ФК,WW,WU,ОПП,ОКП,TN,TMAX,
            TKOH,NM,MM,NN,
10         *NB,EP,ЧТЗУ,ЗПЗУ,6НВВДНБН)
11          TП=TAMX;T=TN
12          CALL LOADGO(NM,MM,NN,KW,ЧТЗУ,6HPOLOSA)
13          DO5I=1,NN
14          CALL ЗПЗУ(УН(I),УНС,I)
15    5     CALL ЗПЗУ(УН(I),НН,I)
16          КК=0
17          ITEP=0
18          GOTO 10078
19    10086 CONTINUE
20          CALL LOADGO(XX,УУ,УQ,УНС,НН,SM,ФК,ОПП,ОКП,WW,WU,TN,
            KW,NN,MM,NM,ЧТЗ
21         *У,ЗПЗУ,6НМАТНБН)
22          DO 10150 I=1,NN
23          IF(ЧТЗУ(NP,I))10150,10149,10150
24    10149 CALL ЗПЗУ(ЧТЗУ(УQ,I)+PP(I),УQ,I)
25    10150 CONTINUE
26          CALL LOADGO(SM,NN,УQ,KW,PP,NP,ЧТЗУ,ЗПЗУ,6НМОДИФ1)
27          CALL LOADGO(УQ,SM,KW,NN,УН,ЧТЗУ,ЗПЗУ,5НГАУСС)
28    201   ST=0
29          DO 10075 I=1,NN
30          РАЗ=ABS(УН(I)-ЧТЗУ(НН,I))
31    10075 ST=AMAX(ST,РАЗ)
```

```
32          IF(ST-EP)10200,10200,10077
33    10077 DO 10079 I=1,NN
34          R=ЧТЗУ(НН,I);R=0.5*(R+ЧН(I))
35          CALL ЗПЗУ(R,НН,I)
36    10079 CONTINUE
37    341    ITEP=ITEP+1
38          GOTO 10086
39    10200 CONTINUE
40    351   PRINT 3510,ITEP
41    361   ITEP=0
42    3510  FORMAT(1X,'ЧИСЛО ИТЕРАЦИЙ=',2X,I4///)
43    1     КК=КК+1;T=T+TN
44          IF(T-TMAX)10186,10186,10087
45    10186 DO 10201 I=1,NN
46          CALL ЗПЗУ(ЧН(I),НН,I)
47    10201 CALL ЗПЗУ(ЧН(I),ЧНС,I)
48          GOTO 10086
49    10087 CONTINUE
50          CALL LOADGO(ХХ,УУ,ЧН,ЧQ,ЧНС,НН,ФК,ОШП,ОКП,WW,W1,TN,
            КЧ,NM,MM,NN,ЧТЗ
51         *У,ЗПЗУ,6НРАСНВН)
52          T=T-TN
53    10078 CONTINUE
54          CALL LOADGO (КК,T,ЧН,ЧQ,NN,КW,ЧТЗУ,ЗПЗУ,УПЕРФ,
            6НПЕЧНВН)
55     10076  DO 7000 I=1,NN
56          CALL ЗПЗУ(ЧН(I),НН,I)
57    7000  CALL ЗПЗУ(ЧН( I),ЧНС,I)
58          IF(КК)10099,10086,10099
59    10099 TMAX=TMAX+TП
60          T=T+TN
61          IF(TMAX-TКОН)10086,10086,10088
62    10088 STOP
63          END
```

```
1           SUBROUTINE ВВДНВН(XX,УУ,УН,РР,NР,ФК,WW,WU,ОШП,ОКП,
            TN,TMAX,TKOH,NM,
2           *MM,NN,NB,ЕР,ЧТЗУ,ЗПЗУ)
3           DIMENSION XX,УУ,РР,УН(1)
4           DIMENSION ФФ(60),NR(72)
5     770   FORMAT(I1)
6     771   FORMAT(I9)
7           CALL ВВОД 1(УН,TMAX,TKOH,NN,MM,ЕР,NB)
8           CALL ВВОДМ(XX,NN)
9           CALL ВВОДМ(УУ,NN)
10          CALL ВВОДМ(РР,NN)
11          CALL ВВОДМ(УН,NN)
12    C
13    C     ВВОД МАССИВОВ ФК,ОКП,ОШП
14    C
15          IПЕ=1
16    39    IF(IПЕ-6)38,63,63
17    38    IF(MM-60)40,41,41
18    40    КФ=MM;GOTO 42
19    41    КФ=60
20    42    I=1
21    13    CALL ВВОДМ(ФФ,КФ);GOTO(60,61,611,62,622,63),IПЕ
22    60    DO 6 J=1,КФ
23    6     CALL ЗПЗУ(ФФ(J),ФК,I+J-1)
24    7     IF(I+60-MM)11,11,12
25    11    IF(I+120-MM)15,15,16
26    15    I=I+60;GOTO 13
27    16    I=I+60:КФ=MM-I+1;GOTO 13
28    12    IПЕ=IПЕ+1;GOTO 39
29    61    DO 53 J=1,КФ
30    53    CALL ЗПЗУ(ФФ(J),WW,I+J-1
31          GOTO 7
32    611   DO 633 J=1,КФ
33    533   CALL ЗПЗУ(ФФ(J),WU,I+J-1)
34          GOTO 7
```

```
35  62      DO 54 J=1,КФ
36  54      CALL ЗПЗУ(ФФ(J),ОПП,I+J-1)
37          GOTO 7
38   622    DO 544 J=1,КФ
39  544     CALL ЗПЗУ(ФФ(J),ОКП,I+J-1)
40          GOTO 7
41   C
42   C      ВВОД МАССИВОВ NP И NM
43   C
44   63     I=1
45   47     READ 770,(NR(J),J=1,72)
46          DO 44 J=1,72
47   44     CALL ЗПЗУ(NR(J),NP,I+J-1)
48          IF(I+72-NN) 45,45,46
49   45     I=I+72;GOTO 47
50   46     I=1
51   51     READ 771,(NR(J),J=1,8)
52          DO 48 J=1,8
53   48     CALL ЗПЗУ(NR(J),NM,I+J-1)
54          IF(I+8-MM)49,49,50
55   49     I=I+8;GOTO 51
56   50     PRINT 1006,NB
57          PRINT 1005,NN
58          PRINT 1004,MM
59  1006    FORMAT(56X,'ВАРИАНТ',3X,I5///)
60  1005    FORMAT(12X,'ЧИСЛО УЗЛОВ РАВНО',I5///)
61  1004    FORMAT(12X,'ЧИСЛО ЭЛЕМЕНТОВ РАВНО',I6///)
62          RETURN
63          END
```

```
1          SUBROUTINE MATHBH(XX,УУ,УQ,УНС,НН,SM,ФК,СПП,ОКП,WW,WU,
           TN,КW,NN,MM,
2         *NM,ЧТЗУ,ЗПЗУ)
3          DIMENSION X,У,H,NR(3),A,AA,B(3,3),XX,УУ(1)
4   10002  FORMAT(1X,'ПЛОЩАДЬ ЭЛЕМЕНТА',2X,I4,'РАВНА НУЛЮ'///)
5   3      FORMAT (1X,'ПЕРЕПЕНИЖЕНИЕ В ЭЛЕМЕНТЕ',2X,I4///)
6          КУ=КW*NN
7   10086  DO 11125 I=1,NN
8   11125  CALL ЗПЗУ(0.,УQ,I)
9          DO 10027 I=1,КУ
10  10027  CALL ЗПЗУ(0.,SM,I)
11         DO 10148 I=1,MM
12  10085  NM1=ЧТЗУ(NM,I)
13         NR(I)=NM1/1000000
14         NR1=NM1-NR(1)*1000000
15         NR(2)=NR1/1000
16         NR(3)=NR1-NR(2)*1000
17         DO 10028 J=1,3
18         NPN=NR(J)
19         H(J)=ЧТЗУ(НН,NPN)
20         X(J)=XX(NPN)
21   10028 У(J)=УУ(NPN)
22         X21=X(2)-X(1);X13=X(1)-X(3);X32=X(3)-X(2);У12=У(1)-
           У(2)
23         У23=У(2)-У(3);У31=У(3)-У(1)
24         S=(X21*У31-X13*У22)/2
25         IF(S)10029,10030,10129
26  10029  S=-S
27         GOTO 10129
28  10030  PRINT 10002,I
29  10129  НСР=(H(I)+H(2)+H(3))/3
30         ПП=ЧТЗУ(ОПП,I);ФК1=ЧТЗУ(ФК,I);ПК=ЧТЗУ(ОКП,I)
31         IF(НСР-ПК)16,16,17
32  16     ВК=ЧТЗУ(WW,I);НСР=НСР-ПП;GOTO 770
33   17    ВК=ЧТЗУ(WU,I);НСР=ПК-ПП;GOTO 770
34   770   IF(НСР)1,1,2
```

```
35    1       PRINT 3,I
36    4       ФК1=0.0001;GOTO777
37    2       ФК1=ФК1*НСР;D=S*ВК/(12*TN);GOTO777
38    777     ФК1=ФК1/(4*S)
39            A(1,2)=ФК1*(У23*У31+Х32*Х13)
40            A(1,3)=ФК1*(У23*У12+Х32*Х21)
41            A(2,3)=ФК1*(У31*У12+Х13*Х21)
42            A(1,1)=-A(1,2)-A(1,3)
43            A(2,1)=A(1,2)
44            A(2,2)=-(A(2,1)+A(2,3))
45            A(3,1)=A(1,3)
46            A(3,2)=A(2,3)
47            A(3,3)=-(A(3,1)+A(3,2))
48            AA(1,1)=A(1,1)+2*D;AA(2,2)=A(2,2)+2*D;AA(3,3)=A(3,3)+
              2*D
49            AA(1,3)=AA(3,1)=A(1,3)+D;AA(1,2)=AA(2,1)=A(1,2)+D
50            AA(2,3)=AA(3,2)=A(2,3)+D
51            B(1,1)=2*D;B(2,2)=2*D;B(3,3)=2*D
52            B(1,2)=B(2,1)=D;B(1,3)=B(3,1)=B(2,3)=B(3,2)=D
53            DO 10042 J=1,3
54            NPN=NR(J)
55            R1=ЧТЗУ(УQ,NPN)
56            DO 10051 K=1,3;MPM=NR(K)
57            R2=ЧТЗУ(УНС,MPM)
58            R2=B(J,K)*R2;R1=R1+R2
59    10051   CONTINUE
60            CALL ЗПЗУ(R1,УQ,NPN)
61    10042   CONTINUE
62    10043   DO 10148 J=1,3
63            N1=NR(J)
64            DO 10148 K=J,3
65            N2=NR(K)
```

```
66          IF(N1-N2)10044,10044,10045
67    10044 L=(N1-1)*KW+N2-N1+1
68          GOTO 10046
69    10045 L=(N2-1)*KW+N1-N2+1
70    10046 S1=ЧТЗУ(SM,L)
71    10148 CALL ЗПЗУ(S1+AA(J,K),SM,L)
72          RETURN
73          END
```

```
1           SUBROUTINE ГАУСС(УQ,SM,KW,NN,УH,ЧТЗУ,ЗПЗУ)
2           DIMENSION УH(1)
3           DIMENSION DM(496),DMM,УУQ(32)
4           L=M=L2=L3=0
5           DO 32 I=1,KW
6           УУQ(I)=ЧТЗУ(УQ,I)
7           L2=(KW-I+1)*L3+L2
8           DO 33 J=I,KW
9           JJ=J+(KW-1)*(I-1)
10    33    DM(L2+J)=ЧТЗУ(SM,JJ)
11    32    L3=1
12    100   УУQ(1)=УУQ(1)/DM(1)
13          CALL ЗПЗУ(УУQ(1),УQ,1+L)
14          DO 40 J=1,KW-M
15          DMM(J)=DM(J)/DM(1)
16          JJ=J+KW*L
17    40    CALL ЗПЗУ(DMM(J),SM,JJ)
18          L2=0
19          DO 41I=2,KW-M
20          УУQ(I)=УУQ(I)-УУQ(1)*DM(I)
21          L2=L2+KW-I+1
22          DO 41 J=I,KW-M
23    41    DM(L2+J)=DM(L2+J)-DM(I)*DMM(J)
24          L2=L3=0
25          DO 50 I=1,KW-1-M
26          УУQ(I)=УУQ(I+1)
27          L2=(KW-I+1)*L3+L2
28          DO 56 I=I,KW-1-M
29    56    DM(L2+J)=DM(L2+KW+J-I+1)
30    50    L3=1
31          IF(NN-KW-L)101,101,60
32      101 M=M+1;L=L+1
33          IF(KW-M-2)200,100,100
34    60    L=L+1
35          УУQ(KW)=ЧТЗУ(УQ,KW+L)
```

```
      L2=0
      DO 51 I=1,KW
      L1=KW-I+1
      L2=L2+L1;JJ=L*KW+(KW-1)*I+1
51    DM(L2)=ЧТЗУ(SM,JJ)
      GOTO 100
200   LR=1
      УН(NN)=УУQ(1)/DM(1)
      DO 202 I=1,NN-1
      У1Н=ЧТЗУ(УQ,NN-1)
      DO 203 J=1,LR
      JJ=KW*(NN-I-1)+1+J
203   У1Н=У1Н-ЧТЗУ(SM,JJ)*УН(J-I+NN)
      УН(NN-I)=У1Н
      IF(KW-LR-1)202,202,204
204   LR=LR+1
202   CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
1           SUBROUTINE ПЕЧНЕН(КК,Т,УН,УQ,NN,КW,ЧТЗУ,ЗПЗУ,УПЕРФ)
2           DIMENSION УН(1)
3     200   FORMAT(50X,'НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ'///)
4     201   FORMAT(50X,'БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ'///)
5     202   FORMAT(40X,'НАПОРНО-БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ'///)
6     203   FORMAT(1X,'РАСЧЕТ НА ВРЕМЯ Т=',F8.2,'  СУТОК'///)
7     204   FORMAT(1HI,5(2X,I5,2X,1HI,F11.3,2X,1HI))
8     205   FORMAT(120(1H*)/1HI,5(9X,'I',13X,1HI)/1HI,5(3X,'УЗЕЛ',
            2X,'I',4X,'H
9           *АПОР',4X,'I')/1HI,5(9X,'I',13X,1HI)/120(1H*))
10    206   FORMAT(120(1H*)///)
11    207   FORMAT(120(1H*)/1HI,5(9X,'I',13X,1HI)/1HI,5(3X,'УЗЕЛ',
            2X,'I',3X,'P
12          *АСХОД',4X,'I')/1HI,5(9X,'I',13X,1HI)/120(1H*))
13    208   FORMAT(5X,'ШИРИНА ПОЛОСЫ РАВНА',I6)
14    209   FORMAT(40X,'НАЧАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПОРОВ')
15          LNP=-1
16          IF(КК)1,2,1
17     1    PRINT 203,T;IF(LNP)12,11,13
18     2    PRINT 208,КW
19          PRINT 209;GOTO 3
20    11    PRINT 201;GOTO 3
21    12    PRINT 202;GOTO 3
22    13    PRINT 200
23  3       PRINT 205
24          I=1
25      81  H1=УН(I);H2=УН(I+1);H3=УН(I+2);H4=УН(I+3);N5=УН(I+4)
26          I1=I+1;I2=I+2;I3=I+3;I4=I+4
27          PRINT 204,I,H1,I1,H2,I2,H3,I3,H4,I4,H5
28          I=I+5;IF(I-NN)81,81,82
29    82    PRINT 206
30          PRINT 207
31          I=1
```

```
32  83    H1=ЧТЗУ(ЎQ,I);H2=ЧТЗУ(ЎQ,I+1);H3=ЧТЗУ(ЎQ,I+2);H4=ЧТЗУ
          (ЎQ,I+3)
33        H5=ЧТЗУ(ЎQ,I+4);I1=I+1;I2=I+2;I3=I+3;I4=I+4
34        PRINT 204,I,H1,I1,H2,I2,H3,I3,H4,I4,H5
35        I=I+5;IF(I-NN)83,83,84
36  84    PRINT 206
37        CALL УПЕРФ(КЗУ)
38        IF(КЗУ)101,102,101
39  101   CALL LOADGO (ЎH(1),ЎH(NN),4НПЕРФ)
40  102   RETURN
41        END
```

```
1           SUBROUTINE РАСНЕН(XX,УУ,УН,УQ,УНС,НН,ФК,ОПП,ОКП,WW,WU,
            TN,KW,NM,MM,
2          *NN,ЧТЗУ,ЗПЗУ)
3           DIMENSION X,У,NR(3),A,B,AA(3,3),XX,УУ,УН(1)
4           DIMENSION H(3)
5   10002   FORMAT(1X,'ПЛОЩАДЬ ЭЛЕМЕНТА',2X,I4,'РАВНА НУЛЮ'///)
6    3      FORMAT (1X,'ПЕРЕПОНИМАНИЕ В ЭЛЕМЕНТЕ',2X,I4///)
7           КУ=KW*NN
8   10086   DO 11125 I=1,NN
9   11125   CALL ЗПЗУ(0.,УQ,I)
10          DO 10148 I=1,MM
11  110085  NM1=ЧТЗУ(NM,I)
12          NR(1)=NM1/1000000
13          NR1=NM1-NR(1)*1000000
14          NR(2)=NR1/1000
15          NR(3)=NR1-NR(2)*1000
16          DO 10028 J=1,3
17          NPN=NR(J)
18          H(J)=ЧТЗУ(НН,NPN)
19          X(J)=XX(NPN)
20  10028   У(J)=УУ(NPN)
21          X21=X(2)-X(1);X13=X(1)-X(3);X32=X(3)-X(2);У12=У(1)-У(2)
22          У23=У(2)-У(3);У31=У(3)-У(1)
23          S=(X21*У31-X13*У12)/2
24          IF(S)10029,10030,10129
25  10029   S=-S
26          GOTO 10129
27  10030   PRINT 10002,I
28  10129   НСР=(H(1)+H(2)+H(3))/3
29          ПП=ЧТЗУ(ОПП,I);ФК1=ЧТЗУ(ФК,I);ПК=ЧТЗУ(ОКП,I)
30          IF(НСР-ПК)16,16,17
31  16      ВК=ЧТЗУ(WW,I);НСР=НСР-ПП;GOTO 770
32  17      ВК=ЧТЗУ(WU,I);НСР=ПК-ПП;GOTO 770
33  770     IF(НСР)1,1,2
```

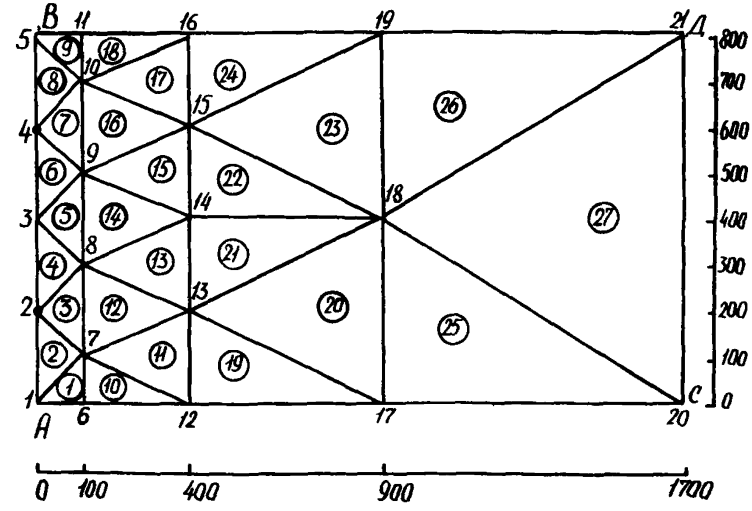
```
34  1       PRINT 3,I
35  4       ФК1=0.0001;GOTO 777
36   2      ФК1=ФК1*НСР;D=S*ВК/(12*TN);GOTO777
37  777     ФК1=ФК1/(4*S)
38          A(1,2)=ФК1*(У23*У31+Х32*Х13)
39          A(1,3)=ФК1*(У23*У12+Х32*Х21)
40          A(2,3)=ФК1*(У31*У12+Х13*Х21)
41          A(1,1)=-A(1,2)-A(1,3)
42          A(2,1)=A(1,2)
43          A(2,2)=-A(2,1)+A(2,3))
44          A(3,1)=A(1,3)
45          A(3,2)=A(2,3)
46          A(3,3)=-(A(3,1)+A(3,2))
47          AA(1,1)=A(1,1)+2*D;AA(2,2)=A(2,2)+2*D;AA(3,3)=A(3,3)+
            2*D
48          AA(1,3)=AA(3,1)=A(1,3)+D;AA(1,2)=AA(2,1)=A(1,2)+D
49          AA(2,3)=AA(3,2)=A(2,3)+D
50          B(1,1)=2*D;B(2,2)=2*D;B(3,3)=2*D
51          B(1,2)=B(2,1)=D;B(1,3)=B(3,1)=B(2,3)=B(3,2)=D
52          DO 10042 J=1,3
53          NPN=NR(J)
54          DO 10042 K=1,3
55          MPM=NR(K)
56          R1=ЧТЗУ(УQ,NPN);R2=ЧТЗУ(УНС,MPM);R1=R1+AA(J,K)*УН(MPM)
57          R1=R1-B(J,K)*R2
58          CALL ЗПЗУ(R1,УQ,NPN)
59  10042   CONTINUE
60  10148   CONTINUE
61          RETURN
62          END
```

```
1           SUBROUTINE POLOSA(NM,MM,NN,KW,ЧТЗУ)
2           DIMENSION NR(3)
3           KW=0
4           DO 10124 I=1,MM
5           MAX=0;MIN=500;NM1=ЧТЗУ(NM,I);NR(1)=NM1/1000000
6           NR1=NM1-NR(1)*1000000
7           NR(2)=NR1/1000;NR(3)=NR1-NR(2)*1000
8           DO 10021 J=1,3
9           NA=NR(J)
10          IF(NA-MIN)10019,10020,10020
11  10019   MIN=NA
12  10020   IF(NA-MAX)10022,10022,10021
13  10021   MAX=NA
14  10022   IF(MAX-MIN-KW)10124,10023,10023
15  10124 CONTINUE
16  10023   KW=MAX-MIN+1
17          RETURN
18          END
```

```
1           SUBROUTINE МОДИФ1(SM,NN,VQ,KW,PP,NP,ЧТЗУ,ЗПЗУ)
2           DIMENSION PP(1)
3           DO 1 I=1,NN
4           IF(ЧТЗУ(NP,I))1,1,2
5   2       L=(I-1)*KW+1
6           R1=ЧТЗУ(SM,L);R1=R1*10**10;CALL ЗПЗУ(R1,SM,L)
7           R1=ЧТЗУ(SM,L);R1=R1*PP(I);CALL ЗПЗУ(R1,VQ,I)
8     1     CONTINUE
9           RETURN
10          END
```

7. ПРИМЕР ПОДГОТОВКИ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ (НАПОРНО-БЕЗНАПОРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ)

Схематично область фильтрации представлена на рис.II. Начало координат находится в точке A. На границе AB в узлах 2 и 4 рас-



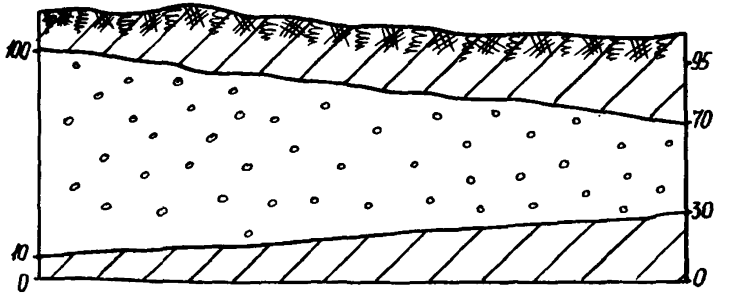


Рис.II. Напорно-безнапорное движение.

положены совершенные скважины, работающие с постоянным дебитом Q = 1000 м^3/сут. Вдоль границы $СД$ поддерживается постоянный напор h = 95,0 м. Границы AC и $ВД$ – непроницаемые. Коэффициент фильт-

рации для всей области принят постоянный K = I5,8 м/сут, коэффициенты упругой и гравитационной водоотдачи имеют значения: $\mu_{упр}$ = $I0^{-4}$ и $\mu_{гр.}$ = 5 • $I0^{-2}$. Для данной тестовой задачи число узлов NN = 2I, число элементов MM = 27. Исходная информация записывается на бланках. В соответствии с принятой системой координат и триангуляцией, строго по порядку номеров узлов, выписываются координаты вершин треугольников: массив XX (2I) - карты 2,3 и массив YY (2I) - карты 4,5. Поскольку условия задачи таковы, что граница $ДС$ является границей водоема, на которой h = 95,0м, то в узлах 20 и 2I PP = 95,0. В узлах 2 и 4 осуществляется водоотбор, по условию в этих узлах PP = Q = - I000 $м^3$/сут.В остальных узлах внешний приток или отток отсутствует, поэтому в них pp = 0. Запись этих условий составляет массив PP (2I), помещенный на картах 6,7. Примем начальное распределение напора,горизонтальную плоскость, с отметкой h = 95 м. Тогда массив VH будет таким, как записано на картах 8,9.

По порядку номеров треугольников выписывается на бланках информация: коэффициенты фильтрации $ФК$ - карты I0, II, I2; коэффициенты гравитационной водоотдачи WW - карты I3,I4,I5; коэффициенты упругой водоотдачи WU - карты I6, I7, I8; отметки подошвы пласта ОПП - карты I9, 20, 2I и отметки кровли пласта ОКП - карты 22, 23, 24.

Информационная карта (карта I) состоит из следующей информации, записанной по строкам на бланке:

I) TN - расчетный интервал времени, TN = I0 сут;

2) $Tmax$ - шаг по времени для выдачи на печать результатов расчета. Например, если $Tmax$ = I0, то результаты будут печататься для каждого интервала, если положить T_{max} = 20, то выдача на печать результатов будет через один интервал;

3) $Tкон$ - время окончания расчета; $Tкон$ = 50 сут;

4) число узлов NN = 2I;

5) число элементов MM = 27;

6) EPS - величина, характеризующая максимальное абсолютное отклонение двух последовательных значений номеров, при которой прекращается дальнейшее уточнение положения безнапорной зоны и проводимостей. Эта величина (EPS) нужна для организации итерационного процесса. Можно выбирать значение EPS = 0,I • Δh_{max} или из условия 0,I • mcp, где mcp - средняя мощность потока. Следует иметь ввиду, что, чем меньше EPS, тем точнее будет решение,но при этом время решения задачи возрастает.В нашем примере EPS=0,5;

7) номер варианта или задача NB = I.

Признаки граничных условий, массив NP записываются на бланках ФОРТРАН по формату JI. Поскольку этот массив состоит из нулей и единиц, то для каждой цифры отводится одна позиция строки бланка. В рассматриваемом примере во всех узлах, за исключением узла 20 и 21, задан расход (нулевой или отличный от нуля), поэтому в позициях от I до I9 включительно записываются нули ($\emptyset$), а в позициях 20 и 21 - единица.

Если строка не заполнена до конца, то ее дополняют нулями (карта 25).

Номера узлов по треугольникам, массив NM, также записывают на бланках ФОРТРАН, но по формату $I9$ (карты 26-29), т.е. для каждого узла отводится три позиции из предположения, что номер узла может быть трехзначным. Например, номер I26 будет записан как I26, номер 78 - как 078, номер 9 - как 009. Если карта не закончена, ее надо дописать нулями.

Результаты расчета тестовой задачи приведены ниже. Время расчета на один шаг по времени вместе с печатью около одной минуты.

Литература

I. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М., "Мир", I975, 275 с.

2. Зенкевич О., Чанг И. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред. М., "Недра", I974, 240 с.

3. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. М., "Мир", I977, 349 с.

4. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. М., "Мир", I976, 464 с.

5. Деклу Ж. Метод конечных элементов. М., "Мир", I976, 96 с.

6. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М., "Наука", I977, 664 с.

7. Васильев В.А., Карачевцев Н.Ф., Шитов А.И. Моделирование плановых нестационарных потоков подземных вод методом конечных элементов, тезисы докладов на Всесоюзном семинаре по вопросам моделирования процессов переноса подземных вод. М., Центральное правление НТГО, I978, 28-30 с.

8. Самарский А.А.Теория разностных схем.М.,"Наука",I977,656 с.

9. Лукнер Л., Шестаков В.М. Моделирование геофильтрации. М., "Недра", I976, 407 с.

Шифр: Тест

Карта № 1		Карта № 5	
02	1	03	2
02	1	03	4
02	5	03	6
02	21	03	8
02	27	0	0
01	5	03	4
01	1	03	8
		0	0
		03	8
Карта № 2		Карта № 6	
0	0	0	0
0	0	04	1
0	0	0	0
0	0	04	1
0	0	0	0
03	1	0	0
03	1	0	0
03	1	0	0
03	1	0	0
03	1	0	0
03	1	0	0
03	4	0	0
Карта № 3		Карта № 7	
03	4	0	0
03	4	0	0
03	4	0	0
03	4	0	0
03	9	0	0
03	9	0	0
03	9	0	0
04	17	02	95
04	17	02	95
Карта № 4		Карта № 8	
0	0	02	95
03	2	02	95
03	4	02	95
03	6	02	95
03	8	02	95
0	0	02	95
03	1	02	95
03	3	02	95
03	5	02	95
03	7	02	95
03	8	02	95
0	0	02	95

Шифр: тест

Карта № 9					Карта № 13				
		02	95			-	01	5	
		02	95			-	01	5	
		02	95			-	01	5	
		02	95			-	01	5	
		02	95			-	01	5	
		02	95			-	01	5	
		02	95			-	01	5	
		02	95			-	01	5	
		02	95			-	01	5	
						-	01	5	
						-	01	5	
						-	01	5	
Карта № 10					Карта № 14				
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
Карта № 11					Карта № 15				
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158			-	01	5	
		02	158						
		02	158						
		02	158						
		02	158						
		02	158						
		02	158						
		02	158						
		02	158						
		02	158						
Карта № 12					Карта № 16				
		02	158			-	03	1	
		02	158			-	03	1	
		02	158			-	03	1	
						-	03	1	
						-	03	1	
						-	03	1	
						-	03	1	
						-	03	1	
						-	03	1	
						-	03	1	
						-	03	1	
						-	03	1	

ШИФР : тест

Карта № 17		Карта № 21	
03	1	02	247
03	1	02	247
03	1	02	247
03	1		
03	1		
03	1		
03	1		
03	1		
03	1		
03	1		
03	1		

Карта № 18		Карта № 22	
03	1	02	983
03	1	02	983
03	1	02	983
		02	983
		02	983
		02	983
		02	983
		02	983
		02	983
		02	947
		02	947
		02	947

Карта № 19		Карта № 23	
02	106	02	947
02	106	02	947
02	106	02	947
02	106	02	947
02	106	02	947
02	106	02	947
02	106	02	894
02	106	02	894
02	106	02	894
02	135	02	894
02	135	02	894
02	135	02	894

Карта № 20		Карта № 24	
02	135	02	78
02	135	02	78
02	135	02	78
02	135		
02	135		
02	135		
02	17		
02	17		
02	17		
02	17		
02	17		
02	17		

ФОРТРАН – 2

МЕТКА	П	ПОЛЕ	ОПЕРАТОРОВ											N ПФК

НАЧАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПОРОВ

Число узлов = 21. Число элементов = 27. Ширина полосы = 7.

Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор
I	95.000	2	95.000	3	95.000	4	95.000	5	95.000
6	95.000	7	95.000	8	95.000	9	95.000	I0	95.000
II	95.000	I2	95.000	I3	95.000	I4	95.000	I5	95.000
I6	95.000	I7	95.000	I8	95.000	I9	95.000	20	95.000
2I	95.000	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход
I	.000	2	.000	3	.000	4	.000	5	.000
6	.000	7	.000	8	.000	9	.000	I0	.000
II	.000	I2	.000	I3	.000	I4	.000	I5	.000
I6	.000	I7	.000	I8	.000	I9	.000	20	.000
2I	.000	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

НАПОРНО-БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Число итераций = I. Расчет на время T = I0.00 суток

Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор
I	93.977	2	93.583	3	93.96	4	93.583	5	93.977
6	93.974	7	93.939	8	93.94I	9	93.94I	I0	93.939
II	93.974	I2	94.23I	I3	94.229	I4	94.229	I5	94.229
I6	94.23I	I7	94.473	I8	94.473	I9	94.473	20	95.000
2I	95.000	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход
I	-.000	2	-I000.000	3	-.000	4	-I000.000	5	.000
6	.000	7	.000	8	-.000	9	-.000	I0	-.000
II	-.000	I2	.000	I3	-.000	I4	-.000	I5	.000
I6	.000	I7	.000	I8	-.000	I9	-.000	20	22I.534
2I	22I.534	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

НАПОРНО-БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Число итераций = I. Расчет на время T = 20.00 суток

Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор
I	93.2I3	2	92.8I3	3	93.I96	4	92.8I3	5	93.2I3
6	93.2I6	7	93.I79	8	93.I8I	9	93.I8I	I0	93.I79
II	93.2I6	I2	93.558	I3	93.556	I4	93.556	I5	93.556
I6	93.558	I7	94.0I2	I8	94.0I2	I9	94.0I2	20	95.000
2I	95.000	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход
I	-.000	2	-I000.000	3	-.000	4	-I000.000	5	-.000
6	-.000	7	-.000	8	-.000	9	-.000	I0	-.000
II	.000	I2	-.000	I3	.000	I4	-.000	I5	.000
I6	.000	I7	-.000	I8	.000	I9	-.000	20	4I5.679
2I	4I5.679	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

НАПОРНО-БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Число итераций = I. Расчет на время T = 30.00 суток

Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор
I	92.643	2	92.239	3	92.625	4	92.239	5	92.643
6	92.65I	7	92.6I2	8	92.6I4	9	92.6I4	I0	92.6I2
II	92.65I	I2	93.050	I3	93.048	I4	93.048	I5	93.048
I6	93.050	I7	93.664	I8	93.664	I9	93.664	20	95.000
2I	95.000	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход
I	.000	2	-I000.000	3	-.000	4	-I000.000	5	-.000
6	.000	7	-.000	8	.000	9	-.000	I0	-.000
II	-.000	I2	.000	I3	-.000	I4	-.000	I5	.000
I6	.000	I7	-.000	I8	-.000	I9	-.000	20	562.283
2I	562.283	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

НАПОРНО-БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Число итераций = 0. Расчет на время T = 40.00 суток.

Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор
I	92.2I6	2	9I.8II	3	92.I98	4	9I.8II	5	92.2I6
6	92.227	7	92.I88	8	92.I90	9	92.I90	I0	92.I88
II	92.227	I2	92.669	I3	92.667	I4	92.667	I5	92.667
I6	92.669	I7	93.403	I8	93.403	I9	93.403	20	.95.000
2I	95.000	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход
I	.000	2	-I000.000	3	-.000	4	-I000.000	5	-.000
6	-.000	7	-.000	8	-.000	9	-.000	I0	.000
II	-.000	I2	-.000	I3	-.000	I4	.000	I5	-.000
I6	.000	I7	-.000	I8	.000	I9	-.000	20	672.230
2I	672.230	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

НАПОРНО-БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Число итераций = 0. Расчет на время Т = 50.00 суток

Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор	Узел	Напор
I	9I.896	2	9I.489	3	9I.878	4	9I.489	5	9I.896
6	9I.9I0	7	9I.870	8	9I.872	9	9I.872	I0	9I.870
II	9I.9I0	I2	92.385	I3	92.383	I4	92.382	I5	92.383
I6	92.385	I7	93.208	I8	93.208	I9	93.208	20	95.000
2I	95.000	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход	Узел	Расход
I	.000	2	-I000.000	3	-.000	4	-I000.000	5	-.000
6	-.000	7	-.000	8	-.000	9	-.000	I0	-.000
II	.000	I2	-.000	I3	-.000	I4	-.000	I5	.000
I6	.000	I7	.000	I8	-.000	I9	.000	20	754.378
2I	754.378	22	.000	23	.000	24	.000	25	.000

С О Д Е Р Ж А Н И Е

I. Введение 3

2. Постановка задач 4

3. Описание алгоритма I6

4. Характеристика программ I8

5. Инструкция к пользованию программами 20

6. Распечатка программы МКЭНБН, предназначенной для решения задач напорно-безнапорной фильтрации 22

7. Пример подготовки исходной информации (напорно-безнапорная фильтрация). 37

Литература 39

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ПРИМЕНЕНИЮ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПЛАНОВЫХ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ
ПОДЗЕМНЫХ ВОД НА ЭЦВМ

Научный редактор канд.техн.наук С.Г.Аксенов

Литературный редактор Л.А.Порубай
Технический редактор А.Г.Воронцова
Корректор И.А.Соляр. Художник Б.М.Попов

Подписано к печати 30 марта 1979 г.
Объем 2,8 уч.-изд.л. Тираж 170 экз. Заказ № 273.
Ротапринт ВИОГЕМ, Белгород, Б.Хмельницкого, 86.
Цена 40 коп.

gost.e-ecolog.ru