ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко
Госстроя СССР

Пособие

по расчету крупнопанельных зданий

Выпуск 5

Расчет вертикальных упругих диафрагм на горизонтальные нагрузки (определение усилий и перемещений)

Москва 1982

gost.e-ecolog.ru

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИМ. В. А. КУЧЕРЕНКО
(ЦНИИСК ИМ. В. А. КУЧЕРЕНКО)
ГОССТРОЯ СССР

ПОСОБИЕ ПО РАСЧЕТУ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ

Выпуск 5

Расчет вертикальных упругих диафрагм на горизонтальные нагрузки (определение усилий и перемещений)

Москва Стройиздат 1982

УДК 624.042 (1–198.6) +69.056.52

Рекомендовано к изданию Секцией прочности крупнопанельных и каменных конструкций научно-технического совета ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко.

Пособие по расчету крупнопанельных зданий. Вып. 5. Расчет вертикальных упругих диафрагм на горизонтальные нагрузки (определение усилий и перемещений) /ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко.–М.: Стройиздат, 1982. – 74 с.

Содержит методику и примеры статического расчета на горизонтальные нагрузки вертикальных диафрагм жесткости крупнопанельных зданий.

Пятый выпуск пособия включает краткое описание алгоритмов расчета вертикальных крупнопанельных диафрагм жесткости, рассматриваемых как упругие системы на действие горизонтальных нагрузок по методам конечных элементов и рамной аналогии, основанных на дискретных расчетных моделях, с примерами расчета и программой для ЭЦВМ.

Для инженерно-технических работников проектных и строительных организаций.

Табл. 12, ил. 25.

П $\frac{3202000000-313}{047(01)-82}$ Инструкт.-нормат., II вып. – 102–81

© Стройиздат, 1982

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время разработано большое число различных методов расчета диафрагм на горизонтальные нагрузки. Некоторые из этих способов изложены в литературе, список которой приведен в настоящей брошюре. В проектной практике расчета диафрагм чаще всего используются методы:

основанные на применении метода конечных элементов и метода сеток;

основанные на применении теории составных стержней;

основанные на использовании строительной механики рамных стержневых систем.

Все эти методы только приближенно могут моделировать реальные системы и условия их нагружения, но, по-видимому, только первый, следуя принятой классификации, позволяет сблизить характеристики натуры и ее модели (однако в пределах возможностей ЭВМ). Второй и третий способы дают меньшие возможности, однако имеют перед первыми то преимущество, что не требуют обязательного применения мощных ЭЦВМ, а в случае наличия таковых позволяют существенно экономить дорогостоящее и дефицитное машинное время.

Метод конечных элементов (МКЭ) является наиболее универсальным машинным методом расчета конструкций, позволяющим в общем случае с помощью пластинчатых и объемных конечных элементов (КЭ) в совокупности со стержневыми элементами, связанными условиями совместности напряжений или деформаций, описать практически любую конструкцию. МКЭ особенно хорошо приспособлен к расчету зданий из сборных элементов и композитных конструкций.

За последние годы опубликовано много работ, в которых подробно описывается идея метода конечных элементов (например, в работах [5, 17, 23]). Применительно к расчету рассматриваемых в данной брошюре сборных диафрагм специфика решения задачи в упругой постановке сводится к учету податливости стыковых соединений, характеристики которых даны в выпуске 1 этой серии [15].

Расчет диафрагмы по МКЭ начинается с предварительного расчленения ее фиктивными разрезами на конечные элементы, обычно прямоугольные или треугольные, после чего определяются матрицы жесткости или податливости для каждого КЭ в зависимости от того, в какой форме используется МКЭ – в форме метода перемещений или в форме метода сил. Затем описываются условия совместности работы элементов – осуществляется объединение их в единую систему, моделирующую реальную диафрагму. В местах концентрации напряжений или на участках, где требуется более точный учет деформаций или напряжений, полезна дополнительная разбивка на КЭ. К таким участкам в сборных диафрагмах относятся опорные зоны перемычек между панелями.

При расчете конструкций МКЭ формируется система линейных уравнений, число которых быстро возрастает по мере роста числа КЭ, на которые разбивается система, поэтому применение этого метода невозможно при наличии маломощных машин.

Способы расчета диафрагм, основанные на применении теории составных сержней, вошли в практику несколько раньше, чем основанные на использовании МКЭ. Впервые теория составных стержней в ее современной постановке была разработана А. Р. Ржаницыным [18] еще в 1948 г., однако для диафрагм зданий она получила применение значительно позже благодаря работам П. Ф. Дроздова [3, 4], Э.Е. Сигалова, В.И. Лишака [7] и других авторов. Распространение способов расчета составных стержней, связи сдвига которых равномерно распределены вдоль длины стержня, на расчет диафрагм заключается в замене сосредоточенных связей-

перемычек эквивалентными им по жесткости связями, равномерно распределенными по всей высоте этажа. Этот метод эффективен в вычислительном отношении для высоких зданий, а их точность в этом случае соответствует методу рамной аналогии при монотонно изменяющихся по высоте нагрузках и постоянной жесткости элементов.

Метод рамной аналогии при расчете диафрагм с проемами предполагает моделирование пилонов диафрагм стойками рамы, а перемычек диафрагм – ригелями рамы. Так же как и в методах, основанных на теории составных стержней, при расчетах с использованием рамной аналогии, считается справедливой гипотеза плоских сечений как для пилонов, так и для перемычек. Это влечет за собой принципиальное ограничение возможностей моделирования действительных эпюр напряжений и деформирования сечений, отсутствующее в методах расчетов с использованием МКЭ, метода сеток или других методов теории упругости. Существенным недостатком второго и третьего методов расчета диафрагм является отсутствие возможности при их использовании оценить концентрацию напряжений, особенно в угловых участках проемов. Оба эти метода имеют преимущества перед равным в сравнительной простоте вычислений. Это преимущество может быть использовано только в том случае, когда свойственные этим методам погрешности не будут недопустимо велики.

Возникает вопрос о степени точности результатов, получаемых при использовании второго и третьего методов расчета. В настоящем выпуске приводятся расчет вертикальных диафрагм методом рамной аналогии. В качестве эталонных приняты результаты, полученные при расчете тех же диафрагм по МКЭ. В рассматриваемых далее примерах расчета сделана оценка влияния податливости горизонтальных швов сборных диафрагм на величины усилий и перемещений, возникающих в конструкции под действием горизонтальных сил.

Рассмотрение плоских диафрагм в настоящем выпуске связано как с использованием их в качестве эле-

мента жесткости каркасно-панельных конструкций, так и в качестве составной части пространственной системы взаимно пересекающихся стен сборных крупнопанельных зданий.

При разработке данного выпуска пособия использованы результаты теоретических исследований крупнопанельных стен (диафрагм) при действии горизонтальных нагрузок, проведенных отделением сейсмостойкости сооружений, отделением крупнопанельных и каменных зданий и отделением вычислительной техники ЦНИИСК им. Кучеренко.

Программа для ЭВМ по методу рамной аналогии разработана канд. техн. наук Л.Л. Сабсовичем, инж. Д.А. Ржаницыным при участии кандидатов техн. наук Б.Е. Денисова и В.М. Дорофеева; программа по методу конечного элемента разработана канд. техн. наук Г.М. Чентемировым.

В данном выпуске рассмотрены крупнопанельные диафрагмы в упругой стадии их работы с одним рядом проемов.

Настоящий выпуск пособия разработан д-ром техн. наук С.В. Поляковым, кандидатами техн. наук В.Л. Мусиенко, Б.Е. Денисовым и Г.М. Чентемировым под общей редакцией д-ра техн. наук, проф. С.В. Полякова, д-ра техн. наук А.Р. Ржаницына, д-ра техн. наук Н.В. Морозова.

1. РАСЧЕТ УПРУГИХ ДИАФРАГМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

1.1. При расчете методом конечных элементов (МКЭ) конструкций здания последние заменяются совокупностью плоских и пространственных сплошных элементов и стержней, связанных между собой в отдельных точках (узлах) и отвечающих условиям равновесия и совместности. МКЭ особенно хорошо приспособлен к расчету зданий из сборных элементов, поскольку позволяет учесть упругую податливость продольных и поперечных швов. Применительно к расчету несущих конструкций зданий процедура МКЭ состоит в следующем:

сплошная конструкция разделяется воображаемыми линиями на конечные элементы;

предполагается, что элементы связаны между собой в узловых точках, расположенных на их границах. В наиболее распространенном варианте МКЭ перемещения этих точек принимаются за неизвестные (МКЭ в форме метода перемещений);

выбирается система функций, однозначно определяющая перемещения внутри каждого конечного элемента через перемещения узловых точек

составляются уравнения равновесия внешних и внутренних сил в узловых точках. Решением полученной системы алгебраических уравнений определяются неизвестные перемещения узлов;

по полученным перемещениям можно определить напряжения в любой точке i-го КЭ.

По существу, этот метод эквивалентен минимизации полной потенциальной энергии системы. МКЭ в форме метода перемещений представляет модификацию метода

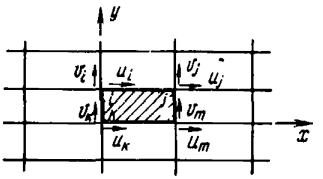


Рис. 1. Прямоугольный плоский конечный элемент

Ритца, основанного на задании поля перемещений системы в виде набора частных полей в конечных элементах.

Рассмотрим теперь вкратце формирование разрешающих уравнений МКЭ в форме метода перемещений.

Представление действительной конструкции совокупностью КЭ, связанных между собой лишь в узловых точках, требует, чтобы напряженное и деформированное состояние в каждом элементе однозначно определялось через узловые перемещения.

1.2. Матрица жесткости для КЭ определяет связь между узловыми перемещениями и узловыми усилиями в нем.

В качестве примера покажем получение матрицы жесткости для прямоугольного КЭ в случае плоского напряженного состояния, которое будет определяться восемью узловыми линейными перемещениями (рис. 1).

Влияние смежных элементов расчетной схемы заменим совокупностью усилий R для каждого узлового перемещения q. Тогда связь между узловыми усилиями и узловыми перемещениями можно записать в виде

$$[R]=[k][q]+[R_p]+[R_{\varepsilon_0}], \qquad (1)$$

где $[R]^T=[R_1, R_2, \ldots, R_8]$ – матрица-столбец узловых усилий;

$[q]^T=[q_1, q_2, \ldots, q_8]$ – матрица-столбец узловых перемещений;

$[k]$ – искомая матрица жесткости, которая определяет упругие свойства рассматриваемого КЭ;

$[R_p]$ – силы, уравновешивающие действующие на элемент распределенные нагрузки;

$[R_{\varepsilon_0}]$ – узловые силы, возникающие в результате начальных деформаций.

Для нахождения матрицы жесткости $[k]$ необходимо задаться законом распределения компонентов перемещений или напряжений в конечном элементе. От того, насколько удачно выбраны функции для этих компонентов, зависит и точность решения.

Запишем выражение для компонентов перемещения конечного элемента $\{U\}=\{u,v\}$ через вектор узловых перемещений $[q]$:

$$\{U\} = [N]\{q\} = [N_i; N_j; N_k; N_m] \begin{bmatrix} q_i \\ q_j \\ q_k \\ q_m \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

где $[N]$ – прямоугольная матрица размером 2x8, элементы которой зависят от координат рассматриваемой точки:

$$q_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} .$$

Функции формы N_i, N_j, N_k и N_m должны быть выбраны таким образом, чтобы при подстановке в формулу (2) координат узлов получались соответствующие узловые перемещения, т. е. :

$$N_i(x_i; y_i) = E ;$$
$$N_i(x_j; y_j) = N_i(x_k; y_k) = N_i(x_m; y_m) = 0 ,$$

где E – единичная матрица.

Если известны перемещения во всех точках элемента, то используя зависимости Коши, можно получить выражение для деформаций в этих же точках:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\} , \qquad (3)$$

где $[B]$ – прямоугольная функциональная матрица представляющая результат действия оператора зависимостей Коши на функции формы элемента.

В случае плоского напряженного состояния деформации определяются с помощью известных соотношений через смещения

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u/\partial x \\ \partial v/\partial y \\ \partial u/\partial y + \partial v/\partial x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Матрица $[B]$ легко находится из соотношения (2) в том случае, если известны функции формы N_i, N_j, N_k и N_m.

В общем случае материал элемента может иметь начальные деформации $\{\varepsilon_0\}$, обусловленные усадкой, температурными воздействиями и т. п. Кроме того, в теле элемента могут существовать и некоторые остаточные напряжения $\{\sigma_0\}$. Используя закон Гука, с учетом начальных деформаций и остаточных напряжений, записывается зависимость напряжений от деформаций:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad , \quad (5)$$

где $[D]$ – матрица упругости, коэффициенты которой зависят от характеристик материала КЭ.

Компоненты напряжений в случае плоского напряженного состояния будут

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} .$$

Матрица $[D]$ легко получается из закона Гука для упругого изотропного материала:

$$\varepsilon_x - (\varepsilon_x)_0 = (\sigma_x - \nu\sigma_y)/E;$$

$$\varepsilon_y - (\varepsilon_y)_0 = (\sigma_y - \nu\sigma_x)/E;$$

$$\gamma_{xy} - (\gamma_{xy})_0 = 2(1+\nu)\tau_{xy}/E.$$

Отсюда

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} . \quad (6)$$

Столбец узловых сил, статически эквивалентный граничным напряжениям и действующим на элемент распределенным нагрузкам, запишется следующим образом:

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_8 \end{Bmatrix} .$$

Распределенная нагрузка будет

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} .$$

Используя принцип возможных перемещений, можно установить связь (1), если рассматривать усилия $\{R\}$ как внешние силы, которые вызывают внутри элемента напряженно-деформированное состояние, описываемое уравнениями (3) и (5). Согласно этому принципу, сумма работ всех внешних и внутренних сил на возможных перемещениях $\delta\{q\}$ равна нулю.

С помощью соотношений (2) и (3) запишем соответственно вариации перемещений и деформаций элемента: $\delta\{U\} = [N]\,\delta\{q\}$;

$$\delta\{\varepsilon\} = [B]\,\delta\{q\} .$$

Работа, совершаемая узловыми силами, равна сумме произведений сил на соответствующие им перемещения: $(\delta\{q\})^T\{R\}$.

Работа внутренних напряжений и распределенных массовых сил, отнесенная к единице объема, равна

$$\delta\{\varepsilon\}^T\{\sigma\} - \delta\{q\}\{p\} ,$$

или

$$(\delta\{q\})^T([B]^T\{\sigma\} - [N]^T\{p\}) .$$

Приравнивая работу внешних и внутренних сил и интегрируя по объему элемента, получим

$$(\delta\{q\})^T\{R\} = (\delta\{q\})^T\Big(\int_V [B]^T\{\sigma\}\,dV - \int_V [N]^T\{p\}\,dV\Big) . \qquad (7)$$

Подставив (3) и (5) в (7), имеем

$$\{R\} = \left(\int_V [B]^T [D][B]\, dV\right)\{q\} - \int_V [B]^T [D]\{\varepsilon_0\}\, dV + \\ + \int_V [B]^T \{\sigma_0\}\, dV - \int_V [N]^T \{p\}\, dV. \qquad (8)$$

Сравнивая зависимости (1) и (8), получим

$$[k] = \int_V [B]^T [D][B]\, dV.$$

Узловые силы от распределенной нагрузки будут

$$\{R_p\} = -\int_V [N]\{p\}\, dV.$$

Узловые силы, обусловленные начальными деформациями, получаются в виде

$$\{R_{\varepsilon_0}\} = -\int [B][D]\{\varepsilon_0\}\, dV$$

и узловые силы, вызванные начальными напряжениями, запишутся: $\{R_{\sigma_0}\} = -\int_V [B]^T \{\sigma_0\}\, dV$.

Матрица $[k]$ является квадратной, ее порядок равен числу степеней свободы рассматриваемого КЭ. Значения коэффициентов этой матрицы зависят от геометрических и жесткостных характеристик КЭ и от принятого закона распределения компонетов перемещения или напряжения.

Выбор функций перемещений (напряжений) для КЭ является самым важным моментом в общей процедуре МКЭ. Желательно, чтобы выбранные функции приводили к удовлетворению уравнений равновесия и совместности деформаций внутри конечного элемента, к отсутствию разрывов по перемещениям и напряжениям вдоль сторон смежных элементов. В идеальном случае при бесконечном числе степеней свободы элемента можно получить точное решение.

1.3. Если для расчета взят метод перемещений, а следовательно, за основные неизвестные приняты узловые перемещения, то для нахождения этих неизвестных необходимо составить соответствующее число уравнений равновесия узловых точек. Решением такой системы алгебраических уравнений определяются неизвестные узловые перемещения.

Составление ансамбля и дальнейшее решение полученной системы производится с помощью процедур, описанных выше.

В узлах могут быть приложены сосредоточенные внешние силы, тогда для сохранения равновесия в узлах дополнительно вводится матрица сил (грузовой столбец):

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} .$$

Учет заданных перемещений также не составляет особых затруднений.

Решением общей системы линейных алгебраических уравнений получаем узловые перемещения. Из соотношений (3) и (5) могут быть найдены напряжения в любой точке элмента:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{q\} - [D]\{\varepsilon_0\} + \{\sigma_0\}$$

1.4. При решении задач методом конечных элементов формируется система линейных уравнений, на которую в зависимости от возможностей ЭВМ накладываются ограничения по количеству неизвестных и по ширине ленты. Для того чтобы увеличить возможности программ, основанных на МКЭ, приходится разделять конструкцию на подсистемы, т.е. применять так называемые суперэлементы, использование которых приводит к сокращению времени непрерывного счета, что очень важно при расчете обширных систем.

Суперэлемент можно рассматривать как обыкновенный КЭ, матрица жесткости и грузовой столбец узловых нагрузок для которого получается численным решением, а не по аналитическим формулам. Для каждого суперэлемента формируются канонические уравнения и грузовой столбец. Исключая при решении алгебраических уравнений перемещения внутренних узлов, получаем матрицу жесткости и грузовой столбец узловых нагрузок для внешних узлов суперэлемента, из которых формируется общая система канонических уравнений. Решая эту систему, получаем перемещения внешних узлов суперэлемента, по которым находятся перемещения внутренних узлов при обратном ходе. Далее по деформациям определяются напряжения в КЭ, из которых составлялся суперэлемент. Использование суперэлемента только одного уровня обычно бывает недостаточным, поэтому приходится прибегать к более высоким уровням; n -й уровень суперэлемента составляется в свою очередь из низших уровней.

1.5. Метод конечных элементов ввиду своей универсальности может быть использован практически при решении всех инженерных задач. При решении задач МКЭ могут быть использованы не только элементы одного вида, но и элементы самых различных конфигураций, что позволяет использовать этот метод для решения комбинированных задач. В одних и тех же задачах могут быть использованы одновременно различные КЭ, что улучшает точность решения при том же числе неизвестных, например применение треугольных элементов наряду с четырехугольными для более точного описания граничной области.

1.6. Рассмотрим приложение МКЭ к расчету плоских диафрагм жесткости зданий. Диафрагмы обычно состоят из ортогональных систем стержней-колонн, ригелей и прямоугольных пластин (каркасно-панельные здания) или только из прямоугольных элементов (панельные здания). Такие конечные элементы соединяются между собой в узловых точках. При использовании МКЭ в форме метода перемещений на каждый узел плоской расчетной схемы накладываются три связи,

препятствующие повороту узла и его линейным смещениям по направлениям осей глобальной системы координат (комбинированные конструкции) и только две связи, препятствующие линейным смещениям (плоскостные конструкции без стержневых элементов).

Для построения канонической системы уравнений равновесия следует сначала получить матрицы жесткости для стержневого элемента и для прямоугольной пластины.

Получение матрицы жесткости для стержневого элемента не представляет трудности, поэтому перейдем к примеру получения матрицы жесткости для прямоугольного элемента в случае плоского напряженного состояния. Основные соотношения теории упругости записываются в виде зависимости Коши (4) и закона Гука:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= c_{11}\sigma_x + c_{12}\sigma_y ; \\ \varepsilon_y &= c_{12}\sigma_x + c_{22}\sigma_y ; \\ \gamma_{xy} &= c_{44}\tau_{yx} , \end{aligned} \qquad (9)$$

или в матричном виде

$$\{\varepsilon\} = [C]\{\sigma\} ,$$

где

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} ; \qquad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yx} \end{Bmatrix} ;$$

обратная связь $\sigma = f(\varepsilon)$ записывается в виде

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} . \qquad (10)$$

Таким образом,

$$[D] = [C]^{-1} . \qquad (11)$$

В рассматриваемом случае плоского напряженного состояния для изотропного материала матрица запишется в том виде, как это представлено в зависимости (6).

Для получения матрицы жесткости КЭ от единичных смещений узлов необходимо задаться полем перемещений. Рассмотрим прямоугольный КЭ, показанный на рис. 2. Принимая за неизвестные смещения угловых точек по направлениям сторон прямоугольника, получим вектор перемещений.

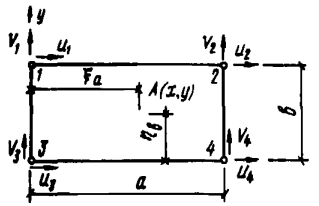


Рис. 2. Пластинчатый КЭ в местной системе координат

Простейшее выражение для поля перемещений в этом случае имеет вид:

$$U = \begin{bmatrix} U(x,y) \\ V(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} \times \{q\}, \qquad (12)$$

где $\Phi = 1/ab\,[(a-x)y;\ xy;\ (a-x)(b-y);\ x(b-y)]$.

Переходя к безразмерным координатам, получим

$$\Phi = [(1-\xi)\eta;\ \xi\eta;\ (1-\xi)(1-\eta);\ \xi(1-\eta)],$$

где $\xi = x/a;\quad \eta = y/b$.

Условия совместности перемещений между соседними элементами выполняются. Однако подстановка полученных с использованием выражения (12) напряжений в уравнения равновесия показывает, что принятое поле перемещений не удовлетворяет условиям равновесия внутри области КЭ.

При ином подходе к выбору поля перемещений можно задаться линейным законом распределения нормальных напряжений внутри элемента:

$$\sigma_x = a_1 + a_2 x; \quad \sigma_y = a_3 + a_4 y,$$

тогда как распределение касательных напряжений принимается постоянным

$$\tau_{xy} = a_5 .$$

В этом случае удовлетворяются условия равновесия. Подставляя данные выражения в формулу (9) и выполняя интегрирование уравнений Коши, получаем выражение для U и V. Определяем значения коэффициентов исходя из граничных условий, после чего поле перемещений может быть представлено в виде

$$[U] = \begin{bmatrix} U(x,y) \\ V(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & A-A & A-A \\ B-B & B-B & \Phi \end{bmatrix} \times [q], \quad (13)$$

где

$$A = 1/2\,[\nu a/b\,\xi(1-\xi) + b/a\,\eta(1-\eta)];$$
$$B = 1/2\,[\nu b/a\,\eta(1-\eta) + a/b\,\xi(1-\xi)],$$

матрица Φ определена ранее.

Такая модель КЭ не удовлетворяет условиям совместности по перемещениям между соседними элементами.

В практике используются обе модели. Несмотря на нарушение условий, отмеченных выше, эти модели дают удовлетворительные результаты при определении перемещений и напряжений.

Подставляя выражение (12) или (13) в условия Коши, получим

$$\{\delta\} = [B]\{q\}.$$

Для первой модели матрица $[B]$ имеет вид:

$$[B] = \begin{bmatrix} -\eta & \eta & (\eta-1) & (1-\eta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\xi) & \xi & (\xi-1) & -\xi \\ (1-\xi) & \xi & (\xi-1) & -\xi & -\eta & \eta & (\eta-1) & (1-\xi) \end{bmatrix};$$

для второй модели

$$[B]=\begin{bmatrix} -\eta & \eta & (\eta-1) & (1-\eta) \\ B_1 & -B_1 & B_1 & -B_1 \\ (1-\xi+B_2) & (\xi-B_2) & (\xi-1+B_2) & (-\xi-B_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_1 & -A_1 & A_1 & -A_1 \\ (1-\xi) & \xi & (\xi-1) & -\xi \\ (-\eta+A_2) & (\eta-A_2) & (\eta-1+A_2) & (1-\eta-A_2) \end{bmatrix},$$

где $A_1=\nu a/(2b)(1-2\xi)$; $A_2=1/2\,b/a(1-2\eta)$;

$B_1=\nu/2\,b/a(1-2\eta)$; $B_2=1/2\,a/b(1-2\xi)$.

Выполняя обычную для МКЭ операцию минимизации энергии, имеем следующее выражение для матрицы жесткости элемента:

$$[k]=\int_V [B]^T[D][B]\,dV=\delta ab\int_0^1\int_0^1 [B]^T[D][B]\,d\xi\,d\eta, \qquad (14)$$

где матрица $[D]$ определяется выражением (10) или (11).

При расчетах плоских диафрагм жесткости зданий панели могут быть разбиты на достаточно большое количество КЭ, что дает возможность анализа ее напряженно-деформированного состояния, как это показано на рис. 3 для различных панелей. В случае расчета симметричных диафрагм на кососимметричные нагрузки, т.е. на горизонтальные (ветровые, сейсмические), в расчет принимается только симметричная часть и по оси симметрии вводятся в узлы связи, препятствующие вертикальным смещениям, что позволяет значительно снизить количество неизвестных и время счета на ЭВМ.

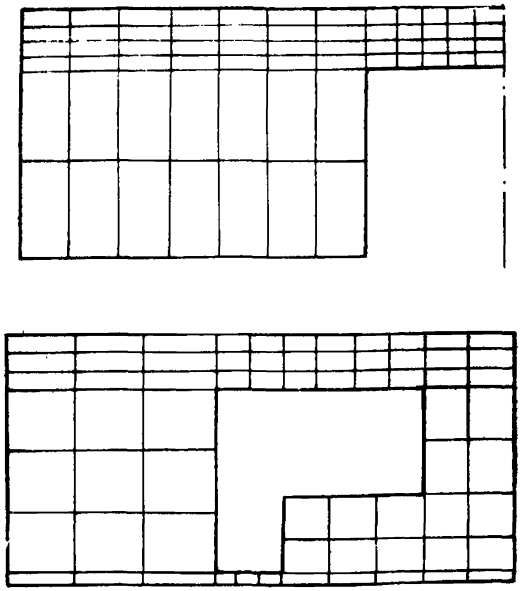


Рис. 3. Примеры разбивания панелей на конечные элементы

2. РАСЧЕТ УПРУГИХ ДИАФРАГМ МЕТОДОМ РАМНОЙ АНАЛОГИИ

2.1. Рассмотрим расчет диафрагм, использовав в качестве их модели стержневую рамную систему (рис. 4,а), при определении перемещений которой будем учитывать деформации элементов, вызванные изгибающими моментами, продольными и поперечными силами. Для симметричных диафрагм с одним рядом одинаковых проемов при неизменной толщине элементов по высоте усилия могут быть определены сравнительно просто подсчетом поперечных сил T_1, T_2,...,T_V в ригелях рамы, показанной на рис. 4,б, по формулам, полученным непосредственно из решения трехчленных уравнений ме-

тода сил. Из последних определяются групповые неизвестные $X_1, X_2, \ldots, X_v$, показанные на рис. 4,в. Опуская промежуточные преобразования, приведем необходимые для расчета формулы.

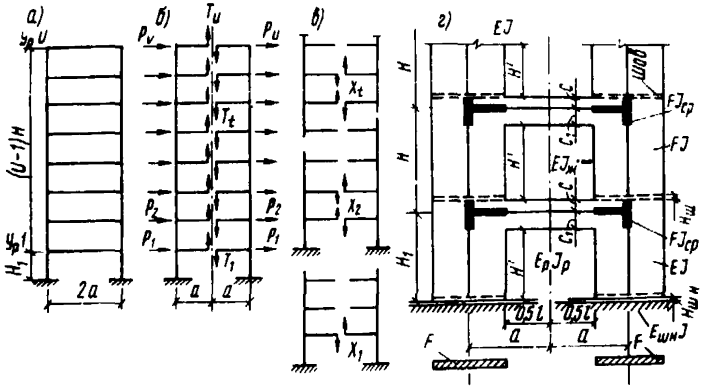


Рис. 4. Выбор расчетной модели диафрагмы при методе рамной аналогии

а – стержневая рамная система; б – распределение искомых поперечных сил в ригелях, определяемых из решения трехчленных уравнений метода сил; в – использование групповых неизвестных; г – обозначение геометрических и жесткостных параметров рассчитываемой диафрагмы

Поперечные силы в ригеле на уровне t:

$$T_t = -X_t + X_{t+1} \quad (\text{при } t = V \quad X_{V+1} = 0); \tag{15}$$

$$X_t = D_t - X_2 k_t , \tag{16}$$

где

$$X_2 = \frac{\delta_{vp} + \delta_{12} D_{v-1} + \delta_{22} D_t}{\delta_{12} k_{v-1} + \delta_{22} k_v} ; \tag{17}$$

$$D_t = -\frac{\delta_{t-1,p}}{\delta_{12}} - D_{t-2} - D_{t-1} \frac{\delta_{22}}{\delta_{12}} \tag{18}$$

При этом

$$D_{-1} = -\frac{\delta_{0p}}{\delta_{12}} - D_0 \frac{\delta_{22}}{\delta_{12}} + \frac{\delta_{1p}}{\delta_{11}} ; \tag{19}$$

$$D_0 = -\frac{\delta_{1p}}{\delta_{12}} - D_1 \frac{\delta_{22}}{\delta_{12}} \quad .$$

Из формул (18) и (19) следует:

$$D_1 = -\delta_{1p} / \delta_{11} \; ; \quad D_2 = 0 ; \tag{20}$$

$$K_t = -K_{t-2} - K_{t-1} \frac{\delta_{22}}{\delta_{12}} \tag{21}$$

При этом

$$K_1 = -\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} - (1 - \frac{\delta_{22}}{\delta_{11}}) \frac{\delta_{22}}{\delta_{12}} \; ; \quad K_0 = 1 - \frac{\delta_{22}}{\delta_{11}} \; . \tag{22}$$

Из формул (21) и (22) получим:

$$K_1 = \delta_{12} / \delta_{11} \; ; \; K_2 = -1 . \tag{23}$$

Для удобства подсчетов все приводимые далее перемещения, обозначенные δ (с соответствующими индексами), умножены на величину EI / H'^3.

Величины δ_{11}, δ_{22} и δ_{12} определяются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} &= [1 - i_1 (h_1 - 1)] И_1 + И_2 + C_p + П_1 \frac{h_1}{h} + \delta_{11ш} ; \\ \delta_{22} &= [1 + i_1 (h - 1)] И_1 + 2И_2 + 2C_p + П_1 + \delta_{22ш} ; \\ \delta_{12} &= -И_2 - C_p \; , \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

где для диафрагмы, показанной на рис. 4,г:

$$И_1 = 2\alpha^2 ; \quad И_2 = \frac{i_p \gamma_p^3}{12} ; \quad П_1 = \frac{2hI}{H'^2 F} ; \quad C_p = x_p \gamma_p ,$$

$$\alpha = a / H' ; \quad \gamma_p = l_p / H' ; \quad h = H / H' ; \quad h_1 = H_1 / H' ;$$

$$i_1 = I / I_{cp} ; \quad i_p = EI / E_p I_p ; \quad x_p = \mu_p \, EI / H'^2 G_p F_p .$$

Величины $\delta_{11ш}$ и $\delta_{22ш}$ в формулах (24) отражают характеристики податливости горизонтальных швов между панелями (для монолитных конструкций $\delta_{11ш} = \delta_{22ш} = 0$). Если нет опасности раскрытия швов, величины $\delta_{11ш}$ и $\delta_{22ш}$ могут быть определены по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
\delta_{11ш} &= \frac{2EIH_{шн}}{H'^3 E_{шн}}\left(1-\frac{E_{шн}}{E}\right)\left(\frac{1}{F}+\frac{a^2}{I}\right) = \\
&= 2h_{шн}(\theta_{шн}-1)(r^2+\alpha^2); \\
\delta_{22ш} &= \frac{2EIH_{ш}}{H'^3 E_{ш}}\left(1-\frac{E_{ш}}{E}\right)\left(\frac{1}{F}+\frac{a^2}{I}\right) = \\
&= 2h_{ш}(\theta_{ш}-1)(r^2+\alpha^2),
\end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

где

$$h_{шн} = H_{шн}/H'; \; h_{ш} = H_{ш}/H'; \; \theta_{шн} = \frac{E}{E_{шн}};$$

$$\theta_{ш} = \frac{E}{E_{ш}}; \quad r^2 = (R/H')^2 = I/FH'^2.$$

В формулах (24) и (25) приняты следующие обозначения:

a – расстояние от центра тяжести сечения стойки до середины ригеля;

$l_р$ – длина ригеля в свету (иногда принимают ее увеличенной на 5–10%);

$H, H', H_{шн}, H_{ш}$ – высоты этажа, проема, нижнего и остальных швов;

$E_р, E, E_{шн}, E_{ш}$ – модули упругости ригелей (в зависимости от задач расчета принятые по полному сечению или сниженные с учетом образования трещин в растянутой зоне железобетона), стоек, нижнего (индекс Н) и остальных горизонтальных швов;

$F, F_р$ – площади поперечного сечения стоек и ригелей;

I, I_p, I_{cp} – моменты инерции стоек, ригеля и половина момента инерции неослабленного проемом сечения;

R – радиус инерции горизонтального сечения стойки;

μ_p – коэффициент формы поперечного сечения ригеля при определении деформаций, вызванных касательными напряжениями;

G_p – модуль сдвига материала ригеля.

Перейдем теперь к определению величин $\delta_{1p}, \delta_{2p}, \ldots, \delta_{vp}$, представляющих величины (умноженные на EI / H^3) перемещений соответственно по направлениям сил $X_1, X_2, \ldots, X_v$, вызванных внешней нагрузкой. Для произвольных по величине, кососимметрично приложенных к раме нагрузок $P_1, P_2, \ldots P_v$ (рис.4,б) при $c = c_1$ величины δ_{1p}, δ_{tp} ($t = 2, \ldots, v$) определяются по формулам (рис.4,г):

$$\left.\begin{aligned}\delta_{1p} &= \alpha\left\{h\sum_{k=1}^{v}\rho_k(2k-1)+\left[h\sum_{k=1}^{v}\rho_k(2k-1)-(h-s)\sum_{k=1}^{v}\rho_k\right]si_1\right\}+\delta_{1p\text{ш}};\\ \delta_{tp} &= \alpha\left\{h\left[2\sum_{k=t}^{v}\rho_k k+(1-2t)\sum_{t}^{v}\rho_k\right](1+2si_1)\right\}+\delta_{tp\text{ш}},\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

где

$$\left.\begin{aligned}\delta_{1p\text{ш}} &= \alpha h_{\text{щн}}(e_{\text{шн}}-1)\left[2h\sum_{k=1}^{v}\rho_k k-(2s-h_{\text{щн}})\sum_{1}^{v}\rho_k\right];\\ \delta_{tp\text{ш}} &= \alpha h_{\text{ш}}(e_{\text{ш}}-1)\left\{h\left[2\sum_{k=t}^{v}\rho_k k+(1-2t)\sum_{t}^{v}\rho_k\right]+(1-h_{\text{ш}})\sum_{k=t}^{v}\rho_k\right\}\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

Горизонтальные перемещения рамы на уровне m любого ригеля при действии упомянутых выше нагрузок $P_1, P_2, \ldots, P_v$ могут быть найдены по формуле

$$\Delta_m = \Delta_{pm} - \Delta_{\tau m}, \quad (28)$$

где Δ_{pm} и $\Delta_{\tau m}$ – перемещения в статически определимой системе, показанной на рис.5, от сил $P_1, P_2, \ldots, P_v$ и найденных для них по (15) сил $T_1, T_2, \ldots, T_v$.

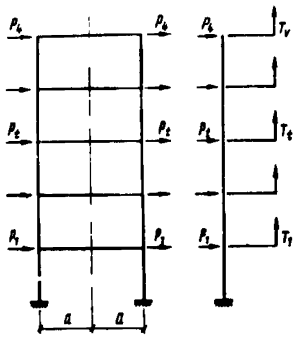


Рис. 5. Приведение рамной системы к статически определимой системе

Для определения искомых перемещений в статически определимой системе на уровне m по оси соответствующего ригеля прикладываем силу $\bar{P}_m = 1$ и строим для нее эпюры изгибающих моментов и поперечных сил, показанные справа от эпюр, построенных для $P_1, P_2, \ldots P_v$ на рис.6,а и б. На этом же рисунке показана эпюра изгибающих моментов для $T_1, T_2, \ldots, T_v$ (рис.6,в). Величины Δ_{pm} удобно определить как сумму:

$$\Delta_{pm} = \Delta_{p1m} + \Delta_{p2m} , \qquad (29)$$

где Δ_{p1m} – часть перемещения Δ_{pm}, полученная при "перемножении" эпюр изгибающих моментов и поперечных сил в пределах первого этажа;

Δ_{p2m} – часть перемещения Δ_{pm}, полученная при "перемножении" эпюр изгибающих моментов и поперечных сил в пределах между осью ригеля первого этажа и уровнем m (при $m = 1, \Delta_{p2m} = 0$).

Δ_{p1m} и Δ_{p2m} подсчитываются по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta_{p1m} = \frac{H'^3}{6EI}\Big\{&(1-h_{шн})\left[2(d_2b_2+d_3b_3)+d_2b_3+d_3b_2\right]+\\
&+si_1\left[2(d_1b_1+d_2b_2)+d_1b_2+d_2b_1\right]+h_{шн}e_{шн}\left[2(d_3b_3+\right.\\
&\left.+d_4b_4)+d_3b_4+d_4b_3\right]+6\left[x(s+1)+(x_{шн}-x)h_{шн}\right]\sum_{k=1}^{v}P_k\Big\};\\
\Delta_{p2m} = \frac{H'^3}{6EI}\sum_{t=2}^{v}\Big\{&(1-h_{ш})\left[2(d_{2t}b_{2t}+d_{3t}b_{3t})+d_{2t}b_{3t}+\right.
\end{aligned}\right\}$$

$$+d_{3t}b_{2t}]+si_t[2(d_{1t}b_{1t}+d_{2t}b_{2t})+d_{1t}b_{2t}+d_{2t}b_{1t}+$$
$$+2(d_{4t}b_{4t}+d_{5t}b_{5t})+d_{4t}b_{5t}+d_{5t}b_{4t}]+h_ш e_ш[2(d_{3t}b_{3t}+$$
$$+d_{4t}b_{4t})+d_{3t}b_{4t}+d_{4t}b_{3t}]+6[xh+h_ш(x_ш-x)]\Big\}, \qquad (30)$$

где

$$x=\mu EI/GF; \quad x_{шн}=\mu EI/G_{шн}F$$

и $x_ш=\mu EI/G_ш F$;

$G, G_{шн}, G_ш$ – модули сдвига материала стоек и швов.

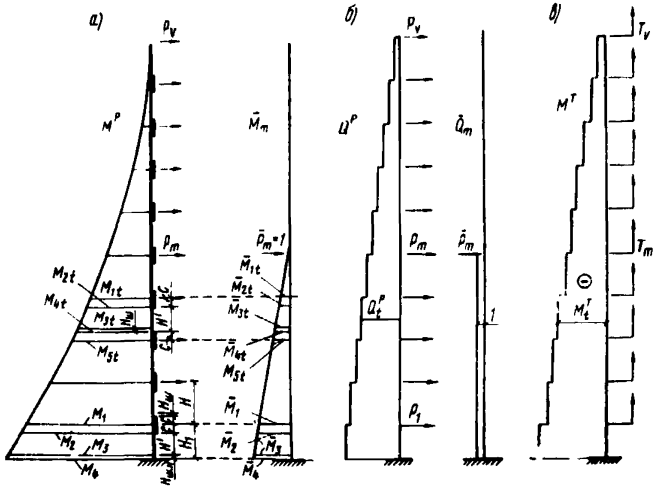


Рис. 6. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил от действия на диафрагму горизонтальных сил

Аналогично определяются перемещения от сил $T_1, T_2, ., T_v$:

$$\Delta_{Tm}=\Delta_{T1m}+\Delta_{T2m}, \qquad (31)$$

где

$$\Delta_{T1m}=\frac{H'^3\alpha}{2EI}\left[(1-h_{щн})(b_2+b_3)+si_1(b_1+b_2)+h_{щн}e_{шн}(b_3+b_4)\right]\sum_{k=1}^{v}T_k;$$

$$\Delta_{T2m}=\frac{H'^3\alpha}{2EI}\sum_{t=2}^{v}\left\{\left[(1-h_{ш})(b_{2t}+b_{3t})+si_1(b_{1t}+b_{2t}+b_{4t}+b_{5t})+\right.\right.$$

$$\left.\left.+h_{ш}e_{ш}(b_{3t}+b_{4t})\right]\sum_{k=t}^{v}T_k\right\} \qquad (32)$$

при $m=1$ $\Delta_{T2m}=0$.

В формулах (30)–(32) величины d_n и b_n равны соответственно моментам в статически определимой системе от сил $P_1,P_2,\ldots,P_v$ и от силы $\bar{P}_m=1$ (рис.6), разделенным на H', они определяются по формулам:

$$d_1=h\sum_{k=1}^{v}P_k(k-1) \quad b_1=h(m-1) \quad d_{1t}=h\sum_{k=t}^{v}(k-t) \quad b_{1t}=h(m-t)$$

$$d_2=d_1+S\sum_{k=1}^{v}P_k \quad b_2=b_1+S \quad d_{2t}=d_{1t}+S\sum_{k=t}^{v}P_k \quad b_{2t}=b_{1t}+S$$

$$d_3=d_1+(h_1-h_{щн})\sum_{1}^{v}P_k \quad b_3=b_1+h_1-h_{щн} \quad d_{3t}=d_{1t}+(1+S-h_{ш})\sum_{k=t}^{v}P_k \quad b_{3t}=b_{1t}+1+S-h_{ш}$$

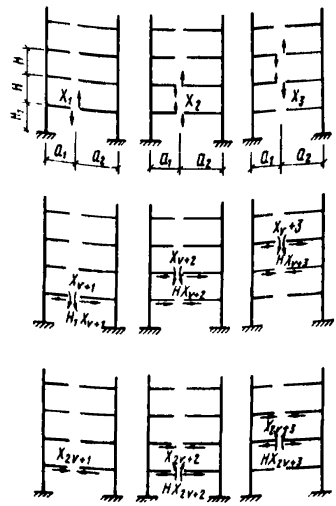
$$d_4=d_1+h_1\sum_{1}^{v}P_k \quad b_4=b_1+h_1 \quad d_{4t}=d_{1t}+(1+S)\sum_{k=t}^{v}P_k \quad b_{4t}=b_{1t}+1+S$$

$$— \quad — \quad d_{5t}=d_{1t}+h\sum_{k=t}^{v}P_k \quad b_{5t}=b_{1t}+h \qquad (33)$$

2.2. При расчете несимметричных диафрагм[1], аналогично сделанному ранее при рассмотрении симметричных диафрагм, можно воспользоваться групповыми неизвестными, приведенными на рис.(7) Изгибающие моменты, поперечные и продольные силы в середине пролета перемычек находятся по следующим формулам:

1 Расчет симметричных диафрагм можно также производить по программе для несимметричных рам, полагая, что $a_1 = a_2$.

Рис. 7. Использование групповых неизвестных при расчете несимметричных диафрагм



$$\left.\begin{aligned} &T_t = -x_t + x_{t+1}\,; \quad T_v = -x_v\,; \\ &M_1 = Hx_{2v+2} - H_1 x_{v+1}\,; M_t = H(-x_{v+t} + x_{2v+t+1})\,; M_v = -Hx_{2v}\,; \\ &N_t = -x_{v+t} + x_{v+t+1} + x_{2v+t} - x_{2v+t+1}\,; \; N_v = -x_{2v} + x_{3v}\,. \end{aligned}\right\} \quad (34)$$

Неизвестные $x_1 \ldots x_{3v}$ находятся из следующей системы канонических уравнений:

$$V \text{ уравнений} \left\{\begin{aligned} &\delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_{1v+1}x_{v+1} + \delta_{1,2v+1}x_{2v+1} + \delta_{1p} = 0\,; \\ &\delta_{12}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_{12}x_3 + \delta_{2v+2}x_{v+2} + \delta_{2v+2}x_{2v+2} + \delta_{2p} = 0\,; \\ &\qquad \delta_{12}x_2 + \delta_{22}x_3 + \delta_{12}x_4 + \delta_{2v+2}x_{v+3} + \delta_{2v+2}x_{2v+3} + \delta_{3p} = 0 \\ &= = = =

$$
V\ \text{уравнений}\ \left\{
\begin{aligned}
&\delta_{1v+1}x_1+\delta_{v+1.v+1}x_{v+1}+\delta_{v+1.v+2}x_{v+2}+\delta_{v+1\,2v+1}x_{2v+1}+\\
&\qquad\qquad+\delta_{v+1\,2v+2}x_{2v+2}+\delta_{v+1.p}=0;\\
&\delta_{2.v+2}x_2+\delta_{v+1.v+2}x_{v+1}+\delta_{v+2\,v+2}x_{v+2}+\delta_{v+1\,v+2}x_{v+3}+\\
&\delta_{v+2\,2v+1}x_{2v+}+\delta_{v+2\,2v+2}x_{2v+2}+\delta_{v+2\,2v+3}x_{2v+3}+\delta_{v+2.p}=0\\
&\text{==========}\\
&\delta_{2v+2}x_k+\delta_{v+1.v+2}x_{v+k-1}+\delta_{v+2.v+2}x_{v+k}+\delta_{v+1.v+2}x_{v+k+1}+\\
&\delta_{v+2.2v+1}x_{2v+k-1}+\delta_{v+2.2v+2}x_{2v+k}+\delta_{v+2\,2v+3}x_{2v+k+1}+\\
&\qquad\qquad+\delta_{v+k.p}=0\\
&\text{==========}\\
&\delta_{2v+2}x_v+\delta_{v+1.v+2}x_{2v-1}+\delta_{v+2.v+2}x_{2v}+\delta_{v+2\,2v+1}x_{3v-1}+\\
&\qquad\qquad+\delta_{v+2\,2v+2}x_{3v}+\delta_{2v.p}=0;
\end{aligned}
\right.
\tag{35}
$$

$$
V\ \text{уравнений}\ \left\{
\begin{aligned}
&\delta_{1.2v+1}x_1+\delta_{v+1.2v+1}x_{v+1}+\delta_{v+2.2v+1}x_{v+2}+\delta_{2v+1\,2v+1}x_{2v+1}+\\
&\qquad\qquad+\delta_{v+1\,v+2}x_{2v+2}+\delta_{2v+1.p}=0;\\
&\delta_{2v+2}x_2+\delta_{v+1\,2v+2}x_{v+1}+\delta_{v+2\,2v+2}x_{v+2}+\delta_{v+2\,2v+1}x_{v+3}+\\
&\delta_{v+1\,v+2}x_{2v+1}+\delta_{2v+2\,2v+2}x_{2v+2}+\delta_{v+1\,v+2}x_{2v+3}+\delta_{2v+2.p}=0;\\
&\delta_{2v+2}x_3+\delta_{v+2\,2v+3}x_{v+2}+\delta_{v+2\,2v+2}x_{v+3}+\delta_{v+2\,2v+1}x_{v+4}+\\
&\delta_{v+1\,v+2}x_{2v+2}+\delta_{2v+2\,2v+2}x_{2v+3}+\delta_{v+1.v+2}x_{2v+4}+\delta_{2v+3.p}=0\\
&\text{==========}\\
&\delta_{2v+2}x_k+\delta_{v+2\,2v+3}x_{v+k-1}+\delta_{v+2\,2v+2}x_{v+k}+\delta_{v+2\,2v+1}x_{v+k+1}+\\
&+\delta_{v+1.v+2}x_{2v+k-1}+\delta_{2v+2\,2v+2}x_{2v+k}+\delta_{v+1.v+2}x_{2v+k+1}+\delta_{2v+k.p}=0\\
&\text{==========}\\
&\delta_{2v+2}x_v+\delta_{v+2\,2v+3}x_{2v-1}+\delta_{v+2\,2v+2}x_{2v}+\delta_{v+1\,v+2}x_{3v-1}+\\
&\qquad\qquad+\delta_{2v+2\,2v+2}x_{3v}+\delta_{3vp}=0.
\end{aligned}
\right\}
$$

3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДИАФРАГМ МЕТОДОМ РАМНОЙ АНАЛОГИИ

В данной главе приводятся примеры определения усилий в простенках и перемычках, а также перемещений многоэтажных крупнопанельных диафрагм с одним рядом проемов при действии вертикальных и горизонтальных (ветровых) нагрузок.

Расчет диафрагм проведен на ЭВМ в соответствии с приведенной в гл. 3 методикой, как плоской стержневой системы с дискретными связями, по специально разработанной программе (см. приложение).

Определение нагрузок на каждую диафрагму выполнено в соответствии с главой СНиП II-6-74 "Нагрузки и воздействия" по методике, подробно изложенной в вып.3 настоящего пособия, поэтому в приведенных примерах все нагрузки рассматриваются как заданные.

Пример 1. Расчет диафрагмы четырехэтажного здания.

Рассмотрим секцию четырехэтажного крупнопанельного здания, основными несущими элементами которой являются поперечные диафрагмы и внутренние продольные стены из железобетонных панелей толщиной 14 см (рис.8). Шаг поперечных диафрагм b =6,4 м. Расстояние между продольными стенами a_4=5,1 м, расстояние их до наружных продольных стен a_3 = 4,2 м.

Наружные продольные стены выполнены как и в зданиях большей этажности самонесущими из легкобетонных панелей с объемной массой 1100 кг/м^3 и толщиной 30 см.

Панели перекрытий приняты в виде многопустотных предварительно-напряженных плит высотой сечения 22 см. Стеновые панели и плиты перекрытия укладываются на раствор марки М 100.

Стены и перекрытия соединяются между собой с помощью контактного стыка. Панели поперечных диафрагм связываются путем сварки закладных деталей и замоноличенных шпоночных соединений. Кровля совмещенная. Фундаменты ленточные монолитные.

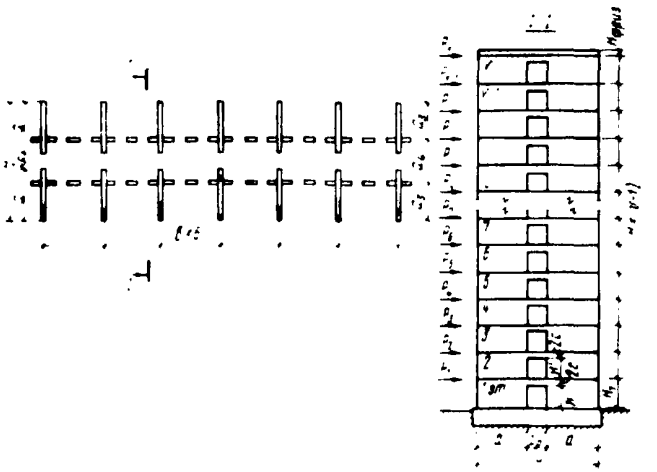


Рис. 8. Конструктивная схема секции крупнопанельного здания с поперечными диафрагмами

В соответствии с обозначениями, приведенными на рис.9, размеры элементов рассчитываемой диафрагмы следующие:

число этажей $V = 4$;

высота рядового этажа $H = 300$ см;

высота первого этажа $H_1 = 300$ см;

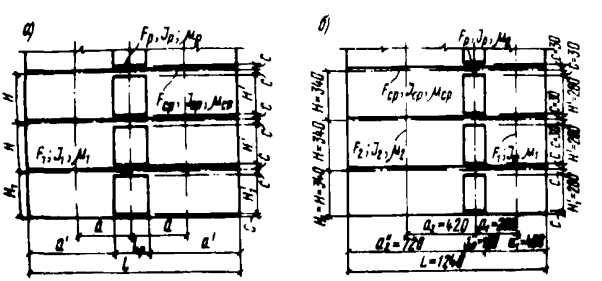


Рис. 9. Обозначение исходных геометрических характеристик элементов симметричных (а) и несимметричных (б) диафрагм

высота проема $H' = 250$ см;
длина ригеля в свету между стойками $l_р = 200$ см;
половина высоты ригелей $c = 25$ см;
ширина простенка (стойки) $a' = 570$ см;
полная ширина диафрагм $L = 1340$ см;
расстояние от центра тяжести сечения стойки до середины ригеля при однопролетных диафрагмах $a = 385$ см;
геометрические характеристики стоек и ригелей:

$$I_1 = I_2 = \frac{14 \cdot 570^3}{12} = 2{,}16 \cdot 10^8 \text{ см}^4;$$

$$I_р = \frac{14 \cdot 50^3}{12} = 0{,}145 \cdot 10^6 \text{ см}^4;$$

$$F_1 = F_2 = 570 \cdot 14 = 7980 \text{ см}^2;$$

$$F_р = 14 \cdot 50 = 700 \text{ см}^2;$$

половина момента инерции диафрагм по неослабленному сечению

$$I_{ср} = \frac{I}{2} = \frac{14 \cdot 1340^3}{2 \cdot 12} = 1404 \cdot 10^6 \text{ см}^4.$$

Начальный модуль упругости бетона панелей при сжатии и растяжении $E_б$ для бетона М 400 равен $E_б = 3000$ кН/см^2;

при определении деформаций от кратковременных нагрузок $E = 0{,}85 \cdot E_б = 0{,}85 \cdot 3000 = 2550$ кН/см^2;

при определении величин полных деформаций при длительном приложении нагрузок

$$E = \frac{E_б}{k_{дл}} = \frac{3000}{1+0{,}85} = 1620 \text{ кН/см}^2,$$

$G = 0{,}4E$.

Величины расчетных вертикальных и горизонтальных (ветровых) нагрузок, согласно обозначениям, приведенным на рис. 10, равны:

$N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 60$ кН;
$N_1' = N_2' = N_3' = N_4' = 9$ кН;
$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 46$ кН/м;
$q_{кр} = 44$ кН/м;
$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 6$ кН.

Результаты вычислений усилий в стойках и ригелях, а также значения поэтажных горизонтальных смещений диафрагм сведены в табл. 1. Расчетные значения попе-

Таблица 1

Номер этажа i	Расчетные горизонтальные (ветровые) нагрузки P_i в i-м уровне, кН		Расчетные поперечные силы в середине каждого ригеля T_i, кН, от действия горизонтальных нагрузок		Поэтажные расчетные вертикальные силы в стойке, кН		
	фактические	приведенные к равномерным	единичных	расчетных	$N_i+q_i a'$	$N'_i+q_i\frac{l_p}{2}$	$N_i+q_i a'+N'_i+q_i\frac{l_p}{2}+T_i$
1	2	3	4	5	6	7	8
4	6	6	0,23	1,38	316,8	45,9	364
3	6	6	0,235	1,41	328,2	47,9	377,5
2	6	6	0,22	1,32	328,2	47,9	377,4
1	6	6	0,15	0,9	328,2	47,9	377
		Итого			ΣN =		1496,0 кН

Продолжение табл. 1

Плечо приложения расчетных сил относительно геометрической оси стойки, м		Поэтажные моменты в стойке от расчетных сил, кНм			Эксцентриситет усилий в плоскости диафрагмы, м	Поэтажные смещения диафрагм δ_i, см, от действия горизонтальных нагрузок	
e_{T_i}	$e_{N_i q_i}$	M_{T_i}	$M_{N'_i \cdot q_i}$	$M_{T_i}+M_{N'_i \cdot q_i}$	$\theta=\frac{\Sigma M}{\Sigma N}$	единичных	расчетных
9	10	11	12	13	14	15	16
3,85	3,35	5,32	153,8	159,1	0,43	0,0009	0,0054
		5,43	160,5	165,9		0,0007	0,0042
		5,08	160,5	165,6		0,0004	0,0024
		3,46	160,5	164		0,0002	0,0012
		ΣM = 654,6 кНм					

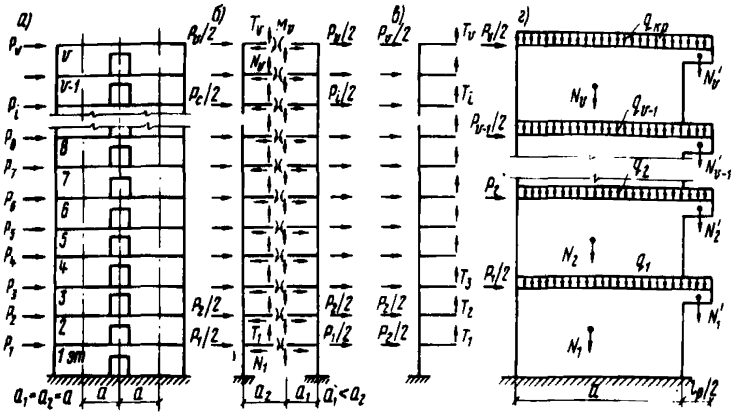


Рис.10. Конструктивная (а) и расчетная схемы диафрагм при действии горизонтальных (б,в) и вертикальных (г) нагрузок

речных сил в ригелях (гр. 5), а также величины смещений диафрагмы в своей плоскости в уровне перекрытия каждого этажа (гр. 16) вычислены на ЭВМ по приведенной в приложении программе. Для простоты вычислений фактические поэтажные ветровые нагрузки приведены к равномерным исходя из равенства моментов в заделке рассматриваемой диафрагмы.

Суммируя поэтажные величины вертикальных сил и моментов, действующих выше рассматриваемого сечения стойки, получаем значения ΣM и ΣN, относительно центра тяжести каждого сечения.

Случай, когда слагаемое T_i (гр. 8) взято со знаком плюс, соответствует пригружению стойки ветром; при знаке минус – разгружению.

Для сечения стойки в уровне пола первого этажа результирующие усилия равны

ΣM = 654,6 кНм и ΣN = 1496 кН.

Эксцентриситет приложения усилий в плоскости простенка (стойки) диафрагмы составил: $e = \frac{\Sigma M}{\Sigma N} = \frac{654,6}{1496} =$ = 0,43 м.

На рис. 11 приведен график поэтажного изменения сдвигающих усилий в перемычках T_i и горизонтальных смещений диафрагмы δ_i, вычисленных с помощью МКЭ и метода рамной аналогии (МРА).

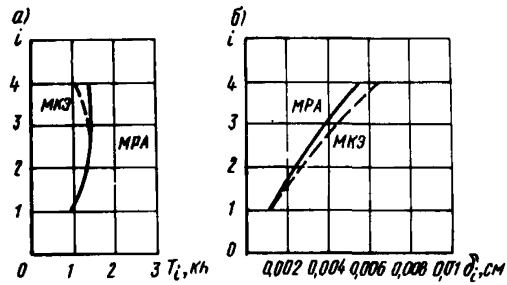


Рис. 11. Графики: а – поэтажных величин сдвигающих сил в ригелях T_i; б – горизонтальных смещений δ_i 4-этажной симметричной диафрагмы, вычисленных методами рамной аналогии (сплошная линия) и конечных элементов (пунктир); i – номер этажа

Пример 2. Расчет диафрагмы девятиэтажного здания.

Расчет девятиэтажной однопролетной диафрагмы (рис. 8) произведен на основании исходных данных, приведенных в табл. 3 (гр. 4) в соответствии с принятыми буквенными обозначениями (рис. 9).

Конструктивное решение диафрагмы и принятые марки материалов аналогичны приведенным в примере 1 для четырехэтажной диафрагмы.

Величины расчетных вертикальных и горизонтальных (ветровых) нагрузок в соответствии с расчетной схемой диафрагмы, приведенной на рис.10, равны:

$N_1 = N_2 = \ldots = N_9 = 66$ кН; $N_1' = N_2' = \ldots = N_9' = 9$ кН;

$q_1 = q_2 = \ldots = q_8 = 46$ кН/м; $q_{кр} = 44$ кН/м;

$P_1 = P_2 = P_3 = 6$ кН; $P_4 = P_5 = P_6 = 8{,}2$ кН;

$P_7 = P_8 = 10{,}8$ кН; $P_9 = 8{,}2$ кН.

Результаты вычислений усилий в стойках и ригелях, а также значения поэтажных горизонтальных смещений диафрагмы сведены в табл. 2.

Для сечения стойки в уровне пола первого этажа значения результирующих усилий равны:

ΣM = 1684,8 кНм и ΣN = 3435,6 кН.

Эксцентриситет приложения усилий в плоскости простенка диафрагмы составил:

$$e = \frac{\Sigma M}{\Sigma N} = \frac{1684,8}{3435,6} = 0,49 \text{ м}.$$

На рис. 12 приведен график изменения по высоте диафрагмы сдвигающих усилий в перемычках T_i и горизонтальных смещений диафрагмы δ_i, вычисленных с помощью МКЭ и метода рамной аналогии.

Определенный интерес может представить количественная оценка влияния жесткостных характеристик го-

Таблица 2

Номер этажа i	Расчетные горизонтальные (ветровые) нагрузки P_i в i-м уровне, кН		Расчетные поперечные силы в середине каждого ригеля T_i, кН, от действия горизонтальных нагрузок		Поэтажные расчетные вертикальные силы в стойке, кН		
	фактические	приведенные к равномерным	единичных	расчетных	$N_i+q_i a'$	$N'_i+q_i\frac{l_p}{2}$	$N_i+q_i a'+N'_i+q_i\frac{l_p}{2}+T_i$
1	2	3	4	5	6	7	8
9	8,2	8,7	0,72	6,3	316,8	45,9	369
8	10,8	8,7	0,77	6,71	328,2	47,9	382,8
7	10,8	8,7	0,84	7,32	328,2	47,9	383,4
6	8,2	8,7	0,91	7,95	328,2	47,9	384
5	8,2	8,7	0,97	8,42	328,2	47,9	384,5
4	8,2	8,7	0,98	8,54	328,2	47,9	384,6
3	6	8,7	0,93	8,07	328,2	47,9	384,2
2	6	8,7	0,77	6,73	328,2	47,9	382,8
1	6	8,7	0,48	4,19	328,2	47,9	380,3
	Итого						ΣN = 3435,6 кН

Продолжение табл. 2

Номер этажа i	Плечо приложения расчетных сил относительно геометрической оси стойки, м		Поэтажные моменты в стойке от расчетных сил, кНм			Эксцентриситет усилий в плоскости диафрагмы, м, $e=\frac{\Sigma M}{\Sigma N}$	Поэтажные смещения диафрагмы, см, от действия горизонтальных нагрузок	
	e_{T_i}	e_{N_i,q_i}	M_{T_i}	$M_{N'_i,q_i}$	$M_{T_i}+M_{N'_i,q_i}$		единичных	расчетных
1	9	10	11	12	13	14	15	16
9			24,3	153,8	178,1		0,01	0,087
8			25,8	160,5	186,3		0,008	0,069
7			28,1	160,5	188,6		0,007	0,061
6			30,4	160,5	190,9		0,006	0,052
5	3,85	3,35	32,8	160,5	193,3	0,49	0,005	0,043
4			32,8	160,5	193,3		0,004	0,034
3			30,8	160,5	191,3		0,002	0,017
2			25,8	160,5	186,3		0,001	0,009
1			16,2	160,5	176,7		0,0005	0,004

ΣM = 1684,8 кНм

ризонтальных растворных швов между панелями на величину поэтажных значений перерезывающих сил в ригелях и смещений диафрагмы в уровне каждого этажа. В расчет на ЭВМ методом рамной аналогии вводились три значения модулей упругости растворного шва: E_1 = 260 кН/см^2; E_2 = 520 кН/см^2 и E_3 = 130 кН/см^2 (табл. 3, соответственно графы: 2, 2а и 2б).

Результаты расчета представлены на графиках рис.13

Пример 3. Расчет диафрагмы 12-этажного здания.

Рассмотрена симметричная однопролетная диафрагма с исходными данными, приведенными в табл. 3 (гр. 7), в соответствии с принятыми буквенными обозначениями (рис. 9).

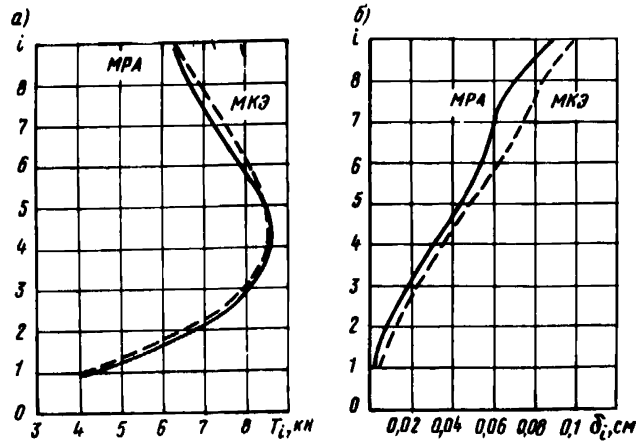


Рис. 12. Графики: а – поэтажных величин сдвигающих сил в ригелях T_i и б – горизонтальных смещений δ_i 9-этажной симметричной диафрагмы (МРА – сплошная линия; МКЭ – пунктир); i – номер этажа

Таблица 3

Обозначение исходных данных	Единица измерения	Величины исходных данных для диафрагм зданий с числом этажей		
		4	9	
		1	2	2а
		№ примера		
1	2	3	4	5
J_1	$см^4$	$216 \cdot 10^6$	$216 \cdot 10^6$	$216 \cdot 10^6$
J_2	$см^4$	$216 \cdot 10^6$	$216 \cdot 10^6$	$216 \cdot 10^6$
$J_{ср}$	$см^4$	$1404 \cdot 10^6$	$1404 \cdot 10^6$	$1404 \cdot 10^6$
J_e	$см^4$	$0{,}145 \cdot 10^6$	$0{,}145 \cdot 10^6$	$0{,}145 \cdot 10^6$
H'	см	250	250	250
H	см	300	300	300
H_1	см	300	275	275

Продолжение табл. 3

Обозначение исходных данных	Единица измерения	Величины исходных данных для диафрагм зданий с числом этажей		
		4	9	
		1	2	2а
		№ примера		
1	2	3	4	5
C	см	25	25	25
a_1	см	385	385	385
a_2	см	385	385	385
F_1	$см^2$	7980	7980	7980
F_2	$см^2$	7980	7980	7980
$F_р$	$см^2$	700	700	700
E	$кН/см^2$	2550	2550	2550
G	$кН/см^2$	1020	1020	1020
$E_ш$	$кН/см^2$	260	260	520
$E_{ш,н}$	$кН/см^2$	260	260	520
$G_ш$	$кН/см^2$	108	108	220
$G_{ш,н}$	$кН/см^2$	108	108	220
$H_ш$	см	2	2	2
$H_{ш,н}$	см	2	2	2
$\ell_р$	см	200	200	200
μ	–	1,2	1,2	1,2
μ	–	1,2	1,2	1,2
μ	–	1,2	1,2	1,2

Продолжение табл.3

Обозначение исходных данных	Единица измерения	Величины исходных данных для диафрагм зданий с числом этажей		
		9	12	16
		№ примера		
		2б	3	4
1	2	6	7	8
J_1	$см^4$	$216 \cdot 10^6$	$246 \cdot 10^6$	$205 \cdot 10^6$
J_2	$см^4$	$216 \cdot 10^6$	$246 \cdot 10^6$	$205 \cdot 10^6$

Продолжение табл. 3

Обозначение исходных данных	Единица измерения	Величины исходных данных для диафрагм зданий с числом этажей		
		9	12	16
		№ примера		
		2б	3	4
1	2	6	7	8
$J_{ср}$	$см^4$	$1404 \cdot 10^6$	$1432 \cdot 10^6$	$1282 \cdot 10^6$
$J_р$	$см^4$	$0{,}145 \cdot 10^6$	$0{,}746 \cdot 10^5$	$0{,}145 \cdot 10^6$
H'	см	250	240	250
H	см	300	280	300
H_1	см	275	260	275
c	см	25	20	25
a_1	см	385	377,5	370
a_2	см	385	377,5	370
F_1	$см^2$	7980	8330	7840
F_2	$см^2$	7980	8330	7840
$F_р$	$см^2$	700	560	700
E	$кН/см^2$	2550	2550	2550
G	$кН/см^2$	1020	1020	1020
$E_ш$	$кН/см^2$	130	260	260
$E_{щн}$	$кН/см^2$	130	260	260
$G_ш$	$кН/см^2$	50	108	108
$G_{щн}$	$кН/см^2$	50	108	108
$H_ш$	см	2	2	2
$H_{шн}$	см	2	2	2
$l_р$	см	200	160	180
μ	–	1,2	1,2	1,2
μ	–	1,2	1,2	1,2
μ	–	1,2	1,2	1,2

Конструкции панелей диафрагм и марки материалов аналогичны принятым в примере 1.

В соответствии с расчетными схемами диафрагмы, приведенными на рис. 10, величины расчетных вертикальных и горизонтальных (ветровых) нагрузок равны:

$N_1 = N_2 = \ldots = N_{12} = 66$ кН; $N_1' = N_2' = \ldots = N_{12}' = 9$ кН;

$q_1 = q_2 = \ldots = q_{11} = 46$ кН/м; $q_{кр} = 44$ кН/м.

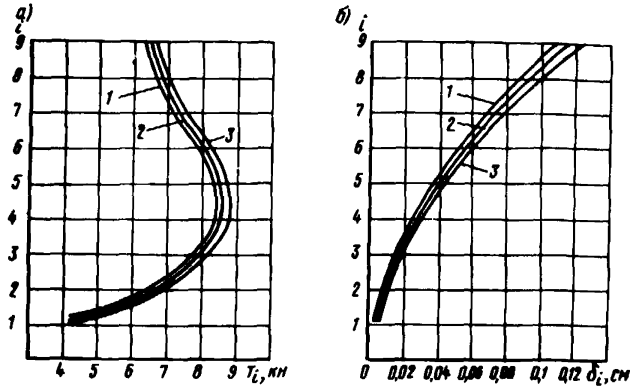


Рис. 13. Графики: а – сдвигающих сил в ригелях и б – поэтажных смещений 9-этажной симметричной диафрагмы, вычисленных по МРА при изменении модуля упругости и модуля сдвига горизонтальных растворных швов $E_{ш}$, $E_{щн}$ и $G_{ш}$, $G_{щн}$ соответственно для кривых: 1 – к примеру 4, 2,а; 2 – к примеру 4,2; 3 – к примеру 4,2,б, i – номер этажа

Фактические величины поэтажных ветровых нагрузок равны:

$$P_1 = P_2 = P_3 = 6{,}4 \text{ кН}, \qquad P_4 = P_5 = P_6 = 9{,}3 \text{ кН};$$
$$P_7 = P_8 = P_9 = 11{,}4 \text{ кН}; \qquad P_{10} = P_{11} = 14 \text{ кН};$$
$$P_{12} = 9{,}3 \text{ кН}.$$

Результаты вычислений усилий и перемещений 12-этажной диафрагмы сведены в табл. 4. В ней для расчетных сечений стойки в уровне каждого этажа момент и продольная сила определяются суммированием вышерасположенных по отношению к рассматриваемому сечению усилий в соответствии с методикой, указанной в головке табл. 4 (гр. 6–13).

Результаты расчета рассматриваемой диафрагмы методами конечного элемента и рамной аналогии приведены на графиках рис. 14.

Таблица 4

Номер этажа i	Расчетные горизонтальные (ветровые) нагрузки P в i-м уровне, кН		Расчетные поперечные силы в середине каждого ригеля T_i от действия горизонтальных нагрузок, кН		Поэтажные расчетные вертикальные силы в стойке, кН		
	фактические	приведенные к равномерным	единичных	расчетных	$N_i+q_i a'$	$N_i'+q_i\frac{l_p}{2}$	$N_i+q_i a'+N_i'+q_i\frac{l_p}{2}+T_i$
1	2	3	4	5	6	7	8
12	9,3	11,4	0,87	9,94	330,8	36,4	377,1
11	14	11,4	0,92	10,5	372,7	36,8	420
10	14	11,4	1,01	11,44	372,7	36,8	420,9
9	11,4	11,4	1,1	12,56	372,7	36,8	422,1
8	11,4	11,4	1,2	13,72	372,7	36,8	423,2
7	11,4	11,4	1,29	14,75	372,7	36,8	424,3
6	9,3	11,4	1,36	15,49	372,7	36,8	425
5	9,3	11,4	1,38	15,75	372,7	36,8	425,2
4	9,3	11,4	1,34	15,31	372,7	36,8	424,8
3	6,4	11,4	1,22	13,9	372,7	36,8	423,4
2	6,4	11,4	0,98	11,18	372,7	36,8	420,7
1	6,4	11,4	0,59	6,73	372,7	36,8	416,2
	Итого						ΣN = 5023 кН

Продолжение табл. 4

Номер этажа i	Плечо приложения расчетных сил относительно геометрич. оси стойки, м		Поэтажные моменты в стойке от расчетных сил, кНм			Эксцентриситет усилий в плоскости диафрагмы, м $e=\frac{\Sigma M}{\Sigma N}$	Поэтажные смещения диафрагмы δ_i, см, от действия горизонтальных нагрузок	
	e_{T_i}	$e_{N'_i,q_i}$	M_{T_i}	$M_{N'_i,q_i}$	$M_{T_i}+M_{N'_i,q_i}$		единичных	расчетных
	9	10	11	12	13	14	15	16
12			37,6	123	160,6		0,019	0,22
11			39,7	124,4	164,1		0,017	0,2
10			43,3	124,4	167,7		0,016	0,18
9			47,5	124,4	161,9		0,014	0,16
8			51,9	124,4	176,3		0,012	0,14
7	3,78	3,38	55,8	124,4	180,2	0,44	0,01	0,12
6			58,6	124,4	183		0,0083	0,095
5			59,5	124,4	183,9		0,0065	0,074
4			57,9	124,4	182,3		0,0047	0,054
3			52,6	124,4	177		0,003	0,035
2			42,3	124,4	166,7		0,0017	0,019
1			25,4	124,4	149,8		0,0005	0,0064

ΣM = 2063,5 кНм

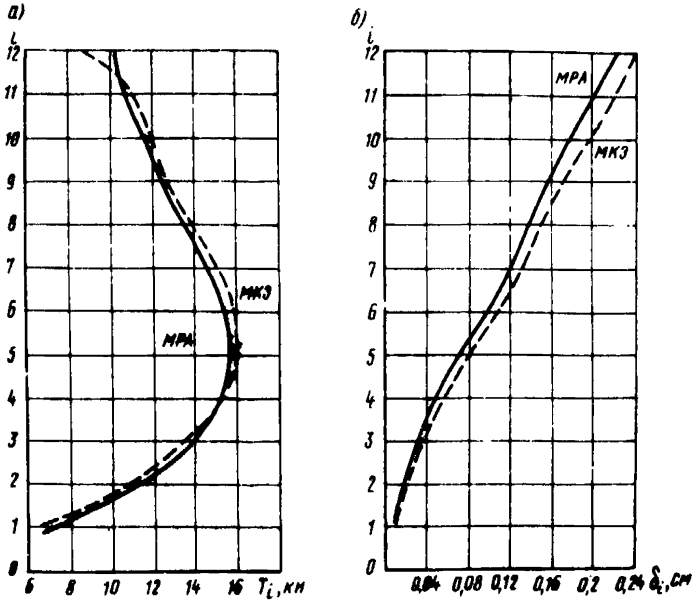


Рис. 14. Графики: а – поэтажных величин сдвигающих сил в ригелях T_i и б – горизонтальных смещений δ_i 12-этажной симметричной диафрагмы (МРА – сплошная линия; МКЭ – пунктир), i – номер этажа

Заслуживает внимания проверка расчетным путем влияния изменения жесткости ригелей на изменение поэтажных значений сдвигающих усилий в них и перемещений диафрагм в своей плоскости в указанных уровнях. Вычисленные методом рамной аналогии кривые T_i и δ_i при моменте инерции ригелей $I_p = 0{,}746 \cdot 10^5$ см^4 (табл.3, гр. 7) сопоставляются с аналогичными кривыми, но при моменте инерции ригелей $I_p' = 0{,}746 \cdot 10^6$ (рис. 15).

Как видно из этих графиков, разница в сравниваемых величинах T_i и δ_i оказалась существенной, что позволяет, задаваясь конструкцией ригеля, регулировать жесткость и деформативность диафрагмы в своей плоскости.

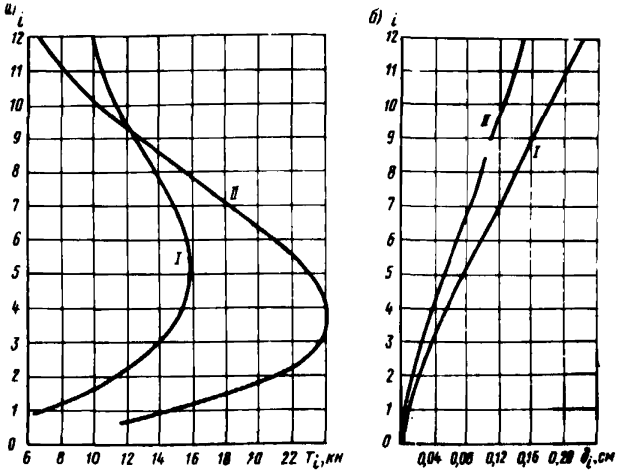


Рис. 15. Графики: а – поэтажных величин сдвигающих сил в ригелях T_i и б – горизонтальных смещений δ_i 9-этажной симметричной диафрагмы при значении момента инерции ригеля $I_p = 0{,}746 \cdot 10^5$ см^4 – кривая I и $I'_p = 0{,}746 \cdot 10^6$ см4 – кривая II (метод рамной аналогии)

Пример. 4 Расчет диафрагмы 16-этажного здания.

Завершая данный раздел примером расчета диафрагмы высотой в 16 этажей, получаем данные для оценки рассмотренных методов расчета диафрагм в интересующем нас диапазоне высот, начиная от четырех этажей с преобладающим влиянием сдвиговых деформаций и кончая 16-этажной диафрагмой, в которой преобладают изгибные деформации.

Конструктивная схема здания аналогична принятой в примере 1, но с увеличенной толщиной панелей диафрагмы.

Исходные данные по расчету рассматриваемой диафрагмы даны в табл. 3 (гр. 8).

Результаты вычисления усилий методом рамной аналогии в элементах 16-этажной диафрагмы приведены в табл. 5 и на графиках рис. 16.

Таблица 5

Номер этажа i	Расчетные горизонтальные (ветровые) нагрузки P_i в i-м уровне, кН		Расчетные поперечные силы в середине каждого ригеля T_i от действия горизонтальных нагрузок, кН		Поэтажные расчетные вертикальные силы в стойке, кН		
	фактические	приведенные к равномерным	единичных	расчетных	$N'_{i,a}+N'_{i,b}$	$\frac{2}{l}N'_{i,b}+N'_{i,b}$	$N'_{i,a}+N'_{i,b}+\frac{2}{l}T_i+N'_{i,b}+$
1	2	3	4	5	6	7	8
16	10,5	13,5	0,98	13,23	310,9	41,3	365,4
15	17,6	13,5	1,07	14,41	322,1	43,1	379,6
14	17,6	13,5	1,22	16,42	322,1	43,1	381,6
13	15,6	13,5	1,41	18,99	322,1	43,1	384,2
12	15,6	13,5	1,62	21,89	322,1	43,1	387,1
11	15,6	13,5	1,85	24,97	322,1	43,1	390,2
10	12,4	13,5	2,08	28,08	322,1	43,1	393,3
9	12,4	13,5	2,30	31,05	322,1	43,1	396,2
8	12,4	13,5	2,50	33,72	322,1	43,1	398,9
7	10,0	13,5	2,66	35,90	322,1	43,1	401,1
6	10,0	13,5	2,77	37,34	322,1	43,1	402,5
5	10,0	13,5	2,79	37,70	322,1	43,1	402,9
4	10,0	13,5	2,71	36,54	322,1	43,1	401,7
3	6,4	13,5	2,46	33,24	322,1	43,1	398,4
2	6,4	13,5	2,00	26,95	322,1	43,1	392,2
1	6,4	13,5	1,22	16,50	322,1	43,1	381,7
			Итого:				ΣN = 6257 кН

Продолжение табл. 5

Номер этажа i	Плечо приложения расчетных сил относительно оси стойки, м		Поэтажные моменты в стойке от расчетных сил, кНм			Эксцентриситет в плоскости диафрагмы, м, $e=\frac{\Sigma M}{\Sigma N}$	Поэтажные смещения диафрагмы δ_i, см, от действия горизонтальных нагрузок	
	e_{T_i}	e_{N_i',q_i}	M_{T_i}	M_{N_i',q_i}	$M_{T_i}+M_{N_i',q_i}$		единичных	расчетных
1	9	10	11	12	13	14	15	16
16			48,8	134,2	183,0		0,058	0,78
15			53,4	140,1	193,7		0,05	0,73
14			61,0	140,1	201,1		0,05	0,68
13			70,3	140,1	210,4		0,05	0,63
12			80,6	140,1	220,7		0,04	0,57
11			92,5	140,1	232,6		0,04	0,51
10	3,70	3,25	104,4	140,1	244,5	0,61	0,03	0,46
9			114,8	140,1	254,9		0,03	0,40
8			125,0	140,1	265,1		0,02	0,34
7			133,0	140,1	273,1		0,02	0,28
6			138,4	140,1	278,5		0,02	0,23
5			140,0	140,1	280,1		0,01	0,17
4			135,5	140,1	275,6		0,01	0,12
3			123,6	140,1	263,7		0,006	0,08
2			100,0	140,1	241,5		0,003	0,04
1			62,0	140,1	201,9		0,001	0,013

ΣM = 3820 кНм

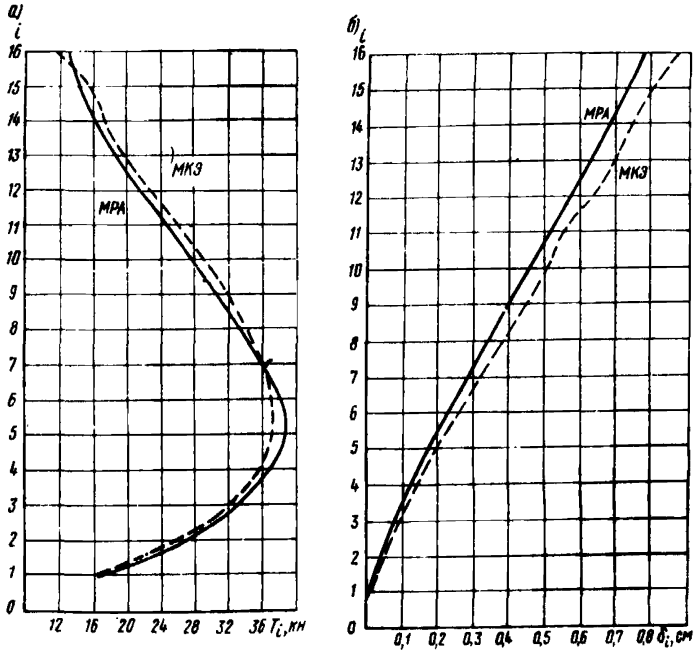


Рис. 16. Графики: а – поэтажных величин сдвигающих сил в ригеле T_i и б – горизонтальных смещений ϑ_i 16-этажной симметричной диафрагмы; i – номер этажа

Суммарные значения усилий в сечении стойки уровне пола первого этажа получены: ΣM = 3820 кН ΣN = 6257 кН. Эксцентриситет приложения усилий плоскости простенка равен: $e = \frac{3820}{6257} = 0{,}61$ м.

4. РАСЧЕТ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДИАФРАГМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И СРАВНЕНИЕ ИХ С РЕЗУЛЬТАТАМИ РАСЧЕТА МЕТОДОМ РАМНОЙ АНАЛОГИИ

Основной проблемой расчета зданий и их несущих элементов является выбор расчетной схемы. От того, насколько правильно выбрана расчетная схема и насколько точно она отражает работу элементов конструкции, зависит точность расчета здания. Наиболее полно отражают работу конструкций зданий расчетные схемы на основе метода конечных элементов.

4.1. Симметричные диафрагмы.

Расчет 4-, 9-, 12- и 16-этажных диафрагм жесткости, геометрические и физические характеристики которых приведены в графах 3, 4, 7 и 8 табл. 3, проводился по программе [22], в которой реализован метод конечных элементов для плоской задачи теории упругости в форме метода перемещений и используется прямоугольный конечный элемент с линейным законом изменения перемещений вдоль его кромок. За неизвестные перемещения узла приняты два взаимно перпендикулярных смещения, направленных вдоль сторон элемента (см. рис. 1 и 2). Нагрузка задается в виде сосредоточенных сил, прикладываемых к узлам вдоль осей координат X и У.

Расчетная схема диафрагм по МКЭ показана на рис. 17. Ввиду того, что диафрагмы симметричны, а нагрузка горизонтальна, кососимметрична, в расчет принималась только ее половина, а в узлы, через которые проходит ось симметрии вводились дополнительные связи, препятствующие их вертикальным смещениям. Поперечные силы Р принимались сосредоточенными, равными половине всей горизонтальной нагрузки, действующей в уровне этажа и приложенными к внешним узлам в уровне перекрытий, как это показано на рис. 17.

Приведенная нагрузка Р принималась, в соответствии с числом этажей диафрагм, одинаковой на всех этажах (см. гр. 3 табл. 1, 2, 4 и 5 соответственно для диафрагм: 4-, 9-, 12- и 16-этажных).

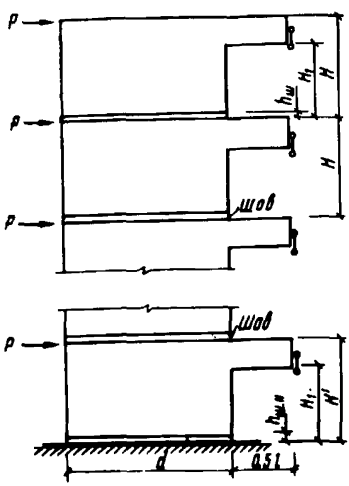


Рис. 17. Расчетная схема симметричной диафрагмы с проемами с учетом работы горизонтальных швов на горизонтальную, кососимметричную нагрузку при методе КЭ

Результаты расчета диафрагм по методу конечных элементов от действия горизонтальных нагрузок приводятся в табл. 6. Расчет диафрагм жесткости по МКЭ проводился с учетом работы горизонтальных швов между панелями (см. рис. 17 и 18). Поперечные смещения перекрытий δ_i и перерезывающие силы в перемычках показаны для диафрагм различной этажности на рисун-

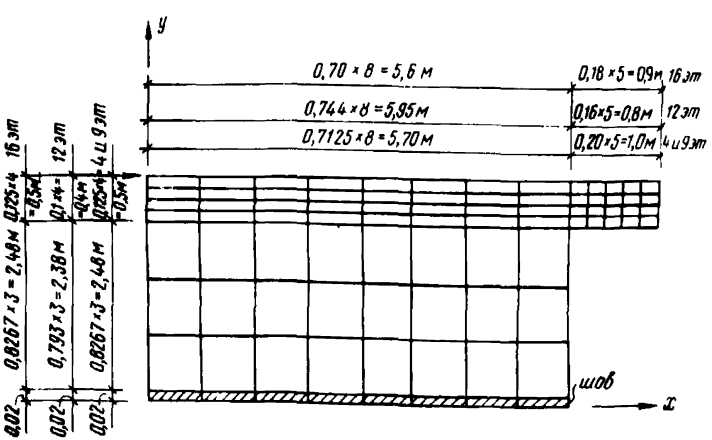


Рис. 18. Разбиение панелей диафрагм на конечные элементы

Таблица 6

№ этажа	Расчетные поперечные (ветровые) нагрузки в уровне этажа, кН: фактические	приведенные	Поперечные смещения диафрагм, м	Перерезывающие силы в перемычках, кН	Продольные силы в столбах диафрагм, кН	Моменты в столбах диафрагм, кН·м
			4-этажная диафрагма			
1	3	3	$1{,}3\cdot10^{-5}$	0,931	4,745	71,72 35,72
2	3	3	$2{,}9\cdot10^{-5}$	1,32	3,81	39,30 12,305
3	3	3	$4{,}62\cdot10^{-5}$	1,407	2,497	17,39 -0,61
4	3	3	$6{,}62\cdot10^{-5}$	1,09	1,09	4,80 -4,20
			8-этажная диафрагма			
1	3	4,35	$5{,}2\cdot10^{-5}$	4,09	63,87	341,35 223,90
2	3	4,35	$13\cdot10^{-5}$	6,59	59,78	239,65 135,25
3	3	4,35	$24\cdot10^{-5}$	7,96	53,19	160,62 69,264
4	4,1	4,35	$35\cdot10^{-5}$	8,48	45,23	99,91 21,61
5	4,1	4,35	$48\cdot10^{-5}$	8,48	36,75	54,26 -10.99
6	4,1	4,35	$61\cdot10^{-5}$	8,13	28,27	21,66 -30,54
7	5,4	4,35	$74\cdot10^{-5}$	7,61	20,14	0,76 -38,39
8	5,4	4,35	$83\cdot10^{-5}$	7,09	12,53	9,09 -35,19
9	4,1	4,35	$96\cdot10^{-5}$	5,44	5,44	- 7,894 -20,944
			12-этажная диафрагма			
1	3,2	5,7	$8{,}4\cdot10^{-5}$	6,576	151,22	674,04 482,53
2	3,2	5,7	$21{,}4\cdot10^{-5}$	10,88	144,64	507,35 331,79
3	3,2	5,7	$38{,}9\cdot10^{-5}$	13,36	133,76	372,86 213,26
4	4,65	5,7	$59{,}6\cdot10^{-5}$	15,4	120,4	263,69 120,06
5	4,65	5,7	$82{,}0\cdot10^{-5}$	15,91	105	178,19 50,51

Продолжение табл. 6

№ этажа	Расчетные поперечные (ветровые) нагрузки в уровне этажа, кН		Поперечные смещения диафрагм, м	Перерезывающие силы в перемычках, кН	Продольные силы в столбах диафрагм, кН	Моменты в столбах диафрагм, кН·м
	фактические	приведенные				
6	4,65	5,7	$106 \cdot 10^{-5}$	15,79	89,09	110,57 -1,16
7	5,7	5,7	$130 \cdot 10^{-5}$	15,30	73,3	58,45 -37,31
8	5,7	5,7	$153,6 \cdot 10^{-5}$	13,57	58	20,45 -59,35
9	5,7	5,7	$176 \cdot 10^{-5}$	12,85	44,43	- 8,12 -71,96
10	7	5,7	$199 \cdot 10^{-5}$	11,895	31,58	-23,45 -71,33
11	7	5,7	$220 \cdot 10^{-5}$	11,045	19,69	-26,43 -58,36
12	4,65	5,7	$240 \cdot 10^{-5}$	8,64	8,64	-16,66 -32,62

16-этажная диафрагма

1	3,2	6,75	$1,79 \cdot 10^{-4}$	15,385	428,295	1169,31 845,31
2	3,2	6,75	$4,77 \cdot 10^{-4}$	25,65	412,91	902,23 598,49
3	3,2	6,75	$8,9 \cdot 10^{-4}$	31,75	387,26	693,39 409,89
4	5	6,75	$13,9 \cdot 10^{-4}$	35,63	355,51	527,36 264,11
5	5	6,75	$19,5 \cdot 10^{-4}$	37,18	319,88	395,94 152,94
6	5	6,75	$25,5 \cdot 10^{-4}$	37,15	282,7	290,51 67,76
7	5	6,75	$31,8 \cdot 10^{-4}$	36,05	245,55	205,22 2,72
8	6,2	6,75	$38,2 \cdot 10^{-4}$	34,22	209,5	136,10 -46,15
9	6,2	6,75	$44,6 \cdot 10^{-4}$	31,9	175,28	80,46 -81,54
10	6,2	6,75	$51 \cdot 10^{-4}$	29,28	143,38	36,49 -105,26
11	7,8	6,75	$57,4 \cdot 10^{-4}$	26,77	114,1	3,08 -118,42

Продолжение табл. 6

№ этажа	Расчетные поперечные (ветровые) нагрузки в уровне этажа, кН		Поперечные смещения диафрагм, м	Перерезывающие силы в перемычках, кН	Продольные силы в столбах диафрагм, кН	Моменты в столбах диафрагм, кН·м
	фактические	приведенные				
12	7,8	6,75	$63,5 \cdot 10^{-4}$	21,99	87,33	-19,37 -120,62
13	7,8	6,75	$69,5 \cdot 10^{-4}$	19,91	65,34	-39,26 -120,26
14	8,8	6,75	$75,3 \cdot 10^{-4}$	17,68	45,43	-46,59 -107,34
15	8,8	6,75	$81 \cdot 10^{-4}$	15,92	27,75	-41,93 -82,43
16	5,25	6,75	$86,6 \cdot 10^{-4}$	11,83	11,83	-23,52 -43,77

ках 11, 12, 14 и 16. Как видно из этих графиков, результаты расчетов по методу рамной аналогии хорошо совпадают с результатами, полученными по МКЭ. Заметное расхождение наблюдается только в перерезывающих силах перемычек верхних этажей, особенно в четырехэтажной диафрагме, в которой разность составляет 27%. С увеличением этажности эти расхождения уменьшаются, так в 16-этажной диафрагме перерезывающая сила в перемычке последнего этажа, полученная методом рамной аналогии, превышает перерезывающую силу, полученную по МКЭ, на 10%. На остальных этажах перерезывающие силы, полученные МРА и МКЭ, хорошо сходятся особенно там, где достигает максимальных значений.

Поперечные смещения, полученные по рассматриваемым методам расчета, дают близкие результаты. Совпадение результатов улучшается так же, как и в случае перерезывающих сил с увеличением этажности (см. рис. 11, 12, 14 и 16). Отсюда можно сделать вывод, что метод рамной аналогии дает результаты, хорошо совпадающие с результатами, полученными более точным методом конечных элементов, принятым за эталонный. В то же время метод рамной аналогии позволяет получить результаты значительно быстрее, чем МКЭ. В табл. 7 даны параметры при расчете диафрагм жесткости МКЭ и машинное время, затраченное на расчет диафрагм МКЭ и МРА.

Таблица 7

№ пп	Число этажей	МКЭ		
		число узлов	число неизвестных	ширина ленты общей матрицы
1	2	3	4	5
1	4	462	924	28
2	9	1022	2044	28
3	12	1358	2716	28
4	16	1806	3612	28

Продолжение табл. 7

№ пп	Число этажей	Время решения на ЭВМ методом	
		КЭ	РА
1	4	25 мин	10 мин
2	9	56 мин	15 мин
3	12	1 ч 16 мин	21 мин
4	16	1 ч 44 мин	27 мин

Наряду с сопоставлением величин сдвигающих усилий в перемычках и горизонтальных смещений диафрагм, вычисленных по методам КЭ и РА (11)-(16), представляет также интерес сравнение поэтажных величин моментов и продольных сил в горизонтальных сечениях стоек диафрагмы. На рис. 19, а,б,в и г построены эпюры изгибающих моментов в стойках для диафрагм различной этажности. Поэтажные значения изгибающих моментов в соответствии с эпюрами приведены в табл. 8, 9, 10 и 11. Согласно этим графикам, получено достаточно близкое (рис. 19,б,в и г) совпадение ординат эпюры моментов, вычисленных по МРА и МКЭ для диафрагм высотой 4, 9 и 12 этажей (практически эпюры совпали). Небольшое расхождение (рис. 19,а) в значениях ординат эпюры моментов в пределах 8-25% отмечено в стойках 16-этажной диафрагмы.

Таблица 8

№ этажа	Ординаты эпюр моментов			
	для МКЭ		для МРА	
	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием
1	2	3	4	5
16	-43,771	-	-48,95	-
15	-82,425	-23,521	-82,02	-28,70
14	-107,34	-41,925	-102,27	-41,52
13	-120,26	-46,59	-111,79	-41,52
12	-120,62	-39,26	-111,78	-30,79

Продолжение табл. 8

№ этажа	Ординаты эпюр моментов			
	для МКЭ		для МРА	
	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием
11	-118,42	-19,37	-102,92	-10,53
10	-105,26	3,08	-85,31	18,58
9	-81,54	36,49	-58,45	56,44
8	-46,15	80,46	-21,21	103,55
7	2,72	136,10	28,21	161,04
6	67,76	205,215	92,55	230,71
5	152,94	290,51	175,81	315,30
4	264,11	395,94	283,61	418,81
3	409,88	527,36	423,87	546,86
2	598,49	693,39	607,66	707,37
1	845,31	902,23	850,36	911,41
0	-	1169,31	-	1174,36

Таблица 9

№ этажа	Ординаты эпюр моментов			
	для МКЭ		для МРА	
	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием
12	-32,62	-	-37,57	-
11	-58,355	-16,66	-61,30	-21,61
10	-71,33	-26,43	-72,63	-29,38
9	-71,96	-23,45	-72,22	-24,75
8	-59,35	-8,12	-60,24	-8,38
7	-37,31	20,45	-36,20	-19,56
6	-1,16	58,45	1,01	59,56
5	50,51	110,57	53,20	112,73
4	120,06	178,19	123,00	180,88
3	213,256	263,69	214,10	266,64
2	331,79	372,86	331,72	373,98
1	482,53	507,35	481,84	507,28
0	-	674,04	-	659,68

Таблица 10

№ этажа	Ординаты эпюр моментов			
	для МКЭ		для МРА	
	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием
9	-20,944	-	-24,26	-
8	-35,19	-7,894	-37,04	-11,21
7	-38,39	-9,09	-39,12	10,94
6	-30,54	0,76	-30,58	0,03
5	-10,988	21,66	-10,80	21,62
4	21,66	54,26	21,58	54,46
3	69,264	99,91	68,61	99,88
2	135,25	160,62	134,25	160,16
1	223,90	239,65	222,51	238,65
0	-	341,35	-	330,18

Таблица 11

№ этажа	Ординаты эпюр моментов			
	для МКЭ		для МРА	
	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием	под i-м перекрытием	над i-м перекрытием
4	-4,2	-	-5,31	-
3	-0,61	4,8	-1,74	3,69
2	12,305	17,39	11,18	16,26
1	35,72	39,30	34,71	38,18
0	-	71,72	-	67,71

Значения поэтажных ординат эпюры продольных сил в стойках весьма близко совпали как для 16-этажной диафрагмы, так и для диафрагм меньшей этажности, ввиду чего эпюры, вычисленные по обоим методам, слились в одну кривую (рис. 20, а,б,в и г).

Как и следовало ожидать, вычисленные по МКЭ эпюры нормальных напряжений в стойках, отражая плоскую работу диафрагмы, заметно отличаются по

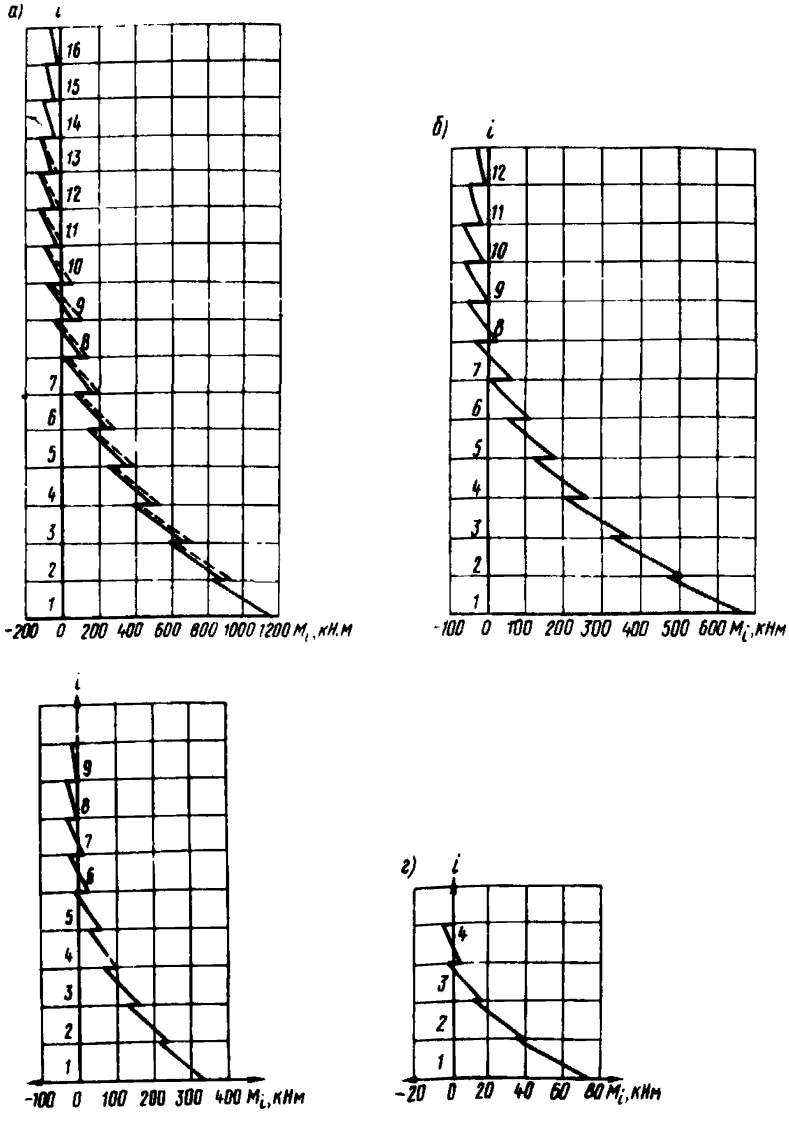


Рис. 19. Графики поэтажных значений моментов M_i, вычисленных по методам РА и КЭ, в горизонтальных сечениях стоек симметричных диафрагм высотой: а – 16 этажей (пунктир – МРА, сплошная линия – МКЭ); б – 12 этажей (для данной и меньшей этажности диафрагм ординаты эпюр, определенные по МРА и МКЭ, практически совпали); в – 9 этажей и г – 4 этажа

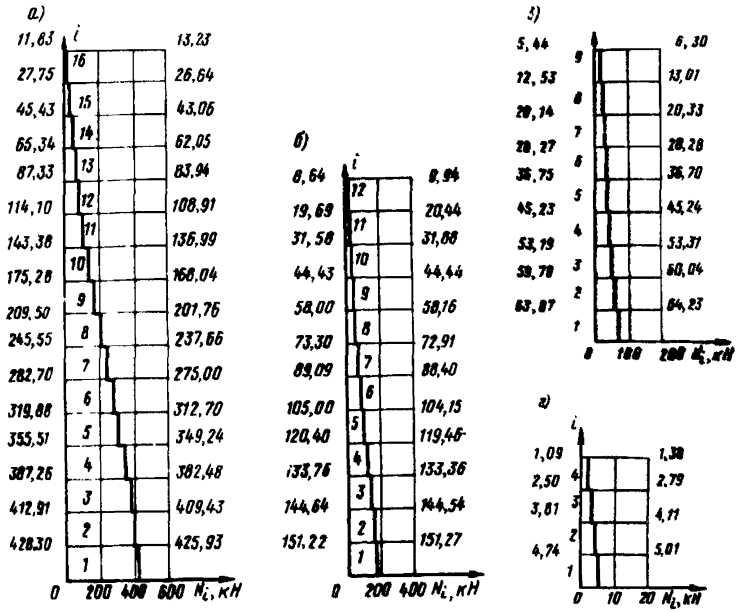


Рис. 20. Графики поэтажных значений продольных сил N_i в горизонтальных сечениях стоек симметричных диафрагм высотой: а – 16 этажей; б – 12 этажей; в – 9 этажей и г – 4 этажа, вычисленные методами РА и КЭ (ординаты эпюры N_i для обоих методов расчета практически совпали).
Слева приведены результаты расчетов МРА, справа – МКЭ

конфигурации (рис. 21) от соответствующих значений эпюр, определенных по МРА, хотя краевые напряжения в горизонтальных сечениях стоек, полученные по обоим методам, также достаточно близки. Из сказанного следует, что при оценке напряженного состояния в диафрагме, метод КЭ дает более точную картину, что особенно важно для зон, где имеют место концентрации напряжений (места сопряжений ригелей со стойками и др.).

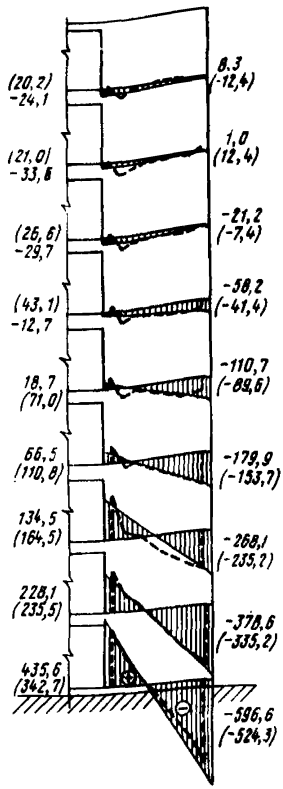


Рис. 21. Поэтажные эпюры нормальных напряжений в кН/м^2, в горизонтальных сечениях стоек 9-этажной симметричной диафрагмы (сплошной линией показаны эпюры для МРА, пунктиром – для МКЭ) (в скобках даны результаты расчетов МКЭ, без скобок – МРА)

4.2. Несимметричные диафрагмы.

Определение величин продольных $N_i^{ст}$ и поперечных $Q_i^{ст}$ усилий в стойках, горизонтальных смещений диафрагм δ, а также нормальных напряжений в стойках σ как по МРА, так и по МКЭ выполнено применительно к геометрическим размерам сечения диафрагм, приведенным на рис. 9,б. При этом сопоставление значений $N_i^{ст}$, $Q_i^{ст}$ и δ по обоим методам дано для диафрагм с различным числом этажей (4,9,12 и 16), а значений σ – для 9-этажных диафрагм. Поэтажные нагрузки приняты по аналогии с нагрузками для симметричных диафрагм соответствующей высоты. Резуль-

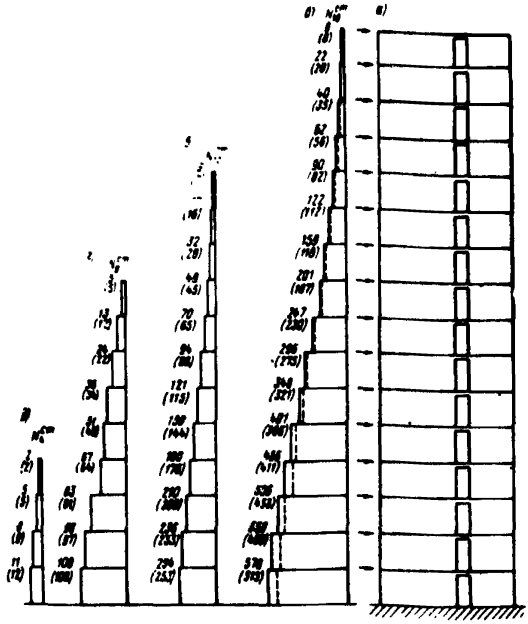


Рис. 22. Конструктивная схема 16-этажной несимметричной диафрагмы (а) и графики поэтажных величин продольных сил в стойках N_i^{CT}, кН, для диафрагм высотой: 16 этажей (б); 12 этажей (в); 9 этажей (г) и 4 этажа (д). Цифры в скобках и пунктир на графиках относятся к эпюрам МРА; цифры без скобок и сплошная линия – к МКЭ

таты расчета несимметричных диафрагм по методам РА и КЭ представлены на рис. 22–25.

Ниже приведены некоторые выводы по результатам расчета несимметричных диафрагм:

а) поэтажные значения продольных сил N_i^{CT} для обоих методов расчета практически совпали у диафрагм высотой 4, 9 и 12 этажей и получили небольшое расхождение у диафрагмы высотой 16 этажей. В сечениях стойки, близких к заделке, значения N_{16}^{CT}, полученные

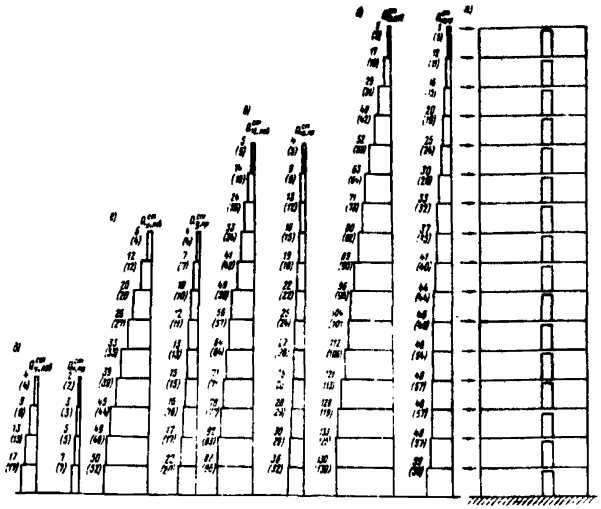


Рис. 23. Конструктивная схема 16-этажной несимметричной диафрагмы (а) и графики поэтажных величин сдвигающих сил в стойках соответственно для левой $Q^{ст}_{i,лев}$ и правой $Q^{ст}_{i,пр}$, кН, для диафрагм высотой: 16 этажей (б); 12 этажей (в); 9 этажей (г) и 4 этажа (д). Цифры в скобках относятся к эпюрам МРА; без скобок – к МКЭ

методом РА, на 10% ниже значений, вычисленных МКЭ (рис. 22);

б) поэтажные значения сдвигающих сил в стойках диафрагм $Q^{ст}_{i,лев}$ и $Q^{ст}_{i,пр}$ также оказались весьма близкими по значениям для обоих методов расчета (рис. 23) для каждой из рассмотренных высот диафрагм;

в) величины горизонтальных смещений несимметричных диафрагм δ несколько возросли (при одинаковой этажности и нагрузках) по сравнению с симметричными диафрагмами, что видно из рис. 16,б и 24 применительно к диафрагмам высотой 16 этажей. Однако по значениям горизонтальных смещений диафрагм результаты расчетов по МРА и МКЭ близки между собой;

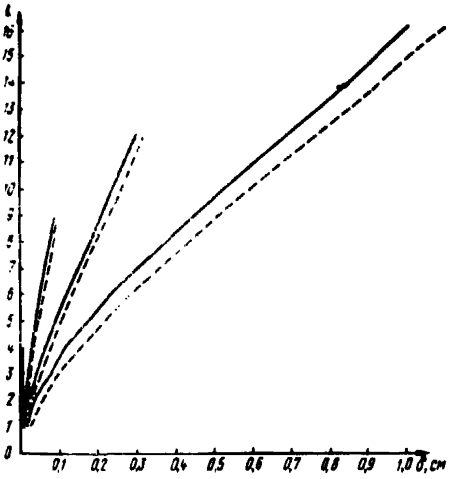


Рис. 24. Графики поэтажных величин горизонтальных смещений δ в см несимметричных диафрагм высотой 16, 12, 9 и 4 этажей (МРА – сплошная линия, МКЭ – пунктир)

г) эпюры нормальных напряжений, построенные для 9-этажной несимметричной диафрагмы, для двух методов расчета (рис. 25) показывают, что, несмотря на имеющиеся отклонения отдельных ординат эпюр, соответствующих методам МРА и МКЭ, максимальные значения краевых напряжений в нижних сечениях стоек отличаются несущественно;

д) из приведенной ниже табл. 12 следует, что машинное время, требуемое для расчета рассмотренных несимметричных диафрагм по методу КЭ по сравнению со временем, затрачиваемым на расчет аналогичных по высоте симметричных диафрагм (см. табл. 1), увеличилось вдвое, в то время как при расчете тех же диафрагм методом РА затраты машинного времени остались неизменными и в несколько раз меньшими, чем по методу КЭ.

Таблица 12

Число этажей	МКЭ		Время счета по МРА
	число неизвестных	время счета	
4	1254	56 мин	10 мин
9	2774	2 ч 05 мин	15 мин
12	3686	2 ч 47 мин	21 мин
16	4902	3 ч 42 мин	27 мин

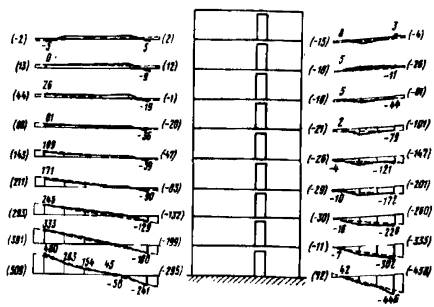


Рис. 25. Поэтажные эпюры нормальных напряжений σ, кН/м^2, в горизонтальных сечениях стоек 9-этажной несимметричной диафрагмы. Цифры в скобках и пунктир относятся к эпюрам МРА; цифры без скобок и сплошная линия – к МКЭ

4.3. В настоящем пособии приведены примеры расчетов наиболее часто встречающихся в практике диафрагм. Расчет диафрагм с более узкими проемами (шириной 0,6 м) методом рамной аналогии дал также хорошую сходимость с расчетами по МКЭ, как и в вышерассмотренных примерах.

Приведенные в настоящем пособии результаты сопоставляемых расчетов показывают: близкое совпадение

поэтажных значений перерезывающих сил в перемычках и горизонтальных смещений, вычисленных по методу рамной аналогии по сравнению с аналогичными числовыми параметрами, полученными по методу конечных элементов для диафрагм высотой 9–16 этажей. Более заметное расхождение указанных величин отмечается для поперечных сил в перемычках верхнего этажа 4-этажной диафрагмы.

Учитывая, что при расчете 4-этажных зданий ветер не является определяющей нагрузкой, а при расчете на сейсмические воздействия решающими при проектировании обычно являются сечения нижних этажей, можно считать указанные погрешности вполне допустимыми в определении усилий верхних этажей невысоких зданий.

2. Большое сокращение машинного времени при расчете методом РА по сравнению с методом КЭ от 2,5 до 4 раз соответственно для симметричных диафрагм высотой 4,9,12 и 16 этажей и от 5 до 8 раз – для несимметричных диафрагм говорит о целесообразности использования в практических расчетах при оценке динамических характеристик зданий (их периодов и форм колебаний) более простого, но достаточно точного для этих целей метода рамной аналогии.

Приложение

ПРОГРАММА

расчета вертикальных диафрагм на горизонтальные нагрузки

Программа вычисляет в соответствии с расчетными схемами (рис. 4) усилия в середине пролетов перемычек (31) и перемещение в уровне каждого яруса (29)-(30) от горизонтальных кососимметричных нагрузок, приложенных как в уровне отдельного яруса, так и в уровне всех ярусов одновременно.

В качестве исходных данных в программу последовательно вводятся:

V – этажность сооружения;

P[1:V] – реальный массив горизонтальных нагрузок, приложенных в уровне каждого яруса, причем первый элемент соответствует нагрузке, приложенной в уровне первого этажа, кН;

Ф – величина высоты проема, см;

У1 – момент инерции горизонтального сечения первой стойки, $см^4$;

У2 – половина инерции горизонтального сечения диафрагмы по неослабленному проемом сечению, $см^4$;

УСР – момент инерции сечения ригеля, $см^4$;

E – моудль упругости материала диафрагмы, $кН/см^2$;

G – модуль сдвига материала диафрагмы, $кН/см^2$;

A1 – расстояние от центра тяжести первой стойки до середины ригеля при однопролетных диафрагмах, см;

A2 – расстояние от центра тяжести второй стойки до середины ригеля при однопролетных диафрагмах, см;

LP – длина ригеля в свету между стойками, см;

C – величина, равная половине высоты ригеля, см;

НШ[0:1] – реальный массив, первый элемент которого равен общей толщине шва, а второй – толщине шва между панелью нижнего этажа и фундаментом, см;

H [0:1] – реальный массив, первый элемент которого равен высоте рядового этажа, а второй – высоте первого этажа, см;

F[1:3] – реальный массив, первые два элемента которого равны соответственно площади горизонтальных сечений первой и второй стойки, а третий – площади сечения ригеля, $см^2$;

ЕШ[0:1] – реальный массив, первый элемент которого равен величине модуля упругости материала шва, а второй – модулю упругости материала горизонтального шва между панелями нижнего этажа и фундаментом, $кН/см^2$;

GШ[0:1] – реальный массив, первый элемент которого равен величине модуля сдвига материала шва между панелями, а второй – модулю сдвига материала шва между панелью нижнего этажа и фундаментом, $кН/см^2$;

МЮ[1:3] – реальный массив коэффициентов формы поперечного сечения при определении сдвига, первые два элемента которого относятся соответственно к стойкам 1 и 2, а третий – к ригелю.

После проведения соответствующих вычислений ЭВМ распечатывает следующие данные:

все исходные параметры, которые были введены в программу, в такой последовательности: V, P, Ф, У1, У2, УСР, УР, E, G, A1, A2, LP, C, НШ, H, F, ЕШ, GШ, МЮ;

T – массив поперечных сил в середине ригелей, кН;

M – массив изгибающих моментов в середине ригелей, кН/см;

N – массив продольных сил в середине ригелей, кН;

массив смещений ярусов, см;

массив смещений ярусов, статически определимой системы, вызванных действием внешних горизонтальных сил и нормальных усилий, приложенных в середине пролета перемычек;

массив смещений ярусов, вызванных действием внутренних поперечных сил и моментов, приложенных в середине пролета перемычек.

В тексте программы встречаются следующие процедуры, разработанные в отделении вычислительной техники ЦНИИСК им. Кучеренко.

P0113(a, A) – оператор стандартной процедуры присваивания элементам массива в МОЗУ-0 заданного значения;

A – индентификатор массива;

a – арифметическое выражение типа *real*, *integer* или *boolean*, значения которого присваиваются элементам массива A;

P0124 (K_A, A, K_C, C, l) – оператор стандартной процедуры переписи массива в пределах всей оперативной памяти

K_A, K_C – номера МОЗУ – арифметические выражения целого типа;

l – количество переписываемых чисел (элементов массива) – арифметическое выражение целого типа;

A, C – эти параметры в зависимости от значения K_A и K_C могут быть или идентификаторами массивов, или арифметическими выражениями целого типа;

P0125 (оп, K_A, A, K_B, B, K_C, C, l) – оператор стандартной процедуры выполнения почленных арифметических действий с двумя массивами, расположенными в произвольном МОЗУ, фактические параметры которой имеют следующий смысл:

оп – признак операции; это арифметическое выражение типа *integer*, принимающее значения:

1 – почленное сложение массивов;

2 – почленное вычитание массивов;

4 – почленное деление массивов;

5 – почленное умножение массивов;

K_A, K_B, K_C – арифметические выражения типа *integer*, определяющие номера МОЗУ, где расположены соответствующие массивы;

l – арифметическое выражение типа *integer*, определяющее число элементов результирующего

массива. Если $K_C = 0$, то l может отсутствовать;

A,B,C – параметры, которые в зависимости от значений K_A, K_B и K_C могут быть идентификаторами массивов или арфиметическими выражениями типа *integer*;

РО126 (ОП, *A,B,C*) – оператор стандартной процедуры выполнения почленных арифметических действий с массивами, расположенными в МОЗУ-0, фактические параметры которого имеют следующий смысл:

ОП – признак операции, арифметическое выражения типа *integer*:

1 – почленное сложение массивов;

2 – почленное вычитание массивов;

4 – почленное деление массивов;

5 – почленное умножение массивов;

A,B,C – идентификаторы массивов в порядке их участия в операции.

```
1  BEGIN
   REAL Φ,V1,V2,VCP,VP,E,G,A1,A2,LP,C,AΠ1,AΠ2,ΓP,Q1,Q2,Q
   P,B,B1,
2  S,Π1,Π2,ΠP,CP,CC,R,R1,R2,R3,PC;
3  INTEGER V,V,T;
4  REAL _ARRAY P[1:40],W[1:14],A[1:5,1:40],B[1:16],BW[1:
   10],
5  BΠ[1:120],MW,XX,F[1:3],HP,GP,EP,HW,H,EW,GW[0:1],X[1:1
   20];
6  INTEGER I0;
7  REAL P0;
8  PROCEDURE *1;
     BEGIN
9    R1:=V1/Φ↑2;R:=E×R1/G;
     FOR V:=1,2,3_DO
     XX[V]:=MW[V]×R/F[V];
10   AΠ1:=A1/Φ;AΠ2:=A2/Φ;ΓP:=LP/Φ;Q1:=V1/VCP;Q2:=V1/V2;Q
     P:=V1/VP;S:=C/Φ;
11   B:=H[0]/Φ;B1:=H[1]/Φ;Π1:=B1×(1/F[1]+1/F[2]);Π2:=
     Π1×B/B1;
12   CP:=XX[3]×ΓP;CC:=XX[1]+XX[2];ΠP:=ΓP×R1/F[3];
13   R:=S×Q1;R1:=S×R/3;R2:=QP×ΓP;R3:=(AΠ1-AΠ2)×R;
14   W[1]:=AΠ1↑2+AΠ2↑2×Q2;W[2]:=R2×ΓP↑2/12;W[3]:=(1+Q2)/
     3;W[4]:=B1↑2×R2;
15   W[5]:=(AΠ1+Q2×AΠ2)/2;W[6]:=(AΠ1+Q2×AΠ2)×B/2;W[7]:=(
     1-Q2)/3;
16   W[8]:=(AΠ1↑2+AΠ2↑2)×R;W[9]:=((B1+1)×B1+1)×R/3;W[10]
     :=(B×B1+2×R/3)×R;
17   W[11]:=(1+B1)×R3/2;W[12]:=B×R3;W[13]:=(2+B1)×R1;W[1
     4]:=(6×B-4×S)×R1;
18   END ;
19 PROCEDURE *BW;
     BEGIN
20   R:=E×V1/Φ↑3;R1:=A1↑2/V1+A2↑2/V2+1/F[1]+1/F[2];
21   FOR V:=0,1 DO
       BEGIN
       EP[V]:=(1/EW[V]-1/E)×HW[V];
22     GP[V]:=(1/GW[V]-1/G)×HW[V]=(MP[1]/F[1]+MW[2]/F[2]
       )
       END ;
23   FOR V:=0,1 DO
     BW[V+1]:=EP[V]×R1×R;
24   R2:=1/V1+1/V2;R3:=A1/V1-A2/V2;
25   FOR V:=0,1 DO
     BW[V+3]:=(R2×EP[V]×HW[V]↑2/3+GP[V])×R;
26   FOR V:=0,1 DO
     BW[V+5]:=R3×EP[V]×HW[V]×R/2;
27   FOR V:=0,1 DO
     BW[V+7]:=(R2×EP[V]×(H[V]/2-HW[V]/3)×HW[V]-GP[V])×R;
28   FOR V:=0,1 DO
     BW[V+9]:=(((H[V]-HW[V])×H[V]+HW[V]↑2/3)×EP[V]×R2+GP
     [V])×R;
29   END ;
30 PROCEDURE *AT;
     BEGIN
31   A[1,1]:=(P[V]+X[3×V]-X[3×V-1])×(V-1)×H[0];
32   FOR V:=2_STEP 1_UNTIL V-1 DO
33   A[1,1]:=H[0]×(P[V]+X[3×V+2]-X[3×V-1]+X[3×V]-X[3×V+3
     ])×(V-1)+A[1,1];
```

```
34    PC:=0;
      FOR V:=1_STEP 1_UNTIL V_DO
      PC:=PC+P[V];
35    R1:=PC+X[3]-X[2];A[2,1]:=A[1,1]+C*R1;
36    A[4,1]:=A[1,1]+M[1]*R1;A[5,1]:=A[4,1]+MШ[1]*R1;

37    R2:=PC;
      FOR T:=2_STEP 1_UNTIL V_DO
        BEGIN
        R2:=R2+P[T-1];
38      IF T=V_THEN A[1,V]:=0_ELSE
39      A[1,T]:=A[1,T-1]-(R2+X[3*T]-X[3*T-1])*M[0];
40      R3:=R2+X[3*T]-X[3*T-1];
41      A[2,T]:=A[1,T]+C*R3;A[4,T]:=A[2,T]+Φ*R3;
42      A[5,T]:=A[1,T]+M[0]*R3;A[3,T]:=A[4,T]-MШ[0]*R3;
43      END ;
44    END ;
45  PROCEDURE ЖБП;
      BEGIN
46    R2:=(A1+A2)*C/(2*E*VCP);R1:=(1/V1-1/V2)/6;R3:=(A1/V
      1+A2/V2)/2;
47    FOR V:=0,1_DO
        BEGIN
        HP[V]:=(Φ-HШ[V])/Φ;EP[V]:=HШ[V]/EШ[V];
48      GP[V]:=((Φ-HШ[V])/Φ+GШ[V])/GШ[V]=(1/F[1]-1/F[2])
        END ;
49    БП[1]:=((A[1,1]+A[2,1])*R2+((A[2,1]+A[3,1])*HP[1]+(
      A[3,1]+A[4,1])*EP[1])*R3)*R;
50    FOR T:=2_STEP 1_UNTIL V_DO
51    БП[T]:=R*((A[1,T]+A[2,T]+A[4,T]+A[5,T])*R2+((A[2,T]
      +A[3,T])*HP[0]+
52    (A[3,T]+A[4,T])*EP[0])*R3);
53    R3:=0;
      FOR V:=1_STEP 1_UNTIL V_DO
      R3:=P[V]+R3;БП[V+1]:=((((A[2,1]*(2*Φ+HШ[1])+Q[3,1])*(
      2*HШ[1]+Φ))*HP[1]+(2*A[3,1]+A[4,1])*HШ[1]
54    *EP[1])*R1-GP[1])*R3)*R;
55    БП[2*V+1]:=((((A[2,1]*(C+H[0]-HШ[1])+A[3,1]*((H[1]+H[
      0]-2*HШ[1]))*HP[1]+(A[3,1]*(3*H[1]-2*HШ[1])+A[4,1]*
      (3*H[1]-HШ[1]))*EP[1])*R1+GP[1])*R3)*R;
56    FOR T:=2_STEP 1_UNTIL V_DO
        BEGIN
        R3:=R3+P[T-1];
57      БП[V+T]:=(((A[2,T]*(H[1]+H[0]+HШ[0])+A[3,T]*(HШ[0
        ]*2+C+H[0]))*HP[0]
58      +(A[3,T]*(2*HШ[0]+3*C)+A[4,T]*(HШ[0]+3*C))*EP[0])
        *R1-GP[0]*R3)*R;
59      БП[2*V+T]:=(((A[2,T]*(C+H[0]-HШ[0])+A[3,T]*(H[1]+
        H[0]-2*HШ[0]))*HP[0]
60      +(A[3,T]*2*(H[1]-2*HШ[0])+A[4,T]*(3*H[1]-HШ[0]))*
        EP[0])*R1
61      +GP[0]*R3)*R
        END ;
62    END ;
63  PROCEDURE ЖБ;
      BEGIN
64    R:=M[2]+CP;R1:=CC+ПР;R2:=(3↑2-3*R1)*M[3];R3:=(R/8;)
      ↑2*M[4];


72
```

```
65    Б[1]:=И[1]+R+П1+И[8]+БШ[2];Б[2]:=И[1]+2*R+П1*B/B1+2
      *И[8]+БШ[1];
66    Б[3]:=-R;Б[4]:=И[3]+И[4]+R1+2*И[9]+БШ[4];Б[6]:=И[5]
      +И[11]+БШ[6];
67    Б[5]:=R2+R3+R1+ПР+2*И[10]+БШ[3];Б[7]:=B*И[5]+И[12]+
      БШ[5];Б[8]:=-ПР;
68    Б[9]:=R2+R1+2*Q1*S↑3/3+БШ[10];Б[10]:=(B+S)*И[3]/2-R
      1+И[13]+БШ[8];
69    Б[11]:=ПР-B*И[4]/B1;Б[12]:=ПР;Б[13]:=R2+R3+R1+ПР+2*
      И[10]+БШ[9];
70    Б[14]:=(B↑2+2*S*B1)*И[3]/2-R1-ПР+И[14]+БШ[7];Б[15]:
      =ПР-R3;Б[16]:=B*И[5]+S*И[12]/2/B;
71    END ;
72  PROCEDURE XX;
      BEGIN
      INTEGER I,J;
      ARRAY D,A,B0,B,B1,T,T0,T00[1:3,1:3],C[1:3],T1,T2[1:
      5];
73    INTEGER K;
74    D[1,1]:=Б[1];D[1,2]:=D[2,1]:=Б[6];D[1,3]:=D[3,1]:=Б
      [16];D[2,2]:=Б[4];
75    D[2,3]:=D[3,2]:=Б[10];D[3,3]:=Б[9];P0114(B[8],B0);
76    B0[1,1]:=Б[3];B0[2,3]:=Б[11];B0[3,2]:=Б[12];P0112(B
      0,B);B[2,3]:=Б[15];
77    P1014(3,3,B,B1);P0113(Б[7],A);A[1,1]:=Б[2];A[2,2]:=
      Б[5];A[3,3]:=Б[13];A[2,3]:=A[3,2]:=Б[14];
78    FOR I:=1_STEP 1_UNTIL V_DO
      FOR J:=1,2,3_DO
      X[3*(I-1)+J]:=-БП[(J-1)*V+I];
79    P0124(0,X,1,1,3*V);P0037(0,T1,T2);P0500(0,D,0,B0,1,
      1000,3,3,3);
80    P0500(0,D,1,1,0,C,3,1,3);P0124(0,C,1,1,3);P1014(3,3
      ,B0,T0);
81    P0500(0,T0,1,1000,0,T00,3,3,3);P0126(2,A,T00,T);
82    P0500(0,T0,1,1,1,4000,3,1,3);P0125(2,1,4,1,4000,1,4
      ,3);
83    FOR I:=2_STEP 1_UNTIL V-1_DO
        BEGIN
84      P0037(T,T1,T2);P0500(0,T,0,B,1,(I-1)*9+1000,3,3,3
        );
85      P0500(0,T,1,(I-1)*3+1,0,C,3,1,3);P0124(0,C,1,(I-1
        )*3+1,3);
86      P0500(0,B1,1,(I-1)*9+1000,0,T00,3,3,3);P0126(2,A,
        T00,T);
87      P0500(0,B1,1,(I-1)*3+1,0,C,3,1,3);P0125(2,1,I*3+1
        ,3,C,1,I*3+1,3)
        END ;
88    P0037(T,T1,T2);P0500(0,T,1,3*V-2,0,C,3,1,3);P0124(0
      ,C,1,3*V-2,3);
89    FOR I:=V-1_STEP -1_UNTIL I_DO
        BEGIN
90      P0500(1,(I-1)*9+1000,1,I*3+1,0,C,3,1,3);P0125(2,1
        ,(I-1)*3+1,0,C,1,(I-1)*3+1,3);
91      END ;
      P0124(1,1,0,X,3*V);
92      BEGIN
        ARRAY Z[1:V];P0165(1,' =50T//**');
```

```
 93       FOR K:=1 STEP 1_UNTIL V-1_DO
          Z[K]:=X[3*K+1]-X[3*K-2];Z[V]:=-X[3*V-2];
 94       P1041(Z);P0169(1,' ');P50W(//*W*);Y[1]:=H[0]*X[6]-H[1
          ]*X[2];
 95       FOR K:=2 STEP 1_UNTIL V-1_DO
          Z[K]:=(X[3*K+3]-X[3*K-1])*H[0];Z[V]:=
 96       -H[0]*X[3*V-1];P1041(Z);P0169(1,' ');P50W(//*W*);
          FOR K:=1 STEP 1_UNTIL
 97       V-1 DO
          Z[K]:=X[3*K+2]-X[3*K-1]*X[3*K]-X[3*K+1];Z[V]:=X[3
          *V]-X[3*V-1];
 98       P1041(Z);
 99       END ;
100    END PROCEDURE XX;
101  PROCEDURE XK;
102    BEGIN
       REAL L1,L2,L3,L4,M1;
       REAL ARRAY L[1:5,2:V],DH,DPN,DTM[1:V];
       INTEGER M;

103    XAT;
104    M1:=X[6]*H[0]-X[2]*H[1];R:=M1-X[3*V-1]*H[0];G1:=G/E
       /VCP;
105    FOR V:=0,1_DO
         BEGIN
       HP[V]:=(Φ-HW[V])/R/V2;EP[V]:=HW[V]/EW[V]/V2
         END ;
106    FOR V:=2_STEP 1_UNTIL V-1_DO
107      BEGIN
108      R2:=(X[3*V+3]-X[3*V-1])*H[0];R:=R2+R;
109      END ;
110    FOR M:=1_STEP 1_UNTIL V_DO
         BEGIN
111      L1:=(M-1)*H[0];L2:=L1+C;L4:=L1+H[1];L3:=L4-HW[1];
112      FOR T:=2_STEP 1_UNTIL M_DO
           BEGIN
           R2:=L[1,T]:=(M-T)*H[0];L[2,T]:=R2+C;
113        L[4,T]:=R2+H[1];L[3,T]:=L[4,T]-HW[0];L[5,T]:=R2
           +H[0]
           END ;
114      DTM[M]:=((L1+L2)*R1+(L2+L3)*HP[1]+(L3+L4)*EP[1])*
         (R-A2*X[1])/2;
115      R2:=R-A1;R3:=0;
116      IF M>1_THEN
           BEGIN
117        FOR T:=2_STEP 1_UNTIL M_DO
             BEGIN
118          R3:=(((L[1,T]+L[2,T])*L[4,T]+L[5,T])*R1+(L[2,T]
             +L[3,T])*HP[0]+(L[3,T]+L[4,T])*EP[0])*(R2-A2*
             X[3*T-2])/2+R3;
119          IF T<M_THEN R2:=R2-((X[3*T+3]-X[3*T-1])*H[0]
             END
           END ;
120      DTM[M]:=DTM[V]+R3;
121      FOR V:=0,1_DO
         GP[V]:=((G+Φ-HW[V])/G+HW[V]/GW[V])*VP[2]/P[2];
122      DPN[M]:=(((2*L1+L2)*A[1,1]+(L1+2*L2)*A[2,1])*R1+(
         (2*L2+L3)*A[2,1]+
```

```
123      (L2+2*L3)*Д[3,1])*HP[1]+((2*L3+L4)*Д[3,1]+(L3+2*L
         4)*Д[4,1])*EP[1])/6
124      +GP[1]*(PC+X[3]-X[2]);
125      R3:=0;R2:=PC-P[1];
126       F M>1_THEN
          BEGIN
127        FOR T:=2_STEP 1_UNTIL M_DO
            BEGIN
128          R3:=(((2*L[1,T]+L[2,T])*Д[1,T]+(L[1,T]+2*L[2,
             T])*Д[2,T]+(L[4,T]*2+L[5,T])
129          *Д[4,T]+(L[4,T]+L[5,T]*2)*Д[5,T])*R1+((L[2,T]
             *2+L[3,T])*Д[2,T]+(L[2,T]+
130          L[3,T]*2)*Д[3,T])*HP[0]+((L[3,T]*2+L[4,T])*Д[
             3,T]+(L[3,T]+L[4,T]*2)*Д[4,T])
131          *EP[0])/6+(GP[0]+C*VD[2]/G/F[2])*(R2+X[3*T]-X
             [3*T-1])+R3;
132          IF T<M_THEN R2:=R2-P[T]
            END
          END ;
133      ДPN[M]:=ДPN[M]+R3;ДM[M]:=ДPN[M]-ДTM[M];
134      END ЦИКЛА ПО V;
135    P0165(1,'        РЕЗУЛЬТАТ   //*x');
136    P1041(ДM,ДPN,ДTM);
137    END ПРОЦЕДУРЫ*КЦ;
138  P0166(P0000);P0042(P0,V,HШ,Ф,V1,V2,VCP,VP,E,G,A1,A2,L
     P,H,C,F,EШ,GШ,MШ);
139  P1041(77,P0,V,HШ,Ф,V1,V2,VCP,VP,E,G,A1,A2,LP,H,C,F,EШ
     ,GШ,MШ);
140  P0113(P0,P);P1041(P);
141  *1;*БШ;
     FOR V:=1_STEP 1_UNTIL 120_DO
     X[V]:=0;*ДT;*БП;*Б;
142  *X;*KЦ;
143  FOR I0:=1_STEP 1_UNTIL V_DO
144    BEGIN
145    P0113(0,P);P[I0]:=P0;
146    P1041(P);
147    *1;*БШ;
       FOR V:=1_STEP 1_UNTIL 120_DO
       X[V]:=0;*ДT;*БП;*Б;
148    *X;*KЦ;
       END ;
149  END ;
150  ****
```

Список литературы

1. Андреев О.О., Петров В.П., Ченгемиров Г.М. Программа статического расчета плоских рам с заполнением в виде пластин.-Сб.: Численные методы и алгоритмы, труды ЦНИИСК, вып. 46. М., Стройиздат, 1975.

2. Власов В.З. Тонкостенные пространственные системы, Госстройиздат, 1958.

3. Дроздов П.Ф., Себекин И.М. Проектирование крупнопанельных зданий. М., Стройиздат, 1967.

4. Дроздов П.Ф. Конструирование и расчет несущих систем многоэтажных зданий и их элементов. М., Стройиздат, 1977.

5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М., Мир, 1975.

6. Инструкция по проектированию конструкций панельных жилых зданий. ВСН 32-77. М., Стройиздат, 1978.

7. Лишак В.И. Расчет бескаркасных зданий с применением ЭВМ. М., Стройиздат, 1977.

8. Подольский Д.М. Пространственный расчет зданий повышенной этажности. М., Строиздат, 1975.

9. Поляков С.В. К расчету симметричных диафрагм на кососимметричные нагрузки. – Строительная механика и расчет сооружений, № 6, 1965.

10. Поляков С.В. К расчету многоэтажных несимметричных диафрагм на горизонтальную нагрузку.-Сб.: Сейсмостойкость крупнопанельных и каменных зданий. М., Стройиздат, 1967.

11. Поляков С.В. Расчет многоэтажных симметричных однопролетных рам на кососимметричную нагрузку с учетом упругого поворота фундамента. – Сб. ЦНИИСК: Сейсмостойкость крупнопанельных и каменных зданий. М., Стройиздат, 1967.

12. Поляков С.В. Приближенный способ расчета многоэтажных однопролетных диаграмм на кососимметричную нагрузку.-Сб. ЦНИИСК: Сейсмостойкость крупнопанельных и каменных зданий. М., Стройиздат, 1967.

13. Поляков С.В. Расчет многоэтажных симметричных сборных диафрагм на кососимметричные нагрузки.-

Сб. ЦНИИСК: Сейсмостойкость крупнопанельных и каменных зданий. М., Стройиздат, 1967.

14. Попкова О.М. Конструкции высотных зданий за рубежом. М., ЦИНИС, 1973.

15. Пособие по расчету крупнопанельных зданий. Вып.1. Характеристики жесткости стен, элементов и соединений крупнопанельных зданий. М., Стройиздат, 1974.

16. Пособие по расчету крупнопанельных зданий. Вып. 3. Нагрузки и воздействия. М., Стройиздат, 1977.

17. Постнов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. Л., Судостроение, 1974.

18. Ржаницын А.Р. Теория составных стержней строительных конструкций. М., Стройиздат, 1948.

19. Ржаницын А.Р. Представление сплошного изотропного упругого тела в виде шарнирностержневой системы. Труды ЦНИПС: Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности. М., Госстройиздат, 1956.

20. Строительные нормы и правила. Нормы проектирования. Бетонные и железобетонные конструкции (СНиП II-21-75). М., Стройиздат, 1976.

21. Строительные нормы и правила. Нормы проектирования. Нагрузки и воздействия (СНиП II-6-74). М., Стройиздат, 1976.

22. Чентемиров Г.М., Левина А.А. Решение плоской задачи теории упругости для ортотропного материала. Сб.: Численные методы и алгоритмы, труды ЦНИИСК им. Кучеренко, вып. 32. М., 1975.

23. Варвак П.М., Варвак Л.П. Метод сеток в задачах расчета строительных конструкций. М., Стройиздат, 1977.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Введение 3

1. Расчет упругих диафрагм методом конечных элементов 7

2. Расчет упругих диафрагм методом рамной аналогии 19

3. Примеры расчета вертикальных диафрагм методом рамной аналогии 29

4. Расчет вертикальных диафрагм методом конечных элементов и сравнение их с результатами расчета методом рамной аналогии 48

Приложение. Программа расчета вертикальных диафрагм на горизонтальные нагрузки 67

Список литературы 76

ЦНИИСК ИМ. В.А. КУЧЕРЕНКО

ГОССТРОЯ СССР

ПОСОБИЕ ПО РАСЧЕТУ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ

Выпуск 5

Расчет вертикальных упругих диафрагм на горизонтальные нагрузки (определение усилий и перемещений)

Редакция инструктивно-нормативной литературы
Зав. редакцией *Г.А. Жигачева*
Редактор *Н.В. Лосева*
Мл. редактор *Л.Н. Козлова*
Технический редактор *И.В. Берина*
Корректор *Н.А. Беляева*

Подписано в печать 27.11.80 г. Формат 84X108 1/32 Набор машинописный Бумага офсетная 80 г/м2 Печать офсетная
Физ. п. л. 2,5 Усл. печ. л. 4,20 Усл.кр.-отт. 4,52 Уч.-изд. л. 2,72
Тираж 5000 экз. Изд. № ХП-9278 Зак. № 297 Цена 15 коп.

Стройиздат, 101442. Москва, Каляевская, 23а

ПЭМ Москва, Можайское шоссе, д. 25

gost.e-ecolog.ru