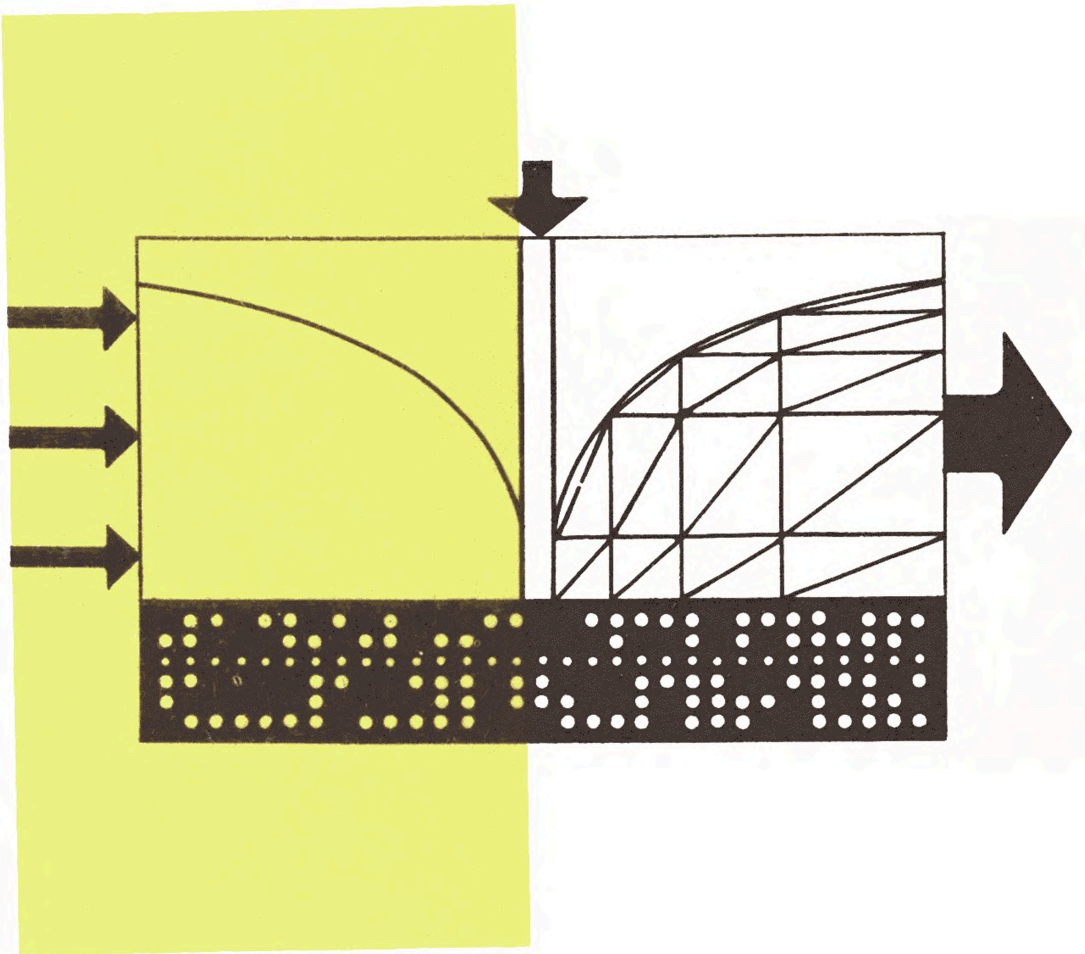

Методические рекомендации по применению вероятностных моделей при решении задач осушения

Белгород 1980

gost.e-ecolog.ru

МИНИСТЕРСТВО ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ СССР
С О Ю З Р У Д А

Всесоюзный научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт по осушению месторождений полезных ископаемых, специальным горным работам, рудничной геологии и маркшейдерскому делу
В И О Г Е М

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРИМЕНЕНИЮ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОСУШЕНИЯ

Белгород
1980

УДК 622.5:551.49:62.505

В работе излагается методика учета вероятностного характера фильтрационной неоднородности при проектировании осушения месторождений твердых полезных ископаемых. При ее разработке решен комплекс взаимосвязанных гидрогеологических задач, в том числе: статистический анализ исходных данных, выбор расчетных схем для проектирования, оценка достоверности проектного эффекта осушения. Показано, что применение для этих целей вероятностных моделей позволяет существенно расширить круг инженерных задач по сравнению с существующей практикой.

Для построения расчетных схем при проектировании разработан алгоритм идентификации параметров ГГО, базирующийся на методах математического планирования экспериментов. Алгоритм реализован набором программ "Спектр","Фильтр I","Фильтр 2","Тренд","Дискр", "График", "Инфор", "Конкор", "Взкорр", "Поиск I", "Поиск 2", "Синел I" - "Синел 6", "Стох I", "Стох 2", "Идент I", "Идент 2", которые составлены на алгоритмическом языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-4М.

Алгоритм может быть использован для комплексной идентификации параметров как однослойных, так и многослойных водоносных толщ, для интерпретации данных опытно-фильтрационных работ, а также для выбора конкурирующих фильтрационных схем.

Все это может служить предпосылкой применения методов системного анализа при проектировании осушительных мероприятий, что в конечном итоге повысит их качество. Предлагаемые методические положения иллюстрированы численными примерами.

Рекомендации могут быть использованы в производственной и проектной работе специалистами в области осушения месторождений полезных ископаемых. Работа выполнена главным инженером проектов канд.техн.наук Е.С.Гладченко и старшим научным сотрудником А.Н.Павловым, утверждена секцией НТС 19 декабря 1979 г. в качестве методических рекомендаций.

© Всесоюзный научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт по осушению месторождений полезных ископаемых, специальным горным работам, рудничной геологии и маркшейдерскому делу (ВИОГЕМ), 1980.

I. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наблюдается тенденция все более широкого вовлечения в сферу инженерной деятельности месторождений полезных ископаемых, характеризующихся весьма сложными гидрогеологическими условиями, что вызывает серьезные технологические трудности разработки этих месторождений. Практика свидетельствует о том, что во многих случаях фактический ход водопонижения значительно отличается от проектного, это приводит к необходимости осуществления в сжатые сроки дополнительных, ранее не планируемых , дренажных мероприятий или корректировки технологической схемы ведения горных работ. Характер и объем инженерных мероприятий, направленных на компенсацию отклонений фактических гидрогеологических условий осушаемых месторождений от принимаемых при проектировании, в настоящее время целиком зависит от опыта и интуиции проектировщиков. Нельзя недооценивать этот опыт и интуицию,... во многих случаях эвристические проектные решения близки к оптимальным.Однако систематическое увеличение затрат на осушение, с одной стороны, и интенсивное развитие научно-методических разработок в области инженерной геологии и инженерной гидрогеологии , с другой - обуславливают необходимость на этапе проектирования интуитивные соображения обосновывать строгим (в рамках принятой модели) инженерным расчетом.

Совершенно очевидно, что повышение точности прогноза эффективности системы осушения как в целом эффективное решение вопросов, связанных с использованием гидрогеологических объектов в процессе инженерной деятельности, предполагает построение при проектировании адекватных ему математических моделей.

Практика свидетельствует, что фактических данных, получаемых на стадии предварительной и даже детальной разведки, для реализации указанного положения только традиционными методами недостаточно. Принимая во внимание огромные масштабы геологоразведочных работ, выполняемых в настоящее время, было бы нереально связывать повышение достоверности математических моделей исключительно с увеличением объемов гидрогеологических исследований. Представляется необходимым при проектировании опираться на более совершенную научно-методическую основу, базирующуюся на применении современных математических методов и ЭВМ. В частности, многие положитель-

ные результаты в этом плане, как показали исследования, могут быть получены при использовании вероятностных моделей * [6, 7, 22, 25] .

Цель настоящих методических рекомендаций - предложить проектировщикам систему методов, базирующихся на применении вероятностных моделей и охватывающих весь спектр задач, связанных с гидрогеологическим обоснованием систем осушения, т.е. выбором и оценкой расчетных значений фильтрационных параметров, идентификации параметров гидрогеологического объекта (ГГО), оценка достоверности проектируемого эффекта осушения и на этой основе выбор резерва дренажных устройств. Очевидно, оптимальные результаты могут быть получены при разумном сочетании вероятностных и детерминированных моделей (при использовании системы моделей). Применение вероятностных моделей, как впрочем и любых других, должно быть оправдано геологическими предпосылками, т.е. генетическим типом месторождения, условиями осадконакопления, развитием вторичных геологических процессов, структурными особенностями и т.д.

В геологических исследованиях наибольшее применение находят статистические модели независимых случайных величин, которые и использованы при составлении настоящих рекомендаций. Исследования, выполненные как в институте ВИОГЕМ, так и другими организациями показали, что распределение водопроводимости в зависимости от литологического состава , условий осадконакопления, развития вторичных геологических процессов и т.п. подчиняется нормальному или лог - нормальному закону. Применительно к этому и рассматриваются в данных рекомендациях вопросы использования вероятностных моделей при проектировании осушения.

В основу рекомендаций легли результаты исследований, выполненных в институте ВИОГЕМ [5, 7, I5, I6], ПНИИИС [20] и ВСЕГИНГЕО [2, 26].

Методические рекомендации рассчитаны на инженеров, знакомых с теорией вероятностей и математической статистикой в объеме учебного пособия для техникумов.

---

* Разработка методов учета вероятностного характера эффекта осушения при проектировании дренажных работ на месторождениях полезных ископаемых . Отчет по НИР 5а-72. Фонды ВИОГЕМ.Белгород, 1975, 97 с.

2. ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ВЫБОРА РАСЧЕТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ОЦЕНКИ ИХ ДОСТОВЕРНОСТИ

Инженер-проектировщик при разработке расчетной гидрогеологической схемы имеет дело с совокупностью единичных значений фильтрационных параметров (для определенности в дальнейшем будем оперировать коэффициентами фильтрации или водопроводимостью).

Водопроводимость дренируемого водоносного горизонта в целом или его отдельных зон характеризуют обычно средними значениями, определенными с той или иной точностью. Ошибка (стандарт) определения среднего значения, как известно из математической статистики, выражается формулой

$$\Delta\overline{K} = \frac{\sigma_K}{\sqrt{n}}, \qquad (2.1)$$

где σ_K - ошибка единичного определения.

Таким образом, увеличивая число определений, можно вычислить среднее значение параметра с какой угодно точностью. Однако нецелесообразно требовать , чтобы точность среднего значения была выше точности единичных определений.

Исследованиями установлено, что точность единичных определений фильтрационных параметров составляет обычно 20-25%. Эта величина и принята в качестве предельной ошибки определения среднего при расчете необходимого количества гидрогеологических скважин в зависимости от принятой условной достоверности и степени неоднородности пород.

Методами математической статистики [3,9] нами рассчитано необходимое число опытных гидрогеологических скважин для достоверного определения параметров для нормального (табл. 2.1) и логнормального (табл. 2.2) распределений водопроводимости при различной степени неоднородности водоносных горизонтов.

Анализ табл. 2.1 и 2.2 показывает, что количественные критерии достаточности гидрогеологической изученности для целей осушения являются разумными и подтверждаются опытом проектирования и строительства систем осушения.

Преобладающие значения достоверности параметров для различных литологических разностей пород выбираются из табл.2.3 [20].

Таблица 2.I

$V_к$	ε =0,25к			$\varepsilon_т$ =0,5к			ε =I,0к		
	0,68	0,9	0,95	0,68	0,9	0,95	0,68	0,9	0,95
0,I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
0,2	I	2	2	I	I	I	I	I	I
0,3	I	4	5	I	I	I	I	I	I
0,4	3	7	I0	I	2	2	I	I	I
0,5	4	II	I5	I	3	4	I	I	I
0,6	6	I6	22	I	4	5	I	I	I
0,7	8	2I	-	2	5	7	I	I	2
0,8	I0	28	-	3	7	I0	I	2	2
0,9	I3	-	-	3	9	I2	I	2	3
I,0	I6	-	-	4	II	I5	I	3	4

Таблица 2.2

$\delta_{q\,кт}$	ε =0,25$a_{кт}$			ε =0,5$a_{кт}$			δ=I,0$a_{кт}$		
	0,68	0,9	0,95	0,68	0,9	0,95	0,68	0,9	0,95
0,I	I	2	3	I	I	I	I	I	I
0,2	4	I0	I4	I	3	4	I	I	I
0,3	9	25	-	2	6	9	I	2	2
0,4	I9	-	-	5	I3	I9	I	3	5
0,5	35	-	-	9	24	-	2	6	8
0,6	-	-	-	I5	-	-	4	I0	I4
0,7	-	-	-	24	-	-	6	I6	23
0,8	-	-	-	36	-	-	9	25	35
0,9	-	-	-	-	-	-	I3	36	-
I,0	-	-	-	-	-	-	I9	-	-

В процессе проектирования повысить гидрогеологическую изученность месторождения, как правило, не представляется возможным и проектировщик вынужден решать другую задачу: оценив достоверность имеющихся данных, в проекте выбрать расчетные значения параметров и предусмотреть инженерные мероприятия для компенсации возможных отклонений фактических свойств водоносных горизонтов от принятых в проекте.

Расчетные значения гидрогеологических параметров следует принимать в зависимости от закона распределения водопроницаемости.

Для нормальной модели оценки параметров рассчитываются по формулам

$$\overline{K} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_i ;$$
$$\sigma_K^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(K_i - \overline{K})^2, \qquad (2.2)$$

а для логнормальной - соответственно по формулам

$$\overline{\ell g K} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ell g K_i ;$$
$$\sigma_{\ell g K}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\ell g K_i - \overline{\ell g K})^2. \qquad (2.3)$$

Натуральные значения параметров для выполнения гидрогеологических расчетов системы осушения получаются потенцированием оценок (2.3).

В тех случаях, когда водоносный горизонт характеризуется существенной асимметрией фильтрационных свойств ($\sigma^2_{\ell n K} > 0{,}196$), Ачисон и Браун (1957 г.) рекомендуют пользоваться при расчетах оценкой , полученной по методу максимального правдоподобия.

$$a_K = e^{\overline{\ell n K}} \Psi_n\left(\frac{1}{2}\sigma^2_{\ell n K}\right), \qquad (2.4)$$

где $\Psi_n(t) = e^t\left\{1 - \frac{t(t+1)}{n} + \frac{t^2(3t^2+22t+21)}{\sigma_n^2}\right\} + O\left(\frac{1}{n^3}\right)$;

$O\left(\frac{1}{n^3}\right)$ - обозначение величины, имеющей порядок $\frac{1}{n^3}$.

Поскольку и единичные значения параметра и среднее содержат различного рода ошибки, проектировщика интересует величина возможного отклонения параметра от оценки его среднего значения. Для этого вычисляются гарантированные значения параметров по формуле

$$\overline{K} + z_p\frac{\sigma_K}{\sqrt{n}} \leqslant K_r \leqslant \overline{K} - z_p\frac{\sigma_K}{\sqrt{n}} . \qquad (2.5)$$

Аналогично вычисляются гарантированные показатели при логнормальном распределении.

Рассмотрим, какие преимущества дает инженеру-проектировщику статистический выбор расчетных параметров по сравнению с простым осреднением на конкретном примере.

При проектировании осушения карьера рудника Южного (проектное задание 1964 г.) коэффициент фильтрации по 12 определениям был принят близким к среднеарифметическому $K_{расч}$ =0,85 м/сут, с использованием этой величины выполнены гидрогеологические расчеты и принята схема осушения. Вначале определим целесообразный тип вероятностной модели. Водоносный горизонт на месторождении представлен мощной толщей эффузивов, прорванных жилами кварца и подвергшихся выветриванию. Все это позволяет сделать предположение о логнормальном законе распределения водопроводимости. Проверка простейшим графическим способом показывает, что эта статистическая гипотеза не противоречит эмпирическому материалу.

Максимально правдоподобная оценка коэффициента фильтрации a_K , вычисленная по формуле (2.4) , равна 0,76 м/сут. Доверительные интервалы для различных условных достоверностей приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.3

Литологический состав водовмещающих пород	Преобладающие значения достоверности, P
Пески разнозернистые	0,7–0,9
Песчано-гравийные и мело-мергельные отложения	0,6–0,8
Трещиноватые породы	0,5 и менее

Таблица 2.4

Условная достоверность , P,%	a_K =0,76м/сут
68,0	0,63–0,89
95,0	0,50–1,02
99,7	0,36–1,16

Количество определений n, необходимое для получения заданной точности $\varepsilon_{(\kappa)}$ в процентах от среднего значения при той же условной достоверности, приведено в табл.2.5.

Таблица 2.5

$\varepsilon_{(K)}$, % a_K	25			50		
P,%	68	95	99,7	68	95	99,7
n	6	25	51,0	2	6	I3,0

Таким образом, имеющиеся данные обеспечивают точность определения среднего значения не выше 25% (при P≈85%). С практической точки зрения было-бы нецелесообразным стремиться в данном случае повысить точность $\varepsilon_{(K)}$ и условную достверность P, так как это потребовало бы бурения значительного числа скважин без существенного увеличения информации .Так для достижения P=0,95 потребовалось бы пробурить дополнительно I3 скважин и выполнить из них откачки, хотя это не внесло бы серьезных изменений в представление о гидрогеологических условиях. Поэтому следует признать, что имеющихся данных достаточно для составления проектного задания. В соответствии с приведенными в табл. 2.4 данными можно утверждать, что на данном месторождении с условной достоверностью P=0,95 средний коэффициент фильтрации будет не выше I,02 м/сут и не ниже 0,5м/сут, тогда как без такого анализа можно было бы вычислить только среднее значение.

Кроме того, зная $\sigma_{\ell g K}$ =0,25 м/сут и средний логарифм коэффициента фильтрации $\ell g K$ =-0,I75, можно утверждать с той же условной достоверностью P=0,95, что на данном месторождении не могут быть получены значения $\ell g K > -0,33$. Наличие таких значений будет свидетельствовать об особых условиях в точке опробования. Здесь либо опытные работы выполнены с грубой ошибкой, либо имеет место неоднородность более низкого порядка и нужно исследовать окрестности участка с аномальным результатом. На Южном месторождении из I2 единичных определений три превышают и два практически совпадают с критическим значением $\ell g K$. Поскольку грубых ошибок при производстве откачек и в расчетах не имеется, этот факт ставит под сомнение целесообразность рассмотрения массива водоносных пород как изотропного. И действительно,впоследствии по результатам эксплуатационных работ проектировщики отказались от контурного размещения водопонижающих скважин, характерного для изотропного массива,

и перешли к узловому размещению.Приведенный анализ свидетельствует , что такое развитие событий можно было предвидеть на начальных стадиях проектирования.

Из изложенного наглядно видны преимущества применения вероятностных моделей при проектировании осушения.

3.ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

Изложенные в предыдущем разделе статистические методы выбора расчетных значений основных гидрогеологических параметров эффективны, когда свойства водоносного горизонта характеризуются достаточно большим числом определений.

В условиях недостатка гидрогеологической информации, что обычно имеет место на практике, наиболее действенным методом построения математической модели ГГО является идентификация его параметров. Согласно работе [21] идентификация есть определение параметров и структур математической модели, обеспечивающих наилучшее совпадение выходных параметров модели и процесса при одинаковых входных воздействиях. Таким образом, под идентификацией ГГО понимается определение его основных гидрогеологических параметров по известным возмущениям (расходам дренажных устройств $\bar{Q}$) и реакциям (напорам (уровням) $\bar{h}$ в скважинах), т.е. установление его соответствия некоторой математической модели.

В связи с тем, что в настоящее время интенсивно развиваются вопросы, связанные с оперативным управлением технологическим процессом осушения (ТПО) [16], решение задачи идентификации ориентировано на использование ЭВМ [24] . К параметрам ГГО относятся водопроводимость (T_i), упругая и гравитационная водоотдача (μ_j) и т.п., которые в дальнейшем для обеспечения единства терминологии, принятой в теории планирования эксперимента, будем называть факторами.

Основные трудности решения задачи идентификации связаны с их некорректностью, которая проявляется в том, что малые погрешности определения напоров и расходов могут стать причиной больших ошибок в определении искомых параметров ГГО, а также в том, что задача может иметь множество решений. В настоящее время задачи идентификации решаются, как правило, на аналоговых вычислительных устройствах путем последовательных приближений к искомым параметрам или способом проб и ошибок с последовательным уточнением искомых параметров в ходе решения прямой задачи.Такой перебор зачастую выполня-

ется неоптимальным образом, что приводит как к большим затратам машинного времени, так и к не всегда приемлемым результатам при решении задач управления технологическим процессом осушения, прогнозирования и т.д.

Для идентификации параметров ГГО нами применены поисковые алгоритмы, базирующиеся на целенаправленной организации вычислительного эксперимента методами теории планирования оптимальных экспериментов [15] .

Решение задачи комплексной идентификации параметров ГГО состоит из ряда последовательных этапов:

математической постановки задачи;

гидрогеологической, геофильтрационной и вычислительной схематизации;

выбора факторов и интервалов их варьирования;

определения числа и мест расположения наблюдательных скважин (НС), а также выбора наиболее представительных участков кривых прослеживания $\bar{h}(t)$, которые отражают наиболее существенные и закономерные стороны объекта;

поиска околооптимальной области идентификации;

поиска решения в околооптимальной области;

решения систем нелинейных алгебраических уравнений;

регуляризации решения задачи идентификации параметров ГГО.

3.I. Математическая постановка задачи идентификации параметров ГГО

Решение задачи идентификации параметров ГГО сводится к определению коэффициентов в дифференциальных уравнениях в частных производных. Исходя из статистической постановки задачи идентификации считаем, что входные переменные $\bar{Q}(t)$ (расходы множества дренажных устройств), выходные $\bar{h}(t)$ (например , напоры в НС) и возмущающие $\bar{N}(t)$ (гидрологометеорологические параметры) являются случайными.

В методических целях математическую постановку задачи идентификации сформулируем в предположении, что процесс геофильтрации описывается обобщенным дифференциальным уравнением Ж.Буссинеска в частных производных [17]

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[T(x,y,h)\,\frac{\partial h(x,y,t)}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[T(x,y,h)\,\frac{\partial h(x,y,t)}{\partial y}\right]+$$

$$+W(x,y,t)=\mu(x,y,h)\,\frac{\partial h(x,y,t)}{\partial t}\quad , \qquad (3.1)$$

где все обозначения в дифференциальном операторе (3.1) общеприняты.

Для области фильтрации Ω на участках границы заданы краевые условия

$$h(x,y,t)\big|_{\Gamma_1} = \varphi_1(x,y,t) \qquad (3.2)$$

$$\left[T\frac{\partial h}{\partial x}\ell_x + T\frac{\partial h}{\partial y}\ell_y\right]_{\Gamma_2} = -q\big|_{\Gamma_2} = \varphi_2(x,y,t). \qquad (3.3)$$

В начальный момент времени t_o задано распределение напоров

$$h(x,y,t_o) = \varphi_3(x,y), \qquad (3.4)$$

где $\varphi_1(x,y,t)$, $\varphi_2(x,y,t)$ – заданные функции на участках границы Γ_1 и Γ_2; $\varphi_3(x,y)$ – функция начальных условий; ℓ_x, ℓ_y – орты внешней нормали; q – удельный дебит на границе Γ_2.

Для решения задачи идентификации вводится векторный критериальный функционал вида

$$F[\bar{h}^*(\Omega,t,\bar{P}^*); \bar{h}(\Omega,t) \mid \bar{Q}(\Omega,t); \bar{N}(\tau); \tau \in t; x,y \in \Omega; \mathcal{J}] = \min, \quad (3.5)$$

где $\bar{h}^*(\Omega,t,\bar{P}^*)$, $\bar{h}(\Omega,t)$ – векторы модельных и фактических напоров (уровней); t – интервал времени, для которого решается задача идентификации; $\bar{Q}(\Omega,t)$ – расходы множества дренажных устройств; $\bar{N}(\tau)$ – вектор шумов; $\mathcal{J}$ – дополнительная геолого-гидрогеологическая информация.

Задача идентификации заключается в одновременной минимизации всех n критериев [19]

$$F_i(\bar{P}^*) = \min_{\bar{P}^* \in G_1}; \quad i = \overline{1,n}, \qquad (3.6)$$

где n – число НС; $F_i(\bar{P}^*)$ – критериальный функционал по i-й НС. Причем, при $\bar{F}(\bar{P}_1^*) \leq \bar{F}(\bar{P}_2^*)$ выполняется $\bar{P}_1^* \succ \bar{P}_2^*$. Если же $\bar{F}(\bar{P}_1^*) = \bar{F}(\bar{P}_2^*)$, то искомые векторы $\bar{P}_1^* \sim \bar{P}_2^*$.

Решением задачи идентификации (3.5) является множество Парето $\bar{P}^* \in G_2$. Поиск $\bar{P}^*$ на множестве Парето целесообразно производить с помощью аддитивного алгоритма сворачивания $F_i(\bar{P}^*)$

$$F(\bar{P}^*) = \sum_{i=1}^{n} \left| F_i(\bar{P}^*) \right| \overline{W}(t) = \min.$$

Так как на практике контроль напора в НС производится в дискретные моменты времени, то на интервале времени $[0,t]$ функционирования системы осушения искомый вектор $\bar{P}^*$ должен удовлетворять уравнению

$$\sum_{i=0}^{t} \bar{F}[\bar{h}^*(\Omega,t_i,\bar{P}^*); \bar{h}(\Omega,t_i) \mid \bar{Q}(\Omega,t_i); \bar{N}(\tau_i); \tau \in t; x,y \in \Omega; \mathcal{J}]\overline{W}(t_i) = \min_{\bar{P}^* \in G_1}, \qquad (3.7)$$

где $\bar{W}(t_i)$ – вес, определяемый значимостью каждой из выходных переменных $\bar{h}(\Omega,t_i)$; r – число точек решетчатых функций $\bar{h}^*(\Omega,t_i,\bar{P}^*)$ и $\bar{h}(\Omega,t_i)$.

Уравнение (3.7) справедливо для однородного водоносного горизонта ($\sigma^2_T=0$), для неоднородного ($\sigma^2_T>0$) – искомый вектор должен удовлетворять уравнению

$$\sum_{i=0}^{r} M\left\{\bar{F}\left[\bar{h}^*(\Omega,t_i,\bar{P}^*);\bar{h}(\Omega,t_i)\middle|\bar{Q}(\Omega,t_i);\bar{N}(\tau_i);\tau\in t;x,y\in\Omega;\mathcal{J}\right]\bar{W}(t_i)\right\}=\min_{\bar{P}^*\in G_1},\quad(3.8)$$

где M – символ математического ожидания .

Решением ряда тестов установлено, что для идентификации параметров целого ряда ГГО целесообразно воспользоваться известным интегральным критерием вида

$$\sum_{i=0}^{r}\left\{M\left\{\bar{F}\left[\Delta\bar{h}(\Omega,t_i,\bar{P}^*)\middle|\bar{Q}(\Omega,t_i);\bar{N}(\tau_i);\tau\in t;x,y\in\Omega;\mathcal{J}\right]^P\bar{W}(t_i)\right\}\right\}^{\frac{1}{P}}=\min,\quad(3.9)$$

где $\Delta\bar{h}(\Omega,t_i,\bar{P}^*)=\bar{h}^*(\Omega,t_i,\bar{P}^*)-\bar{h}(\Omega,t_i)$.

При P=2 получим критерий минимума среднего квадрата ошибки.

При достаточно развитой наблюдательной сети в критерий целесообразно вводить члены с производными по координатам $\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right.$ и $\left.\frac{\partial h}{\partial y}\right)$.

Определение вектора $\bar{h}^*(\Omega,t,\bar{P}^*)$ при реализации вычислительного эксперимента на ЭВМ базируется на методе конечных элементов (МКЭ). При этом решение (3.I) при условии (3.2), (3.3), (3.4) сводится к вариационной задаче минимизации функционала вида

$$I=\int_{\Omega}\left\{\frac{1}{2}\left[T\left(\frac{\partial h^*(\Omega,t,\bar{P}^*)}{\partial x}\right)^2+T\left(\frac{\partial h^*(\Omega,t,\bar{P}^*)}{\partial y}\right)^2\right]-h^*(\Omega,t,\bar{P}^*)\left(W-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\mu(\Omega,h)\frac{\partial h^*(\Omega,t,\bar{P}^*)}{\partial t}\right)\right\}dxdy-\int_{\Gamma}h^*(\Omega,t,\bar{P}^*)q\,dz=\min;[P^*]_i;\ i=\overline{1,M},\quad(3.10)$$

где $[P^*]_i$ – матрица планирования i -го варианта моделирования МКЭ.

Разбив область фильтрации Ω на M треугольных непересекающихся подобластей Ω_i, $i=\overline{1,M}$, записав функционал (3.I0) для одного треугольника и выбрав функцию $h^*(\Omega,t,\bar{P}^*)$ в пределах каждого треугольника, после соответствующих преобразований получим вначале систему линейных дифференциальных , а затем – алгебраических уравнений. Из решения этой системы находится искомый вектор $\bar{h}^*(\Omega,t,\bar{P}^*)$.

Пример постановки задачи идентификации параметров ГГО. Требуется идентифицировать параметры ГГО шестиугольной гипотетической

области (рис.3.1). Предполагается, что процесс геофильтрации описывается дифференциальным уравнением Буссинеска, известен входной одномерный вектор $Q(t)$ = 1500 м^3/сут (дренажный контур с постоянным расходом) и выходной вектор снижения в НС 1,1', 2,2' области фильтрации Ω (рис.3.2).

3.2. Гидрогеологическая, геофильтрационная и вычислительная схематизации

Ввиду достаточно подробного изложения вопросов гидрогеологической, геофильтрационной и вычислительной схематизации в литературе* [11,12] в данной работе они иллюстрируются только тестовыми примерами.

Пример гидрогеологической, геофильтрационной и вычислительной схематизации. Гипотетическая область фильтрации (рис.3.1) представляет собой замкнутый шестиугольный пласт площадью 2,6 . 10^{6}м^2. В центре области фильтрации на дренажном контуре заданы граничные условия 2-го рода $Q(t)$= 1500 м^3/сут. Граничные условия на внешнем контуре показаны на рис.3.1. Область фильтрации Ω разделена прямолинейной границей, например, тектонического происхождения на две зоны Ω_1 и Ω_2 с различными фильтрационными свойствами.

Режим фильтрации напорный, нестационарный (h = 100 м), шаг временной дискретизации Δt = 30 сут. Пространственная дискретизация выполнена равномерной треугольной сеткой (рис.3.3). Моделирование процесса геофильтрации должно выполняться МКЭ, программы которого реализованы на алгоритмическом языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-4М**.

3.3. Выбор факторов и интервалов их варьирования

Фактор считается заданным, если указаны его название, размерность и область определения. При идентификации выбранные факторы

---

* Рекомендации по разработке фильтрационной модели и оптимизации системы осушения нижнекаменноугольного водоносного горизонта Яковлевского рудника. Фонды ВИОГЕМ, Белгород, 1978, 82 с.

** Разработка алгоритмов и программ по реализации метода конечных элементов в задачах осушения и геомеханики для ЭЦВМ БЭСМ-4М. Отчет по НИР 32-76. Фонды ВИОГЕМ. Белгород, 1978, 198 с.

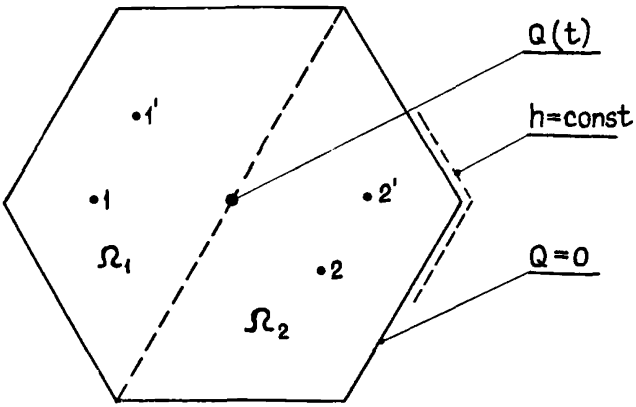

Рис.3.I. Гипотетическая область фильтрации.

должны быть управляемыми (управлять фактором - значит задавать требуемое значение и поддерживать его постоянным или менять по заданной программе в процессе моделирования), однозначными, совместными и линейно некоррелированными. На первом этапе идентификации параметров ГГО необходимо выявить факторы, которые, по мнению гидрогеолога, могут оказывать наиболее значительное влияние на критерий идентификации (результаты моделирования). Такой выбор

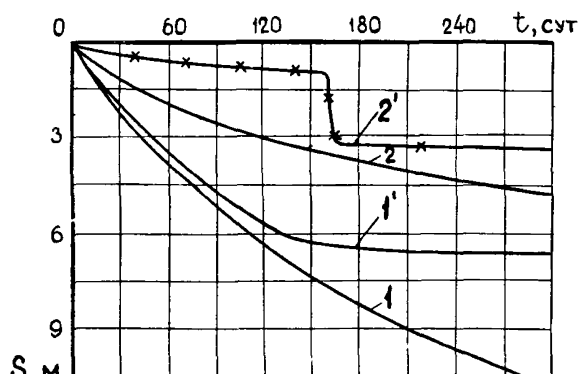

Рис.3.2. Снижения напоров в наблюдательных скважинах.

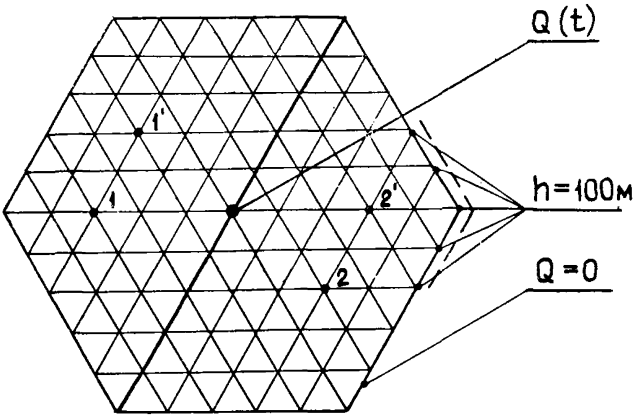

Рис.3.3. Пространственная дискретизация гипотетической области фильтрации.

производится по геолого-структурным данным, результатам опытно - фильтрационных работ или опытно-производственного водопонижения, геофизических и других работ. Факторы,которые трудно или невозможно учесть при моделировании, необходимо во всех вариантах модели - рования стабилизировать на постоянных уровнях. Отсеивание незначимых факторов должно основываться на сочетании гидрогеологических методов, а также методов, основанных на теориях чувствительности, случайного баланса и Плаккета-Бермана [I, I0].

Отметим,что подход, основанный на методах теории чувствительности, отличается сложностью расчета и значительными ошибками результатов [I4], поэтому при решении практических задач более предпочтительными являются современные методы,базирующиеся на алгоритмах математического планирования экспериментов.Получаемые при этом результаты могут использоваться при определении последовательности сооружения НС. Мы не имеем возможности в настоящих методических рекомендациях подробно осветить методы отсеивающих экспериментов. Обратим внимание лишь на важность выбора наиболее значимых факторов, которые оказывают влияние на ГГО. Для каждого из выбранных факторов устанавливаются основной уровень и интервалы его варьирования.Интервалы варьирования следует выбирать

из условия, чтобы их величина превышала удвоенную среднеквадратическую ошибку в определении данного фактора. Результаты первого этапа сводятся в табл.3.I.

Таблица 3.I

№ пп	Фактор и его размерность	Обозначение фактора	Минимальная величина фактора	Максимальная величина фактора
I	Водопроводимость, $м^2$/сут	T_1	T_{1min}	T_{1max}
j	. . .	. . .	. . .	. . .
n	Упругая водоотдача	μ^*	μ^*_{min}	μ^*_{max}

Для упрощения записи условий моделирования и обработки получаемых результатов масштабы выбираются так, чтобы минимальное значение фактора соответствовало -I, а максимальное - +I. Нормализованные значения факторов связаны с натуральными соотношением [I3,2I]

$$X_j = \frac{\bar{x}_j - \bar{x}_{j0}}{\lambda_j}, \qquad (3.II)$$

где X_j - нормализованное значение фактора; $\bar{x}_j$ - натуральное значение фактора; $\bar{x}_{j0}$ - натуральное значение основного уровня; λ_j - интервал варьирования; j - номер фактора.

Результаты второго этапа сводятся в табл.3.2.

Таблица 3.2

№ пп	Фактор и его размерность	Уровень фактора			Интервал варьирования
		- I	0	+ I	
I	T_1 , $м^2$/сут	T_{1min}	$T_{1ср}$	T_{1max}	ΔT_1
j	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
m	μ^*	μ^*_{min}	$\mu^*_{ср}$	μ^*_{max}	$\Delta\mu^*$

Пример выбора факторов и интервалов их варьирования. Для гипотетической области фильтрации, приведенной на рис.3.I, 3.3, наиболее важными факторами являются водопроводимость первой и второй зон и упругая водоотдача. Характеристики факторов гипотетической области фильтрации приведены в табл.3.3.

Таблица 3.3

№ пп	Фактор и его размерность	Обозначение фактора	Минимальная величина фактора	Максимальная величина фактора
I	Водопроводимость первой зоны, $м^2$/сут	T_1	40	200
2	Водопроводимость второй зоны, $м^2$/сут	T_2	I00	900
3	Упругая водоотдача	μ^*	$4 \cdot I0^{-4}$	$6 \cdot I0^{-4}$

Анализируя данные табл.3.3, можно сделать вывод, что наибольшей неопределенностью характеризуется водопроводимость зон Ω_1 и Ω_2. Изменение величины водоотдачи находится в пределах среднеквадратической ошибки ее определения, т.е. величина их определена достаточно точно, например, по результатам лабораторных исследований. В связи с этим зафиксируем величину упругой водоотдачи на нулевом уровне $\mu^* = 5 \cdot I0^{-4}$. После этого уровни факторов и интервалы их варьирования сведем в табл.3.4.

Таблица 3.4

№ пп	Фактор и его размерность	Уровень фактора			Интервал варьирования
		- I	0	+ I	
I	T_1 ,$м^2$/сут	40	I20	200	80
2	T_2 ,$м^2$/сут	I00	500	900	400

3.4. Выбор показаний наблюдательных скважин для решения задачи идентификации

На результаты идентификации параметров ГГО весьма существенно

влияют данные о снижениях напора (уровня) в . Поэтому при решении задачи представляется весьма важным использовать показания тех НС и те участки графиков прослеживания, которые отображают наиболее существенные и закономерные стороны гидродинамического процесса. Для решения этой задачи нами разработан комплекс алгоритмов по обработке гидрогеологической информации [5], которые реализованы на языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-4М.

Одной из важнейших при идентификации является задача определения числа и мест расположения НС. Очевидно, НС должны располагаться таким образом, чтобы обеспечить в конечном итоге единственность решения задачи идентификации с требуемой точностью. Задача определения числа и мест расположения НС находится в стадии решения, поэтому в настоящее время целесообразно пользоваться рекомендациями , изложенными в работах [8, I2, 24].

Пример выбора показаний НС гипотетической области фильтрации. На рис.3.2 приведены снижения напоров в НС I и I′ зоны Ω_1 и 2 и 2′ зоны Ω_2 . В НС I′ зоны Ω_1 наблюдается преждевременная стабилизация напора. Это положение может объясняться как нарушением герметичности обсадной колонны, так и другими факторами. В НС 2′ зоны Ω_2 отсутствует реакция на водоотбор на первых этапах водопонижения. Такая реакция снижения в НС 2′ может объясняться как неудовлетворительным состоянием прифильтровой зоны, так и другими причинами. В результате такого анализа при решении задачи идентификации параметров ГГО для зоны Ω_1 выбираем снижение напора в НС I, а для зоны Ω_2 - снижение напора в НС 2.

Заметим, что в случае недостатка информации о выходном векторе $\bar{h}(t)$ можно использовать начальный участок снижения напора в НС I′ и конечный участок в НС 2′. В то же время использование недостоверных участков снижений напоров в НС приведет к большим погрешностям решения задачи идентификации.

3.5. Поиск околооптимальной области идентификации параметров ГГО

Планирование вариантов моделирования МКЭ необходимо для установления количественных связей между векторным критерием идентификации $\bar{F}$ и искомыми факторами $\bar{P}^*$, которые представляются в виде некоторой поверхности отклика $F(\bar{P}^*)$,т.е. зависимости между крите-

рием идентификации и искомыми параметрами $\bar{P}^*$.

Для поиска околооптимальной области идентификации необходимо использовать алгоритм, основанный на методе крутого спуска по поверхности отклика Бокса-Уилсона [I,I0,I3] , которая в окрестности достаточно удаленной от экстремума точки аппроксимируется системой уравнений

$$F_j = a_0^{(j)} + a_1^{(j)} P_1^* + \ldots + a_N^{(j)} P_N^*; \; j=\overline{1,n}, \qquad (3.I2)$$

где $F_j(x_j, y_j, \bar{P}^*)$ - функция отклика j -й НС; N - размерность вектора $\bar{P}^*$; $a_0^{(j)} = F_i^o$ - значение функции отклика в точке $P^{*(o)}$; $a_i = \frac{\partial F_j}{\partial P_i^*}$ - определенные в точке $P^{*(o)}$ наклоны плоскости в направлении осей соответствующих аргументов P_i^* .

Для идентификации параметров ГГО используются алгоритмы, основанные на критерии D - оптимальности и ротатабельности,у которых планирование выполняется по ортогональным матрицам. Ортогональной является матрица планирования вариантов моделирования МКЭ, у которой сумма почленных произведений любых двух столбцов равна нулю.

Пример ортогональной матрицы для двух факторов и двух уровней варьирования приведен в табл.3.5.

Таблица 3.5

Номер варианта моделирования МКЭ	Факторы в кодированных переменных		Результаты моделирования МКЭ
	T_1	T_2	
I	-I	-I	$\bar{h}_1^*(\cdot)$
2	+I	-I	$\bar{h}_2^*(\cdot)$
3	-I	+I	$\bar{h}_3^*(\cdot)$
4	+I	+I	$\bar{h}_4^*(\cdot)$

Общая формула для определения коэффициентов регрессии (3.I2) имеет вид

$$a_j = \frac{\sum_{i=1}^{K} T_i F_i}{K} \qquad (3.I3)$$

где T_i - значение фактора в соответствующем столбце матрицы планирования ($T_i = \pm I$); F_i - величина критерия идентификации в i -м варианте моделирования; K - общее число вариантов моделирования МКЭ.

После оценки значимости коэффициентов уравнения регрессии

по критерию Стьюдента проверяется адекватность линейного уравнения регрессии по критерию Фишера [10,13] .

Для реализации поисковой процедуры выбирается НС с $\sum_{j=1}^{n} a_j = max$ и характеризующейся высокой достоверностью замеров снижений.

Для реализации крутого спуска по каждому искомому фактору определяем

$$C_i = a_i \Delta P_i, \qquad (3.14)$$

где ΔP_i - интервал варьирования фактора. В качестве базового выбирается фактор с $C_i max$. Длина шага крутого спуска для него определяется из разработанного нами алгоритма

$$\left.\begin{aligned} L_n &= \frac{|\nabla F|_{n-1}}{\sigma_h} \frac{\vartheta_{n-1}}{\vartheta_{n-2}} \frac{1}{1+\sigma_{lg\tau} n} L_{n-1}, \text{ при } F^{(n)} \leqslant F^{(n-1)}; \\ L_n &= -\frac{|\nabla F|_{n-1}}{\sigma_h} \frac{\vartheta_{n-1}}{\vartheta_{n-2}} \exp(-\sigma_{lg\tau}\sqrt{n})\, L_{n-1}, \text{ при } F^{(n)} > F^{(n-1)} \end{aligned}\right\}, \quad n=1,2,\ldots \qquad (3.15)$$

где L_n - длина рабочего шага спуска на n- м шаге; L_0 - величина первоначального шага крутого спуска; ϑ_{n-1} - скорость изменения функции отклика на ($n-1$) -м шаге; ∇ - символ градиента; σ_h - среднеквадратическое отклонение функции снижения напора; $\sigma_{lg\tau}$ - величина стандарта логарифма водопроводимости; знак "-" указывает на движение в обратном направлении.

Длина шагов для остальных факторов определяется по известной формуле

$$L_i = L \frac{a_i \Delta P_i}{a \Delta P} . \qquad (3.16)$$

Вход в околооптимальную область идентификации определяется по векторному критерию $\bar{A} = \langle f, P \rangle \to max$, при условии $f > f_{табл.}$, где f - критерий Фишера; P -вероятность достижения околооптимальной области идентификации , определяемая по формуле

$$P = 1 - \Phi^{*}\left(\frac{R_0 - M\left[\sum_{i=1}^{n} L_i\right]}{\sqrt{D\left[\sum_{i=1}^{n} L_i\right]}} \right),$$

где $\sum_{i=1}^{n} L_i$ - расстояние, пройденное за n шагов крутого спуска; R_0 - расстояние от исходной точки $P^{*(0)}$ до цели; $\Phi^{*}(\cdot)$ - интеграл вероятностей [19]. Поиск околооптимальной области необходимо начинать от параметров $\bar{P}^{*(1)}$,обеспечивающих минимум левых частей системы (3.12).

На каждом этапе крутого спуска необходимо выполнять промежуточный анализ и гидрогеологическую интерпретацию получаемых результатов.

Для автоматизации расчетов при поиске околооптимальной области идентификации нами разработаны программы "Поиск" , реализованные на языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-4М и ЕС ЭВМ.

Пример поиска околооптимальной области идентификации. Вычисления, проводимые в соответствии с приведенной выше тестовой задачей по I6-ти вариантам моделирования МКЭ по формулам (3.I3) - (3.I6) показали, что околооптимальная область находится в пределах T_1 = = 40÷200 $м^2$/сут; T_2 = I00÷500 $м^2$/сут. Уравнения регрессии для I-й и 2-й НС, рассчитанные по формулам (3.I2), (3.I3), имеют вид

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= -3{,}84 + 0{,}003T_1 + 4{,}51T_2 \\ F_2 &= -2{,}72 + 0{,}065T_1 + 3{,}18T_2 \end{aligned}\right\}. \qquad (3.17)$$

3.6. Поиск решения в околооптимальной области

В околооптимальной области идентификации описать поверхность отклика линейными уравнениями зачастую не представляется возможным, поэтому необходимо воспользоваться планами второго и высших порядков. Как показали исследования, в этом случае целесообразно воспользоваться ротатабельными планами [I0,I3,I4] . В табл.3.6 приведена схема ротатабельного планирования второго порядка, вариантов моделирования МКЭ для двух факторов, причем величины вспомогательных коэффициентов L, Q, R, S, T, V, W определяются в зависимости от числа искомых факторов и приводятся в работах [I0,I3,I4] .

Таблица 3.6

Номер варианта моделирования МКЭ	T_1	T_2	Номер варианта моделирования МКЭ	T_1	T_2
I	-I	+I	6	+I,4I4	0
2	+I	-I	7	0	-I,4I4
3	-I	+I	8	0	+I,4I4
4	+I	+I	9	0	0
5	-I,4I4	0			

L =0,2466; Q =0,09979; R =0,I250; S =0,I236;
T =0,0I87; V =0,0997; W =0,2500

В этой схеме кроме ортогональной матрицы планирования на двух

уровнях производится моделирование МКЭ в звездных точках. Их координаты от основного уровня неодинаковы для различного числа искомых факторов [13] . Для лучшего восприятия методики определения коэффициентов регрессии воспользуемся непосредственными расчетами для нашего примера.

Пример поиска решения в околооптимальной области. Для описания поверхности отклика уравнением второго порядка реализовано ротатабельное планирование вариантов моделирования МКЭ, матрица которого приведена в табл.3.7 (при этом в программах МКЭ целе - сообразно применять функции формы второго порядка).

Таблица 3.7

Номер варианта моделирования МКЭ	I	2	3	4	5	6	7	8	9
T_1 ,$м^2$/сут	40	200	40	200	I0	230	I20	I20	I20
T_2 ,$м^2$/сут	I00	I00	500	500	300	300	20	580	300

В табл. 3.8 приведены необходимые расчеты для составления уравнения регрессии по НС № I.

Таблица 3.8

T_1	T_2	F_i	$T_1^2 F_i$	$T_2^2 F_i$	$T_1 F_i$	$T_2 F_i$	$T_1 T_2 F_i$
I	2	3	4	5	6	7	8
-I	-I	-8,4	-8,4	-8,4	+8,4	+8,4	-8,4
+I	-I	-8,3	-8,3	-8,3	-8,3	+8,3	+8,3
-I	+I	+0,7	+0,7	+0,7	-0,7	+0,7	-0,7
+I	+I	+0,7	+0,7	+0,7	+0,7	+0,7	+0,7
-I,4I4	0	-0,6	-I,2	0	+0,8	0	0
+I,4I4	0	-I,0	-2,0	0	-I,4	0	0
0	-I,4I4	-28,9	0	-57,8	+40,9	+40,9	0
0	+I,4I4	+I,0	0	+2,0	0	+I,4	0
0	0	-I,0	0	0	0	0	0
	$\sum$	-45,8	-I8,5	-7I,I	-0,5	60,4	-0,I

Остаточный член уравнения регрессии определяется по формуле

$$a_0 = L\sum_{i=1}^{N} F_i - Q\sum_{m=1}^{K}\sum_{i=1}^{N} T_{mi} F_n = 0{,}2466(-45{,}8) - 0{,}09979(-89{,}6) = -2{,}4, \quad (3.18)$$

где $\sum_{i=1}^{n} F_i$ – сумма значений, приведенных в графе 3 табл.3.8; $\sum_{n=1}^{K}\sum_{i=1}^{N} T_{ni} F_n$ – то же в графах 4,5 табл.3.8; K – число искомых факторов.

Аналогично по известным формулам

$$a_n = R\sum_{i=1}^{N} T_n F_i; \qquad (3.19)$$

$$a_{nn} = S\sum_{i=1}^{N} T_{ni}^2 F_i + T\sum_{n=1}^{K}\sum_{i=1}^{N} T_{ni}^2 F_i - V\sum_{i=1}^{N} F_i; \qquad (3.20)$$

$$a_{nk} = W\sum_{i=1}^{N} F_i T_{ni} T_{ki}. \qquad (3.21)$$

и результатам расчетов, приведенным в табл.3.8, определяются коэффициенты регрессии при T_n, T_n^2 и T_{ni}.

Итак, уравнение регрессии для первой НС (F_1) примет вид

$$F_1 = -2{,}4 - 0{,}1T_1 + 7{,}6T_2 + 0{,}6T_1^2 - 5{,}9T_2^2 - 0{,}003T_1T_2. \qquad (3.22)$$

Аналогично рассчитываются коэффициенты регрессии для второй НС

$$F_2 = -1{,}7 + 0{,}03T_1 + 5{,}6T_2 + 0{,}4T_1^2 - 4{,}5T_2^2 - 0{,}05T_1T_2. \qquad (3.23)$$

Проверка значимости коэффициентов уравнений регресии (3.22), (3.23) производится по критерию Стьюдента, адекватности уравнений – по критерию Фишера [10,13].

Вышеизложенные алгоритмы реализованы в виде программы "Поиск 2" на языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-4М и ЕС ЭВМ.

3.7. Решение систем нелинейных алгебраических уравнений

Для получения приближенного решения системы нелинейных уравнений с заданной точностью существует ряд методов. При $0 \leq \sigma_{egT} \leq 0{,}3$ целесообразно применять методы Ньютона или наискорейшего спуска. Нами рекомендуется на первом этапе применять метод градиента или наискорейшего спуска, а на втором – метод Ньютона. При $\sigma_{egT} > 0{,}3$ для поиска глобального минимума можно воспользоваться вероятностными алгоритмами с линейной или нелинейной тактикой [19]. В случае, если размерность вектора $\bar{P}^*$ достаточно большая, необходимо на первом этапе использовать алгоритм с нелинейной тактикой, а на втором – с линейной. Можно также применять алгоритм, основанный на методах стохастической аппроксимации [19,21].

Алгоритмы решения систем нелинейных уравнений реализованы в виде программ "Синел I" – "Синел 6" и "Стох I", "Стох 4" на языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-4М и ЕС ЭВМ.

Пример решения системы нелинейных уравнений для гипотетической области фильтрации. По результатам исследования околооптимальной

области получена система нелинейных уравнений (3.22), (3.23), решение которой должно удовлетворять критерию

$$F = |F_1| + |F_2| = \min_{\substack{T_1 \in G_1 \\ T_2 \in G_2}} \qquad (3.24)$$

с точностью $\Delta T \leqslant 0{,}15$. В результате решения системы (3.22),(3,23) методом Ньютона получен ряд последовательных приближений искомых факторов, приведенный в табл. 3.9.

Таблица 3.9

Номер приближения	T_1	F_1	T_2	F_2
I	-I,00	0,300	0,90	0,I200
2	-0,50	0,070	0,80	-0,0200
3	-0,20	0,050	0,7I	0,0200
4	-0,06	0,009	0,70	0,0016

Заданной точности удовлетворяет приближение 4, которое выбирается в качестве решения системы (3.22), (3.23).

Таким образом, искомые факторы в нормализованном виде будут равняться $T_1 = -0{,}06$, $T_2 = 0{,}70$, а в натуральных единицах по формуле (3.II) $T_1 = II5$ м^2/сут; $T_2 = 440$ м^2/сут.

3.8. Регуляризация решения задачи идентификации параметров ГГО

Для получения устойчивого приближенного решения задачи идентификации [23] нами разработан имитационный алгоритм регуляризации, в основу которого положена имитация реализаций случайных функций $\tilde{h}(\Omega,t)$, $\tilde{Q}(\Omega,t)$ с последующим исследованием сходимости результатов решения систем нелинейных алгебраических уравнений. Процесс имитации заканчивается после того, как сделан вывод о сходимости или расходимости получаемых результатов.

Для получения искомого вектора $\bar{P}^*$ в случае расходящегося процесса необходимо использовать известные регуляризующие методы, основанные на введении ограничений, отвечающих физической природе ГГО.

Ими могут быть критерии вида* [12] .

$$T_i \gg T_j \;;\; T_k \gg T_j \;;\; T_p \approx T_j \;;\; T_j < T_n < T_k, \qquad (3.25)$$

где T_i, T_j, T_k, T_p, T_n – водопроводимость кусочно-однородных зон $\Omega_i, \Omega_j, \Omega_k, \Omega_p, \Omega_n$ соответственно.

В тех случаях, когда в результате применения регуляризующих алгоритмов все же получается несколько решений (этот случай имеет место при решении задачи идентификации в условиях существенной неопределенности), необходимо донести их в форме нескольких вариантов до лиц, ответственных за принятие решений. Однако даже при таком "волевом" выборе вся вычислительная стадия, выполненная на предыдущих этапах , гарантирует, что будет принят один из рациональных вариантов, и это позволит избежать больших просчетов и ошибок при решении инженерных задач.

Алгоритм регуляризации реализован в виде программ "Идент I", "Идент 2" на языке ФОРТРАН для ЭВМ БЭСМ-4М.

Сходимость предлагаемых алгоритмов идентификации доказана нами по методике Брукса. Скорость сходимости алгоритмов идентификации можно оценить по одной из формул

$$\vartheta_j(n) = B \exp\left[-\beta \frac{M \sum_{i=1}^{m} \sigma_i}{N} n\right]; \qquad (3.26)$$

$$\vartheta_j(n) = B \exp\left[-\beta \frac{M \sum_{i=1}^{m} \sigma_i}{N} n\right] \cos \omega n; \qquad (3.27)$$

$$\vartheta_j(n) = B \exp\left[-\beta \frac{M \sum_{i=1}^{N_m} \sigma_i}{N} n \cos \omega n\right], \qquad (3.28)$$

где n – номер шага настройки j -го параметра; M – число кусочно-однородных зон $0 \Phi \Omega$; N – число точек контроля параметров ГГО; σ_i – ошибка измерения i -го параметра ГГО; m – число измеряемых параметров ГГО; β, B, ω – постоянные, определяемые по результатам решения, например , методом наименьших квадратов.

Предлагаемый алгоритм позволяет эффективно решать задачи идентификации на вероятностных математических моделях ГГО. При этом в результате решения получаются средние значения искомых параметров $T_{i\,cp}$ и характеристики рассеивания σ_{T_i}, $i = \overline{1,N}$. Данный численный алгоритм применим при идентификации параметров водоносных пластов многослойного строения, а также для интерпретации результатов опытно-фильтрационных работ.

---

* Гавич И.К. Теория и практика применения аналогового моделирования в гидрогеологии. Автореферат докт.дисс. М., 1973, 58 с.

Все разработанные программы хранятся на перфокартах ГОСТ 6I98-75 в лаборатории технологии осушения института ВИОГЕМ.

4. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ ПРОЕКТНОГО ЭФФЕКТА ОСУШЕНИЯ

С точки зрения инженера-проектировщика значительно больший интерес представляет получение не гарантированных значений фильтрационных параметров, а гарантированного результата решения задачи о суммарном дебите системы осушения, величине снижения уровня подземных вод в пределах карьерного или шахтного поля и необходимом количестве скважин. Действительно, расчетная зависимость для условий установившегося движения имеет вид

$$Q_{сум} = \frac{2\pi km S_0}{R}, \qquad (4.I)$$

где R' - фильтрационное сопротивление, зависящее от формы и геометрических размеров системы осушения и водоносного горизонта и вида граничных условий.

Если неизвестная величина математического ожидания коэффициента фильтрации или водопроводимости оценена с точностью ε, то средне-квадратическое отклонение (стандарт) оценки Q сум вычисляется по формуле

$$\sigma Q_{сум} = \frac{2\pi S_0}{R} \sigma_{\overline{km}} . \qquad (4.2)$$

Доверительный интервал для математического ожидания суммарного дебита определяется по формуле

$$\frac{2\pi \overline{km} S}{R} - Z_p \frac{2\pi S}{R} \sigma_{\overline{km}} < MQ_{сум} < \frac{2\pi \overline{km} S}{R} + Z_p \frac{2\pi S}{R} \sigma_{\overline{km}} . \qquad (4.3)$$

Совершенно аналогично могут быть определены доверительные пределы для величины понижения уровня в расчетной точке

$$\frac{Q_{сум}}{2\pi km} R - Z_p \frac{Q_{сум} R}{2\pi (km)^2} \sigma_{\overline{km}} < MS_p <$$

$$< \frac{Q_{сум}}{2\pi km} R + Z_p \frac{Q_{сум} R}{2\pi (km)^2} \sigma_{\overline{km}} . \qquad (4.4)$$

Из анализа всех вышеприведенных формул ясно, что ширина доверительного интервала, а следовательно, и размер резерва тем меньше, чем более однороден водоносный горизонт (т.е. чем меньше $\sigma_{\overline{km}}$) и чем с большей точностью определены фильтрационные параметры (т.е. с ростом числа опытных скважин n). Этим самым в значительной степе-

ни уменьшается производ в выборе объемов дренажных работ.

Характерным в этом отношении примером является Южно-Белозерское месторождение, для которого проект осушения составлялся трижды, при этом стоимость дренажа по сравнению с первоначальной увеличилась более чем вдвое, несмотря на исключение объемов по дренажу трех водоносных горизонтов. Проиллюстрируем преимущества вероятностных моделей на этом примере. При проектировании системы осушения бучакского водоносного горизонта в 1960 г. [18] была принята гидродинамическая схема однородного неограниченного в плане пласта со средним коэффициентом фильтрации (по 6 определениям) К=3,8 м/сут. По известной формуле В.Н.Щелкачева рассчитанная система осушения должна была состоять из 30 скважин с суммарным дебитом 1050 $м^3$/ч. Резерв произвольно принят 7 скважин. При этом совершенно не была принята во внимание точность единичных определений .Геологические условия формирования водоносного горизонта не дают никаких оснований предполагать наличие существенной неоднородности его свойств, поэтому целесообразно принять нормальную модель распределения водопроницаемости. По данным работы [18] по формуле (2.3) найдем ошибку индивидуального значения коэффициента фильтрации σ_K =5,18 м/сут и по формуле (2.1) - ошибку среднего $\sigma_{\bar{K}}$ =2,1 м/сут.

По табл.2.1 находим, что при коэффициенте вариации $V=\frac{\sigma_K}{\bar{K}}$ и оптимальной точности ε =0,25 для более или менее достоверной оценки фильтрационных свойств водоносного горизонта (при условии сохранения той же точности единичных определений) необходимо иметь данные откачек примерно из 80 скважин.Следовательно, имевшиеся в 1960 г. исходные данные совершенно недостоверны и проектное задание, строго говоря, опираясь на них, составлять было нельзя. Однако, как указывалось , проектная организация чаще всего не имеет возможности отложить проектирование до получения достоверных данных, что имело место и в данном случае. И здесь наглядно проявляются преимущества использования вероятностных моделей, так как инженер-проектировщик имеет возможность, используя фильтрационные параметры, определенные с большой ошибкой, рассчитать возможные отклонения эффекта с максимальной доверительной вероятностью и в соответствии с результатами расчета внести коррективы в проектные решения.

Для рассматриваемого примера по формуле (4.2) худшая граница суммарного дебита (при P =0,997, т.е. для трехсигмового предела) составляет $Q_{сум\,г}$ = 2800 $м^3$/ч или в 2,7 раза больше принятого в

проекте. Очевидно было бы бессмысленно предусматривать резерв скважин 270%, однако, ориентируясь на полученный результат, проектировщики имеют возможность соответственно пересмотреть конструкцию скважин, изменить тип погружного насоса и т.д., что позволит более объективно определить сметную стоимость осушения, которая для ЗЖРК № I при последующем переутверждении проекта была увеличена более чем вдвое.

Если водоносный горизонт является кусочно-однородным, т.е. может быть разграничен на зоны различной водопроводимости, то используя теорему о числовых характеристиках суммы случайных величин, дисперсию общего решения задачи о дебите системы осушения или положения сниженного уровня, можно определить как сумму дисперсии решений в каждой зоне.

Полагая в каждой из ℓ зон фильтрационные свойства независимыми, можно записать

$$\sigma^2 Q_{сум} = \sum_{i=1}^{\ell} \left(\frac{Q_i}{(km)_i} \right)^2 \frac{\sigma^2_{(km)_i}}{n_i}; \tag{4.5}$$

$$\sum_{i=1}^{\ell} Q_i - Z_p \sqrt{\sum_{i=1}^{\ell} \left(\frac{Q_{сум}}{(km)_i} \right)^2 \frac{\sigma^2 (km)_i}{n}} < MQ_{сум} <$$

$$< \sum_{i=1}^{\ell} Q_i + Z_p \sqrt{\sum_{i=1}^{\ell} \left(\frac{Q_i}{km} \right)^2 \frac{\sigma^2 (km)_i^2}{n}} . \tag{4.6}$$

Рассмотрим теперь нелинейные расчетные схемы.

При проектировании осушения безнапорных водоносных горизонтов для определения положения сниженного уровня используется формула

$$S_x = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q_{сум}}{\pi K} R_x} . \tag{4.7}$$

Применяя метод линеаризации к выражению (4.7) и полагая все величины, кроме K, неслучайными, для ошибки решения можно записать

$$\sigma \bar{S} = \frac{\partial S}{\partial K} \sigma_{\bar{K}} = \frac{Q R_x}{2\pi K^2 \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi K} R_x}} \sigma_{\bar{K}} , \tag{4.8}$$

а доверительные интервалы для депрессионной кривой можно определить из выражения

$$H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi K} R} - Z_p \frac{QR}{2\pi K^2 \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi K} R}} \sigma_{\bar{K}} < S <$$

$$< H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi K} R} + Z_p \frac{QR}{2\pi K^2 \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi K} R}} \sigma_{\bar{K}} . \tag{4.9}$$

Все приведенные выше зависимости применимы при выполнении гидрогеологических расчетов по формулам установившегося движения.

При использовании формул неустановившегося движения изложенный подход в принципе приемлем. Для простейших случаев (неограниченный или полуограниченный в плане однородный пласт) могут быть получены аналитические зависимости дисперсии решения задачи по следующей схеме:

$$\sigma^2_{\bar{Q}} \approx \left(\frac{\partial Q}{\partial k}\right)^2 \sigma^2_{\bar{k}} + \left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right)^2 \sigma^2_{\bar{a}} + 2\left(\frac{\partial Q}{\partial k}\right)\left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right) \rho_{ka}\, \sigma_{\bar{k}}\, \sigma_{\bar{a}} . \qquad (4.10)$$

Используя формулу (4.10) и пренебрегая последним членом формулы, можно рекомендовать зависимости для расчета относительной ошибки суммарного дебита и величины понижения уровня подземных вод в заданных точках, которые приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Условия и режим водопонижения	Расчетная формула
1. Напорный водоносный горизонт, установившееся движение	$\frac{\sigma_{\bar{Q}_{сум}}}{\bar{Q}_{сум}} = \frac{\sigma_{\bar{S}}}{\bar{S}} = \frac{1}{\bar{k}m}\,\sigma_{\bar{k}m}$
2. Напорный водоносный горизонт, неустановившееся движение	$\frac{\sigma_{\bar{Q}_{сум}}}{\bar{Q}_{сум}} = \frac{\sigma_{\bar{S}}}{\bar{S}} = \sqrt{\frac{1}{(\bar{k}m)^2}\sigma^2_{\bar{k}m} + \frac{1}{a^2R^2}\sigma^2_{\bar{a}}}$
3. Безнапорный водоносный горизонт, установившееся движение	$\frac{\sigma_{\bar{Q}_{сум}}}{\bar{Q}_{сум}} = \frac{1}{\bar{k}}\,\sigma_{\bar{k}}$
4. Безнапорный водоносный горизонт, неустановившееся движение	$\frac{\sigma_{\bar{S}}}{\bar{S}} = \frac{H+\bar{h}_0}{2\bar{k}h_0}\,\sigma_{\bar{k}}$; $h_0 = H - \bar{S}$
	$\frac{\sigma_{\bar{Q}_{сум}}}{\bar{Q}} = \sqrt{\frac{1}{\bar{k}}\sigma^2_{\bar{k}} + \frac{1}{\beta^2R^2}\sigma^2_{\beta}}$
	$\frac{\sigma_{\bar{S}}}{\bar{S}} = \frac{H^2-h^2}{2h^2}\sqrt{\frac{1}{\bar{k}^2}\sigma^2_{\bar{k}} + \frac{1}{\beta^2R^2}\sigma^2_{\beta}}$

R – гидравлическое сопротивление . Для того, чтобы определить границы допустимости этих формул результаты численных расчетов по ним сопоставлены с точным решением, полученным путем моделирования на ЭВМ методом Монте-Карло.

Для удобства сопоставления все величины приведены к безразмерному виду. Относительные ошибки определения гидродинамических параметров представлены в табл. 4.2.

Из табл.4.2 следует, что при оценке достоверности эффекта осушения напорных водоносных горизонтов методом линеаризации можно пользоваться при всех практически возможных ошибках в определении среднего (расчетного) значения параметров, так как в этом случае ошибка прогноза не превосходит ошибки в определении коэффициента

Таблица 4.2

Относительная ошибка средних значений параметров		Относительная ошибка прогноза					
		Напорный водоносный горизонт			Безнапорный водоносный горизонт		
$\varepsilon_{\bar{k}}=\frac{\sigma_{\bar{k}}}{\bar{k}}$	$\varepsilon_{\bar{a}}=\frac{\sigma_{\bar{a}}}{\bar{a}}$; $\varepsilon_{\bar{\beta}}=\frac{\sigma_{\bar{\beta}}}{\bar{\beta}}$	По методу линеаризации	По методу Монте-Карло	Расхождение (%)	По методу линеаризации	По методу Монте-Карло	Расхождение (%)
0,I0	0,I0	0,I0I	0,II0	9,I	0,I80	0,20	I0,8
0,25	0,25	0,254	0,240	5,9	0,520	0,37	40,6
0,50	0,50	0,507	0,480	5,6	-	-	-
0,I0	0,25	0,I05	0,II5	8,7	0,230	0,I9	2I,0
0,I0	0,50	0,I20	0,I30	7,7	0,244	0,2I	I6,2
0,25	0,I0	0,250	0,247	I,2	0,490	0,34	42,0
0,25	0,50	0,260	0,240	7,4	0,550	0,40	37,I
0,50	0,I0	0,500	0,470	6,4	-	-	-
0,50	0,25	0,500	0,470	64,0	-	-	-

фильтрации . Для безнапорных водоносных горизонтов применение формул табл.4.I допустимо только при $\varepsilon_{\bar{k}} \leq 0,I$, в противном случае необходимо вести расчеты с использованием моделирования на ЭВМ.

В процессе анализа большого числа проектов осушения месторождений полезных ископаемых было определено целесообразное соотношение между ошибкой определения среднего значения расчетных параметров и принимаемой условной доверительной вероятностью при расчете возможных отклонений эффекта осушения.

З а к л ю ч е н и е

В целом комплекс моделей, алгоритмов и программ, разработанных в данных методических рекомендациях создает реальные предпосылки для повышения качества проектирования систем осушения месторождений твердых полезных ископаемых.

Предлагаемые вероятностные модели и алгоритмы комплексной идентификации параметров ГГО апробированы на целом ряде тестовых и практических задач. Решены важные практические задачи по идентификации параметров каменноугольного водоносного горизонта в районе Яковлевского месторождения КМА, метагеро-ичерского водоносного го-

ризонта в районе месторождения трубки "Мир" и др.

Полученные нами и изложенные в данных рекомендациях результаты используются при разработке проектных решений.

Отметим, что предлагаемый нами алгоритм может использоваться для идентификации параметров многослойных водоносных толщ, а также для интерпретации данных опытно-фильтрационных работ.

Литература

I. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.,"Наука", 1976, 280 с.

2. Бондаренко В.Н. Статистические решения некоторых задач геологии.М., "Недра", 1970, 248 с.

3. Вентцель Е.С.Теория вероятностей. М., "Наука", 1964, 576 с.

4. Временная инструкция по проектированию осушения месторождений полезных ископаемых. Белгород, ВИОГЕМ, 1968, 65 с.

5. Гладченко Е.С., Павлов А.Н. Комплекс алгоритмов и программ по обработке гидрогеологической информации. Белгородский ЦНТИ. Серия 07, № 91-79, 1979, 4 с.

6. Гладченко Е.С., Павлов А.Н., Порохняк А.М. К вопросу о классификации математических моделей .В сб. "Осушение месторождений , рудничн.гидрогеология, спец.горн.работы", Белгород, ВИОГЕМ, вып.25, 1978,с.9-14.

7. Гладченко Е.С., Павлов А.Н., Порохняк А.М. Вопросы синтеза адаптивной модели гидрогеологического эксперимента с применением АВМ. - В сб. :"Всесоюзный семинар по вопросу моделирования процессов переноса подземных вод. Тезисы докладов".М.,Центральное правление НТГО, 1978, с.70-72.

8. Кравчук С.В., Осипенко Ю.С., Щербатенко А.П., Писанец Е.П. Инструкция по гидрогеологическому и инженерно-геологическому обследованию горнодобывающих предприятий. Белгород, ВИОГЕМ, 1979, 84 с.

9. Кузьмин И.В., Кедрус В.А. Основы теории информации и кодирования.Киев, "Вища школа", 1977, 280 с.

10. Лисенков А.Н. Математические методы планирования многофакторных медико-биологических экспериментов. М.,"Медицина", 1979, 344 с.

II. Лукнер Л., Шестаков В.М. Моделирование геофильтрации. М.,"Недра", 1976, 407 с.

12. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Теория и методы интерпретации опытно-фильтрационных работ. М., "Недра", 1978, 325 с.

13. Налимов В.В., Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., "Наука", 1965, 340 с.

14. Налимов В.В. Теория эксперимента. М.,"Наука", 1971, 207 с.

15. Павлов А.Н. Идентификация параметров технологического процесса осушения. Белгородский ЦНТИ. Серия 07, № 167-79, 1979, 4с.

16. Павлов А.Н., Гладченко Е.С. Элементы синтеза АСУ технологическим процессом осушения. - В сб.:" Анализ и синтез систем контроля и управления", Киев, АН УССР, 1976, с. 73-78.

17. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.,"Наука", 1977, 664 с.

18. Проект осушения Запорожского ЖРК № 1.Проектная контора "Союзшахтоосушение", М.,1960, 137 с.

19. Растригин Л.А. Современные принципы управления сложными объектами . М., "Сов.радио", 1980, 232 с.

20. Рац М.В. Структурные модели в инженерной геологии. М., "Недра", 1973, 214 с.

21. Салыга В.И., Салыга В.И. , Кораблев Н.М., Руденко О.Г. АСУ ТП. Идентицикация и оптимальное управление. Справочник. Харьков."Вища школа", 1976, 180 с.

22. Скворцов В.В. Математический эксперимент в теории разработки нефтяных месторождений. М. "Наука", 1970, 223 с.

23. Тихонов А.Н. , Арсенин В.Я.Методы решения некорректных задач. М., "Наука", 1974, 310 с.

24. Успенский А.Б., Федоров В.В. Вычислительные аспекты метода наименьших квадратов при анализе и планировании регрессионных экспериментов. М.,МГУ, 1975, 168 с.

25. Швидлер М.И. Фильтрационные течения в неоднородных средах. М.,Гостоптехиздат, 1963, 136 с.

26. Язвин Л.С. Достоверность гидрогеологических прогнозов при оценке эксплуатационных запасов подземных вод. М., ВСЕГИНГЕО, 1972, 150 с.

С О Д Е Р Ж А Н И Е

I. Введение 3

2. Применение вероятностных моделей для выбора расчетных значений гидрогеологических параметров и оценки их достоверности 5

3. Идентификация параметров гидрогеологического объекта . . . . . IO

3.I. Математическая постановка задачи идентификации параметров ГГО II

3.2. Гидрогеологическая, геофильтрационная и вычислительная схематизации I4

3.3. Выбор факторов и интервалов их варьирования . I4

3.4. Выбор показаний наблюдательных скважин для решения задачи идентификации I8

3.5. Поиск околооптимальной области идентификации параметров ГГО I9

3.6. Поиск решения в околооптимальной области . . 22

3.7. Решение систем нелинейных алгебраических уравнений 24

3.8. Регуляризация решения задачи идентификации параметров ГГО 25

4. Методы оценки достоверности проектного эффекта осушения 27

Заключение 3I

Литература 32

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ПРИМЕНЕНИЮ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ
ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОСУШЕНИЯ

Научный редактор канд.техн.наук Ю.В.Пономаренко

Литературный редактор Л.А.Порубай
Технический редактор А.Г.Воронцова
Корректор И.А.Соляр
Художественное оформление Б.М.Попова

Подписано к печати 3 июля 1980 года.
Объем 2,0 уч.-изд.л. Тираж 180 экз. Заказ № 480.
Ротапринт ВИОГЕМ,Белгород,ул.Б.Хмельницкого, 86.
Цена 30 коп.

gost.e-ecolog.ru