НИИЖБ Госстроя СССР

Рекомендации

по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций

Москва 1988

gost.e-ecolog.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3
1. Основные расчетные положения 4
2. Прочностные и деформационные характеристики бетона 5
3. Исходные предпосылки расчета 11
4. Определение усилий в бетонных и железобетонных конструкциях как в системах, составленных из однородных элементов 15
5. Определение потерь предварительного напряжения от ползучести и усадки бетона 20
6. Определение перемещений внецентренно сжатых и изгибаемых железобетонных элементов с напрягаемой арматурой, работающих без трещин, в предположении линейного деформирования бетона 37
7. Определение жесткостей, перемещений и ширины раскрытия трещин железобетонных элементов в предположении линейного деформирования бетона 42
8. Устойчивость железобетонных колонн в предположении линейного деформирования бетона 56
9. Расчет железобетонных стержневых статически неопределимых систем в учетом трещинообразования и ползучести бетона в предположении его линейного деформирования 62
10. Определение жесткости и прогибов стержневых железобетонных элементов с учетом нелинейного деформирования бетона 74
11. Устойчивость железобетонных колонн с учетом нелинейного деформирования бетона 97
12. Расчет статически неопределимых железобетонных балок с учетом нелинейного деформирования бетона 111

Приложение. Основные зависимости, определения и понятия теории ползучести 119

Нормативно-производственное издание
НИИЖБ Госстроя СССР

Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций

Редакция инструктивно-нормативной литературы

Зав. редакцией *Л.Г. Бальян*
Редактор *С.В. Беликина*
Младший редактор *О.Ч. Кравчун*
Технический редактор *И.В. Берина*
Корректор *Н.С. Сафронова*
Н/К

В печать 11.01.88 Формат 60x84 1/16 Бумага офсетная №2 Печать офсетная Усл.печ.л. 6,97 Усл.кр.-отт. 7,34 Уч.-изд.л. 6,13
Тираж 5000 экз. Изд. №XII–2036 Заказ 654 Цена 30 коп.

Стройиздат, 101442, Москва, Каляевская, 23а
Московская типография №9 НПО
Всесоюзная книжная палата Госкомиздата СССР
109033, Москва, Волочаевская, 40

Ордена Трудового Красного Знамени
научно-исследовательский институт
бетона и железобетона (НИИЖБ)
Госстроя СССР

Рекомендации

по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций

Москва Стройиздат 1988

УДК 624.012.45.044.3

Рекомендованы к изданию решением секции конструкций Ученого совета НИИЖБа.

Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций /НИИЖБ Госстроя СССР. – М.: Стройиздат, 1988. – 120 с.

Содержат методику расчета железобетонных конструкций с учетом ползучести и усадки бетона, условий изготовления, а также сроков нагружения конструкций.

Изложены основные положения расчета, приведены значения деформаций ползучести и усадки тяжелых бетонов и другие характеристики, необходимые для расчета. Даны методики определения потерь предварительного напряжения от усадки и ползучести бетона, жесткостей и перемещений изгибаемых и сжатых элементов, величин критических сил для сжатых стержней, а также методика расчета статистически неопределимых систем.

Для инженерно-технических работников проектных и производственных организаций, научных работников, а также студентов строительных вузов.

Табл. 33, ил. 9.

Р $\frac{3202000000-267}{047(01)-88}$ Инструкт.-нормат., 1 вып. – 69–87

© Стройиздат, 1988

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящие Рекомендации содержат положения по учету ползучести и усадки бетона при проектировании бетонных и железобетонных стержневых элементов и составленных из них систем, изготовленных из тяжелого бетона и применяемых в промышленном, гражданском, гидротехническом, транспортном и других областях строительства.

Целью Рекомендаций является внедрение в практику проектирования методов расчета, позволяющих более точно учитывать влияние деформаций ползучести и усадки бетона на напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. Использование в расчетном аппарате статистически обоснованных характеристик бетона, принимаемых в зависимости от состава бетона, его возраста в момент нагружения, длительности действия нагрузки, условий окружающей среды в стадии эксплуатации конструкции и других факторов, позволяет более правильно проектировать бетонные и железобетонные конструкции.

Рекомендации предусматривают возможность применения расчетного аппарата также и при отсутствии в полном объеме исходных данных о составе бетона и некоторых других факторах.

Основными характеристиками бетона, учитываемыми в расчетах, являются прочность и модуль упругости бетона в момент приложения силового или температурно-влажностного воздействия, мера ползучести (характеристика ползучести) бетона, деформация усадки бетона и др.

Рекомендации состоят из 12-ти разделов: в разделах 1 – 3 излагаются основные положения и предпосылки методик расчета, а также приводятся значения прочностных и деформационных характеристик бетона; в разделах 4 – 9 содержится изложение методов расчета бетонных и железобетонных конструкций с учетом ползучести и усадки в предположении линейной зависимости между напряжениями и деформациями; в разделах 10 – 12 приведены методики расчета с учетом нелинейного деформирования бетона при кратковременном и длительном действии нагрузки.

Рекомендации составлены на основе результатов исследований, проведенных в СССР и за рубежом.

Рекомендации разработаны НИИЖБ Госстроя СССР (д-р техн. наук Р.Л. Серых, канд. техн. наук А.В. Яшин), ЦНИИС Минтрансстроя (кандидаты техн. наук Е.Н. Щербаков, Н.Г. Хубова), ВЗИСИ Минвуза РСФСР (д-р техн. наук В.М. Бондаренко, кандидаты техн. наук В.Г. Назаренко, И.М. Сперанский), ОИСИ Минвуза УССР (д-р техн. наук И.Е. Прокопович, кандидаты техн. наук М.В. Штейнберг, А.Н. Орлов), ЛПИ имени М.И. Калинина Минвуза РСФСР (д-р техн. наук П.И. Васильев); НИИСК Госстроя СССР (д-р техн. наук А.Б. Голышев, кандидаты техн. наук В.Я. Бачинский, В.А. Критов).

В разработке отдельных положений Рекомендаций приняли также участие ИСМиС АН ГССР (д-ра техн. наук З.Н. Цилосани, Г.В. Кизирия); ВЗПИ Минвуза СССР (д-р техн. наук Ю.В. Зайцев), ЦНИИС Минтрансстроя (инж. В.Л. Хасин); ДИСИ Минвуза УССР (канд. техн. наук В.А. Пахомов), КАДИ Минвуза УССР (д-р техн. наук Я.Д. Лившиц), ОИСИ Минвуза УССР (кандидаты техн. наук В.И. Барановский, М.М. Застава, инж. М.М. Бакирова), КПИ Минвуза МССР (д-р техн. наук Е.Н. Львовский, инж. Ф.П. Сырбу), ВЗИСИ Минвуза РСФСР (кандидаты техн. наук В.В. Костюков, А.Н. Курбанов, Е.П. Михлин); Ленинградский ИСИ Минвуза РСФСР (канд. техн. наук А.И. Филиппов); ЦНИИпроект Госстроя СССР (канд. техн. наук С.В. Бондаренко).

Все замечания и предложения по содержанию настоящих Рекомендаций просьба направлять в НИИЖБ по адресу: 109389, Москва, 2-я Институтская ул., д. 6.

1. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Настоящие Рекомендации содержат указания по учету влияния деформаций ползучести и усадки при расчете бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона на цементном вяжущем, выполняемых как без предварительного натяжения арматуры, так и с предварительным натяжением, и предназначенных для эксплуатации в условиях воздействия температур не выше плюс 50°С и не ниже минус 40°С и относительной влажности воздуха в пределах от 30 до 100 %.

1.2. Материалы Рекомендаций основаны на обширных результатах статистической обработки опытных данных о кратковременном и длительном деформировании бетона, а также экспериментально проверенных теоретических решениях задач теории ползучести. Рекомендации позволяют более точно оценивать влияние ползучести и усадки бетона на несущую способность и перемещения, создают возможности для проектирования более рациональных и экономичных бетонных и железобетонных конструкций.

Для упрощения расчетов помещены таблицы, в которых промежуточные значения определяют по линейной интерполяции.

1.3. Рекомендации распространяются на расчет стержневых элементов бетонных и железобетонных конструкций, а также конструкций, рассчитываемых аналогичными способами, при действии нагрузок и (или) вынужденных деформаций (температурные и влажностные воздействия, смещения опор и т.д.).

Рекомендации не распространяются на расчет массивных конструкций гидротехнических и других сооружений. При наличии данных о величинах деформации ползучести и усадки рекомендации могут применяться и для расчета конструкций из других видов бетона (на пористых заполнителях, на специальных вяжущих и т.п.).

1.4. При определении внутренних усилий и перемещений расчетные температура и влажность среды устанавливаются заданием на проектирование. При отсутствии в задании необходимых указаний температура и влажность среды определяются по отраслевым техническим условиям.

1.5. В расчетах с учетом ползучести возраст бетона в момент загружения его длительной нагрузкой на ранних стадиях твердения (при $t_o < 28$ сут) в естественных условиях или после тепловлажностной обработки принимают как приведенную характеристику $\bar{t}_o$, зависящую от кубиковой прочности бетона в момент загружения $R_b^c(t_o)$ и определяемую согласно п. 2.5.

1.6. Численные значения характеристик бетона, приведенные в настоящих Рекомендациях, предназначены только для проектирования. Характеристики арматуры, а также другие данные, не нашедшие отражения в Рекомендациях, следует принимать по соответствующим нормативным документам.

1.7. Усилия в статически неопределимых железобетонных конструкциях от нагрузок и вынужденных деформаций при расчете по предельным состояниям первой и второй групп следует, как правило, определять с учетом неупругих деформаций бетона и арматуры, с учетом в необходимых случаях нелинейности деформаций при кратковременном нагружении и деформаций ползучести, наличия трещин, а также деформированного состояния как отдельных элементов, так и конструкций в целом.

1.8. Усилия, возникающие при любом изменении температуры, определяют в предположении однократного и стационарного во времени характера этих температурных воздействий.

1.9. Вынужденные деформации, связанные с неравномерной осадкой опор в статически неопределимых системах, считаются мгновенно зафиксированными или монотонно изменяющимися по законам, регламентированным соответствующими документами или полученным по результатам экспериментальных или натурных наблюдений.

1.10. При расчете конструкций, возводимых методом последовательного наложения связей после частичного или полного загружения, перемещения в направлении этих связей, сформировавшиеся при работе по разрезной схеме, рассматривают как вынужденные перемещения в неразрезной системе, сохраняющиеся после замыкания связей.

1.11. Если статически неопределимая система состоит из конструктивных элементов, бетон которых существенно различается по возрасту, составу или другим показателям, то в расчет системы следует вводить элементы с соответствующими жесткостями, а также параметрами ползучести и усадки.

2. ПРОЧНОСТНЫЕ И ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БЕТОНА

2.1. Вводимые в расчет класс бетона по прочности на сжатие В и нормативное значение призменной прочности R_{bn} имеют обеспеченность, равную 0,95, и принимаются согласно СНиП 2.03.01–84 для возраста бетона t = 28 сут. Значения модуля упругости E_b (t), предельные значения меры ползучести C^N (∞, 28) и деформации усадки ϵ_s^N (∞, 7), определяемые по формулам (1), (3) и (4) или по табл. 2 и 4, принимаются среднестатистическими с обеспеченностью 0,5 и соответствуют базовым условиям, принятым по ГОСТ 24452 – 80 и ГОСТ 24544 – 81 с изм.

2.2. Для учета в расчетах влияния отклонений фактических условий изготовления загружения и эксплуатации железобетонных элементов от базовых условий (возраста бетона в момент загружения или же начала его высыхания, размеров поперечного сечения элемента,. температурно-влажностного режима окружающей среды, тепловлажностной обработки) числовые значения

деформационных характеристик E_b (t), C^N (∞, 28), ε_s^N(∞,7), полученные согласно п. 2.1, умножают на коэффициенты, приведенные в табл. 5 – 7 и в примечаниях к табл. 2 и 4.

2.3. Значение начального модуля упругости бетона E_b (t) при известных характеристиках состава бетонной смеси и ее составляющих определяют по формуле

$$E_b(t) = \frac{[400\, s\, R_b^G(t)]}{[s\rho_T + R_b^G(t)]}, \qquad (1)$$

где R_b^G (t) – гарантированное значение кубиковой прочности бетона при сжатии с обеспеченностью 0,95 (согласно СТ СЭВ 1406 – 78) в возрасте t, МПа; P_T – удельное по массе содержание цементного теста в бетонной смеси; s – параметр, характеризующий влияние упругих свойств заполнителя в бетоне и принимаемый по табл. 1.

Таблица 1

Бетон с заполнителем		Значения s, МПа
крупным	мелким	
Гранитный щебень, речной гравий	Кварцевый песок	135
Базальтовый щебень	То же	165
–	"	155

2.4. Если необходимые данные для расчета по формуле (1) отсутствуют, значения начального модуля упругости E_b (t) принимают по табл. 2.

Таблица 2

Вид бетона	$E_b(t) \cdot 10^{-3}$, МПа, при значениях R_b^G(t), МПа							
	5	10	15	20	30	40	50	60
Тяжелый бетон	13,0	18,0	23,0	27,0	32,5	36,0	39,0	40,0
Мелкозернистый бетон на кварцевом песке	–	15,5	19,5	22,0	26,0	28,5	–	–

Примечания: 1. Для бетонов, подвергнутых тепловлажностной обработке, значения E_b (t), вычисленные по формуле (1) или принятые по данной таблице, следует умножить на коэффициент, равный 0,9. 2. При t = 28 сут значение R_b^G (t) представляет собой класс бетона по прочности на сжатие В.

2.5. Для установления значений кубиковой R_b^G (t) или призменной R_{bn} (t) прочностей бетона в любом возрасте t при нормальных условиях твердения рекомендуется пользоваться формулами:

$$R_b^G(t) = \left\{1 + \left[\frac{23}{(55 + B)}\right]\left[\frac{(t - 28)}{(t + 11)}\right]\right\} B; \qquad (2а)$$

$$R_{bn}(t) = \left\{1 + \left[\frac{23}{(55 + B)}\right]\left[\frac{(t - 28)}{(t + 11)}\right]\right\} R_{bn}. \qquad (2б)$$

Нормативное значение призменной прочности бетона R_{bn} вычисляют по формуле

$$R_{bn} = [0{,}77 - 0{,}001\,B]\,B,$$

где B – класс бетона по прочности на сжатие, МПа.

Гарантированные с обеспеченностью 0,95 значения кубиковой прочности R_b^G (t) и нормативные значения призменной прочности бетона R_{bn} (t) в зависимости от класса и его возраста, вычисленные в соответствии с формулами (2а) и (2б), приведены в табл. 3.

2.6. Предельное значение меры ползучести бетона, загруженного в возрасте $t_o \leqslant 28$ сут после твердения в естественных условиях (при известных характеристиках состава бетонной смеси), вычисляют по формуле

$$C^N(\infty, 28) = k_c\left[\frac{(W + v)}{(B + 4{,}0)}\right], \qquad (3)$$

где W и v – удельное (по объему) количество воды затворения и содержание вовлеченного воздуха в уплотненной бетонной смеси, л/м^3; B – класс бетона по прочности на сжатие, МПа; k_c – безразмерный коэффициент, принимаемый равным $15{,}5 \cdot 10^{-6}$ для бетонов на крупном заполнителе и для мелкозернистых бетонов на кварцевом песке.

2.7. Предельное значение относительных деформаций усадки бетона (при известных характеристиках состава бетонной смеси), высыхающего после твердения во влажных условиях в течение $t_w \leqslant 7$ сут, вычисляют по формуле

$$\epsilon_s^n(\infty, 7) = k_s(W + v)^{3/2}, \qquad (4)$$

Таблица 3

Возраст бетона, сут	Значения $R_b^G(t)$ и $R_{bn}(t)$, МПа, в зависимости от возраста и класса бетона по прочности на сжатие						
	B12,5	B15	B20	B30	B40	B50	B60
1	3,7	4,8	7,5	13,6	20,8	28,5	36,5
	2,7	3,7	5,6	10,0	15,0	20,5	26,1
3	5,3	6,7	9,8	16,6	24,3	32,4	40,8
	3,9	5,1	7,3	12,2	17,6	23,3	29,2
7	7,6	9,4	13,0	20,9	29,3	38,0	47,0
	5,7	7,1	9,7	15,3	21,2	27,3	33,7
28	12,5	15,0	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0
	9,5	11,0	15,0	22,0	29,0	36,0	43,0
40	13,6	16,2	21,5	32,0	42,4	52,6	62,9
	10,3	12,4	16,1	23,5	30,7	37,9	45,1
60	14,6	17,4	23,0	33,9	44,6	55,1	67,7
	11,1	13,4	17,2	24,9	32,3	39,6	47,0
90	15,4	18,4	25,1	35,4	46,4	57,1	67,7
	11,7	14,1	18,1	25,9	33,6	41,1	48,6
180	16,3	19,4	25,4	37,1	48,3	59,3	70,2
	12,4	14,9	19,0	27,2	35,0	42,7	50,3
360	16,8	20,0	26,2	38,1	49,5	60,6	71,5
	12,8	15,3	19,7	27,9	35,8	43,6	51,2
720	17,1	20,3	26,5	38,6	50,1	61,3	72,3
	13,0	15,6	19,9	28,3	36,2	44,0	51,8
∞	17,4	20,6	26,9	39,1	50,7	61,9	73,0
	13,2	15,6	20,1	28,6	36,7	44,5	52,3

Примечания: 1. Над чертой – значения $R_b^G(t)$, под чертой – $R_{bn}(t)$. 2. Для бетонов, изготовленных на быстротвердеющем цементе, значения $R_b^G(t)$ и $R_{bn}(t)$ в возрасте $t > 90$ сут принимают по формулам (2а) и (2б) или по данной таблице, как для бетонов в возрасте $t = 90$ сут.

где K_S – безразмерный коэффициент, принимаемый равным $0{,}14 \cdot 10^{-6}$ для тяжелых и $0{,}16 \cdot 10^{-6}$ для мелкозернистых бетонов.

Примечание. Количество вовлеченного воздуха в бетонной смеси (V) в формулах (3) и (4) принимают: для бетонов с воздухововлекающими добавками – по фактическим данным, а при отсутствии таких данных равным 30 л/м^3; для бетонов с пластифицирующими добавками, включая добавки суперпластификаторов, равным 10 л/м^3.

2.8. Предельные значения $C^N(\infty, 28)$ и $\epsilon_S^N(\infty, 7)$ для бетонов на крупном заполнителе при отсутствии данных о характеристиках состава бетонной смеси принимают по табл. 4.

Таблица 4

Подвижность бетонной смеси		Значение $C^N(\infty, 28) \cdot 10^6$, МПА$^{-1}$, для бетонов класса							Значение $\epsilon_S^N(\infty,7) \cdot 10^6$ для бетона класса	
осадка конуса, см	жесткость, с	В12,5	В15	В20	В30	В40	В50	В60	В5–В20	В25–В60
–	80 – 60	–	–	–	–	48	40	38	–	270
–	35 – 30	–	–	–	64	51	43	39	230	300
1–2	15–10	149	128	102	74	59	50	–	290	330
5–6	–	163	143	115	84	67	–	–	350	400
9–10	–	184	154	122	89	71	–	–	380	430

Примечания: 1. Для бетонов, подвергнутых тепловлажностной обработке, значения $C^N(\infty, 28)$ и $\epsilon_S^N(\infty, 7)$, вычисленные по формулам (3) и (4) или принятые по данной таблице, следует умножить на коэффициент, равный 0,9.

2. Значения $C^N(\infty, 28)$, найденные по формуле (3) или данной таблице, следует кроме того умножить на коэффициент, принимаемый равным: для бетонов, изготовленных на пуццолановом портландцементе, – 1,35; для бетонов, изготовленных на шлакопортландцементе, – 1,15 при загружении их в условиях атмосферной влажности и 0,85 – при загружении во влагонасыщенной среде; для бетонов, изготовленных на крупном заполнителе из известняка, – 0,85.

2.9. Предельные значения меры ползучести $C(\infty, 28)$ и относительных деформаций усадки $\epsilon_S(\infty, t_W)$, используемые в расчетах, вычисляют по формулам:

$$C(\infty, 28) = C^N(\infty, 28)\ \xi_{2c}\ \xi_{3c}\ ; \qquad (5а)$$

$$\epsilon_S(\infty, t_W) = \epsilon_S^N(\infty, 7)\ \xi_{1s}\ \xi_{2s}\ \xi_{3s}, \qquad (5б)$$

где ξ_{ic} и ξ_{is} – коэффициенты, принимаемые по табл. 5, 6 и 7.

Таблица 5

Возраст бетона t_w, сут, в момент окончания влажного хранения	7 и менее	28	60	90	180	360 и более
ξ_{1s}	1	0,95	0,93	0,92	0,91	0,9

Таблица 6

Модуль открытой поверхности элемента M_0, $м^{-1}$	0	5	10	20	40	60	80 и более
ξ_{2c}	0,51	0,65	0,76	0,93	1,11	1,23	1,30
ξ_{2s}	0,22	0,54	0 66	0,92	1,10	1,18	1,22

Таблица 7

Относительная влажность среды W, %	40 и менее	50	60	70	80	90	100
ξ_{3c}	1,27	1,13	1,00	0,87	0,73	0,60	0,47
ξ_{3s}	1,14	1,08	1,00	0,91	0,79	0,63	0

Примечания: 1. Модуль открытой поверхности элемента $M_0 = F / V$ (F – площадь поверхности элемента, открытой для испарения влаги, $м^2$; V – объем элемента, $м^3$). Для стержневых элементов модуль открытой поверхности M_0 допускается вычислять по формуле $M_0 = P/A$ (P – периметр поперечного сечения, соответствующий указанной открытой поверхности, м; A – площадь поперечного сечения элемента, $м^2$).

2. Относительную влажность среды W принимают с учетом указаний п. 1.4. Для конструкций, эксплуатируемых на открытом воздухе, ее устанавливают в зависимости от климатического района расположения сооружения, согласно СНиП 2.01.01 – 82, как среднюю относительную влажность воздуха наиболее жаркого месяца.

3. Для ТУ климатического района, согласно СНиП 2.01.01 – 82, относительную влажность воздуха рекомендуется устанавливать как среднемесячную влажность, соответствующую времени загружения (начала высыхания) элементов конструкции.

4. Для элементов типовых конструкций, климатический район эксплуатации для которых не известен, допускается принимать коэффициенты ξ_{3c} и ξ_{3s} равными 1.

2.10. Если воздействие длительной нагрузки на элементы конструкций носит многократно повторный (вибрационный) характер, то предельное значение меры ползучести, вычисленное по формуле (5а), должно быть дополнительно умножено на коэффициент ξ_ρ, определяемый по формуле

$$\xi_\rho = \rho + (1-\rho)\,\xi_\rho^0, \qquad (6)$$

где $\rho = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$ – коэффициент асимметрии цикла вибрационного воздействия многократно повторной нагрузки;

$\xi_\rho^0 = \omega\,(\frac{\sigma_{max}}{R_{bn}})e^{8{,}6\cdot10^{-3}}$ – коэффициент, учитывающий влияние частоты повторений нагрузки ω, Гц, и относительного максимального уровня нагружения σ_{max}/R_{bn} при $\rho = 0$.

2.11. Коэффициент температурной линейной деформации бетона при изменении температуры от минус 40 до плюс 50°С принимают равным $1\cdot10^{-5}$ град$^{-1}$.

2.12. Коэффициент Пуассона для бетона принимают в среднем равным 0,2.

3. ИСХОДНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ РАСЧЕТА

3.1. Методика расчета бетонных и железобетонных конструкций с учетом влияния ползучести и усадки бетона основывается на феноменологических зависимостях между напряжениями и деформациями.

Полную деформацию принимают равной сумме деформации усадки, мгновенной деформации и деформации ползучести, которые считаются взаимонезависимыми. Мгновенные деформации связаны с напряжениями, действующими в момент приложения нагрузки. Для деформаций ползучести допускается применение принципа наложения воздействий.

3.2. В расчетах бетонных и железобетонных конструкций зависимость между напряжениями и деформациями может приниматься линейной при следующих условиях:

при кратковременном нагружении – независимо от класса бетона по прочности на сжатие при напряжениях, не превышающих 0,80 расчетного значения призменной прочности R_b;

при длительном нагружении – если напряжения в долях от R_b не превышают значений, приведенных в табл. 8.

3.3. В случаях, не отвечающих условиям п. 3.2, следует учитывать нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями бетона при кратковременном и длительном нагружении.

Таблица 8

Класс зданий и сооружений по степени ответственности	Класс бетона по прочности на сжатие						
	B12,5	B15	B20	B30	B40	B50	B60
I	0,55	0,55	0,55	0,65	0,75	0,75	0,85
II и III	0,75	0,75	0,75	0,85	0,85	0,90	1,00

При определении перемещений и напряжений в железобетонных элементах учет влияния нелинейных составляющих деформаций бетона осуществляют путем деления E_b (t) на величину $[1 + v_k \eta (t_o)^{m_k}]$ при кратковременном нагружении и умножения $c(\infty, t_o)$ на величину $[1 + v_c \eta (t_o)^{m_c}]$ – при длительном нагружении.

Здесь $\eta (t_o) = 0{,}78\sigma_b(t_o)/R_{bn}(t_o)$ – относительный уровень напряжений; (7)

v_k, m_k, v_c, m_c – параметры нелинейности, определяемые по табл. 9.

Таблица 9

Параметры нелинейности	Значения параметров нелинейности для классов бетона						
	B12,5	B15	B20	B30	B40	B50	B60
v_k	3,1	2,6	2,0	1,3	1,0	0,8	0,7
m_k	5,0	5,0	4,7	4,3	3,8	3,4	3,0
v_c	3,72	3,11	2,35	1,60	1,22	1,22	1,22
m_c			4,00				

3.4. Деформации бетона, возникающие при каждом изменении температуры в момент времени t, вычисляют по формуле

$$\epsilon_T (t) = \alpha_{bT} \cdot \Delta T (t), \quad (8)$$

где α_{bT} – коэффициент линейной температурной деформации бетона, принимаемый согласно п.2.11, град $^{-1}$; ΔT (t) – приращение температуры бетона в момент времени t, град.

3.5. Деформации усадки бетона в момент времени t вычисляют по формуле

$$\epsilon_s (t, t_w) = \epsilon_s (\infty, t_w) \ [1 - e^{-\alpha_s (t - t_w)}], \qquad (9)$$

где $\epsilon_s (\infty, t_w)$ – предельное значение относительной деформации усадки с момента начала высыхания бетонного элемента, определяемое согласно указаниям п. 2.9; α_s – параметр, характеризующий скорость нарастания деформаций усадки во времени и принимаемый в зависимости от модуля открытой поверхности элемента по табл. 10.

Таблица 10

Модуль открытой поверхности M_o, $м^{-1}$	10 и менее	20	40	60	80 и более
Значения параметра α_s, $сут^{-1}$	0,004	0,008	0,016	0,025	0,033

Примечание. Для конструкций, эксплуатируемых на открытом воздухе в районах, относящихся к IУ климатической зоне, указанные в данной таблице значения параметра α_s относят к началу усадки в осенний и весенний период года (октябрь, апрель); значения параметра α_s увеличивают на 30%, если усадка, начинается в летнее время года (июль) и уменьшают на 50 % при начале усадки в зимнее время года (январь); в промежуточных случаях применяют линейную интерполяцию.

3.6. Меру ползучести бетона к моменту времени t при нагружении его в возрасте t_o принимают в виде:

$$C^* (t, t_o) = [1 / E_b (t_o)] - [1 / E_b (t)] + C (\infty, 28) \ \Omega (t_o) \times \times f (t - t_o), \qquad (10)$$

где $C (\infty, 28)$ – предельное значение меры ползучести, принимаемое согласно п. 2.9.; $\Omega (t_o)$ – функция, учитывающая влияние старения бетона на меру ползучести; $f (t - t_o)$ – функция, учитывающая нарастание во времени меры ползучести.

3.7. Для функций $\Omega (t_o)$ и $f (t - t_o)$ принимают выражения:

$$\Omega (t_o) = c + de^{-\gamma t_o}; \qquad (11)$$

$$f (t - t_o) = 1 - ke^{-\gamma_1 (t - t_o)}, \qquad (12)$$

где $c = 0,5$; $k = 0,8$. Значения γ и γ_1 принимают по табл. 11, а значения d – по табл. 12.

Таблица 11

Параметры	Значения параметров γ, γ_1 при модуле открытой поверхности M_o, $м^{-1}$			
	10 и менее	20	40	60 и более
γ, $сут^{-1}$	0,008	0,012	0,016	0,020
γ_1, $сут^{-1}$	0,004	0,006	0,008	0,010

Таблица 12

Параметры	t_o, сут	Значения параметра d при модуле открытой поверхности M_o, $м^{-1}$			
		10 и менее	20	40	60 и более
d	7 и менее	0,752	0,842	0,942	1,052
	28 и более	0,625	0,700	0,785	0,875

3.8. Приведенный возраст $\bar{t}_o$ при загружении бетона в возрасте $t_o < 28$ сут (в том числе после тепловой обработки) определяют по формуле

$$\bar{t}_o = (1/\gamma) \ln [d/\xi_{1c} - 0{,}5], \qquad (13)$$

где $\xi_{1c} = 2 - [R_b^G (t_o)/в]$.

Значения параметров γ и d принимают по табл. 11 и 12 соответственно, причем при определении d пользуются данными, помещенными в первой строке табл. 12.

Полученные по формуле (13) значения $\bar{t}_o$ округляют до целых. Если получается $\bar{t}_o < 7$ сут, то принимают $\bar{t}_o = 7$ сут.

При загружении бетона в возрасте $t_o \geqslant 28$ сут формулой (13) не пользуются, а учитывают фактический возраст t_o бетона в момент приложения нагрузки.

3.9. Характеристикой ползучести бетона $\varphi(t, t_o)$ называется величина

$$\varphi(t, t_o) = E_b (t_o) C^*(t, t_o). \qquad (14)$$

При вычислении потерь предварительного напряжения, определении кривизны и других расчетах характеристику ползучести допускается находить по формуле

$$\varphi\,(t, t_0) = E_b\, C\,(t, t_0), \qquad (15)$$

где $C\,(t, t_0)$ вычисляют по формуле (10), полагая

$$[1/E_b\,(t_0) - 1/E_b\,(t)\,] = 0, \text{т.е. } C\,(t, t_0) = C\,(\infty, 28)\;\Omega\,(t_0)\;f\,(t - t_0);$$

E_b — модуль упругости бетона в возрасте 28 сут.

Предельные значения характеристики ползучести вычисляют по формулам:

$$\varphi\,(t_0) = E_b\, C\,(\infty, t_0) = \varphi\,\Omega\,(t_0), \qquad (16)$$

где

$$\varphi = E_b\, C\,(\infty, 28). \qquad (17)$$

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ КАК В СИСТЕМАХ, СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

4.1. Усилия в системах, составленных из однородных элементов, могут определяться на основании следующих положений:

а) усилия в плоской стержневой системе $M^*(t)$, $Q^*(t)$ и $N^*(t)$, вызванные длительно действующими нагрузками, приложенными после постановки всех связей, тождественно равны усилиям $M(t)$, $Q(t)$ и $N(t)$, вычисленным путем решения упругой задачи;

б) усилия, вызванные длительными вынужденными деформациями (изменение температуры или влажности бетона, неравномерная осадка опор в статически неопределимых системах и т.д.) $M^*(t)$, $Q^*(t)$ и $N^*(t)$ связаны с усилиями упругой задачи $M(t)$, $Q(t)$ и $N(t)$ посредством интегральных уравнений

$$M^*(t) - \bar{\nu}\,(t)\,E_b\,(t) \int_{t_0}^{t} M^*\,(\tau)\;[\partial\, C^*\,(t\,\tau)/\partial\tau]\,d\tau = \bar{\nu}\,(t)\,M(t);$$

$$Q^*\,(t) - \bar{\nu}\,(t)\,E_b\,(t) \int_{t_0}^{t} Q^*\,(\tau)\;[\partial\, C^*\,(t, \tau)\,/\,\partial\tau\,]\,d\tau = \bar{\nu}(t)\,Q(t); \qquad (18)$$

$$N^*(t) - \bar{\nu}\,(t)\,E_b\,(t) \int_{t_0}^{t} N^*\,(\tau)\;[\partial\, C^*\,(t, \tau)\,/\,\partial\,\tau\,]\,d\tau = \bar{\nu}(t)\,N(t).$$

В уравнениях (18) принято

$$\bar{\nu}\,(t) = 1/\,[\,1 + 0{,}2\,\varphi\,(t)\,]; \qquad (19)$$

предельную характеристику ползучести $\varphi(t)$ принимают согласно п. 3.9.

Примечание. Здесь и далее усилия упругой задачи $M(t)$, $Q(t)$ и $N(t)$ вычисляют для момента начала действия нагрузки или вынужденных деформаций в предположении, что этот момент совпадает с рассматриваемым моментом времени t; усилия $M^*(t)$, $Q^*(t)$ и $N^*(t)$ вычисляют с учетом деформаций ползучести за промежуток времени $t - t_0$.

4.2. При длительных стационарных вынужденных деформациях усилия в системе, составленной из однородных элементов, можно определять по формулам:

$$M^*(t) = M(t_0)\, H^*(t, t_0); \quad Q^*(t) = Q(t_0)\, H^*(t, t_0); \quad N^*(t) = N(t_0)\, H^*(t, t_0). \qquad (20)$$

В формулах (20) $M(t_0)$, $Q(t_0)$ и $N(t_0)$ – усилия упругой задачи, вычисленные для момента начала действия вынужденных деформаций t_0; $H^*(t, t_0)$ – коэффициент затухания, учитывающий изменение усилий вследствие ползучести бетона (п. 4.4), начиная с момента времени t_0.

Длительные нестационарные вынужденные деформации можно представить в виде сумм стационарных деформаций, действующих, начиная с моментов времени $t_0, t_1, \ldots, t_n < t$.

Усилия от каждой из этих стационарных вынужденных деформаций определяются по формулам (20), а затем суммируются.

4.3. Усилия $\Delta M^*(t)$, $\Delta Q^*(t)$ и $\Delta N^*(t)$, возникающие в системе при постановке дополнительных связей в момент времени t_1 после того, как в момент времени $t_0 < t_1$ была приложена постоянная во времени нагрузка, можно вычислить по формулам:

$$\Delta M^*(t) = M(t_1)\,\beta\,[1 - H^*(t, t_1)]; \quad \Delta Q^*(t) = Q(t_1)\,\beta \times [1 - H^*(t, t_1)];$$

$$\Delta N^*(t) = N(t_1)\,\beta\,[1 - H^*(t, t_1)]; \quad \beta = [\Omega(t_0) / \Omega(t_1)] \times e^{-\gamma_1 (t_1 - t_0)}, \qquad (21)$$

где коэффициент β учитывает перемещения элементов, происходящие за промежуток времени $t_1 - t_0$; $M(t_1)$, $Q(t_1)$ и $N(t_1)$ – усилия упругой задачи, найденные в предположении, что связи поставлены до приложения нагрузки; $H^*(t, t_1)$ – коэффициент затухания, учитывающий изменение усилий вследствие ползучести, начиная с момента времени t_1 (см. п. 4.4).

Усилия, вызванные предварительным обжатием, при расчете систем рассматривают как усилия от внешних, постоянных во вре-

мени сил. Для определения этих сил нужно из начального усилия предварительного обжатия P_0 вычесть величину $0{,}5\ \sigma_1 A_s$, где σ_1 – потери предварительного напряжения, определяемые согласно указаниям разд. 5 настоящих Рекомендаций.

4.4. Коэффициенты затухания $H^*(t,t_0)$, учитывающие изменение усилий вследствие ползучести бетона, при $t_0 \geqslant 28$ сут, вычисляют по формулам, приведенным в табл. 13. По этим же формулам с предварительной заменой t_0 на t_1 вычисляют и коэффициенты $H^*(t, t_1)$. Входящие в указанные формулы значения φ и $\varphi(t_0)$ определяют согласно указаниям п. 3.9, а d, γ, γ_1 – из табл. 11 и 12.

Таблица 13

$t = t_0$	$t \to \infty$	$t > t_0$
1	2	3
$H^*(t,t_0) = \bar{\nu}(t_0)$ $\bar{\nu}(t_0) = 1/[1 + 0{,}2\varphi(t_0)]$	$H^*(\infty, t_0) = \bar{\nu}(t_0) \times \{1 - /0{,}8\varphi(t_0)\bar{\nu}(t_0) \times F(t_0) / [(1 + 0{,}5\varphi) \times \bar{\nu}(\infty)]\}$ $\bar{\nu}(\infty) = 1/(1 + 0{,}1\varphi)$; $F(t_0) = 1 + L_1\zeta(t_0) + L_1 L_2 [\zeta(t_0)]^2 + \ldots$ $L_i = [0{,}4i - 0{,}8\bar{\nu}(\infty)]/[1 + 2i + 0{,}4\varphi\bar{\nu}(\infty)]$; $i = 1, 2, 3, \ldots$ $\zeta(t_0) = \bar{\nu}(t_0)\, d\, \varphi e^{-\gamma(t_0)}$	$H^*(t,t_0) = H^* \times (\infty, t_0) + [\bar{\nu}(t_0) - H^*(\infty, t_0)] \times e^{-r(t - t_0)}$ $r = \gamma_1 [1 + 0{,}5\bar{\nu} \times (t_0)]$

В табл. 14 приведены численные значения коэффициентов затухания $H^*(t,t_0)$.

Пример. Определение изгибающих моментов в бетонной стене, нагретой с одной стороны при наличии стационарного теплового потока.

Дано: бетонная стена высотой 4 м и толщиной $2y = 0{,}6$ м; по нижнему краю стена жестко заделана, по верхнему – шарнирно оперта. Бетон тяжелый, класса В20, изготовлен с применением портландцемента и гранитного щебня; осадка конуса 5–6 см. Относительная влажность окружающей среды в процессе эксплуатации

Таблица 14

φ	t_0, сут											
	28	30	34	40	48	58	72	90	120	180	360	1000
0,50	0,636	0,639	0,644	0,653	0,663	0,675	0,696	0,706	0,729	0,758	0,791	0,798
0,75	0,524	0,527	0,534	0,545	0,556	0,571	0,589	0,609	0,637	0,674	0,716	0,726
1,00	0,439	0,443	0,450	0,461	0,474	0,490	0,510	0,533	0,563	0,607	0,653	0,665
1,25	0,374	0,378	0,385	0,396	0,410	0,426	0,447	0,471	0,504	0,550	0,601	0,614
1,50	0,322	0,326	0,333	0,344	0,358	0,375	0,396	0,420	0,454	0,502	0,556	0,570
1,75	0,281	0,285	0,292	0,302	0,316	0,333	0,354	0,378	0,412	0,462	0,518	0,532
2,00	0,247	0,251	0,258	0,268	0,282	0,298	0,318	0,343	0,377	0,427	0,484	0,498
2,25	0,219	0,223	0,230	0,240	0,253	0,269	0,289	0,313	0,347	0,396	0,454	0,469
2,50	0,196	0,200	0,206	0,217	0,229	0,244	0,264	0,287	0,322	0,370	0,428	0,443
2,75	0,177	0,180	0,186	0,196	0,208	0,223	0,242	0,265	0,298	0,346	0,405	0,420
3,00	0,161	0,163	0,170	0,179	0,190	0,205	0,223	0,246	0,278	0,326	0,384	0,398
3,25	0,146	0,149	0,155	0,164	0,175	0,189	0,207	0,229	0,260	0,307	0,365	0,379
3,50	0,134	0,137	0,142	0,151	0,162	0,175	0,193	0,214	0,245	0,291	0,347	0,362
3,75	0,124	0,126	0,131	0,140	0,151	0,163	0,180	0,201	0,231	0,276	0,332	0,346
4,00	0,114	0,117	0,122	0,130	0,140	0,153	0,169	0,189	0,219	0,263	0,317	0,332
4,25	0,106	0,109	0,133	0,121	0,131	0,143	0,159	0,178	0,207	0,250	0,304	0,318

W = 70%. Начальная температура среды и стены 14°С. В момент времени $t_0' = 28$ сут температура воздуха с одной стороны стены повышается до 28°С и в дальнейшем остается постоянной.

Требуется определить температурные усилия в стене, необходимые для расчета ее по образованию трещин.

Расчет. Согласно пп. 2.11 и 2.12, начальный коэффициент поперечной деформации $\nu = 0{,}2$, коэффициент линейного температурного расширения $\alpha_{bt} = 1 \cdot 10^{-5}$ град$^{-1}$. Начальный модуль упругости бетона, в соответствии с табл. 2, E_b (28) = $27 \cdot 10^3$ МПа. На основании исходных данных по табл. 4, 6 и 7 последовательно находят C^N (∞, 28) = $115 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1}$, $\xi_{2c} = 0{,}60$, $\xi_{3c} = 0{,}87$ (M_0 = 2,0/ 0,6 = 3,3 м$^{-1}$).

По формуле (5а) вычисляют

$$C(\infty, 28) = 115 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}60 \cdot 0{,}87 = 60{,}08 \cdot 10^{-6} \text{ МПа}^{-1}.$$

Предельную характеристику ползучести φ подсчитывают по формуле (17)

$$\varphi = 27 \cdot 10^3 \cdot 60{,}08 \cdot 10^{-6} = 1{,}62.$$

Поскольку к моменту появления трещин, сжимающие напряжения в бетоне, как правило, меньше указанных в п. 3.2, расчет выполняется без учета нелинейной составляющей деформаций ползучести.

Задача решается в предположении, что имеет место стационарный тепловой поток и изменение температуры по толщине стены линейно и не вызывает трещинообразования. В этих условиях при наличии опор снизу и сверху стена испытывает цилиндрический изгиб, а максимальный изгибающий момент возникает в сечении, расположенном у места заделки. Значения этого момента $M^*(t)$ при $t_0 = 28$ сут и $t = 28, 65, 120, 360$ сут, а также при $t \to \infty$, находят по формуле (20). Изгибающий момент $M(t_0)$ подсчитывают по формуле [1]

$$M(t_0) = 3/4\, y\, D(t_0)\, \alpha_{bt}\, \Delta T, \quad D(t_0) = E_b(t_0)\, (2y)^3 / [12(1 - \nu^2)],$$

где ΔT – разность между температурами внутренней и наружной поверхностями стены.

В данном случае при $t_0 = 28$ сут

---

[1] **Дарков А.В. и др.** Строительная механика. – М.: Высшая школа, 1976.

$$D(28) = 27 \cdot 10^3 \cdot 0{,}6^3 / 12\,(1 - 0{,}2^2) = 5{,}06 \cdot 10^2 \text{ МН м};$$

$$M(28) = 3/4 \cdot 0{,}3 \cdot 5{,}06 \cdot 10^2 \cdot 1 \cdot 10^{-5}\,(28 - 14) = 0{,}177 \text{ МН·м/м};$$

Коэффициенты $H^*(t,t_0)$ при $t_0 < t < \infty$ вычисляют по формулам, приведенным в табл. 13. Предварительно по табл. 11, 12 при $M_0 < 10$ м$^{-1}$ находят $\gamma_1 = 0{,}004$ сут$^{-1}$; $\gamma = 0{,}008$ сут$^{-1}$, $d = 0{,}625$; а по формуле, приведенной в табл. 13 (1-я графа), вычисляют $H^*(28{,}28) = \bar{\nu}(28) = 1/(1 + 0{,}2 \cdot 1{,}62) = 0{,}755$ и по табл. 14 путем интерполяции находят $H^*(\infty, 28) = 0{,}302$.

Далее по формуле табл. 13 (3-я графа) вычисляют

$$r = 0.004\,(1 + 0{,}5 \cdot 0{,}755 \cdot 1{,}62) = 0{,}0064 \text{ сут}^{-1}.$$

Из табл. 13 (3-я графа) $H^*(t, 28) = 0{,}302 + (0{,}755 - 0{,}302) \times e^{-0{,}0064\,(t-28)}$.

Величины коэффициентов $H^*(t, 28)$ и изгибающих моментов $M^*(t)$ приведены в таблице

t, сут	28	65	120	360	$t \to \infty$
$H^*(t, 28)$	0,755	0,659	0,553	0,356	0,302
$M^*(t)$, МН·м	0,134	0,117	0,098	0,063	0,053

Примечание. При $t = t_0 = 28$ сут уменьшение изгибающего момента от $M(28) = 0{,}177$ МН·м до $M^*(28) = 0{,}134$ МН·м происходит вследствие быстронатекающей ползучести бетона.

Проверка по образованию трещин согласно СНиП 2.03.01 – 84 показывает, что трещины в бетоне не появляются.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ОТ ПОЛЗУЧЕСТИ И УСАДКИ БЕТОНА

5.1. При определении потерь предварительного напряжения от ползучести бетона относительный уровень напряжений в бетоне устанавливают по отношению к значению призменной прочности согласно формуле (7).

5.2. Напряжения σ_b и σ'_b, возникающие в бетоне на уровне центров тяжести арматуры S и S′ в прямолинейных стержневых элементах, вычисляют по следующим формулам:

при действии усилий предварительного обжатия

$$\sigma_b = [(P_0 + P'_0)/A_{red}] + (y_{sp}/J_{red})\,(P_0 y_{sp} - P'_0 y'_{sp}); \qquad (22)$$

$$\sigma'_b = [(P_0 + P'_0)/A_{red}] + (y'_{sp}/J_{red})\,(P_0 y_{sp} - P'_0 y'_{sp});$$

при действии внешней нагрузки

$$\sigma_b = (N/A_{red}) - (M\, y_{sp} / J_{red}); \quad \sigma'_b = (N/A_{red}) + (M\, y'_{sp}/J_{red}). \tag{23}$$

В формуле (22) усилия предварительного обжатия:

$$P_o = \sigma_p A_s; \qquad P'_o = \sigma'_p A'_s, \tag{24}$$

причем σ_p и σ'_p – предварительные напряжения в арматуре соответственно S и S′ до обжатия бетона (при натяжении арматуры на упоры) либо в момент снижения величины предварительного напряжения до нуля воздействием внешних сил (при натяжении на бетон), вычисленные с учетом первых потерь согласно СНиП 2.03.01–84; в формулах (23) N и M продольное усилие и изгибающий момент.

Для элементов произвольной формы с одиночным армированием (в том числе указанных в пп. 4 и 5 табл. 15) напряжение σ_b как от усилия предварительного обжатия, так и от внешней нагрузки вычисляют по формуле

$$\sigma_b = \bar{\sigma}_b / (1 + \mu_p \rho_1 \alpha), \tag{25}$$

где $\bar{\sigma}_b$ – напряжение в бетоне на уровне центра тяжести арматуры, вызванное соответствующим воздействием и подсчитанное как для бетонного элемента без арматуры; μ_p и ρ_1 находят по формулам, приведенным в табл. 15.

5.3. Для элементов с одиночной и с двойной симметричной арматурой (табл. 15, поз. 1 – 5) предельную (при $t \to \infty$) величину потерь предварительного напряжения от ползучести бетона σ_{lc} определяют по формуле

$$\sigma_{lc} = (\sigma_b / \mu_p \rho_1)\, L, \tag{26}$$

где σ_b, μ_p и ρ_1 находят согласно указаниям п. 5.2 и табл. 15, а коэффициент L определяют по следующим формулам:

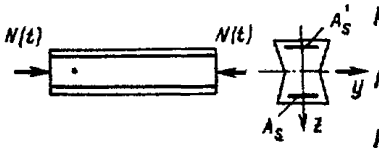
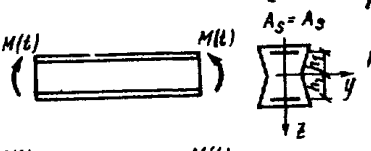
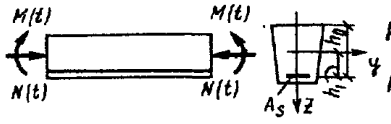
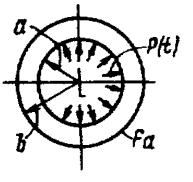
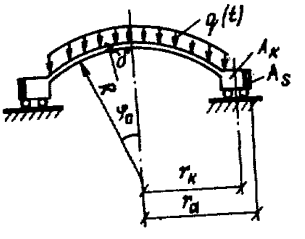
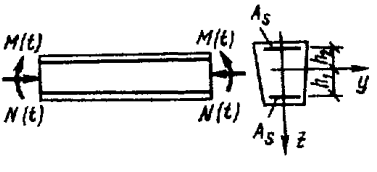
при натяжении арматуры на упоры

$$L = 1 - H^*_b (\infty, t_o), \tag{27}$$

при натяжении арматуры на бетон

$$L = 1 - H^*_b (\infty, t_o)\, [1 + 0{,}2\, \varphi_s (t_o)], \tag{28}$$

Таблица 15

№ п.п.	Схемы стержневых элементов	Геометрические характеристики	Дополнительные данные
1		$\mu_p = (A_S + A'_S)/A;$ $\rho_1 = 1$	Стержень с поперечным сечением, имеющим две оси симметрии
2		$\mu_p = A_S/A;\ \mu'_p = A'_S/A;$ $\rho_1 = 2A\,h_1^2/J$	
3		$\mu_p = A_S/A;$ $\rho_1 = 1 + A\,h_1^2/J$	Стержень с поперечным сечением, имеющим одну ось симметрии
4		$\mu_p = A_S/b;$ $\rho_1 = 1/\ln \frac{b}{a}$ A_S — площадь сечения арматуры на единицу длины трубы	Труба с кольцевой арматурой
5		$\mu_p = A_S / A_k;$ $\rho_1 = 1/[r_a(1/r_k + \sigma\sqrt{\sigma}/1{,}307\,A_k^{\times} \times \sin\varphi_o \sqrt{R}$ A_k — площадь поперечного сечения опорного кольца	Сферический купол со скользящим опорным кольцом, армированным по наружному краю
6		$\mu_p = A_S/A;$ $\mu'_p = A'_S/A;$ $\rho_1 = 1 + A\,h_1^2/J;$ $\rho_2 = 1 + A\,h_2^2/J;$ $\rho_{12} = 1 - A\,h_1\,h_2/J$	Стержень с двойной арматурой и поперечным сечением, имеющим одну ось симметрии

где $H_b^*(\infty, t_0)$ вычисляют с помощью формул табл.13 (2-я графа), с заменой φ и $\varphi(t_0)$ соответственно на φ_s и $\varphi_s(t_0)$ либо принимают по табл. 16; φ_s и $\varphi_s(t_0)$ вычисляют при помощи выражений:

$$\varphi_s = \bar{\lambda}\varphi; \qquad \varphi_s(t_0) = \bar{\lambda}\varphi(t_0), \tag{29}$$

определяя значение $\bar{\lambda}$ по формуле

$$\bar{\lambda} = \mu_p \rho_1 \alpha / (1 + \mu_p \rho_1 \alpha). \tag{30}$$

Таблица 16

φ_s (φ_s')	$H_b'(\infty, t_0)$ $[H_b^*(\infty, t_0)]$			φ_s (φ_s')	$H_b^*(\infty, t_0)$ $[H_b^*(\infty, t_0)]$		
	t_0=7 сут	28 сут	90 сут и более		t_0=7 сут	28 сут	90 сут и более
			$M_0 < 15$ м$^{-1}$				
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,18	0,8110	0,8414	0,8704
0,01	0,9880	0,9901	0,9920	0,21	0,7944	0,8186	0,8514
0,02	0,9762	0,9803	0,9841	0,24	0,7590	0,7967	0,8331
0,03	0,9646	0,9707	0,9763	0,27	0,7347	0,7757	0,8154
0,04	0,9531	0,9612	0,9686	0,30	0,7115	0,7555	0,7983
0,05	0,9420	0,9518	0,9610	0,33	0,6892	0,7360	0,7818
0,06	0,9303	0,9426	0,9535	0,36	0,6680	0,7173	0,7658
0,07	0,9199	0,9335	0,9461	0,39	0,6476	0,6993	0,7503
0,08	0,9092	0,9245	0,9388	0,42	0,6281	0,6819	0,7354
0,09	0,8987	0,9157	0,9316	0,45	0,6094	0,6652	0,7209
0,10	0,8983	0,9069	0,9245	0,48	0,5915	0,6491	0,7069
0,11	0,8781	0,8983	0,9174	0,51	0,5842	0,6336	0,6933
0,12	0,8681	0,8899	0,9104	0,54	0,5577	0,6186	0,6801
0,15	0,8389	0,8651	0,8901				
			15 м$^{-1} \leqslant M_0 \leqslant 30$ м$^{-1}$				
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,18	0,8021	0,8413	0,8805
0,01	0,9874	0,9901	0,9927	0,21	0,7744	0,8185	0,8629
0,02	0,9750	0,9830	0,9854	0,24	0,7480	0,7966	0,8458
0,03	0,9627	0,9706	0,9783	0,27	0,7228	0,7755	0,8293
0,04	0,9507	0,9611	0,9712	0,30	0,6988	0,7553	0,8134
0,05	0,9389	0,9518	0,9642	0,33	0,6758	0,7359	0,7980
0,06	0,9273	0,9425	0,9573	0,36	0,6539	0,7171	0,7830
0,07	0,9159	0,9334	0,9505	0,39	0,6329	0,6991	0,7685
0,08	0,9047	0,9245	0,9437	0,42	0,6128	0,6818	0,7544
0,09	0,8937	0,9156	0,9371	0,45	0,5936	0,6650	0,7408
0,10	0,8828	0,9069	0,9305	0,48	0,5752	0,6489	0,7276
0,11	0,8721	0,8983	0,9240	0,51	0,5575	0,6340	0,7148
0,12	0,8616	0,8898	0,9176	0,54	0,5406	0,6184	0,7023
0,15	0,8311	0,8650	0,8987				

Продолжение табл. 16

φ_s (φ_s')	$H_b'(\infty, t_o)$ [$H_b'^*(\infty, t_o)$]			φ_s (φ_s')	$H_b^*(\infty, t_o)$ [$H_b'^*(\infty, t_o)$]		
	t_o =7 сут	28 сут	90 сут и более		t_o =7 сут	28 сут	90 сут и более
			$M_o > 30$ м$^{-1}$				
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,18	0,7926	0,8411	0,8884
0,01	0,9867	0,9901	0,9932	0,21	0,7638	0,8183	0,8719
0,02	0,9736	0,9803	0,9864	0,24	0,7364	0,7963	0,8559
0,03	0,9608	0,9706	0,9798	0,27	0,7103	0,7753	0,8404
0,04	0,9482	0,9611	0,9732	0,30	0,6854	0,7550	0,8253
0,05	0,9358	0,9517	0,9667	0,33	0,6616	0,7356	0,8107
0,06	0,9236	0,9425	0,9602	0,36	0,6389	0,7168	0,7966
0,07	0,9116	0,9333	0,9539	0,39	0,6173	0,6988	0,7829
0,08	0,8999	0,9244	0,9476	0,42	0,5967	0,6814	0,7696
0,09	0,8883	0,9155	0,9414	0,45	0,5769	0,6647	0,7567
0,10	0,8769	0,9068	0,9352	0,48	0,5580	0,6486	0,7441
0,11	0,8658	0,8981	0,9291	0,51	0,5400	0,6330	0,7319
0,12	0,8548	0,8896	0,9231	0,54	0,5227	0,6180	0,7201
0,15	0,8229	0,8649	0,9055				

При определении потерь предварительного напряжения за конечный промежуток времени $t - t_o$ значения коэффициента L определяют из следующих выражений:

при натяжении арматуры на упоры

$$L = 1 - H_b^*(t, t_o), \tag{31}$$

при натяжении арматуры на бетон

$$L = 1 - H_b^*(t, t_o)\ [1 + 0{,}2\,\varphi_s(t_o)], \tag{32}$$

где $H_b^*(t, t_o)$ вычисляют с помощью формул табл. 13 (3-я колонка) заменяя φ и $\varphi(t_o)$ на φ_s и $\varphi_s(t_o)$. При $t \geqslant 28$ сут значения L – можно также определять по табл. 16. Для этого предварительно необходимо вычислить условное значение $\varphi_s(t, 28)$ по формуле

$$\varphi_s(t,28) = \bar{\lambda} E_b(28)\ C^*(t, 28), \tag{33}$$

где $C^*(t, 28)$ определяют по формуле (10), полагая $E_b(t) = E_b(t_o) = E_b(28)$. Затем по табл. 16, принимая $\varphi_s(t, 28)$ вместо φ_s, определяют условное значение $H_b^*(\infty, t_o)$ и вычисляют L по формулам:

при натяжении арматуры на упоры

$$L = [1 - 0{,}2\,\varphi_s\,(t, 28)\,]\;[\,1 - H_b^*\,(\infty, t_0)\,], \qquad (34)$$

при натяжении арматуры на бетон

$$L = 1 - \{1 - [1 - 0{,}2\,\varphi_s\,(t, 28)]\;[\,1 - H_b^*\,(\infty, t_0)\,]\}\,[\,1 + 0{,}2\,\varphi_s\,(t_0)\,]. \qquad (35)$$

В табл. 13 и 16 в качестве t_0 принимается приведенный возраст, определяемый согласно п. 3.8, если фактический возраст менее 28 сут; в противном случае в качестве t_0 принимается фактический возраст.

5.4. Для учета нелинейной составляющей деформации ползучести величину φ, вычисляемую по формуле (17), умножают на коэффициент

$$f_e = 1 + v_c\,[\eta\,(t_0)\,]^{m_c}, \qquad (36)$$

где

$$\eta\,(t_0) = 0{,}78\;\sigma_b / R_{bn}\,(t_0), \qquad (37)$$

а значения v_c и m_c принимают по табл. 9.

При определении потерь с учетом нелинейной составляющей деформации ползучести следует принимать в расчет влияние уменьшения напряжений в бетоне на деформации его ползучести. Для этого величину φ дополнительно умножают на коэффициент k_σ, вычисляемый по формуле:

$$k_\sigma = [1{,}6 - \eta\,(t_0)\,] + [\,0{,}4\,k_t - \eta\,(t_0)\,]\,\varphi_s \qquad (38)$$

и принимаемый не более 1.

Здесь $k_t = 1{,}5$ при $t_0 \leqslant 7$сут, $k_t = 1{,}0$ при $t_0 \geqslant 28$ сут; при промежуточных значениях t_0 величину k_t определяют по линейной интерполяции. В формуле (38) величину φ_s принимают без учета нелинейной составляющей деформации ползучести бетона не более 0,6.

При определении потерь предварительного напряжения за конечный промежуток времени $t - t_0$ значение φ_s в формуле (38) следует заменить на величину $\varphi_s\,(t, 28)$, вычисляемую по формуле (33).

5.5. При наличии в сечении ненапрягаемой арматуры ее влияние на величину потерь предварительного напряжения допускается учитывать путем использования вместо φ_s приведенной характеристики ползучести φ_{bs}, вычисляемой по формуле:

$$\varphi_{bs} = L / (\mu\rho_2\alpha), \qquad (39)$$

где величины $\mu = A_s / A$; $\alpha = E_s / E_b$, L вычисляют, как для элемента, имеющего только ненапрягаемую арматуру; ρ_2 определяют с помощью табл. 15 (поз 6).

5.6. Для элементов с двойной несимметричной напрягаемой арматурой (табл. 15, поз. 6) предельную (при $t \to \infty$) величину потерь предварительного напряжения от ползучести бетона σ_{lc} и σ'_{lc} в арматуре S и S′ вычисляют по формулам:

$$\sigma_{lc} = \nu\left[\left[\sigma_b\,(L - L') + \rho_1\,\omega\,(\sigma_b - \beta'\sigma'_b)\left(\frac{L'}{\bar{\rho}_2} - \frac{L}{\bar{\rho}_1}\right)\right],\right.$$

$$\sigma'_{lc} = \nu\left[\left[\sigma'_b\,(L - L') + \rho_1\,(\sigma'_b - \beta\,\sigma_b)\left(\frac{L'}{\bar{\rho}_2} - \frac{L}{\bar{\rho}_1}\right)\right],\right. \qquad (40)$$

где

$$\bar{\rho}_{1,2} = 0{,}5\,\rho_1\,[(1+\omega) \pm \sqrt{(1-\omega)^2 + 4\,\omega\beta\beta'}],$$

$$\nu = 1/[\mu_p\,(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2)]; \quad \omega = \rho_2\,\mu'_p / \rho_1\,\mu_p; \quad \beta = \rho_{12} / \rho_1; \qquad (41)$$

$$\beta' = \rho_{12} / \rho_2.$$

Величины L и L′, входящие в формулы (40), определяют согласно указаниям п. 5.3, причем для нахождения L′ в формулах (27), (28), (31), (32), (34), (35) необходимо заменить $\bar{\lambda}$, φ_s, $\varphi_s(t_o)$, $H_b^*(\infty, t_o)$ соответственно на $\bar{\lambda}'$, φ'_s, $\varphi'_s(t_o)$, $H_b'^*(\infty, t_o)$.

Значения $\bar{\lambda}$ и $\bar{\lambda}'$, необходимые для определения L и L′, вычисляют по формулам:

$$\bar{\lambda} = \mu_p\,\bar{\rho}_1\,\alpha / (1 + \mu_p\,\bar{\rho}_1\,\alpha), \quad \bar{\lambda}' = \mu_p\,\bar{\rho}_2\,\alpha / (1 + \mu_p\,\bar{\rho}_2\,\alpha). \qquad (42)$$

В случае, если выполняется условие $|\rho_{12}| \leqslant 0{,}25$ (табл. 15, поз. 6): величины σ_{lc} и σ'_{lc} допускается определять без учета взаимного влияния усилий в арматуре S и S′. Значение σ_{lc} вычисляют по формуле (26), а σ'_{lc} – по той же формуле, с заменой σ_b, μ_p, ρ_1, L на σ'_b, μ'_p, ρ_2, L′.

Если по условиям эксплуатации конструкции не требуется определять потери в арматуре S′, то в случае, когда $|\rho_{12}| \leqslant 0{,}5$ и $\mu'_p / \mu_p < 0{,}3$, потери σ_{lc} в арматуре S могут вычисляться как для элемента с одиночной арматурой.

5.7. Для элементов с двойной напрягаемой арматурой влияние нелинейной составляющей деформации ползучести следует учитывать в соответствии с п. 5.4, вычисляя отдельно коэффициенты $\eta\,(t_o)$, f_c, k_σ и $\eta'(t_o)$, f'_c, k'_σ для бетона, расположенного на уровне центров тяжести арматуры соответственно S и S'.

Влияние ненапрягаемой арматуры на величину потерь предварительного напряжения учитывается также раздельно, согласно п. 5.5, для чего необходимо кроме φ_{bs} вычислить аналогичным образом φ'_{bs}.

Потери предварительного напряжения σ_{lc} и σ'_{lc}, происходящие за конечный промежуток времени $t - t_o$, определяют по формулам (40) с учетом указаний п. 5.3. При этом, кроме $H_b^{*}\times$ $\times(\infty, t_o)$ необходимо определить также $H_b'^{*}(\infty, t_o)$.

5.8. В тех случаях, когда обжатие напрягаемой арматурой и передача части постоянной нагрузки на конструкцию происходит в возрасте бетона t_o, а остальная часть и длительная нагрузка прикладываются в возрасте $t_1 > t_o$, потери $\sigma_{lc}\,(t_o)$, $\sigma'_{lc}\,(t_o)$ и $\sigma_{lc}\,(t_1)$, $\sigma'_{lc}\,(t_1)$ подсчитывают отдельно, а затем суммируют алгебраически. При вычислении $\sigma_{lc}(t_1)$ и $\sigma'_{lc}(t_1)$ нелинейная составляющая деформации ползучести не учитывается.

5.9. Предельные (при $t \to \infty$) значения потерь предварительного напряжения в арматуре S и S', вызванные усадкой бетона, вычисляют по формулам:

$$\sigma_{lc} = [\bar{\lambda}\, E_b\, \epsilon_s\,(\infty, t_w) / \mu_p \rho_1]\, L_s;\quad \sigma'_{ls} = [\lambda'\, E_b\, \epsilon_s\,(\infty, t_w) / \mu'_p \rho_2]\, L'_s. \tag{43}$$

Величину $\epsilon_s\,(\infty, t_w)$ определяют согласно п. 2.10, $\bar{\lambda}$ – по формуле (30), λ' – по той же формуле с заменой μ_p и ρ_1 на μ'_p и ρ_2. Коэффициент L_s вычисляют по формуле

$$L_s = [208 + 3{,}7\,(14{,}3 - 0{,}1\,t_w)^2] \,/\, \{1000 + \varphi_s\,[623 + 4{,}5\,(9 - 0{,}1\,t_o)^2]\}, \tag{44}$$

где φ_s принимается без учета указаний п. 5.4. Для определения L'_s в (44) следует подставить φ'_s. В формулах (43) и (44) допускается принимать $t_w = t_o$.

5.10. При определении потерь предварительного напряжения σ_{ls} и σ'_{ls} за конечный промежуток времени $t - t_o$ необходимо умножить коэффициенты L_s и L'_s на величину

$$\eta_s = 1 - e^{-\alpha_s (t - t_o)}, \qquad (45)$$

где α_s находится по табл. 10.

Пример 1. Определение потерь предварительного напряжения в железобетонном элементе с симметричным армированием.

Дано: элемент нижнего пояса железобетонной фермы; сечение прямоугольное, h = 0,28 м, b = 0,25 м. Бетон тяжелый, класса В40, осадка конуса 1 – 2 см; напрягаемая арматура из канатов класса К-7, $E_s = 1{,}8 \cdot 10^5$ МПа, $A_s = 17{,}7 \cdot 10^{-4}$ м^2; ненапрягаемая арматура – класса А-III, $E_s = 2{,}0 \cdot 10^5$ МПа, $A_s = 8{,}04 \cdot 10^{-4}$ м^2. Вся арматура расположена симметрично относительно главных центральных осей сечения. Натяжение производится на упоры, бетон подвергается пропариванию. Передаточная прочность бетона R_{bp} (t_o) = = 30 МПа. Напряжения в арматуре к моменту окончания обжатия σ_p = 938 МПа. Расчетная влажность воздуха 70%. На 90-й день после отпуска натяжных приспособлений к ферме прикладывается эксплуатационная нагрузка, которая вызывает растягивающее усилие в нижнем поясе N = 1,200 МН.

Требуется определить потери предварительного напряжения вследствие ползучести и усадки: 1) через неограниченно большой период времени; 2) на 90-й день после отпуска натяжных приспособлений.

Расчет. Характеристики бетонного сечения: A = 0,0700 м^2; периметр – 1,060 м. Модуль открытой поверхности M_o = 1,060/ 0,0700 = 15,1 м$^{-1}$, $\mu_p = 17{,}7 \cdot 10^{-4} / 0{,}0700 = 0{,}0252$; $\mu = 8{,}04 \times$ $\times 10^{-4} / 0{,}0700 = 0{,}0114$. Согласно табл. 2, с учетом термообработки $E_b = E_b(28) = 36{,}0 \cdot 10^3 \cdot 0{,}9 = 32{,}4 \cdot 10^3$ МПа.

Для напрягаемой арматуры $\alpha = 1{,}8 \cdot 10^5 / (32{,}4 \cdot 10^3) = 5{,}56$; для ненапрягаемой – $\alpha = 2{,}0 \cdot 10^5 / (32{,}4 \cdot 10^3) = 6{,}17$. Так как $\mu_p + \mu > 0{,}03$, приведенную площадь сечений вычисляем, уменьшая площадь сечения бетона за счет сечения арматуры:

$$A_{red} = 0{,}0700 + 17{,}7 \cdot 10^{-4} (5{,}56 - 1) + 8{,}04 \cdot 10^{-4} (6{,}17 - 1) =$$

$$= 0{,}0822 \text{ м}^2.$$

Усилие предварительного обжатия и начальные напряжения в бетоне:

$P_o = 938 \cdot 17{,}7 \cdot 10^{-4} = 1{,}6603$ МН; $\sigma_b = 1{,}6603 / 0{,}0822 = 20{,}31$ МПа.

Для нахождения приведенного возраста, согласно п. 3.11, вычисляем

$$\xi_{1c} = 2 - 30 / 40 = 1{,}25,$$

затем по формуле (13)

$t_o = (1/0{,}01) \ln [0{,}797/(1{,}25 - 0{,}5)] = 6{,}08$ сут. Принимаем $t_o =$ $= 7$ сут.

Для этого возраста при классе бетона В40 по табл. 3 определяем $R_{bn} = 21{,}2$ МПа, откуда, в соответствии с п. 3.3, $\bar{R}_{bn} = 21{,}2/$ $/ 0{,}7786 = 27{,}2$ МПа.

По табл. 4, с учетом термообработки, находим

$C^N(\infty, 28) = 59 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}9 = 53{,}1 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1}$. $\epsilon_s^N(\infty, 7) = 330 \cdot 10^{-6} \times$ $\times 0{,}9 = 297 \cdot 10^{-6}$.

Согласно табл. 5 – 7, для ползучести $\xi_{2c} = 0{,}845$; $\xi_{3c} = 0{,}87$; для усадки $\xi_{1s} = 1$; $\xi_{2s} = 0{,}793$; $\xi_{3s} = 0{,}91$. Отсюда получаем по формулам (5а) и (5б) расчетные предельные значения меры ползучести и относительной деформации усадки:

$C(\infty, 28) = 53{,}1 \cdot 0{,}845 \cdot 0{,}870 = 39{,}0 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1}$;

$\epsilon_s(\infty, t_w) = 297 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 0{,}890 \cdot 0{,}870 = 214 \cdot 10^{-6}$.

Предельные характеристики ползучести (17)

$$\varphi = 32{,}4 \cdot 10^3 \cdot 39{,}0 \cdot 10^{-6} = 1{,}264.$$

Согласно поз. 1. табл. 15, $\rho_1 = 1$ По формулам (30) и (29) вычисляем

$\bar{\lambda} = 0{,}0252 \cdot 1 \cdot 5{,}56 / (1 + 0{,}0252 \cdot 1 \cdot 5{,}56) = 0{,}1229$;

$\varphi_s = 0{,}1229 \cdot 1{,}264 = 0{,}155$.

В соответствии с п. 5.4, учтем влияние нелинейной составляющей деформации ползучести. По табл. 9 находим $v_c = 1{,}22$; $m_c = 4{,}00$; по формулам (37), (36) и (38)

$\eta(t_o) = 0{,}78 \cdot 20{,}31 / 21{,}2 = 0{,}747$; $f_c = 1 + 1{,}22 \cdot 0{,}747^4 = 1{,}380$;

$k_t = 1{,}5$; $k_\sigma = 1{,}6 - 0{,}747 + (0{,}4 \cdot 1{,}5 - 0{,}747)\, 0{,}155 = 0{,}830$.

Теперь $\varphi = 1{,}264 \cdot 1{,}380 \cdot 0{,}830 = 1{,}448$.

Согласно п. 5.5, учитывается снижение характеристики ползучести ввиду наличия ненапрягаемой арматуры. Для этой арматуры

$\mu p_2 a = 0{,}0114 \cdot 1 \cdot 6{,}17 = 0{,}0703$; $\bar{\lambda} = 0{,}0703/(1+0{,}0703) = 0{,}0657$; $\varphi_s = 1{,}448 \cdot 0{,}0657 = 0{,}095$. По табл. 16 для $15 \leqslant M_o \leqslant 30$, $\varphi_s = 0{,}095$; $t_o = 28$ определяем $H_b^*(\infty, 28) = 0{,}9112$, откуда, согласно формуле (27), $L = 1 - 0{,}9112 = 0{,}0888$.

По формуле (39) вычисляем приведенную предельную характеристику ползучести железобетона $\varphi_{bs} = 0{,}0888/0{,}0703 = 1{,}262$ (отсюда видно, что благодаря ненапрягаемой арматуре характеристика ползучести снизилась на 13%). По этой величине определим согласно формуле (29) скорректированное значение $\varphi_s = 0{,}1229 \cdot 1{,}262 = 0{,}155$. Затем по табл. 16 найдем $H_b^*(\infty, 7) = 0{,}8263$, а по (27) $L = 1 - 0{,}8263 = 0{,}1737$ и вычислим с помощью (26) потери предварительного напряжения вследствие ползучести при действии усилия предварительного обжатия: $\sigma_{1c} = [20{,}31/(0{,}0252 \cdot 1)]\ 0{,}1737 = 140{,}0$ МПа.

Потери предварительного напряжения вследствие усадки находим согласно п. 5.9:

$$L_s = [208 + 3{,}7\ (14{,}3 - 7)^2]/\ \{100 + 0{,}155\ [623 + 4{,}5\ (9 - 0{,}17)^2]\} = 0{,}779;$$

$$\sigma_{1s} = (0{,}1229 \cdot 32{,}4 \cdot 10^3 \cdot 214 \cdot 10^{-6}/0{,}0252 \cdot 1)\ 0{,}779 = 26{,}3 \text{ МПа}.$$

Для вычисления потерь предварительного напряжения от эксплуатационной нагрузки определяем вызванное ею начальное напряжение в бетоне

$$\sigma_b = -1{,}2/0{,}0822 = -14{,}60 \text{ МПа}.$$

Суммарное начальное напряжение (п.5.8): $\sigma_b(t_o) + \sigma_b(t_1) = 20{,}31 - 14{,}60 = 5{,}71$ МПа.

Для бетона класса В40 $R_b = 21{,}5$ МПа (табл. 13 СНиП 2.03.01 – 84); отношение $5{,}71/21{,}5 = 0{,}266$, что меньше значений, приведенных в табл. 8. Поэтому нелинейную составляющую деформации ползучести при вычислении потерь от эксплуатационной нагрузки можно не учитывать. Для $\varphi = 1{,}264$; $\varphi_s = 0{,}155$; $t_o = 97$ сут находим по табл. 16 коэффициент затухания $H_b^*(\infty, 97) = 0{,}8957$. По формуле (27) $L = 1 - 0{,}8957 = 0{,}1043$, откуда, согласно (26), $\sigma_{1c} = [-14{,}60/(0{,}0252 \cdot 1)]\ 0{,}1043 = -60{,}4$ МПа. Таким образом, при $t \to \infty$ суммарная величина потерь предварительного напряжения

$$\sigma_1 = 140{,}0 + 26{,}3 - 60{,}4 = 105{,}9 \text{ МПа}.$$

Определим потери, происходящие за промежуток времени 90 сут. По табл. 11 находим $\gamma_1 = 0{,}005$ 1/сут; на основании (10) $C^*(97; 28) = 39{,}0 \cdot 10^{-6}\ [1 - 0{,}8\ e^{-0{,}005\ (97-28)}] = 16{,}9 \cdot 10^{-6}$; по (33) получается $\varphi_s(90; 28) = 0{,}1229 \cdot 32{,}4 \cdot 10^3 \cdot 16{,}9 \cdot 10^{-6} =$

= 0,067. Аналогично предыдущему, вычисляем $k_\sigma = 1,6 - 0,747 + (0,4 \cdot 1,5 - 0,747) \cdot 0,067 = 0,843$. Величина f_c остается равной 1,380. Характеристика ползучести с учетом нелинейности φ (97; 28) = $32,4 \cdot 10^3 \cdot 16,9 \cdot 10^{-6} \cdot 1,380 \cdot 0,843 = 0,638$. Для ненапрягаемой арматуры $\bar{\lambda} = 0,0657$, φ_s (97; 28) = $0,638 \cdot 0,0657 = 0,042$. По табл. 16 для $\varphi_s = 0,042$; $t_0 = 28$ сут определяем H_b^* (∞, 28) = = 0,9592, откуда по формуле (34) $L = (1 - 0,2 \cdot 0,042)(1 - 0,9592) = 0,0405$; по (39) φ_{bs} (97; 28) = 0,0405 / 0,0703 = 0,575. Соответствующее значение φ_s (97; 28) = $0,1229 \cdot 0,575 = 0,071$. По табл. 16 для $\varphi_s = 0,071$; $t_0 = 7$ получаем H_b^* (∞, 7) = 0,9148. По формуле (34) $L = (1 - 0,2 \cdot 0,071)(1 - 0,9148) = 0,0840$.

Согласно формуле (26) найдем $\sigma_{lc} = [20,31 / (0,0252 \cdot 1)] \times 0,0840 = 67,7$ МПа. Чтобы определить потери вследствие усадки бетона за то же время, найдем по табл. 10 $a_s = 0,006$, а затем по формуле (45) $q_s = 1 - e^{-0,006 \cdot 90} = 0,417$. Ранее было найдено предельное значение $\sigma_{ls} = 26,3$ МПа. За 90 сут, согласно п. 5.9, $\sigma_{ls} = 26,3 \cdot 0,417 = 11$ МПа. Суммарные потери за время $t - t_0 = 90$ сут $\sigma_l = 67,7 + 11,0 = 78,7$ МПа. Эти же потери, вычисленные, согласно СНиП 2.03. 01 – 84, составляют 150,8 МПа.

Пример 2. Определение потерь предварительного напряжения арматуры железобетонной балки с одиночным армированием.

Дано: балка автодорожного моста, шарнирно опертая, двутаврового сечения; $h = 2,100$ м, $h_f = 0,320$ м, $h'_f = 0,150$ м, $b = 0,180$ м, $b_f = 0,600$ м, $b'_f = 1,800$ м; $a = 0,25$ м; расчетный пролет 41,2 м. Бетон класса В30, естественного твердения; осадка конуса 5 – 6 см; напрягаемая арматура класса Вр-II, $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа, $A_s = 0,0066$ м^2. Натяжение производится на упоры. Усилие предварительного обжатия прикладывается в возрасте бетона 28 сут. Передаточная прочность бетона $R_{bp}(t_0) = 22,5$ МПа. Напряжение в арматуре к моменту окончания обжатия $\sigma_p = 902,9$ МПа. Нагрузка на балку: собственный вес $g = 0,02$ МН/м; постоянная и длительная эксплуатационная нагрузка, прикладываемая в возрасте бетона 90 сут, $q = 0,00969$ МН/м; кратковременная нагрузка $p = 0,01131$ МН/м. Расчетная влажность воздуха 75 %.

Требуется определить потери вследствие ползучести и усадки бетона: 1 – через неограниченно большой период времени; 2 – к моменту приложения эксплуатационной нагрузки.

Расчет. Характеристики бетонного сечения: $A = 0,7554$ м^2, $J_b = 0,45976$ м^4; $h_1 = 0,955$ м; периметр $P = 8,64$ м; модуль открытой поверхности $M_0 = 11,43$ м$^{-1}$; $\mu_p = 66 \cdot 10^{-4} / 0,7554 = 0,00874$. Согласно поз. 3 табл. 15,

$$\rho_1 = 1 + (0,7554 / 0,45976)\, 0,955^2 = 2,498.$$

В соответствии с табл. 2 $E_b = 32,5 \cdot 10^3$ МПа; $\alpha = 2 \cdot 10^5 / (32,5 \cdot 10^3) = 6,15$. Характеристики приведенного сечения можно вычислить по формулам:

$A_{red} = A\,(1 + \mu_p\,\alpha)$; $y_{sp} = h_1/(1 + \mu_p\,\alpha)$;

$J_{red} = J_b\,(1 + \mu_p\,\rho_1\,\alpha)\,/\,(1 + \mu_p\,\alpha)$.

В результате $A_{red} = 0{,}796$ м; $y_{sp} = 0{,}906$ м; $J_{red} = 0{,}49492$ м^4.

Усилие предварительного обжатия $P_o = 902{,}9 \cdot 66 \cdot 10^{-4} = 5{,}959$ МН.

По первой из формул (22) получаем $\sigma_b = 17{,}37$ МПа. Изгибающий момент в середине пролета от собственного веса $M = 0{,}02000 \cdot 41{,}2^2/8 = 4{,}240$ МНм, с помощью формулы (23) находим $\sigma_b = -7{,}76$ МПа. Суммарные напряжения в бетоне в момент $t_o = 28$ сут; $\sigma_b = 17{,}37 - 7{,}76 = 9{,}61$ МПа.

По табл. 4 – 7 и формулам (5а) и (5б) получается:

$C^*(\infty, 28) = 84 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}784 \cdot 0{,}800 = 52{,}7 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1}$;

$\epsilon_s(\infty, 28) = 400 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}950 \cdot 0{,}697 \cdot 0{,}850 = 225 \cdot 10^{-6}$.

Для класса бетона В30 по табл. 13 СНиП 2.03.01 – 84 определяем $R_b = 17{,}00$ МПа.

Уровень напряжений в бетоне $9{,}61 / 17{,}00 = 0{,}57 < 0{,}65$.

Согласно указаниям п. 3.2, в этом случае можно не учитывать нелинейную составляющую деформации ползучести.

Предельная характеристика ползучести $\varphi = 52{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot 32{,}5 \times 10^3 = 1{,}712$.

В соответствии с формулами (29) и (28):

$\bar{\lambda} = 1/[1 + 1/(0{,}00874 \cdot 2{,}498 \cdot 6{,}15)] = 0{,}1185$;

$\varphi_s = 1{,}896 \cdot 0{,}1185 = 0{,}203$.

Пользуясь табл. 16, для $M_o = 11{,}43$ м$^{-1}$ и $t_o = 28$ сут найдем $H_b^*(\infty, 28) = 0{,}8239$; по формуле (27) $L = 0{,}1761$. С помощью формулы (26) вычисляем потери: при действии усилий предварительного обжатия $\sigma_{lc} = (17{,}37/0{,}00874 \cdot 2{,}498)\ 0{,}1761 = 140{,}1$ МПа; при действии собственного веса $\sigma_{lc} = -62{,}6$ МПа.

Изгибающий момент от нагрузки, прикладываемой в возрасте $t_1 = 90$ сут, составляет $0{,}01131 \cdot 41{,}2^2/8 = 2{,}400$ МН·м. С помощью формулы (23) находим $\sigma_b = -3{,}76$ МПа. Для $M_o = 11{,}43$ м$^{-1}$, $t_o = 90$ сут, $\varphi_s = 0{,}203$ по табл. 16 получаем $H_b^*(\infty, 90) = 0{,}8558$, и по формуле (27) $L = 0{,}1442$. Соответствующие потери, согласно формуле (26), равны $\sigma_{lc} = (-3{,}76/0{,}00874 \cdot 2{,}498)\ 0{,}1442 = -24{,}8$ МПа. Потери, обусловленные усадкой, находим в соответствии с п. 5.9.

При $t_0 = 28$, $\varphi_s = 0{,}203$ по формуле (44) получается $L_s = 0{,}600$, а по формуле (43) – $\sigma_{ls} = [0{,}1185 \cdot 32{,}5 \cdot 10^3 \cdot 225 \cdot 10^{-6}/(0{,}00874 \cdot 2{,}498)]\ 0{,}600 = 23{,}8$ МПа.

Суммарные потери $\sigma_l = 140{,}1 - 62{,}6 - 24{,}8 + 23{,}8 = 76{,}5$ МПа. Для определения потерь, происходящих за промежуток времени от $t_0 = 28$ сут до $t = 90$ сут, вычисляем по табл. 11 для $M_0' = 11{,}43$ м$^{-1}$ $\gamma_1 = 0{,}0043$ 1/сут. Затем согласно формулам (10) и (11), принимая $E_b(t) = E_b(t_0)$, находим $C^*(90; 28) = 52{,}7 \cdot 10^{-6}\ [1 - 0{,}8 \cdot e^{-0{,}0043\ (90-28)}] = 20{,}4 \cdot 10^{-6}$ и по (33) – $\varphi_s\ (90-28) = 0{,}1185 \times 32{,}5 \cdot 10^3 \cdot 20{,}4 \cdot 10^{-6} = 0{,}079$. Но табл. 16 для $t_0 = 28$ сут получаем $H_b^*\ (\infty, 28) = 0{,}9254$, а по формуле (34) $L = (1 - 0{,}2 \cdot 0{,}079)\ (1 - 0{,}9254) = 0{,}0734$. С помощью формулы (26) найдем: при действии усилий предварительного обжатия $\sigma_{lc} = 58{,}7$ МПа, при действии собственного веса $\sigma_{lc} = -26{,}1$ МПа. Для нахождения потерь от усадки определяем по табл. 10 $\alpha_s = 0{,}0046$, затем на основании формулы (45) $\sigma_{ls} = 23{,}8(1 - e^{-0{,}0046 \cdot 62}) = 5{,}9$ МПа.

Суммарные потери, происходящие за 90 – 28 = 62 сут, $\sigma_l = 58{,}7 - 26{,}1 + 5{,}9 = 38{,}5$ МПа.

Те же потери, вычисленные по СНиП 2.03.01 – 84, составляют 89,1 МПа.

Пример 3. Определение потерь предварительного напряжения в арматуре железобетонной балки с двойным армированием.

Дано: шарнирно опертая балка двутаврового сечения: $h = 1{,}500$ м, $h_f = 0{,}250$ м, $h_f' = 0{,}240$ м, $b = 0{,}080$ м, $b_f = 0{,}280$ м, $b_f' = 0{,}360$ м; $a = 0{,}135$ м, $a' = 0{,}050$ м; расчетный пролет $l = 17{,}500$ м. Бетон класса В30, осадка конуса 2 см, напрягаемая арматура из канатов класса К-7, $E_s = 1{,}8 \cdot 10^5$ МПа, $A_s = 18{,}4 \times 10^{-4}$ м^2, $A_s' = 2{,}83 \cdot 10^{-4}$ м^2. Натяжение производится на упоры, бетон подвергается пропариванию. Передаточная прочность бетона $R_{bp}\ (t_0) = 22{,}5$ МПа. Напряжения в арматуре к моменту окончания обжатия: $\sigma_p = 985$ МПа, $\sigma_p' = 1005$ МПа. Нагрузка на балку: собственный вес $g = 0{,}00622$ МН/м, постоянная и длительная эксплуатационная нагрузка, прикладываемая на 100-й день после отпуска натяжных приспособлений $q = 0{,}02116$ МН/м, кратковременная нагрузка $p = 0{,}01045$ МН/м; расчетная влажность воздуха $W = 70$ %.

Требуется определить потери предварительного напряжения вследствие ползучести и усадки: 1 – через неограниченно большой период времени; 2 – на 100-й день после отпуска натяжных приспособлений.

Расчет. Характеристики бетонного сечения: $A = 0{,}2372$ м^2, $J = 0{,}06877$ м^4; $h_1 = 0{,}662$ м, $h_2 = 0{,}653$ м; периметр 4,12 м. Модуль открытой поверхности $M_0 = 4{,}12/0{,}2372 = 17{,}4$ м$^{-1}$; $\mu_p =$

$18{,}4 \cdot 10^{-4}$ /0,2372 =0,00776; $\mu'_p = 2{,}83 \cdot 10^{-4}$ /0,2372 = 0,00119. Согласно поз. 6 табл. 15:

$$\rho_1 = 1 + (0{,}2372/0{,}06877)\ 0{,}662^2 = 2{,}512;$$

$$\rho_2 = 1 + (0{,}2372/0{,}06877)\ 0{,}653^2 = 2{,}471;$$

$$\rho_{12} = 1 - (0{,}2372 / 0{,}06877)\ 0{,}662 \cdot 0{,}653 = -0{,}491.$$

Согласно табл. 2, $E_b = 32{,}5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}9 = 29{,}25 \cdot 10^3$ МПа; $\alpha = 1{,}8 \cdot 10^5 / (29{,}25 \cdot 10^3) = 6{,}15$.

Геометрические характеристики приведенного сечения: $A_{red} = 0{,}2503$ м^2; $y_{sp} = 0{,}636$ м; $y'_{sp} = 0{,}679$ м; $J_{red} = 0{,}07509$ м^4. Поскольку $|\rho_{12}| > 0{,}25$, вычисляем согласно формуле (41)

$$\omega = 2{,}471 \cdot 0{,}00119 / (2{,}512 \cdot 0{,}00776) = 0{,}151;$$

$$\beta = -0{,}491 / 2{,}512 = -0{,}195;$$

$$\beta' = -0{,}491 / 2{,}471 = -0{,}199,$$

откуда $\bar{\rho}_1 = 2{,}530$; $\bar{\rho}_2 = 0{,}362$; $v = 1/[0{,}00776\ (2{,}530 - 0{,}362)] = 59{,}44$.

По формулам (42) находим

$$\bar{\lambda} = 0{,}00776 \cdot 2{,}530 \cdot 6{,}15 / (1 + 0{,}00776 \cdot 2{,}530 \cdot 6{,}15) = 0{,}1077;$$

$$\bar{\lambda}' = 0{,}00776 \cdot 0{,}362 \cdot 6{,}15 / (1 + 0{,}00776 \cdot 0{,}362 \cdot 6{,}15) = 0{,}0170.$$

Усилия предварительного обжатия $P_0 = 985 \cdot 18{,}4 \cdot 10^{-4} = 1{,}8124$ МН; $P'_0 = 1005 \cdot 2{,}83 \cdot 10^{-4} = 0{,}2844$ МН. Изгибающие моменты в середине пролета: от собственного веса $M_g = 0{,}00622 \cdot 17{,}5^2/8 = 0{,}2381$ МН·м; от эксплуатационной нагрузки $M_q = 0{,}02116 \cdot 17{,}5^2/8 = 0{,}8100$ МН·м. По формулам (22) и (23) вычислим начальные напряжения в бетоне: от усилий предварительного обжатия $\sigma_b = 16{,}50$ МПа, $\sigma'_b = -0{,}30$ МПа; от собственного веса $\sigma_b = -2{,}02$ МПа; $\sigma'_b = 2{,}15$ МПа; от эксплуатационной нагрузки $\sigma_b = -6{,}87$ МПа; $\sigma'_b = 7{,}32$ МПа.

Суммарные начальные напряжения в момент времени t_o:

$\sigma_b(t_o) = 16{,}50 - 2{,}02 = 14{,}48$ МПа; $\sigma'_b(t_o) = -0{,}30 + 2{,}15 =$

$= 1{,}85$ МПа.

Согласно указаниям п. 3.8, определяем приведенный возраст: $t_o = 7{,}95$ сут. Принимаем $t_o = 8$ сут.

Из табл. 4 – 7 и формул (5а) и (5б) следует:

$C^N(\infty,28) = 74 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}9 = 66{,}6 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1}$; $\epsilon^N(\infty,7) = 330 \cdot 10^{-6} \times$
$\times 0{,}9 = 297 \cdot 10^{-6}$; $C(\infty,28) = 66{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}886 \cdot 0{,}87 = 51{,}3 \times$
$\times 10^{-6}$ МПа$^{-1}$; $\epsilon(\infty, t_w) = 297 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}998 \cdot 0{,}852 \cdot 0{,}91 = 230 \times$
$\times 10^{-6}$. Предельная характеристика ползучести по формуле (17) $\varphi = 29{,}25 \cdot 10^3 \cdot 51{,}3 \cdot 10^{-6} = 1{,}501$ и, согласно формуле (29) $\varphi_S =$
$= 1{,}501 \cdot 0{,}1077 = 0{,}162$.

По табл. 3 для класса В30 и $t_o = 8$ сут находим $R_{bn}(t_o) =$
$= 15{,}62$ МПа. По формуле (37) $\eta(t_o) = 14{,}48 \cdot 0{,}78/15{,}62 = 0{,}724$. По табл. 9 определяем $v_c = 1{,}60$; $m_c = 4{,}00$, и по формуле (36) вычисляем $f_c = 1{,}434$. Согласно (38) для $t_o = 8$ сут $k_t = 1{,}48$; $k_\sigma = 0{,}857$.

В результате, с учетом нелинейности деформаций ползучести бетона на уровне центра тяжести арматуры S, в соответствии с п. 5.4

$$\varphi = 1{,}501 \cdot 1{,}434 \cdot 0{,}857 = 1{,}845;\ \varphi_S = 0{,}1077 \cdot 1{,}845 = 0{,}199.$$

Ввиду малости величины $\delta'_b(t_o)$ поправку на нелинейность для бетона у центра тяжести арматуры S' не вводим, и $\varphi'_S = 0{,}0170 \cdot 1{,}501 =$
$= 0{,}026$.

По табл. 16 для 15 м$^{-1} \leqslant M_o \leqslant 30$ м$^{-1}$ находим $H^*_b(\infty,8) =$
$= 0{,}7886$; $H'^*_b(\infty,8) = 0{,}9679$. Отсюда, согласно (27), $L = 0{,}2134$; $L' = 0{,}0321$. По формулам (40) вычисляем потери предварительного напряжения при действии усилий предварительного обжатия:

$\sigma_{lc} = 59{,}44\ [16{,}50\ (0{,}2134 - 0{,}0321) + 2{,}512 \cdot 0{,}151\ (16{,}50 \cdot$
$- 0{,}199 \cdot 0{,}30) \cdot (0{,}0321/0{,}362 - 0{,}2134/2{,}530)] = 178{,}5$ МПа;

$\sigma'_{lc} = 59{,}44\,[-0{,}30(0{,}2134 - 0{,}0321) + 2{,}512(-0{,}30 + 0{,}195 \cdot 16{,}50) \times$
$\times (0{,}0321/0{,}362 - 0{,}2134/2{,}530)] = -1{,}34$ МПа.

Потери при действии собственного веса найдем, подставляя в формулы (40), соответствующие напряжения ($\sigma_b = -2{,}02$ МПа; $\sigma'_b =$
$= 2{,}15$ МПа); получается $\sigma_{lc} = -21{,}8$ МПа; $\sigma'_{lc} = 23{,}3$ МПа.

Для определения потерь предварительного напряжения при действии эксплуатационной нагрузки вычисляем $\sigma_b(t_o) + \sigma_b(t_1) =$

= 14,48 – 6,87 = 7,61 МПа; $\sigma'_b\ (t_o) + \sigma'_b\ (t_1)$ = 1,85 + 7,32 = = 9,17 МПа. Согласно табл. 13 СНиП 2.03.01 – 84, R_b = 17,0 МПа; отношения 7,61/17,0 = 0,448 и 9,17/17,0 = 0,539 не превышает величин, указанных в табл. 8, поэтому, в соответствии с п. 3.2, нелинейность деформации ползучести в этом случае можно не учитывать. По табл. 16 для φ_s = 0,162; φ'_s = 0,026, t_o = 8 + 100 = = 108 сут находим H^*_b (∞, 108) = 0,8896; H'^*_b (∞,108) = 0,9811 и по (27) L = 0,1104; L' = 0,0189, откуда в соответствии с формулами (40) σ_{lc} = – 38,4 МПа, σ'_{lc} = 47,5 МПа.

Найдем потери предварительного напряжения вследствии усадки. Вычисляем по (30):

$$\bar{\lambda} = 0{,}00776 \cdot 2{,}512 \cdot 6{,}15 / (1 + 0{,}00776 \cdot 2{,}512 \cdot 6{,}15) = 0{,}1071;$$

$$\bar{\lambda}' = 0{,}00119 \cdot 2{,}471 \cdot 6{,}15 / (1 + 0{,}00776 \cdot 2{,}512 \cdot 6{,}15) = 0{,}0178;$$

по (29): φ_s = 0,1071 · 1,501 = 0,162; φ'_s = 0,0178 · 1,501 = 0,027, откуда по (44): при $t_w = t_o$ = 8 сут L_s = 0,768; L'_s = 0,861, и по формулам (43) получаем: σ_{ls} = 25,3 МПа, σ'_{ls} = 35,1 МПа.

Определяем потери, происходящие за 100 сут. Для этого по табл. 11 найдем γ_1 = 0,0055 1/сут, по (12) f (108 – 28) = 1 – 0,8 × × e – 0,0055 (108 – 28) = 0,485; по формуле (10) с учетом замечаний п. 3.9 получаем C* (108; 28) = 51,3 · 10^{-6} · 0,485 = 24,9 × ×10^{-6} $МПа^{-1}$; по (33): φ_5 (108; 28) = 0,1077 · 29,25 · 10^3 · 24,9 × ×10^{-6} = 0,078; φ'_s (108; 28) = 0,017 · 29,25 · 10^3 · 24,9 · 10^{-6} = = 0,012. По формуле (38) получаем k_σ = 0,868; ранее было найдено f_c = 1,434. С учетом поправки на нелинейность φ_s (108, 28) = = 0,078 · 1,434 · 0,868 = 0,098, для φ'_s (108, 28), как и ранее, этой поправки не требуется. По табл. 16: H^*_b (∞, 8) = 0,8854; H'^*_b (∞, 8) = = 0,9846. По формуле (34): L = (1 – 0,2 · 0,098) (1 – 0,8854) = = 0,1124; L' = (1 – 0,2 · 0,0124) (1 – 0,9846) = 0,0154. Подставляя эти значения в формулы (40) (все остальные величины в этих формулах остаются теми же, что и при t → ∞), находим: при действии усилий предварительного обжатия σ_{lc} = 94,4 МПа; σ'_{lc} = = 0,7 МПа; при действии собственного веса σ_{lc} = – 11,5 МПа, σ'_{lc} = 11,7 МПа. Потери от усадки за 100 сут вычислим, найдя вначале по табл. 10 a_s = 0,007; по формуле (45) q_s = 1 – e $^{-0,007 \times}$ ×(108 – 8) = 0,503, и по (43) σ_{ls} = 12,7 МПа; σ'_{ls} = 17,7 МПа.

Результаты расчета показаны в табл. 17; там же приведены значения величины, найденные по СНиП 2.03.01 – 84.

Таблица 17

Воздействие на конструкцию	$t \to \infty$		$t = t_0 + 100$ сут		по СНиП 2.03.01–84	
	σ_l	σ_l'	σ_l	σ_l'	σ_l	σ_l'
Предварительное обжатие	178,5	– 1,34	94,4	– 0,7	111,2	14,2
Собственный вес	– 21,8	23,3	–11,5	11,7		
Эксплуатационная нагрузка	–38,4	47,5	–	–	–	–
Усадка	25,3	35,1	12,7	17,7	35	35
Сумма потерь от ползучести и усадки	143,6	104,6	95,6	27,7	146,2	49,2

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ И ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С НАПРЯГАЕМОЙ АРМАТУРОЙ, РАБОТАЮЩИХ БЕЗ ТРЕЩИН, В ПРЕДПОЛОЖЕНИИ ЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

6.1. Расчет железобетонных элементов по образованию трещин производится согласно СНиП 2.03.01 – 84; необходимые для этого потери от ползучести и усадки бетона определяются в соответствии указаниями разд. 5 настоящих Рекомендаций.

6.2. Кривизна внецентренно сжатого или изгибаемого элемента с напрягаемой арматурой, не имеющего трещин в растянутой зоне, определяется выражением

$$1/r = (1/r)_S + (1/r)_{Sl} + (1/r)_L, \tag{46}$$

здесь

$$(1/r)_S = M_S / (0{,}85\ E_b\ J_{red}) - \tag{47}$$

кривизна от действия кратковременных нагрузок; где M_S – суммарный изгибающий момент от этих нагрузок;

$$(1/r)_{SL} = (M_L) - P_o\ y_{sp} + P_o'\ y_{sp}') / E_b\ J_{red} - \tag{48}$$

кривизна от кратковременного действия постоянных и длительных нагрузок и от усилий предварительного обжатия; где M_L – суммарный изгибающий момент от упомянутых воздействий; усилия

предварительного обжатия P_0 и P'_0 определяются с учетом первых потерь;

$$(1/r)_L = (\sigma'_b - \sigma_b) / (E_s y) - \quad (49)$$

кривизна, обусловленная ползучестью бетона при длительном действии постоянных и длительных нагрузок и усилий предварительного обжатия, а также усадкой, где σ_l и σ'_l – суммарные потери предварительного напряжения за счет ползучести (при перечисленных выше воздействиях) и усадки. При наличии двойной арматуры $y = h_0 - a'$.

Если кривизна $(1/r)_L$ определяется от каждого из воздействий в отдельности, то в (49) подставляются потери, соответствующие данному воздействию.

При отсутствии арматуры S' в (49) принимается

$$y = h_1 \rho_1 / (\rho_1 - 1), \quad (50)$$

а условное значение σ'_L, соответствующее действиям усилий предварительного обжатия, усадки, внешней нагрузки, равно соответственно:

$$\sigma'_l = 0; \ \sigma'_l = E_s \epsilon_s (\infty, t_w) ; \ \sigma'_L = \alpha \varphi \sigma''_b , \quad (51)$$

где

$$\sigma''_b = (N_L / F_{red}) + [(M_L / J_{red})](y - y_{sp}); \quad (52)$$

N_L и M_L – усилия от постоянных и длительных внешних нагрузок.

Влияние нелинейной составляющей деформации ползучести на величину φ учитывается в этом случае согласно указаниям п. 5.4, где нужно принимать $\eta (t_0) = 0{,}78 \ \sigma''_b / R^N_{bn} (t_0)$.

6.3. При определении кривизны участков элементов с начальными трещинами значения, найденные согласно п. 6,2, следует увеличивать в соответствии с указаниями п п. 4.25 и 4.26 СНиП 2.03.01 – 84.

6.4. При определении кривизны по формуле (49) и (51) вместо φ подставляется: 1) $\varphi (t_0)$ – если $t_0 \neq 28$ сут, а $t - t_0 \to \infty$; 2) $\varphi (t, t_0)$ – если промежуток $t - t_0$ ограничен.

Значения φ, $\varphi (t_0)$ и $\varphi (t_1 t_0)$ определяются согласно указаниям п. 3.9.

6.5. Перемещения железобетонных элементов, обусловленные изгибом, вычисляются по формуле

$$f_m = \int_0^t \bar{M}(x)(1/r(x))\,dx, \qquad (53)$$

где $\bar{M}(x)$ – изгибающий момент от действия единичной силы, приложенной в месте и в направлении искомого перемещения; $1/r(x)$ – кривизна, определяемая согласно указаниям п п. 6.2–6.4. Вычисление интеграла (53) выполняется согласно правилам строительной механики отдельно для участков с трещинами и без них.

Если поперечное сечение стержня постоянно по длине, то на каждом участке, в пределах которого изгибающий момент не меняет знака, допускается вычислять кривизну для наиболее напряженного сечения, принимая кривизну для остальных сечений пропорциональной значениям изгибающих моментов.

6.6. Для изгибающих элементов $l/h < 10$ влияние деформаций сдвига на прогиб учитывается путем добавления к значению прогиба от изгиба f_m, найденному по формуле (53), значения прогиба от сдвига f_q. Величина f_q определяется согласно рекомендациям п. 4.33 СНиП 2.03.01 – 84, но коэффициент c, учитывающий влияние ползучести бетона, заменяется на φ, а в случаях, указанных в п. 6.4, – на $\varphi(t_o)$ или $\varphi(t,t_o)$.

Пример 1. Определение прогиба железобетонной предварительно напряженной балки с двойным армированием при отсутствии трещин.

Дано: предварительно напряженная балка двутаврового сечения согласно условию примера 3 разд. 5.

Требуется определить прогиб в середине пролета по истечении неограниченного периода времени.

Расчет. В примере 3 разд. 5 было найдено: $E_b = 29{,}25 \cdot 10^3$ МПа; $J_{red} = 0{,}07509$ м^4; $y_{sp} = 0{,}636$ м; $y'_{sp} = 0{,}679$ м; $P_o = 1{,}8124$ МН; $P'_o = 0{,}2843$ МН. Изгибающие моменты в середине пролета: от собственного веса $M_g = 0{,}2381$ МН·м; от эксплуатационной нагрузки $M_q = 0{,}8100$ МН·м. Потери предварительного напряжения приведены в табл. 17.

Определяем кривизны в середине пролета от различных воздействий по формуле (46).

Момент в середине пролета от кратковременной нагрузки $M_s = 0{,}01045 \cdot 17{,}5^2/8 = 0{,}4000$ МН·м; соответствующая кривизна, согласно (47),

$$(1/r)_s = 0{,}4000 / (0{,}85 \cdot 29{,}25 \cdot 10^3 \cdot 0{,}7509) = 2{,}143 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}.$$

Кривизны от кратковременного действия постоянных и длительных нагрузок по (48):

от усилий предварительного обжатия

$$(1/r)_{sb} = (-1{,}8124 \cdot 0{,}636 + 0{,}2843 \cdot 0{,}679) / (29{,}25 \cdot 10^3 \cdot 0{,}07509) =$$

$$= -4{,}365 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м};$$

от собственного веса и эксплуатационной нагрузки

$$(1/r)_{sl} = (0{,}2381 + 0{,}8100) / (29{,}25 \cdot 10^3 \cdot 0{,}07509) = 4{,}771 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}.$$

Кривизны, обусловленные ползучестью и усадкой по (49):

при действии усилий предварительного обжатия (при $y = 1{,}45 - 0{,}135 = 1{,}315$ м, $E_s = 1{,}8 \cdot 10^5$ МПа)

$$(1/r)_l = [(-1{,}3 + 35{,}1) - (178{,}5 + 25{,}3)] / (1{,}8 \cdot 10^5 \cdot 1{,}315) =$$

$$= -7{,}182 \times 10^{-4} \text{ 1/м};$$

при действии собственного веса и эксплуатационной нагрузки

$$(1/r)_l = [(23{,}3 + 47{,}5) - (-21{,}8 - 38{,}4)] / (1{,}8 \cdot 10^5 \cdot 1{,}315) =$$

$$= 5{,}534 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}$$

(величины потерь предварительного напряжения взяты из табл. 17).

Считая, согласно п. 6.6, что кривизна изменяется по длине балки пропорционально изгибающему моменту, обозначим через $(1/r)_I$ сумму всех кривизн, постоянных по длине (т.е. от усадки и усилий предварительного обжатия), и через $(1/r)_{II}$ – сумму всех кривизн, изменяющихся по закону квадратной параболы (от вертикальных нагрузок).

Для данного примера $(1/r)_I = (-4{,}365 - 7{,}182)\ 10^{-4} =$

$$= -11{,}547 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}; \quad (1/r)_{II} = (2{,}143 + 4{,}771 + 5{,}534)\ 10^{-4} =$$

$$= 12{,}448 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}.$$

Прогиб в середине пролета вычислим по формуле

$$f = l^2 [(1/8)\ (1/r)_I + (5/48)\ (1/r)_{II}].$$

В результате получается $f = -0{,}0045$ м.

Таким образом, с течением времени в балке сохраняется преимущественно выгиб.

Прогиб, вычисленный по СНиП 2.03.01–84, составляет 0,0069 м.

Пример 2. Определение прогиба железобетонной балки с одиночной напрягаемой арматурой.

Дано: шарнирно опертая балка, рассмотренная в примере 2 разд. 5.

Требуется определить прогиб в середине пролета: 1 – по истечении неограниченного большого промежутка времени; 2 – к моменту приложения эксплуатационной нагрузки (t = 90 сут).

Расчет. На основании данных примера 2 разд. 5 определяем кривизны при $t \to \infty$. Для этого, на основании указаний п. 6.2, вычислим по формуле (50) $\nu = 0{,}955 \cdot 2{,}498 / (2{,}498 - 1) = 1{,}593$ м. По формуле (52) для случая действия собственного веса находим

$$\sigma_b'' = [(4{,}240 / 0{,}49492)\ (1{,}593 - 0{,}908) = 5{,}86 \text{ МПа}.$$

Для случая действия эксплуатационной нагрузки получаем аналогично $\sigma_b'' = 2{,}85$ МПа. По формуле (51) вычислим условные потери σ_l''. Для случая действия усадки бетона $\sigma_l' = 257 \cdot 10^{-6} \times 2 \cdot 10^5 = 51{,}4$ МПа; собственного веса – $\sigma_l' = 6{,}15 \cdot 1{,}712 \cdot 5{,}86 = 61{,}6$ МПа. Чтобы определить соответствующую величину в случае действия эксплуатационной нагрузки, нужно предварительно найти по табл. 11 и 12 $\gamma_1 = 0{,}0083$ 1/сут; d = 0,630, откуда с помощью формул (11) и (16) вычисляется φ (90) $= 1{,}712(0{,}5 + 0{,}630\ e^{-0{,}0083 \cdot 90}) = 1{,}367$. Затем по формуле (51) находим $\sigma_l' = 6{,}15 \cdot 1{,}367 \cdot 2{,}85 = 24{,}0$ МПа.

С помощью формулы (47) вычислим $(1/r)_S = 2{,}400 / (0{,}85 \times 0{,}49492 \cdot 32{,}5 \cdot 10^3) = 1{,}755 \cdot 10^{-4}$ 1/м; по формулам (48) и (49) получаем: от усилий предварительного обжатия $(1/r)_{sL} = -5{,}959 \cdot 0{,}906 / (32{,}5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}49492) = -3{,}357 \cdot 10^{-4}$ 1/м; $(1/r)_L = (0, -140{,}1) / (2 \cdot 10^5 \cdot 1{,}593) = -4{,}397 \cdot 10^{-4}$ 1/м; от собственного веса – $(1/r)_{sL} = 4{,}240 / (32{,}5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}49492) = 2{,}636 \cdot 10^{-4}$ 1/м; $(1/r)_L = [61{,}6 - (-62{,}6)] / (2 \cdot 10^5 \cdot 1{,}593) = 3{,}898 \cdot 10^{-4}$ 1/м; от эксплуатационной нагрузки – $(1/r)_{sL} = 2{,}056 / (32{,}5 \cdot 0{,}49492) = 1{,}278 \cdot 10^{-4}$ 1/м; $(1/r)_L = [24 - (-24{,}8)] / (2 \cdot 10^5 \cdot 1{,}593) = 0{,}760 \cdot 10^{-4}$ 1/м.

Аналогично примеру 1 находим $(1/r)_I = (-3{,}357 - 4{,}397 + 0{,}76)\ 10^{-4} = -6{,}994 \cdot 10^{-4}$ 1/м; $(1/r)_{II} = (1{,}755 + 2{,}636 + 1{,}278 + 3{,}898 + 1{,}532)\ 10^{-4} = 11{,}099\ 10^{-4}$ 1/м. Затем определяем прогиб в середине пролета:

$$f = 41{,}2^2\ [(1/8)\ 6{,}994 + (5/48)\ 11{,}099]\ 10^{-4} = 0{,}048 \text{ м},$$

что составляет 1/861 пролета.

Для момента времени t = 90 сут определяем на основании данных примера 2: от собственного веса $\sigma_l' = 5{,}86 \cdot 0{,}663 \cdot 6{,}15 = 23{,}9$ МПа; от усадки, на основании (9), ϵ_s (90; 28) $= 257 \cdot 10^{-6} \times [1 - e^{-0{,}0046\ (90 - 28)}] = 63{,}7 \cdot 10^{-6}$, откуда $\sigma_l' = 12{,}7$ МПа. Да-

лее, аналогично предыдущему, вычисляем кривизны: от усилий предварительного обжатия $(1/r)_L = -1{,}833 \cdot 10^{-4}$ 1/м; от собственного веса $(1/r)_L = 1{,}569 \cdot 10^{-4}$ 1/м; от усадки $(1/r)_L = 0{,}163 \times 10^{-4}$ 1/м; $(1/r)_I = (-3{,}357 - 1{,}833 + 0{,}163)\ 10^{-4} = -5{,}034 \times 10^{-4}$ 1/м; $(1/r)_II = (1{,}755 + 2{,}636 + 1{,}569)\ 10^{-4} = 5{,}960 \cdot 10^{-4}$ 1/м. Прогиб в середине пролета $f = -0{,}001$ м. Таким образом, в рассматриваемый момент времени $t = 90$ сут деформация балки определяется в основном выгибом от усилия предварительного обжатия. Однако, если вычислить прогиб для того же значения t, но после приложения эксплуатационной нагрузки [для этого к $(1/r)_II$ следует добавить $1{,}278 \cdot 10^{-4} \cdot 1/м$], то получается 0,022 м.

7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТЕЙ, ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И ШИРИНЫ РАСКРЫТИЯ ТРЕЩИН ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ПРЕДПОЛОЖЕНИИ ЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

7.1. На участках, где в растянутой зоне образуются нормальные к продольной оси трещины, полные кривизны изгибаемых и внецентренно сжатых элементов прямоугольного, таврового и двутаврового (коробчатого) сечения с двойной арматурой определяют по формуле

$$1/r = (1/r)_S - (1/r)_{SL} + (1/r)_L, \qquad (54)$$

где $(1/r)_S$, $(1/r)_{SL}$, $(1/r)_L$ – кривизны соответственно от кратковременного действия всей нагрузки, от кратковременного действия постоянных и длительных нагрузок, от длительного действия постоянных и длительных нагрузок. Влияние усилий предварительного обжатия учитывают согласно указаниям п. 4.3.

7.2. Для элементов с сечением прямоугольным либо тавровым (с полкой в сжатой зоне) кривизна $(1/r)_S$ вычисляется по формуле

$$(1/r)_S = (\psi_b / \nu E_b A_b)\ [M_{tot} + (e_{cs} + u)\ N_{tot}] / \\ / [x\ (u + z_b)]. \qquad (55)$$

Здесь

$$M_{tot} = M_S + M_L; \quad N_{tot} = N_S + N_L, \qquad (56)$$

где M_S – момент относительно оси, проходящей через центр тяжести арматуры S, от всех кратковременных нагрузок, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения (за исключением нагрузок, параллельных продольной оси элемента); M_L – то же, от постоянных и длительных

нагрузок (с тем же исключением); N_s – продольное усилие от кратковременных нагрузок; N_L – то же, от постоянных и длительных нагрузок, включая усилия предварительного обжатия, вычисленные с учетом первых потерь; e_{cs} – эксцентриситет равнодействующей продольных усилий N_{tot} относительно центра тяжести арматуры s; z_b – расстояние от центра тяжести арматуры s до точки приложения равнодействующей напряжений в сжатой зоне бетона;

ψ_b – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения деформаций крайнего сжатого волокна бетона по длине участка с трещинами и принимаемый в соответствии с п. 4.27 СНиП 2.03.01–84;

$$x = h_0 \xi - \tag{57}$$

высота сжатой зоны бетона. Величины z_b, A_b и u вычисляют по формулам:

$$z_b = h_0 \left[1 - 0{,}5 \, (k_4 \xi^2 + k_3) \, / \, (k_4 \xi + k_2) \right]; \tag{58}$$

$$A_b = b h_0 \, (k_4 \xi + k_2); \tag{59}$$

$$u = k_1 z_s \, / \left[(h_0 - x) / \, (x - a') - k_1 \right], \tag{60}$$

где

$$k_1 = (\Psi_s / 0{,}9) \, (A'_s / A_s); \qquad k_2 = \begin{cases} 0 & \text{при } \xi \leqslant \varkappa_h, \\ \varkappa_h (\varkappa_b - 1) & \text{при } \xi \geqslant \varkappa_h; \end{cases} \tag{61}$$

$$k_3 = \varkappa_h k_2; \qquad k_4 = \begin{cases} \varkappa_b & \text{при } \xi \leqslant \varkappa_h, \\ 1 & \text{при } \xi > \varkappa_h; \end{cases} \tag{62}$$

$$\varkappa_b = b'_f / b^*; \qquad \varkappa_h = h'_f / h_0;$$

Ψ_s – коэффициент, учитывающий работу растянутого бетона на участке с трещинами и определяемый по указаниям п. 4.29 СНиП 2.03.01–84; z_s – расстояние между центрами тяжести арматуры s и s′.

При вычислении k_2 и k_4 достаточно задаться любым из условий (61); если после вычисления ξ оно окажется невыполненным, следует принять другое условие и повторить вычисления.

Для прямоугольных сечений в формулах (61)

$$\varkappa_b = 1, \quad \varkappa_h = 0; \quad k_2 = k_3 = 0; \quad k_4 = 1. \tag{63}$$

---

* Расчетная ширина полки b'_f назначается в соответствии с п. 3.16 СНиП 2.03.01 – 84.

7.3. Относительную высоту сжатой зоны ξ определяют из решения кубического уравнения

$$d_1\xi^3 + d_2\xi^2 + d_3\xi + d_4 = 0, \qquad (64)$$

где

$$d_1 = k_4\lambda_1; \quad d_2 = 2k_4(\omega_1 - \lambda_1);$$

$$d_3 = 2k_2(\omega_1 - \lambda_1) + k_3\lambda_1 - k_5[(1-\delta_1)k_1\lambda_1 - (1+k_1)\omega_1];$$

$$d_4 = -k_5[(1+k_1\delta_1)\omega_1 - (1-\delta_1)\delta_1 k_1\lambda_1]; \qquad (65)$$

$$k_5 = 2\psi_b\mu\alpha[\varkappa_h(\varkappa_b - 1) + (1+\delta_2)]/(\psi_s\nu); \qquad (66)$$

$$\delta_1 = a'/h_o; \quad \delta_2 = a/h_o; \quad \lambda_1 = h_o N_{tot}/M_{tot};$$

$$\omega_1 = 1 + (e_{cs}/h_o)\lambda_1. \qquad (67)$$

В расчет принимают корень уравнения (64), находящийся в пределах от 0 до 1. Величину ν в формуле (66) принимают равной 0,45.

7.4. Кривизну $(1/r)_h$ вычисляют согласно указаниям п. 7.2 и 7.3, но в формулы (55) и (67) вместо M_{tot} и N_{tot} подставляют соответственно M_L и N_L, а вместо e_{cs} подставляют e_{Ls} – эксцентриситет усилия N_L относительно центра тяжести арматуры s. Величину Ψ_s для этого случая определяют согласно п. 4.29 СНиП 2.03.01–84, исходя из усилий M_L и N_L.

Для нахождения кривизны $(1/r)_L$ нужно пользоваться указаниями пп. 7.2 и 7.3 с учетом замечаний, приведенных выше в настоящем пункте. Кроме того, в N_L включают усилия предварительного обжатия с учетом первых и вторых потерь; по формуле (68) при $t_o = 28$ сут определяют

$$\nu^* = 0{,}53/(1{,}18 + \varphi). \qquad (68)$$

Затем с помощью п. 4.29 СНиП 2.03.01–84 вычисляют величину Ψ_s^*, соответствующую длительному действию усилий M_L и N_L; по формулам (61), (65) и (66) с заменой Ψ_s, ν на Ψ^*, ν^* определяют значения k_1^*, k_2^*, k_3^*, k_4^*, k_5^*, d_1^*, d_2^*, d_3^*, d_4^*. Далее по формулам (64), (57), (60) и (58) вычисляют значения ξ^*, x^* u^*, и z_b^* соответственно, которые подставляют в формулу (55) для нахождения $(1/r)_L$.

Если $t_0 \neq 28$ сут или если кривизна определяется для конечного промежутка времени $t - t_0$, в (68) нужно подставить значение характеристики ползучести, найденное в соответствии с указаниями п. 6.4.

7.5. Жесткости элементов таврового сечения с полкой в растянутой зоне и двутаврового (коробчатого) сечения находят, как для элементов соответственно прямоугольного и таврового (с полкой в сжатой зоне) сечения, но значение W_{pl}, необходимое для определения ψ_s и ψ_s^*, вычисляют с учетом действительной формы сечения.

7.6. Входящую в формулу (68) характеристику ползучести φ определяют согласно указаниям п. 6.4. Нелинейную составляющую деформации ползучести учитывают путем умножения φ на коэффициент f_c, вычисленный по формуле (36). Необходимость такого учета проверяется на основании указаний п.3.2. Напряжения в бетоне σ_b, нужные для этой проверки, вычисляются согласно п. 7.8. Указанную проверку допускается выполнять приближенно, сравнивая выраженное в процентах отношение $M_{z,tot}/M_{zL}$ с соответствующим числом, приведенным в табл. 8. Здесь M_{zL} – момент относительно оси, проходящей через центр тяжести арматуры s, от постоянных и длительных нагрузок, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, а также от усилий предварительного обжатия; $M_{z,tot}$ – то же от постоянных, длительных и кратковременных нагрузок, умноженных на соответствующие коэффициенты перегрузки, а также усилий предварительного обжатия.

7.7. Если в пределах элемента с напрягаемой арматурой имеются участки, где трещины не возникают, то кривизну этих участков определяют согласно указаниям разд. 6 настоящих Рекомендаций. Если такие участки имеются в пределах элемента с ненапрягаемой арматурой, то их кривизну допускается определять, как в случае поперечного изгиба, согласно указаниям п. 7.12.

7.8. При кратковременном действии всей нагрузки напряжения в бетоне сжатой зоны и в арматуре s и s′ вычисляются по формулам:

$$\sigma_b = [M_{tot} - (e_{cs} + u)\, N_{tot}] \,/\, [A_B\,(z_b + u)];$$

$$\sigma_s = [M_{tot} + (e_{cs} - z_b)\, N_{tot}]\,(z_s + u)/[A_s z_s (z_b + u)]; \qquad (69)$$

$$\sigma'_s = [M_{tot} + (e_{cs} - z_b)\, N_{tot}]\, u \,/\, [A'_s\, z_s\, (z_b + u)].$$

При кратковременном действии постоянных и длительных нагрузок в формулы (69) подставляют e_{Ls}, M_L и N_L вместо e_{cs}, M_{tot} и N_{tot}; величину ξ определяют с учетом указаний п. 7.4.

При длительном действии постоянных и длительных нагрузок в (69) подставляют N_l и e_{Ls}, вычисленные с учетом указаний

п. 7.4, а также M_L. Вместо A_b в выражение для σ_b подставляют значение A_b^*, которое находят по формуле (59) с заменой величин ξ, k_2, k_3 и k_4 на ξ^*, k_2^* и k_4^*, вычисленных с учетом указаний п. 7.4.

7.9. Для изгибаемых элементов с сечениями, указанными в п.7.1, и с ненапрягаемой арматурой кривизны участков, где образуются трещины, вычисляются в соответствии с п п. 7.2 – 7.7, а напряжения в бетоне и арматуре – согласно п. 7.8, при $N_{tot} = 0$.

Для указанных выше элементов кривизны, перечисленные в п. 7.1, рекомендуется находить по формулам:

$$(1/r)_s = (M_s + M_L)/B; \quad (1/r)_{sL} = M_L / B_L; \quad (1/r)_L = M_L / B_L^*. \qquad (70)$$

Здесь B – изгибная жесткость элемента с учетом трещинообразования при кратковременном действии всей нагрузки; B_L – то же, при кратковременном действии постоянных и длительных нагрузок; B_L^* – условная длительная жесткость при действии постоянных и длительных нагрузок.

7.10. Для изгибаемых элементов с одиночной ненапрягаемой арматурой и сечением прямоугольным либо тавровым (с полкой в сжатой зоне) при $\varkappa_b \leqslant 16$; $\varkappa_h \leqslant 0{,}2$; $0{,}02 \leqslant \mu \alpha \leqslant 0{,}22$ жесткость B вычисляют по формуле

$$B = k_b E_b A_b h_0^2 \sqrt{\mu \alpha}, \qquad (71)$$

где $\mu = A_s / A$;

$$k_b = b_1 + b_2 \zeta^2; \qquad \zeta = M_{crc} / (M_s + M_L); \qquad (72)$$

значения b_1 и b_2 определяют по табл. 17; M_{crc} – момент трещинообразования, найденный согласно п. 4.5 СНиП 2.03.01–84.

Жесткость B_L вычисляют с помощью формул (71) и (72), но при $\zeta = M_{crc} / M_L$. Длительную жесткость B_L^* в случае, если возраст загружения $t_0 = 28$ сут, а кривизна определяется для $t - t_0 \to \infty$, находят по формуле

$$B_L^* = B_L / [1 + \varphi (\beta_1 + \beta_2 \zeta^2)]; \qquad (73)$$

значения β_1 и β_2 определяют по табл. 18.

При других значениях t_0 и $t - t_0$ следует руководствоваться указаниями п. 6.4.

7.11. Для элементов, указанных в п. 7.10, учет нелинейной составляющей деформации ползучести, а также проверку необходимости такого учета выполняют согласно указаниям п. 7.6, но напряжения σ_b определяют в этом случае с помощью п. 7.14.

Таблица 18

$\mu\alpha$		$1 \leqslant \varkappa_b \leqslant 6$		$6 \leqslant \varkappa_b \leqslant 16$	
		$0 \leqslant \xi \leqslant 0{,}6$	$0{,}6 \leqslant \xi \leqslant 1$	$0 \leqslant \xi \leqslant 0{,}6$	$0{,}6 \leqslant \xi \leqslant 1$
$0{,}02 \leqslant \mu\alpha \leqslant 0{,}06$	b_1	$0{,}090 + 1{,}78\,\mu\alpha - (2 + 115\,\mu\alpha)\bar{\varkappa}$	$0{,}114 + 1{,}80\,\mu\alpha - (2 + 150\,\mu\alpha)\bar{\varkappa}$	$0{,}086 + 1{,}80\,\mu\alpha$	$0{,}113 + 1{,}75\,\mu\alpha$
	b_2	$0{,}084 - 6\bar{\varkappa}$	$0{,}609 - 3{,}35\,\mu\alpha - (35 - 300\,\mu\alpha)\bar{\varkappa}$	$0{,}065$	$0{,}55 - 2{,}50\,\mu\alpha$
	β_1	$0{,}040 + 2{,}12\,\mu\alpha$		$-0{,}005 + 2{,}50\,\mu\alpha$	
	β_2	$0{,}180 + 1{,}75\,\mu\alpha$		$0{,}220 + 1{,}50\,\mu\alpha$	
			В числитель формулы (73) вместо ξ подставляется $\xi_1 = \xi - 0{,}5$	В числитель формулы (73) вместо ξ подставляется $\xi_2 = \xi + 0{,}1$	В числитель формулы (73) вместо подставляется $\xi_1 = \xi - 0{,}5$
$0{,}06 \leqslant \mu\alpha \leqslant 0{,}22$	b_1	$0{,}166 - (6 + 44\,\mu\alpha)\bar{\varkappa} + 0{,}41\,\mu\alpha$		$0{,}159 + 0{,}45\,\mu\alpha$	
	b_2	$0{,}173 - (11 - 5\,\mu\alpha)\bar{\varkappa} - 0{,}60\,\mu\alpha$		$0{,}151 - 0{,}45\,\mu\alpha$	
	β_1	$0{,}110 + 1{,}15\,\mu\alpha$		$0{,}100 + \varkappa_b/\varkappa_h\,(0{,}56\mu\alpha - 0{,}030) + 0{,}97\,\mu\alpha$	
	β_2	$0{,}310 - 0{,}75\,\mu\alpha$		$0{,}320 - \mu\alpha\,(0{,}720 + 0{,}09\,\varkappa_b\varkappa_h)$	

Примечание. $\bar{\varkappa} = 10^{-4}\,(8 - \varkappa_b)^2$.

Если для изгибаемых элементов с двойной ненапрягаемой арматурой, имеющих трещины, нормальные к оси, удовлетворяется условие

$$\mu' \alpha > 0{,}075 - 0{,}015\,\varphi, \qquad (0 \leqslant \varphi \leqslant 3), \tag{74}$$

то рекомендуется учитывать влияние арматуры S' на длительные деформации бетона сжатой зоны. Для этого в формуле (73) φ заменяют характеристикой ползучести железобетона φ_{bs}, вычисленной согласно п. 5.4. При этом принимают $\mu' = A'_s / A_b$; $\rho_2 = 1$; высоту сжатой зоны находят согласно п. 7.12.

7.12. Если в пределах элемента с ненапрягаемой арматурой имеются участки, где трещины не возникают, то кривизну этих участков вычисляют согласно указаниям п. 7.9; при этом жесткости не зависят от изгибающих моментов и могут быть найдены по формулам:

$$B = 0{,}85\,E_b\,J_{red};\ B_L = E_b\,J_{red};\ B^*_L = E_b\,J_b\,[1 + \mu\rho_1\alpha\,(1 + \varphi)]\,/\{(1+\varphi)\,[1 + \mu\alpha\,(1+\varphi)]\}. \tag{75}$$

Если $t \neq 28$ сут, а $t - t_0$ – конечный промежуток времени, то вместо φ следует принимать значение характеристики ползучести согласно п. 6.4.

7.13. Для изгибаемых элементов с одиночной ненапрягаемой арматурой относительную высоту сжатой зоны определяют следующим образом:

при кратковременном действии нагрузки – для таврового сечения при $\xi > \varkappa_h$ по формуле

$$\xi = 0{,}5\,(\sqrt{\bar{k}_2^2 + 4\bar{k}_1} - \bar{k}_2)\,/\,\bar{k}_1 \tag{76}$$

для прямоугольного сечения и таврового при $\xi < \varkappa_h$ по формуле

$$\xi = 0{,}5\,(\sqrt{1 + 4\,k_6} - 1)\,/\,k_6; \tag{77}$$

при длительном действии нагрузки – согласно указаниям п. 7.3. Если же предварительно на основании п. 7.10 найдена условная длительная жесткость B^*_L, то рекомендуется для таврового сечения при $\xi^* > \varkappa_h$ определять ξ^* путем решения уравнения

$$(\xi^*)^3 - 3\,(\xi^*)^2 - 2\,(k^*_6 - 1 + \bar{k}^*_4)\,\xi^* - 2\,(\bar{k}^*_3\,k^*_6 - \bar{k}^*_4) = 0; \tag{78}$$

для прямоугольного сечения и таврового при $\xi^* \leqslant \varkappa_h$ по формуле

$$\xi^* = 1{,}5 - \sqrt{0{,}25 + 2\,\bar{k}_6^*}\,. \qquad (79)$$

Величины, входящие в выражение (76) – (79), находят следующим образом:

при кратковременном действии нагрузки

$$\bar{k}_1 = k_4\,k_6;\ \bar{k}_2 = 1 + k_2\,k_6;\ k_6 = \nu\psi_s / \{\mu\,\alpha\,\psi_b\,[\,\varkappa_h\,(\varkappa_h - 1) +$$

$$+ 1 + \delta_2\,]\}; \qquad (80)$$

при длительном действии нагрузки

$$\bar{k}_3^* = k_2^*\,k_4^*;\ \bar{k}_4^* = \bar{k}_3^*\,(1 - 0{,}5\,\varkappa_h;);\ k_6^* = B_L^*\,\psi_s^* / (E_s\,A_s\,h_o^2). \qquad (81)$$

Коэффициенты k_2, k_3 и k_4 (или k_2^*, k_4^*) вычисляют по формулам (61), а величины ψ_s и ψ_s^* – согласно указаниям п. 4.29 СНиП 2.03.01 – 84. Решение уравнения (78) можно найти с помощью табл. 19.

Относительную высоту сжатой зоны элементов таврового сечения с полкой в растянутой зоне, а также двутаврового (коробчатого) сечения находят по формулам (76) – (81) с учетом указаний п. 7.5.

7.14. При кратковременном действии всей нагрузки напряжения в сжатой зоне и в арматуре изгибаемого элемента таврового сечения вычисляют по формулам:

$$\sigma_b = (M_s + M_L) / (z\,A_b); \quad \sigma_s = (M_s + M_L) / (z\,A_s), \qquad (82)$$

где

$$z = 0{,}5\,h_o\,[\xi + (2 - \varkappa_h)\bar{k}_3] / (\xi + \bar{k}_3\,). \qquad (83)$$

При кратковременном действии постоянных и длительных нагрузок в (82) и (83) заменяют $M_s + M_L$ на M_L и принимают соответствующее значение ξ; при длительном действии тех же нагрузок величины σ_b^*, σ_s^*, z^* вычисляют по тем же формулам с заменой $M_s + M_L$, ξ, $\bar{k}_3$, A_b на M_L, ξ^*, $\bar{k}_3^*$, A_b^*, где A_b^* находят по формуле (59) с заменой ξ, k_2, k_4 на ξ^*, k_2^*, k_4^*.

7.15. Перемещения железобетонных элементов или отдельных участков с трещинами в растянутой зоне вычисляют на основании указаний пп. 6.4. и 6.5.

Таблица 19

c_1	Значения ξ^* согласно уравнению (78) при c_0										
	0	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
−3,0	0	0,077	0,146	0,268	0,376	0,476	0,570	0,660	0,747	0,833	0,916
− 2,5	0	0,090	0,168	0,303	0,419	0,526	0,627	0,723	0,817	0,908	1,000
− 2,0	0	0,108	0,196	0,343	0,470	0,586	0,694	0,798	0,900	1,000	
− 1,5	0	0,133	0,233	0,395	0,533	0,658	0,775	0,888	1,000		
− 1,0	0	0,169	0,282	0,461	0,610	0,746	0,874	1,000			
− 0,5	0	0,223	0,350	0,544	0,707	0,856	1,000				
0	0	0,305	0,442	0,653	0,831	1,000					
0,5	0,177	0,423	0,568	0,797	1,000						
1,0	0,382	0,551	0,741	1,000							
1,5	0,634	0,830	1,000								
1,8	0,829										

Примечание. c_1 – коэффициент при ξ^* в уравнении (78); c_0 – свободный член уравнения (78).

7.16. Для элементов, к трещиностойкости которых предъявляются требования 2-й категории, ширину кратковременного раскрытия трещин определяют для момента времени t_0 (как правило, 28 сут):

$$a_{crc} = a_{crc_1}. \tag{84}$$

Для элементов, к трещиностойкости которых предъявляются требования 3-й категории, ширину кратковременного раскрытия трещин определяют для момента времени t_0 – по формуле (84); для $t \to \infty$ по формуле

$$a_{crc} = a_{crc_1} - a_{crc_2} - a_{crc_3}. \tag{85}$$

Для этих элементов ширина длительного раскрытия трещин равна

$$a_{crc} = a_{crc_3}. \tag{86}$$

В формулах (84), (85) и (86); a_{crc_1} – ширина раскрытия трещин от кратковременного действия всех нагрузок, a_{crc_2} – то же, от кратковременного действия постоянных и длительных нагрузок, a_{crc_5} – то же, от длительного действия постоянных и длительных нагрузок. Значения a_{crc_1}, a_{crc_2}, a_{crc_3} вычисляют по формуле (144) СНиП 2.03.01 – 84, где нужно принимать: при нахождении a_{crc_1} и a_{crc_2} – напряжение в арматуре σ_s, $\varphi_1 = 1$; при нахождении a_{crc_3} – σ_s^*, а φ_1 для конструкций из тяжелого бетона естественной влажности равно 1,3. Значения σ_s и σ_s^* – соответственно от кратковременного действия всех нагрузок и от длительного действия постоянных и длительных нагрузок определяют согласно указаниям п. 7.8. или 7.14.

Нагрузки, учитываемые при определении ширины раскрытия трещин, назначаются в соответствии с п. 1.16 СНиП 2.03.01 – 84.

Пример 1. Определение прогиба железобетонной балки с напрягаемой арматурой при наличии трещин в растянутой зоне бетона.

Дано: железобетонная балка с расчетным пролетом $l = 5$ м, с поперечным сечением в виде тавра ($h = 0{,}35$ м, $b = 0{,}095$ м, $h'_f = 0{,}05$ м, $b'_f = 0{,}475$ м); бетон класса В25; $E_b = 29{,}75 \cdot 10^3$ МПа; напрягаемая арматура класса А-IУ с площадью сечения $A_p = 4{,}9 \times 10^{-4}$ м^2; ненапрягаемая арматура (растянутая и сжатая) класса

А-III ($E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа) с площадью сечения соответственно $A_s = 0{,}785 \cdot 10^{-4}$ м^2 и $A'_s = 0{,}503 \cdot 10^{-4}$ м^2; $a = 0{,}05$ и $a' = 0{,}025$ м; усилие предварительного обжатия с учетом всех потерь $P_o = 0{,}08$ МН, его эксцентриситет $e_{cs} = 0{,}005$ м; постоянная и длительная нагрузки равномерно распределены по длине, их сумма $q = 0{,}013$ МН/м; относительная влажность среды 70 %; осадка конуса 1 – 2 см; возраст бетона в момент загружения $t_o = 28$ сут. Предельно допустимый прогиб, в соответствии с п. 1.21 СНиП 2.03.01 – 84 – 2,5 см.

Требуется определить прогиб в середине пролета.

Расчет. Изгибающий момент в середине пролета $M_{tot} = M_L = 0{,}013 \cdot 5{,}0^2 : 8 = 0{,}0406$ МН · м; $N_{tot} = P_o = 0{,}08$ МН; $h_o = 0{,}350 - 0{,}050 = 0{,}300$ м; $z_s = h_o - a' = 0{,}300 - 0{,}025 = 0{,}275$ м; $A_b = 0{,}05225$ м^2; периметр сечения $P = 1{,}65$ м; $\alpha = 2 \cdot 10^5 : 29{,}75 \times 10^3 = 6{,}723$; $\mu = (4{,}91 + 0{,}785)\ 10^{-4} : 0{,}05225 = 0{,}0109$; по формулам (67) и (62) получается

$\delta_1 = 0{,}025/0{,}3 = 0{,}083$; $\delta_2 = 0{,}05\ /0{,}3 = 0{,}167$; $\varkappa_b = 0{,}475\ /\ 0{,}095 = 5{,}000$,

$\varkappa_h = 0{,}05\ /0{,}3 = 0{,}167$; $\lambda_1 = 0{,}3 \cdot 0{,}08\ /0{,}0406 = 0{,}591$; $\omega_1 = 1 + 0{,}005\ /0{,}3 \cdot 0{,}591 = 1{,}010$.

Согласно табл. 4, $C^N(\infty, 28) = 8{,}8 \cdot 10^{-5}$ МПа$^{-1}$.

Модуль открытой поверхности $M_o = 1{,}65 : 0{,}05225 = 32$ м$^{-1}$.

Согласно табл. 6 и 7, $\xi_{2c} = 1{,}044$, $\xi_{3c} = 0{,}87$.

$C(\infty, 28) = C^N(\infty, 28)\ \xi_{2c}\ \xi_{3c} = 8{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}044 \cdot 0{,}87 = 7{,}99 \cdot 10^{-5}$ МПа$^{-1}$;

$\varphi = E_b\ C(\infty, 28) = 2{,}975 \cdot 10^4 \cdot 7{,}99 \cdot 10^{-5} = 2{,}38$.

По формуле (68) находим $\nu^* = 0{,}53 : (1{,}18 + 1 \cdot 2{,}38) = 0{,}149$.

Для бетона класса В25, по табл. 11 СНиП 2.03.01 – 84 $R_{bt,ser} = 1{,}60$ МПа.

Далее по СНиП 2.03.01 – 84 находим; $r = 0{,}047$, $M_r = 0{,}0406$ МН · м, $M_{rp} = 0{,}017$ МН · м (п.4.5), $W_{pl} = 0{,}0057$ м^3 (п.4.7), $\psi_b = 0{,}9$ (п.4.27); $\varphi_l = 0{,}8$; $\varphi_m = 0{,}387$; $\psi_s^* = 0{,}0761$ (п. 4.29).

В предположении, что граница сжатой зоны расположена в стенке балки ($\xi^* > \varkappa_h$), вычисляют по формулам (61) и (66):

$k_1^* = 0{,}761 \cdot 0{,}503 \cdot 10^{-4} / [0{,}9\ (4{,}91 + 0{,}785)\ \ 10^{-4} = 0{,}0747;\ \ k_2^* =$
$= 0{,}167\ (5 - 1) = 0{,}667;$

$k_3^* = 0{,}167 \cdot 0{,}667 = 0{,}112;\ \ k_4^* = 1;$

$k_5 = [2 \cdot 0{,}9 / (0{,}761 \cdot 0{,}149)]\, 0{,}0109 \cdot 6{,}4\ [0{,}167\ (5{,}00 - 1) + 1 +$
$+ 0{,}167] = 2{,}032$

По формулам (65) вычисляем $d_1^* = 1 \cdot 0{,}591 = 0{,}591;\ d_2^* = 2 \cdot 1 \times$
$\times (1{,}010 - 0{,}591) = 0{,}838;$

$d_3^* = 2 \cdot 0{,}667\ (1{,}010 - 0{,}591) + 0{,}112 \cdot 0{,}591 - 2{,}032\ [(1 - 0{,}083) \times$
$\times 0{,}0747 \cdot 0{,}591 - (1 + 0{,}0747)\ \ 1{,}010] = 2{,}751;$

$d_4^* = -2{,}144\ [(1 + 0{,}0747 \cdot 0{,}083)\ \ 1{,}01 - (1 - 0{,}083)\ \ 0{,}083 \cdot 0{,}0747 \times$
$\times 0{,}591] = -2{,}172.$

Относительную высоту сжатой зоны вычисляем как корень кубического уравнения (64)

$$0{,}591\ \xi^{*3} + 0{,}838\ \xi^{*2} + 2{,}751 \xi^* - 2{,}172 = 0.$$

$\xi^* = 0{,}614$. Так как $\xi^* > \xi_h$, то ξ^* считается найденным окончательно; согласно (57) $x^* = \xi^* h_0 = 0{,}614 \cdot 0{,}300 = 0{,}184$ м.

По формулам (58), (59), (60) определяем

$z_b^* = 0{,}300\ [1 - 1/2\ (1 \cdot 0{,}614^2 + 0{,}112) / (1 \cdot 0{,}614 + 0{,}667)] =$

$= 0{,}243$ м;

$A_b^* = 0{,}095 \cdot 0{,}3\ \ (1 \cdot 0{,}614 + 0{,}667) = 0{,}0365$ м^2;

$u^* = 0{,}0728 \cdot 0{,}275\ \ [(0{,}300 - 0{,}184) / (0{,}184 - 0{,}025) - 0{,}0728] =$

$= 0{,}0305$ м.

Кривизну от длительного действия постоянной и длительной нагрузки определяем по формуле (55)

$(1/r)_L = 0{,}9 / 0{,}149 \cdot 29{,}75 \cdot 10^3\ \ [0{,}0406 + (0{,}005 + 0{,}0305)\ \ 0{,}08] /$
$/ 0{,}184 \cdot 0{,}0365\ \ (0{,}0305 + 0{,}243) = 48{,}02 \cdot 10^{-4}$ м$^{-1}$.

При отсутствии кратковременной нагрузки $(1/r)_s = (1/r)_{sL}$ и $1/r = (1/r)_L$, см. формулу (54).

Прогиб f_m, обусловленный деформацией изгиба, определяется по формуле

$f_m = 5/48 \cdot 1/\rho \cdot l^2 = (5/48)\ 48{,}02 \cdot 10^{-4} \cdot 5{,}000^2 = 0{,}0125$ м.

Вычисленный прогиб не превышает предельно допустимого.

Поскольку $l/h = 14{,}3 > 10$, то учитывать влияние поперечных сил на прогиб не нужно.

Пример 2. Определение прогиба железобетонной балки с ненапрягаемой арматурой.

Дано: железобетонная балка перекрытия таврового сечения; расчетный пролет $l = 5{,}7$ м; $b = 0{,}20$ м; $h = 0{,}60$ м; $b'_p = 0{,}40$ м; $h'_f = 10$ м. Бетон тяжелый, класса В25, подвергнутый пропариванию; арматура класса А-III, $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа; $A_s = 19{,}64 \cdot 10^{-4}$ м^2 (4 стержня диаметром 25 мм), $a = 0{,}07$ м. Нагрузка равномерно распределенная; постоянная и длительная нагрузки составляют в сумме 0,035 МН/м, кратковременная – 0,017 МН/м. Модуль упругости бетона и предельная характеристика ползучести, найденные согласно указаниям разд. 2 настоящих Рекомендаций; $E_b = 26{,}78 \cdot 10^3$ МПа, $\varphi = 1{,}533$. Конструкция относится к III категории трещиностойкости.

Требуется определить прогиб в середине пролета по истечении неограниченно большого промежутка времени.

Расчет. Характеристики сечения: $A = 0{,}1400$ м^2; $\mu = 19{,}64 \cdot 10^{-4} / 0{,}1400 = 0{,}014$; $h_0 = 0{,}600 - 0{,}070 = 0{,}530$ м; согласно (62) вычисляем $\varkappa_b = 0{,}4/0{,}2 = 2$; $\varkappa_h = 0{,}1/0{,}53 = 0{,}189$, $\mu\alpha = 0{,}014 \cdot 2 \cdot 10^5 / (26{,}78 \cdot 10^3) = 0{,}105$.

Для нахождения момента трещинообразования M_{crc} вычисляем сначала W_{pl} согласно п. 4.7 СНиП 2.03.01 – 84 либо по формулам*:

$$W_{pl} = (0{,}292 + 1{,}5\ \mu_1\alpha + 0{,}075\ \gamma'_1)\ bh^2;\ \mu_1 = A_s/bh;\ \gamma'_1 = 2(b'_f - b)/bh,$$

откуда $W_{pl} = 0{,}05160$ м^3. Согласно табл. 11 СНиП 2.03.01–84, для класса бетона В25 $R_{bt,ser} = 1{,}60$ МПа. $M_{crc} = W_{pl} R_{bt,ser} = 0{,}0826$ МН·м. Изгибающие моменты в середине пролета: от постоянной и длительной нагрузок $M_L = 0{,}0350 \cdot 5{,}7^2/8 = 0{,}1421$ МН·м; от кратковременной нагрузки $M_s = 0{,}0170 \cdot 5{,}7^2/8 = 0{,}0690$ МН·м.

Для определения кривизны в середине пролета, вызванной кратковременным действием всей нагрузки, находим согласно (72) $\zeta = 0{,}0826 / (0{,}1421 + 0{,}0690) = 0{,}391$. По табл. 18 $\varkappa = 10^{-4}\ (8 - 2)\ 2 = 0{,}0036$;

$$b_1 = 0{,}166 - (6 + 44 \cdot 0{,}105)\ 0{,}0036 + 0{,}41 \cdot 0{,}105 = 0{,}171;$$

$$b_2 = 0{,}173 - (11 - 5 \cdot 0{,}105)\ 0{,}0036 - 0{,}6 \cdot 0{,}105 = 0{,}073.$$

---

* Руководство по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона (без предварительного напряжения) ЦНИИпромзданий, НИИЖБ. – М.: Стройиздат, 1977.

Отсюда по (72) $k_b = 0{,}171 + 0{,}073 \cdot 0{,}391^2 = 0{,}182$. и согласно (71)

$B = 0{,}182 \cdot 26{,}78 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1400 \cdot 0{,}530^2 \sqrt{0{,}105} = 61{,}91$ МН·м^2.

По первой из формул (70) получаем

$(1/r)_s = (0{,}1421 + 0{,}069) / 61{,}91 = 3{,}409 \cdot 10^{-3}$ 1/м.

Аналогично вычисляем кривизну от кратковременного действия постоянной и длительной нагрузок. В этом случае $\zeta = 0{,}0826 / 0{,}1421 = 0{,}581$; $k_b = 0{,}171 + 0{,}073 \cdot 0{,}581^2 = 0{,}196$; $B_L = 66{,}67$ МН·м^2; $(1/r)_{sL} = 2{,}131 \cdot 10^{-3}$ 1/м.

Чтобы вычислить кривизну от длительного действия тех же нагрузок, находим по табл. 18

$\beta_1 = 0{,}110 + 1{,}15 \cdot 0{,}105 = 0{,}230$; $\beta_2 = 0{,}310 - 0{,}75 \cdot 0{,}105 = 0{,}232$.

Затем по формуле (73)

$B_L^* = 66{,}67 / [1 + 1{,}533 (0{,}230 + 0{,}232 \cdot 0{,}581^2)] = 45{,}27$ МН·м^2;

далее по (70) $(1/r)_L = 3{,}139 \cdot 10^{-3}$ 1/м. Суммарная кривизна в середине пролета, согласно формуле (54), равна

$$1/r = (3{,}409 - 2{,}131 + 3{,}139) 10^{-3} = 4{,}417 \cdot 10^{-3} \text{ 1/м.}$$

В соответствии с п. 6.11, принимая, что по длине балки кривизна изменяется так же, как и изгибающий момент, по закону квадратной параболы, находим прогиб в середине пролета от действия изгибающих моментов (см. пример 1 разд. 6).

$$f_m = (5/48) 5{,}7^2 \cdot 4{,}417 \cdot 10^{-3} = 0{,}015 \text{ м.}$$

Поскольку $l/h < 10$, необходимо учесть влияние деформации сдвига на прогиб (п. 6.6). Для этого, согласно п.4.34 СНиП 2.03.01 – 84, находим $J_{red} = 0{,}0056$ м^4; $G = 0{,}4 E_b = 10{,}71 \cdot 10^3$ МПа.

$\beta (1/r) = [3 \cdot 26{,}78 \cdot 10^3 \cdot 0{,}0056 / (0{,}1421 + 0{,}0690)] \; 3{,}409 \cdot 10^{-3} =$

$= 7{,}32$; $\gamma_c (x) = 1{,}5 \; Q (x) \; 7{,}32 / (10{,}71 \cdot 10^3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}2) = 0{,}00854$

$Q (x)$.

Чтобы найти прогиб f_q с учетом длительного действия постоянной и длительной нагрузок, вычислим приведенную интенсивность

нагрузки: $q_s + \varphi q_L = 0{,}017 + 0{,}037 \cdot 1{,}533 = 0{,}0835$ МН/м. Значение $f_q = \int Q(x)\, \gamma_c(x)\, dx$, найденное по правилам строительной механики, равно 0,003 м.

Полный прогиб $f = f_m + f_q = 0{,}015 + 0{,}003 = 0{,}018$ м.

Расчет, выполненный по СНиП 2.03.01 – 84, приводит к тем же значениям f_m, f_q и f.

Предельно допустимый прогиб, согласно табл. 4 СНиП 2.03.01 – 84, равен $5{,}7 : 200 = 0{,}028$ м $> 0{,}018$ м.

8. УСТОЙЧИВОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН В ПРЕДПОЛОЖЕНИИ ЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

8.1. Несущая способность железобетонных стоек с поперечными сечениями прямоугольной формы, симметрично армированных ($A_s = A'_s$), с гибкостями $\lambda = l_0/h = 30$ и больше, сжатых как кратковременно, так и длительно действующими силами, приложенными с эксцентриситетами e_o, не превышающими величины $l_0/300$, определяется условиями устойчивости. Перед началом потери устойчивости таких стоек, сжимающие напряжения в бетоне не превышают 0,75 R_{bn} (см. п. 3.8). Исключение составляют стойки из бетона класса В40 и ниже с $\lambda \leqslant 30$ и $s = e_o/l_0 \geqslant 1/400$, несущая способность которых определяется условиями прочности (см. п п. 3.19 – 3.20 СНиП 2.03.01 – 84).

8.2. Критические силы для железобетонных стоек, сжатых кратковременными либо длительными нагрузками и теряющих устойчивость, определяются по формуле

$$N_L = p\ \phi\ (\lambda, s, \bar{\varphi})\ N_E, \qquad (87)$$

где N_E – критическая сила для центрально сжатой стойки, вычисленная в предположении наличия только упругой работы бетона и отсутствия трещин;

p – коэффициент, определяемый по табл. 20 и учитывающий влияние величин s, μ, ρ'_1, $\bar{a}$ (см. п. 2 табл. 15), характеристики ползучести бетона $\bar{\varphi}$ и трещинообразования для стоек с гибкостью $\lambda = 30$ из бетона класса В40;

$\phi(\lambda, s, \bar{\varphi})$ – коэффициент, учитывающий влияние изменения λ.

Характеристику ползучести бетона $\bar{\varphi}$ принимают равной: $\bar{\varphi} = 1{,}25\ \varphi$ при действии длительной нагрузки; $\bar{\varphi} = 0{,}25\ \varphi$ – при действии кратковременной нагрузки.

Критическую силу N_E и коэффициент $\phi\ (\lambda, s, \bar{\varphi})$ вычисляют по формулам:

Таблица 20

S	$\bar{\varphi}$	$\mu\rho_1\alpha$							
		0,06	0,10	0,14	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34
		p							
1/300	0	0,463	0,465	0,467	0,469	0,470	0,472	0,474	0,475
	1	0,344	0,350	0,356	0,362	0,368	0,373	0,378	0,382
	2	0,283	0,293	0,301	0,309	0,316	0,324	0,331	0,338
	3	0,245	0,257	0,267	0,277	0,286	0,295	0,303	0,311
	4	0,218	0,231	0,243	0,254	0,265	0,274	0,284	0,292
1/400	0	0,601	0,604	0,607	0,609	0,611	0,614	0,616	0,618
	1	0,414	0,423	0,431	0,438	0,446	0,453	0,459	0,464
	2	0,332	0,343	0,354	0,364	0,374	0,383	0,392	0,400
	3	0,282	0,296	0,308	0,320	0,332	0,342	0,352	0,362
	4	0,248	0,263	0,277	0,290	0,303	0,314	0,326	0,336
1/500	0	0,686	0,689	0,691	0,693	0,696	0,698	0,7	0,702
	1	0,456	0,466	0,475	0,484	0,492	0,500	0,507	0,512
	2	0,361	0,374	0,386	0,397	0,408	0,418	0,428	0,437
	3	0,305	0,320	0,333	0,347	0,359	0,371	0,382	0,392
	4	0,266	0,282	0,298	0,312	0,326	0,340	0,351	0,363
1/600	0	0,741	0,744	0,747	0,749	0,751	0,753	0,755	0,757
	1	0,484	0,494	0,505	0,514	0,522	0,530	0,538	0,545
	2	0,382	0,395	0,408	0,420	0,431	0,442	0,452	0,461
	3	0,321	0,336	0,351	0,365	0,378	0,389	0,402	0,413
	4	0,279	0,296	0,312	0,327	0,342	0,355	0,368	0,380

Примечания: 1. Значения р,приведенные в таблице, соответствуют классу бетона В40.

2. Для бетонов других классов соответствующие значения р получают путем уменьшения или увеличения на 0,005 при изменении класса бетона на каждые 10 МПа.

$$N_E = 0{,}8\,\pi^2 E_b J_b \,(1 + \mu\rho_1 \bar{\alpha}) / l_0^2; \qquad (88)$$

$$\phi(\lambda, s, \bar{\varphi}) = 1 + (F_1 + F_2 s)(\lambda - 30) + (F_3 + F_4 s) \times$$

$$\times (\lambda - 30)^2, \qquad (89)$$

где

$$\lambda = l_0 / h,\ s = e_0 / l_0,\ \mu = (A_s + A'_s) / A,\ \rho_1 = h_1^2 A / J_b,$$

$$\alpha = E_s / 0{,}8 E_b; \qquad (90)$$

l_0 – расчетная длина внецентренно сжатой железобетонной стойки, определяемая согласно табл. 31 СНиП 2.03.01–84; e_0 – заданный либо определяемый в соответствии с указаниями п. 1.21. СНиП 2.03.01 – 84 эксцентриситет нагрузки относительно центра тяжести сечения.

F_1, F_2, F_3 и F_4 – функции характеристики ползучести φ, принимаемые по табл. 21.

8.3. Назначение размеров прямоугольного поперечного сечения с симметричной арматурой при заданной продольной силе N, расчетной длине стойки l_0, гибкости λ, эксцентриситете e_0 и соотношении размеров поперечного сечения $b/h = k$ производится следующим образом:

вычисляют $h = l_0 / \lambda$, $b = kh$; (91)

зная класс бетона, b, h, а также условия эксплуатации, определяют $\bar{\varphi}$;

зная класс бетона, λ, s и $\bar{\varphi}$, по табл. 20 подбирают p и $\mu\rho_1\bar{\alpha}$ так, чтобы удовлетворилось условие

$$(1 + \mu\rho_1\bar{\alpha})\, p = 1{,}257\,\lambda^2 N / [0{,}8\,\pi^2 b h E_b\, \phi(\lambda, s, \bar{\varphi})]; \qquad (92)$$

вычисляют площадь поперечного сечения арматуры

$$A_s = A'_s = \mu\rho_1 b h / [3{,}84\,(1 + \mu\rho_1)]. \qquad (93)$$

Пример 1. *Дано:* Колонна с размерами поперечного сечения b x h = 0,4 × 0,5 м², $\alpha = \alpha' = 0{,}05$ м, $h_1 = 0{,}2$ м; расчетная длина колонны $l_0 = 15{,}0$ м; класс бетона B40 ($E_b = 36 \cdot 10^3$ МПа); возраст бетона в момент загружения $t_0 = 28$ сут; осадка конуса 1 – 2 см; относительная влажность среды – 70 %; симметричная арматура класса A-III ($E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа) с площадью поперечного сечения

Таблица 21

φ	$F_1 \cdot 10^3$	F_2	$F_3 \cdot 10^5$	$F_4 \cdot 10^2$
0	4,950	– 8,413	–32,683	26,662
0,1	4,537	– 8,025	– 30,564	25,418
0,2	4,159	– 7,649	– 28,515	24,212
0,3	3,756	– 7,284	–26,535	23,045
0,4	3,389	– 6,929	– 24,624	21, 916
0,5	3,037	– 6,586	– 22,782	20,825
0,6	2,701	– 6,255	–21,010	19,772
0,7	2,379	– 5,934	– 19,306	18, 738
0,8	2,073	– 5,625	– 17,672	17,782
0,9	1,783	– 5,326	– 16,106	16,844
1	1,508	– 5,039	– 14,610	15,944
1,1	1,248	– 4,764	– 13,183	15,083
1,2	1,003	– 4,499	–11, 825	14, 260
1,3	0,774	– 4,245	– 10,536	13,475
1,4	0,560	– 4,003	– 9,316	12, 728
1,5	0,361	– 3,772	– 8,165	12,020
1,6	0,178	– 3,552	– 7,084	11,350
1,7	0,010	– 3,343	– 6,071	10,718
1,8	– 0,143	– 3,146	– 5,128	10,124
1,9	– 0,280	– 2,959	– 4,253	9,569
2	– 0,402	– 2,784	– 3,448	9,052
2,1	– 0,509	– 2,62	– 2,712	8,573
2,2	– 0,600	– 2,467	– 2,045	8,133
2,3	– 0,676	– 2,325	– 1,447	7,731
2,4	– 0,737	– 2,195	– 0,919	7,367
2,5	– 0,782	– 2,075	– 0,459	7,041
2,6	– 0,812	– 1,967	– 0,069	6,754
2,7	– 0,827	– 1,870	0 253	6,504
2,8	– 0,826	– 1,784	0,505	6,294
2,9	– 0,810	– 1,710	0,688	6,121
3	– 0,779	– 1,645	0,801	5,986
3,1	– 0,732	– 1,594	0,847	5,890
3,2	– 0,670	– 1,553	0,823	5,832
3,3	– 0,593	– 1,523	0,730	5,813
3,4	– 0,501	– 1,504	0,567	5,832
3,5	– 0,393	– 1,497	0,336	5,888
3,6	– 0,270	– 1,501	0,035	5,984
3,7	– 0,131	– 1,516	– 0,335	6,117
3,8	0,023	– 1,542	– 0,774	6,289
3,9	0,192	– 1,579	– 1,282	6,499
4	0,377	– 1,627	– 1,859	6,747

$$F_1 = (4{,}95 - 4{,}208\,\varphi + 0{,}766\,\varphi^2)\ \ 10^{-3},$$

$$F_2 = (-8{,}413 + 3{,}933\,\varphi - 0{,}559\,\varphi^2),$$

$$F_3 = (-32{,}683 + 21{,}528\,\varphi - 3{,}456\,\varphi^2)\ \ 10^{-5},$$

$$F_4 = (26{,}662 - 12{,}631\,\varphi + 1{,}913\,\varphi^2)\ \ 10^{-2}.$$

$A_s = A'_s = 12{,}32 \cdot 10^{-4}$ м^2; начальный эксцентриситет длительной сжимающей силы $e_0 = 3{,}75 \cdot 10^{-2}$ м в направлении h.

Требуется определить длительную критическую силу N_L.

Расчет. $A = b\,h - 2\,A_s = 0{,}4 \cdot 0{,}5 - 24{,}64 \cdot 10^{-4} = 1975{,}36 \times$

$\times 10^{-4}$ м^2,

$J = b\,h^3/12 = 0{,}4\,(0{,}5)^3/12 = 41{,}667 \cdot 10^{-4}$ м^4; $J_s = 2h_1^2\,A_s =$

$(0{,}2)^2\ 24{,}64 \cdot 10^{-4} = 0{,}986 \cdot 10^{-4}$ м^4; $J_b = J - J_s = 41{,}667 \times$

$\times 10^{-4} - 0{,}986 \cdot 10^{-4} = 40{,}681 \cdot 10^{-4}$ м^4.

$\mu = 2\,A_s / A = 24{,}64 \cdot 10^{-4} / (1975{,}36 \cdot 10) = 0{,}0125$;

$\rho_1 = h_1^2\,A_b / J_b = (0{,}2)^2\ 1975{,}36 \cdot 10^{-4} / (40{,}681 \cdot 10^{-4}) =$

$= 1{,}942$;

$\bar{\alpha} = E_s / (0{,}8\ E_b) = 2 \cdot 10 / (0{,}8 \cdot 36 \cdot 10^3) = 6{,}944$.

$\mu\,\rho_1\,\bar{\alpha} = 0{,}0125 \cdot 1{,}942 \cdot 6{,}944 = 0{,}169$.

$s = e_0 / l_0 = 3{,}75 \cdot 10^{-2} / 15 = 1/400$; $\lambda = l_0/h = 15{,}0 / 0{,}5 = 30$.

Согласно табл. 4 $c^N(\infty, 28) = 59 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1}$; модуль открытой поверхности

$M_0 = 2\,(b + h) / (bh) = 2\,(0{,}4 + 0{,}5) / (0{,}4 \cdot 0{,}5) = 9$ м$^{-1}$.

Согласно табл. 6 и 7 $\xi_{2c} = 0{,}738$; $\xi_{3c} = 0{,}87$.

$c(\infty, 28) = c^N(\infty, 28)\,\xi_{2c}\,\xi_{3c} = 59 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}738 \cdot 0{,}87 = 37{,}852 \times$

$\times 10^{-6}$ МПа$^{-1}$.

$\bar{\varphi} = 1{,}25\,E_b\,c\,(\infty, 28) = 1{,}25 \cdot 36 \cdot 10^3 \cdot 37{,}852 \cdot 10^{-6} = 1{,}705$.

По табл. 19 (В40, $\lambda = 30$, $s = 1/400$, $\bar{\mu}\,\rho_1, \bar{\alpha} = 0{,}169$, $\bar{\varphi} = 1{,}705$) находим $p = 0{,}383$. Для данного случая $\phi\,(\lambda, s, \bar{\varphi}) = 1{,}00$.
По формуле (88) определяем

$N_E = 0{,}8\,\pi^2\,E_b\,Y_b\,(1 + \mu\,\rho_1\,\bar{\alpha}) / l_0^2 = 0{,}8\,(3{,}14)^2\ 36 \cdot 10^3 \cdot 40{,}681 \cdot 10^{-4} \times$

$\times 1{,}169 / 15^2 = 6{,}008$ МН.

Критическую силу определяем по формуле (87)

$N_L = p\,\phi\,(\lambda,\ s,\ \bar{\varphi})\ N_e = 0{,}383 \cdot 1{,}0 \cdot 6{,}008 = 2{,}301$ МН.

Пример 2. *Дано:* колонна с прямоугольным поперечным сечением b x h (b/h = k = 0,75), расчетная длина колонны l_o = 14 м; гибкость λ = 35; на колонну действует длительная продольная сила N = 0,12 МН, приложенная с эксцентриситетом $e_o = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ м в направлении размера h, класс бетона B40 ($E_b = 36 \cdot 10^3$ МПа); возраст бетона в момент загружения t_o = 28 сут; осадка конуса 5 – 6 см; относительная влажность среды 80%; арматура класса A-III ($E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа).

Требуется определить размеры поперечного сечения и площадь симметричной арматуры.

Расчет. Размеры поперечного сечения определяются по формулам (91):

$h = l_o / \lambda = 14/35 = 0{,}4$ м; $b = k\,h = 0{,}75 \cdot 0{,}4 = 0{,}3$ м;

$s = e_o / l_o = 2{,}8 \cdot 10^{-2} / 14 = 1/500$; $\quad \bar{\alpha} = E_s/(0{,}8\,E_b) = 2 \cdot 10^5 /$

$/\ (0{,}8 \cdot 36 \cdot 10^3) = 6{,}944.$

Согласно табл. 4 $c^N(\infty; 28) = 67 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1}$; модуль открытой поверхности

$M_o = 2(b + h) / (bh) = 2\ (0{,}3 + 0{,}4) / (0{,}3 \cdot 0{,}4) = 11{,}67$ м$^{-1}$.

Согласно табл. 6 и 7 $\xi_{2c} = 0{,}788$, $\xi_{3c} = 0{,}73$.

$c(\infty, 28) = c^N(\infty, 28)\ \xi_{2c}\,\xi_{3c} = 67 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}788 \cdot 0{,}73 = 38{,}541 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1}$.

$\bar{\varphi} = 1{,}25\,E_b\ c\ (\infty, 28) = 1{,}25 \cdot 36 \cdot 10^3 \cdot 38{,}541 \cdot 10^{-6} = 1{,}734.$

При $\bar{\varphi}$ =1,734 по табл. 21 определяем F_1, F_2, F_3, F_4. $F_1 = -0{,}042 \cdot 10^{-3}$, $F_2 = -3{,}276$, $F_3 = -5{,}75 \cdot 10^{-5}$, $F_4 = 10{,}516 \cdot 10^{-2}$.

При найденных значениях F_1, F_2, F_3, F_4, s = 1/500, λ = 35 по формуле (89) определяется $\phi\ (\lambda, s, \bar{\varphi}) = 0{,}971$.

По табл. 20 (s = 1/500, $\bar{\varphi}$ = 1,734) подбираем значения p и $\mu\ \rho_1\ \bar{\alpha}$ так, чтобы удовлетворялось равенство (92)

$(1 + \mu\,\rho_1\,\bar{\alpha})\ p = 1{,}257\ \lambda^2\,N / [0{,}8\ \pi^2\,E_b\ b\,h\,\phi\ (\lambda, s, \bar{\varphi})] =$

$= 1{,}257 \cdot 35^2 \cdot 0{,}12 / (0{,}8 \cdot 9{,}86 \cdot 36 \cdot 10^3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}971) = 0{,}551.$

Такими будут $p = 0{,}439$, $\mu \rho_1 \bar{\alpha} = 0{,}255$.

$\mu \rho_1 = 0{,}255/6{,}944 = 3{,}672 \cdot 10^{-2}$.

Требуемая площадь арматуры определяется по формуле (93)

$A_s = A'_s = \mu \rho_1 b h / [3{,}84 (1 + \mu \rho_1)] = 3{,}672 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4 /$

$/ [3{,}84 (1 + 3{,}672 \cdot 10^{-2})] = 11{,}07 \cdot 10^{-4}$ м^2.

9. РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ И ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА В ПРЕДПОЛОЖЕНИИ ЕГО ЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

9.1. При действии нагрузки на систему, m раз статически неопределимую, лишние неизвестные, сформировавшиеся к моменту времени t, могут быть найдены с помощью системы разрешающих уравнений:

$$\sum_{k=1}^{m} \delta^*_{ik}(t)\, x^*_k(t) + \Delta^*_{ip}(t) + \Delta^*_{i\epsilon}(t) = 0; \quad i, k = 1 \div m; \qquad (94)$$

$\delta^*_{ik}(t) = \delta^*_{ik}[M^*(s,t), N^*(s,t), t]$; $\Delta^*_{ip}(t) = \Delta^*_{ip}[M^*(s,t),$

$N^*(s,t), P(t), t]$;

$$\Delta^*_{i\epsilon}(t) = \Delta^*_{i\epsilon}[M^*(s,t), N^*(s,t), \epsilon(t), t]; \qquad (95)$$

$$M^*(s,t) = M_p(s,t) + \sum_{k=1}^{m} M_k(s)\, x^*_k(t); \quad N^*(s,t) =$$

$$= N_p(s,t) + \sum_{k=1}^{m} N_k(s)\, X^*_k(t). \qquad (96)$$

Здесь (94) – кононические уравнения метода сил; $M_k(s)$, $M_p(s)$, $N_k(s)$, $N_p(s)$ – единичные и грузовые усилия в основной системе; (95) – перемещения в направлении i-й лишней связи к моменту времени t, вызванные действием соответственно силы $x^*_k(t) = 1$, внешней нагрузки и вынужденных деформаций [1]. Задача, описы-

---

[1] Для относительно коротких стержней эти перемещения зависят также от $Q^*(t)$ (см. п. 6.6 настоящих Рекомендаций).

ваемая выражениями (94), (95) и (96), является нелинейной и может быть решена, в общем случае, только приближенными методами.

Так как в рассматриваемой системе имеют место трещинообразование и ползучесть, то жесткости ее элементов [а следовательно, и перемещения (95)] зависят от величины внутренних усилий и характера изменения их за промежуток времени $t - t_0$.

9.2. Поскольку жесткости оказываются в общем случае переменными по длине стержней, из которых состоит система, то для вычисления перемещений стержни, как правило, разбиваются на участки, в пределах которых жесткости можно считать постоянными. Деформации, обусловленные изгибом, определяются тогда по формулам:

$$\delta^*_{ik}(t) = \sum_{n=1}^{U} 1/B^*_n(t) \int_0^{l_n} M_i(s)\, M_k(s)\, ds;$$

$$\Delta^*_{ip}(t) = \sum_{n=1}^{U} 1/B^*_n(t) \int_0^{l_n} M_i(s)\, M_p(s)\, ds, \qquad (97)$$

где U – общее число участков, l_n – длина n-го участка,

$$B^*_n(t) = B^*_n [M^*(s,t), N^*(s,t), t] - \qquad (98)$$

условная длительная жесткость в пределах n-го участка, которая определяется с учетом изменяющихся во времени внутренних усилий. Ее приближенно можно найти как полусумму соответствующих жесткостей, вычисленных в начале и в конце n-го участка.

9.3. Для расчета статически неопределимых систем с учетом изменения жесткостей и усилий во времени может быть применен шаговый метод, основанный на последовательном определении лишних неизвестных в заданные моменты времени $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_j, \ldots, t_v = t$. Для момента времени t_j система канонических уравнений записывается согласно (94), но с заменой t на t_j. Предполагается, что в промежутке времени $t - t_{j-1}$ все характеристики деформативности остаются постоянными и равными вычисленным на предыдущем этапе. В левых частях формул (95) и (97) t заменяется на t_j, а в правых – на t_{j-1}; в формулах (96) t заменяется на t_j. На каждом этапе во времени решается задача расчета системы с жесткостями, зависящими от действующих усилий, для чего используется метод итераций.

9.4. При расчете статически неопределимых систем на стационарные воздействия допускается использовать способ усреднения усилий, который состоит в том, что для вычисления $B^*_n(t)$ внутренние усилия принимаются стационарными и равными

$$\bar{M}^*(s,t) = 0{,}5\,[M(s, t_0) + M^*(s, t)];$$

$$\bar{N}^*(s, t) = 0{,}5\,[N(s, t_0) + N^*(s, t)]. \qquad (99)$$

Эти величины подставляются в правую часть выражения (98). Если для какого-либо участка элемента, на котором имеются трещины, окажется, что

$$|M^*(t)| < |M^*(t_0)| \text{ либо } |\bar{M}_r(t)| < |M_r(t_0)| \qquad (100)$$

(смотря по тому, действует ли там изгиб или внецентренное сжатие), то его длительная жесткость вычисляется не по $\bar{M}^*(t)$ и $\bar{N}^*(t)$, а по $M(t_0)$ и $N(t_0)$.

Если рассчитывается статически неопределимая система, элементы которой работают на изгиб (например, балка на жестких опорах или на деформируемом основании), то жесткости можно определять в соответствии с указаниями п п. 7.10 – 7.12.

9.5. Алгоритм расчета, описанного в п. 9.4, состоит из двух основных этапов (I и II) (рис. 1). I этап относится к моменту времени t_0, а II – к моменту z. Оба этапа имеют сходную структуру. При выполнении I этапа должны быть заданы неперед начальные жесткости [массив $B^{(o)}(t_0)$]; их можно принять, например, как для системы, работающей без трещин. По ним, с применением (97), составляется система (94), решение которой дает $x_k^{(o)}(t_0)$; затем по (96) находятся внутренние усилия [массивы $M^{(o)}(t_0)$, $N^{(o)}(t_0)$]. После проверки трещиностойкости в каждом расчетном сечении вычисляются изгибные жесткости [массив $B^{(1)}(t_0)$], по которым снова составляется система (94), вычисляются значения $x_k^{(1)}(t_0)$ и т.д. На каждом шаге интерационного процесса (при $q \geqslant 1$) нужно полученные усилия $M^{(q)}(t_0)$, $N^{(q)}(t_0)$ сравнивать тем или иным способом $M^{(q-1)}(t_0)$, $N^{(q-1)}(t_0)$, найденными на предыдущем шаге. Если полученная относительная погрешность не превышает заданной величины ω, то на данном шаге итерационный процесс заканчивается, и результатом его являются усилия $M(t_0)$, $N(t_0)$ и жесткости $B(t_0)$.

При выполнении II этапа рекомендуется предварительно принять начальные длительные жесткости $B^{*(o)}(t)$ в предположении отсутствия трещин. На каждом q-м шаге итерационного процесса проверяют условие (100), и если оно не выполняется, то вычисляют усредненные усилия

$$\bar{M}^{*(q)}(t) = 0{,}5\,[M(t_0) + M^{*(q-1)}(t)]; \bar{N}^{*(q)}(t) = 0{,}5 \times$$

$$\times [N(t_0) + N^{*(q-1)}(t)], \qquad (101)$$

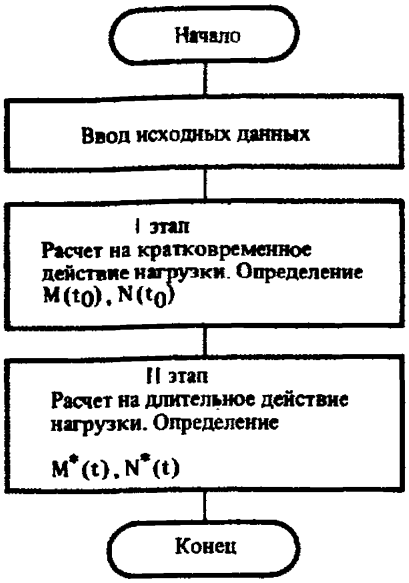


Рис. 1. Общая схема алгоритма расчета статически неопределимой системы с учетом трещинообразования и ползучести при помощи усреднения усилий во времени

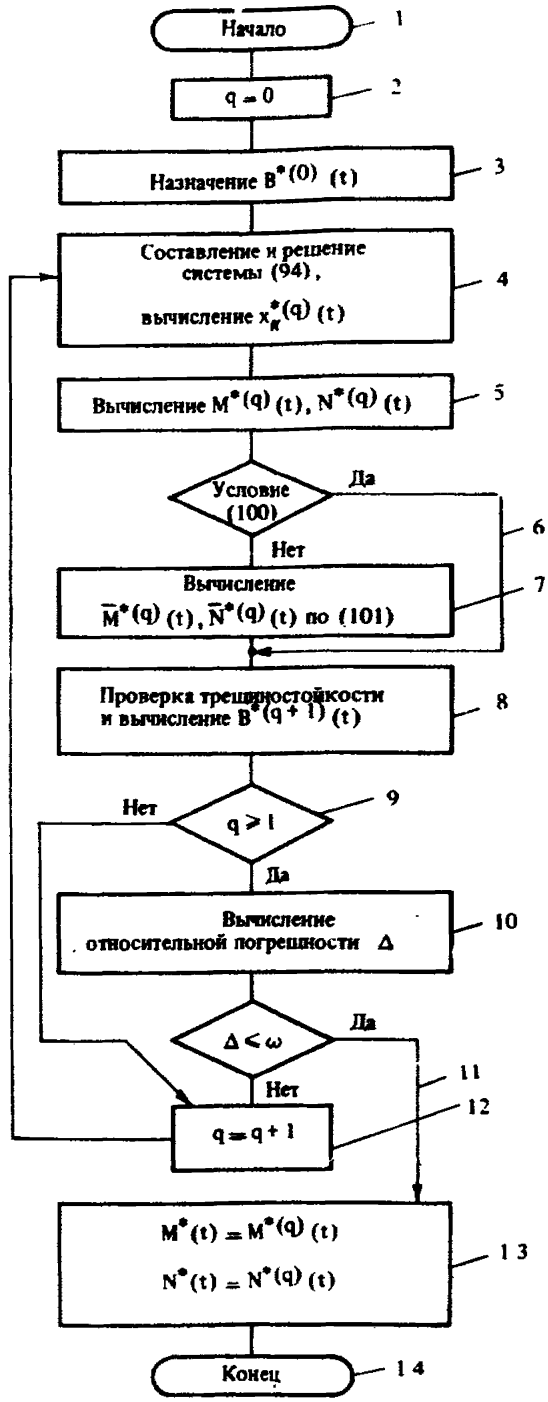


Рис. 2. Схема II этапа расчета статически неопределимой системы 1...14 – блоки схемы

Примечание. Для получения схемы I этапа нужно исключить блок 5, заменить в блоке 6 выражение (101) на (102), опустить индексы * и заменить t на t_0

а по ним, с учетом ползучести, определяют массив $B^{*(q+1)}$ (t). В остальном II этап расчета не отличается от I. Схема II этапа показана на рис. 2.

Для повышения устойчивости итерационного процесса рекомендуется вычислять жесткости $B^{(q+1)}(t_0)$ не по величинам $M^{(q)}(t_0), N^{(q)}(t_0)$, а по усредненным значениям

$$\bar{M}^{(q)}(t_0) = 0{,}5\,[M^{(q)}(t_0) + M^{(q-1)}(t_0)];\quad \bar{N}^{(q)}(t_0) =$$

$$= 0{,}5\,[N^{(q)}(t_0) + N^{(q-1)}(t_0)]. \qquad (102)$$

9.6. Если статически неопределимая система состоит из предварительно напряженных элементов, работающих при заданной нагрузке без трещин, то формулы (97) удобнее представлять в виде

$$\delta^*_{ik}(t) = \sum_{n=1}^{U} \int_0^{l_n} [M_i(s) / r^*_k(s,t)]\,ds;\quad \Delta^*_{ip}(t) =$$

$$= \sum_{n=1}^{U} \int_0^{l_n} [M_i(s) / r^*_p(s,t)]\,ds, \qquad (103)$$

где $1/r^*_k(s,t)$ и $1/r^*_p(s,t)$ – кривизны, вызванные длительным действием соответственно $x_k = 1$ и внешней нагрузки и определяемые согласно указаниям пп. 6.2, 6.3. При использовании линейной теории ползучести эти кривизны, а следовательно, и $\delta^*_{ik}(t)$, $\Delta^*_{ip}(t)$ не зависят от величины внутренних усилий; тогда задача определения лишних неизвестных решается без применения метода итераций.

9.7. Расчет железобетонных балок на деформируемом основании ведется при следующих предположениях:

а) балка имеет прямоугольное, тавровое или двутавровое (коробчатое) поперечное сечение; размеры его (кроме ширины подошвы[1]) могут изменяться по длине балки;

б) арматура ненапрягаемая; площадь ее поперечного сечения может быть переменной по длине;

в) расчетная модель основания может быть различной (однородное или неоднородное основание, характеризуемое коэффициентом постели (винклеровское), (однородная деформируемая полуплоскость или полупространство и т.д.); деформирование основания описывается линейной теорией ползучести;

г) связи балки с основанием считаются двусторонними и воспринимающими только нормальные напряжения;

д) нагрузка может быть как кратковременной, так и длительно действующей стационарной; возможно появление трещин.

9.8. Принята дискретная расчетная схема: балка разбивается на $m + 1$ участок длиной c (рис. 3, *а*); связи между балкой и основанием и внешние нагрузки считаются сосредоточенными на границах этих участков (рис. 3, б). Жесткость балки в пределах каждого

---

[1] Для случая винклеровского основания это ограничение может быть снято.

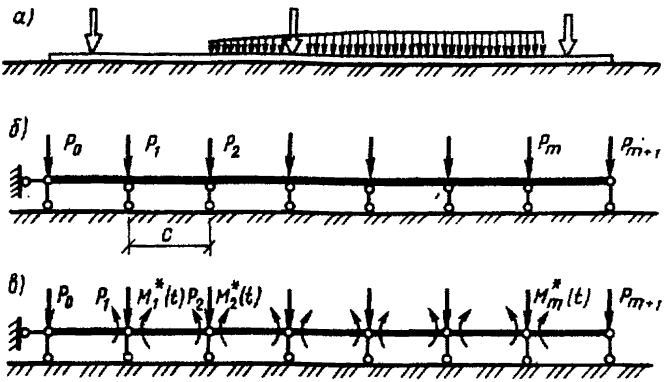


Рис. 3. Расчетная схема балки на упругом основании
а – схема нагрузки; *б* – расчетная схема; *в* – основная система

участка считается постоянной. Основная система метода сил показана на рис. 3,в. Система уравнений (94) в матричной форме для момента времени t имеет вид

$$\delta^*(t)\,\vec{M}^*(t) = -\vec{\Delta}^*(t); \quad \delta^*(t) = \delta_1^*(t) + \delta_2^*(t). \tag{104}$$

Здесь $\vec{M}^*(t)$ – вектор неизвестных моментов; $\vec{\Delta}^*(t)$ – вектор грузовых перемещений, зависящий (для принятой основной системы) только от деформации основания; $\delta^*(t)$ – матрица единичных перемещений; матрица $\delta_1^*(t)$ зависит от деформации балки, а $\delta_2^*(t)$ – от деформации основания.

Систему (104) можно предствить в виде

$$[D_1^*(t) + D_2]\;\vec{M}^*(t) = -\vec{p}; \tag{105}$$

$$D_1^*(t) = \vec{D}_1^*(t)\,c^3 \,/\, \{6\,B_0\,w\,[1+\varphi_0(t,t_0)]\}, \tag{106}$$

где B_0 – произвольно принятая величина, имеющая размерность жесткости; $\varphi_0(t,t_0)$ – характеристика ползучести основания; w – коэффициент, зависящий от расчетной модели основания (табл. 22). Матрица $\vec{D}_1^*(t)$ симметрична и состоит из элементов вида d_{ik}^* $(i, k = 1 - m)$, причем

$$d_{ii}^*(t) = 2[\gamma_i^*(t) + \gamma_{i+1}^*(t)]; \; d_{i,i+1}^*(t) = \gamma_{i+1}^*(t); \tag{107}$$

при $k > i+1$ $\quad d^*_{ik}(t) = 0.$

Здесь $$\gamma^*_i(t) = 2B_0 / [1/B^*_i(t) + 1/B^*_{i+1}(t)], \qquad (108)$$

где $B^*_i(t)$ и $B^*_{i+1}(t)$ – условные длительные жесткости балки в i-м и i+1-м сечениях.

Матрица D_2, также симметричная, состоит из элементов вида

$$f_{ik} = F_{i,k-2} - 4F_{i,k-1} + 6F_k - 4F_{i,k+1} + F_{i,k+2}, \qquad (109)$$

$$i, k = 1 \div m.$$

9.8. Безразмерные величины F_{ij} зависят от расчетной модели основания и даны в табл. 22.

Вектор $\vec{p}$ состоит из элементов вида

$$p_i = c \sum_{j=0}^{m+1} (F_{i-1,j} - 2F_{ij} - F_{i+1,j})\, p_j, \; i = 1 - m. \qquad (110)$$

Для винклеровского основания

$$f_{ii} = 6; \; f_{i,i+1} = -4; \; f_{i,i+2} = 1; \; \text{при } k > i+2 \; f_{ik} = 0$$

$$f_{ik} = f_{ki}; \qquad p_i = c(-p_{i-1} + 2p_i - p_{i+1}), \; w = k_0 bc, \qquad (111)$$

где k_0 – коэффициент жесткости основания, т.е. напряжение, вызывающее единичную осадку, b – ширина подошвы балки.

9.9. При расчете используют способ усреднения усилий (пп. 9.4 – 9.6). Вначале производят расчет для момента времени t_0 и принимают $\varphi = \varphi_0 = 0$.

На каждом шаге итерации решают уравнение (105):

$$\vec{M}^{(q)}(t_0) = -[D_1^{(q-1)}(t_0) + D_2]^{-1} p. \qquad (112)$$

Для построения матрицы $D_1^{(q-1)}(t_0)$ использованы жесткости, полученные на предыдущем шаге. Для момента времени t аналогично

$$\vec{M}^{*(q)}(t) = -[D_1^{*(q-1)}(t) + D_2]^{-1} \vec{p}. \qquad (113)$$

Таблица 22

Расчетная модель		W	F_{ik}
Винклеровское основание	неоднородное	$1/k_o bc$	k_o/k_{oi} при $i = k$; 0 при $i \neq k$
	однородное $(k_{oi} - k_o)$	$1/k_o bc$	1 при $i = k$; 0 при $i \neq k$
Деформируемая полуплоскость		$1/\pi E_o b$	$-(2u+1)\ln\|2u+1\| + (2u-1)\ln\|2u-1\|$
Деформируемое полупространство	Плоская деформация	$(1-\mu_o^2)/\pi E_o b$	то же
	Пространственное напряженно-деформированное состояние	$(1-\mu_o^2)/\pi E_o c$	$\frac{1}{v}\left\{\ln\left\|\left[v^2(1+g_1)(1+g_2)\right]/(4u^2-1)\right\| + 2u\ln\left\|\left[(1+g_1)(2u-1)\right]/(1+g_2)(2u+1)\right\| + v\ln(d_1+g_1)/(d_2+g_2)\right\}$ $g_1 = \sqrt{d_1^2+1}$; $g_2 = \sqrt{d_2^2+1}$; $d_1 = (2u+1)/v$; $d_2 = (2u-1)/v$; $v = b/c$

Примечание. k_{oi} – коэффициент жесткости для i-й точки; $u = |i-k|$; E_o, μ_o – модуль деформации и коэффициент Пуассона основания.

Жесткости, необходимые для нахождения матрицы $D_1^{*(q-1)}(t)$, определяют согласно указаниям п. 9.5.

9.10. Величины модуля деформации основания E_o в СНиП 2.02.01 – 83; значения коэффициента жесткости винклеровского основания определяют по СНиП II-8 – 78; характеристику ползучести основания допускается вычислять по формулам:

$$\varphi_o(t, t_o) = (u_t\ S_{nc}/S) - 1 \quad \text{либо } \varphi_o(t,t_o) = (u_t\ E_o/E_{дл}) - 1, \quad (114)$$

где, согласно СНиП II-8 – 78, $E_{дл}$ – модуль длительной деформации, S_{nc} – полностью стабилизированная осадка основания, S – полная осадка, u_t – функция, характеризующая длительность деформации основания.

9.11. По найденным изгибающим моментам можно определить опорные давления в подошве балки

$$q_i = (M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1})/c^2 + p_i/c, \text{ где } i = 1 - m. \quad (115)$$

Для i = 0 и принимается соответственно $M_{i-1} = 0$ и $M_{i+1} = 0$, а значение, полученное с помощью (115), умножается на 2.

Пример 1. Расчет железобетонной балки на деформируемом основании.

Дано: железобетонная балка, лежащая на грунте (рис. 4, *а*). Длина балки $l = 18$ м; сечение прямоугольное: $b = 0{,}8$ м, $h = 0{,}6$ м; $a = 0{,}05$ м, $a' = 0{,}035$ м. Материал балки – бетон В15, естественного твердения; в соответствии с разд. 2 найдено: $E_b = 23 \cdot 10^3$ МПа, $\varphi = 1{,}716$; согласно СНиП 2.03.01 – 84, $R_{bt,ser} = 1{,}15$ МПа. Арматура класса А-III, $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\alpha = 2 \cdot 10^5/23 \cdot 10^3 = 8{,}70$. Диаметр нижней арматуры – 28 мм, верхней – 22 мм. Величины A_s и A'_s приведены в табл. 23. Основание – флювиогляциальный суглинок, пределы нормативных значений консистенции $0{,}25 \leqslant I_L < 0{,}5$;

Таблица 23

№ участка	A_s, м^2	A'_s, м^2	μ	μ'	W_{pl}, м^3	W'_{pl}, м^3	M_{crc}, МН·м	M_{crc}, МН·м
1 – 4, 9–12	49,26 x x 10^{-4}	–	0,0102	–	0,1224	–	0,1408	
5 – 8	24,63 x x 10^{-4}	–	0,0051	–	0,1032	–	0,1187	
1 – 3, 10–12	–	15,20 x x 10^{-4}	–	0,0032	–	0,0960	–	0,1104
4 – 9	–	30,41 x x 10^{-4}	–	0,0063	–	0,1071	–	0,1239

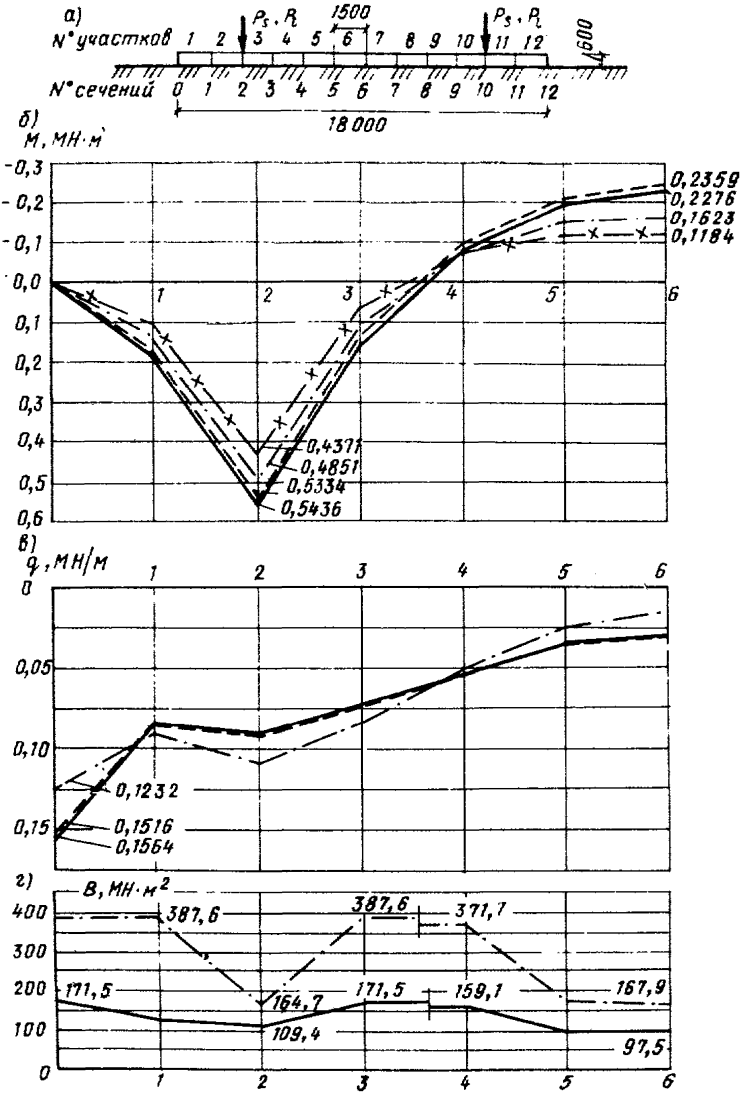


Рис. 4. Результаты расчета балки на упругом основании
а – расчетная схема; *б* – эпюра изгибающих моментов (– – – M_L^0; –·– M_L; ——— M_L^* при $\varphi_0 = 2{,}4$; -x-x- M_L^* при $\varphi_0 = 0$); *в* – эпюра сил отпора грунта (– – – q_L^0; – · – q_L; ——— q_L^*); *г* – изменение жесткости балки (– · – B_L; ——— B_L^*)

коэффициент пористости 0,75. Модуль деформации основания E_0 = = 17 МПа, длительный модуль деформации $E_{д.л}$ = 5 Мпа, μ_0 = 0,35.

Принятая расчетная модель основания – деформируемое полупространство. Величина кратковременных нагрузок P_S = 0,15 МН; длительных и постоянных (в сумме) – P_L = 0,65 МН. Конструкция относится к III категории трещиностойкости.

Требуется: 1) Определить изгибающие моменты в балке и реакции основания от кратковременного действия нагрузок $P_S + P_L$ и P_L, а также от длительного действия нагрузок P_L;

2) определить ширину раскрытия трещин и напряжения в арматуре при действии тех же нагрузок и проверить ширину кратковременного и длительного раскрытия трещин.

Расчет. По формуле (114), полагая для $t_1 - t_0 \to \infty$ $u_t = 1$, находим $\varphi_0 = 1 \cdot 17/5 - 1 = 2{,}4$. Рабочие высоты сечений: $h_0 = 0{,}6 - 0{,}05 = 0{,}55$ м; $h'_0 = 0{,}6 - 0{,}035 = 0{,}565$ м. Согласно табл. 15, $h_1 = 0{,}25$ м, $h_2 = 0{,}265$ м, $\rho_1 = 3{,}083$; $\rho_2 = 3{,}341$. Пластические моменты сопротивления для нижнего и верхнего крайних волокон находятся по формулам соответственно $W_{pl} = (0{,}292 + 1{,}5\,\mu\,\alpha)\,bh^2$ и $W'_{pl} = (0{,}292 + 1{,}5\,\mu'\alpha)\,b\,h^2$ (см. пример 1 разд. 6); значения их приведены в табл. 23. Там же даны положительные и отрицательные моменты трещинообразования $M_{crc} = W_{pl}\,R_{bt,ser}$ и $M'_{crc} = W'_{pl}\,R_{bt,ser}$. Вычисляем $A = 0{,}48$ м^2, $J_b = 0{,}0144$ м^4 и задаем $B_0 = 200$ МН·м^2.

Для расчета балка разбивается на 12 участков длиной 1, 5 м; неизвестными метода сил являются изгибающие моменты в сечениях 1 – 11.

Ниже приводятся результаты расчетов, выполненных в соответствии с методикой, описанной в разд. 9, при помощи программы, составленной в ОИСИ на языке ФОРТРАН ОС ЕС.

На рис. 4, *б* показана эпюра изгибающих моментов при кратковременном и длительном действии нагрузок P_L (M_L и M^*_L), а также при кратковременном действии P_L, но в предположении, что балка работает без трещин (M^o). На рис. 4, *в* приведены эпюры реакций основания q^o, q_L и q^*_L, соответствующие тем же воздействиям; на рис. 4, *г* – график распределения изгибных жесткостей B_L и B^*_L, при кратковременном и длительном действии P_L, причем, в зависимости от знака момента, показаны жесткости, которые соответствуют положительной либо отрицательной кривизне.

В табл. 24 приводятся величины изгибающих моментов, ширины раскрытия трещин и напряжений в арматуре у растянутого волокна в расчетных сечениях: а) при кратковременном действии полной нагрузки; б) при кратковременном действии нагрузок P_L; в) при длительном действии нагрузок P_L с учетом ползучести материала балки и основания; 2) то же, с учетом ползучести только материала балки.

Из приведенных результатов видно, что трещинообразование приводит к падению моментов по сравнению с отсутствием трещин, а ползучесть материала балки и основания – к их возрастанию. Уменьшение моментов сопровождается более заметным сосредоточением реакций основания в окрестности точек приложения нагрузок, а увеличение моментов – выравниванием эпюры давлений. Процесс ползучести приводит к увеличению максимальных напряжений в арматуре на величину до 23 %, а максимальной ширины раскрытия трещин – до 69%.

На рис. 4, *б* и в табл. 24 даны также разультаты расчета в предположении, что ползучесть основания отсутствует (что имеет место для песчаных грунтов). В этом случае ползучесть материала балки приводит к уменьшению значений M_L^*, a_{crc3} и σ_s^* по сравнению с M_L, a_{crc_2}, σ_s.

В соответствии с указаниями п. 7.16 вычислена максимальная ширина раскрытия трещин. Ширина кратковременного раскрытия: для $t = t_0$ $a_{crc} = 0{,}20$ мм, для $t \to \infty$ $a_{crc} = 0{,}20 - 0{,}16 + 0{,}27 = 0{,}31$ мм. Ширина длительного раскрытия $a_{crc} = 0{,}27$ мм.

Последние две величины, найденные при помощи пп. 4.14 и 4.15 СНиП 2.03.01 – 84, равны соответственно 0,36 и 0,30 мм.

Таблица 24

№ сечения	$P_S + P_L = 0{,}85$ МН			$P_L = 0{,}65$ МН		
	$M_{(S+L)}$, МН·м	a_{crc1}, мм	σ_S, МПа	M_L, МН·м	a_{crc2}, мм	σ_S, МПа
2	0,5951	0,2	266	0,4851	0,16	219
6	–0,2	0.12	148	–0,1623	0,1	128

Продолжение табл. 24

№ сечения	$P_L = 0{,}65$ МН, $\varphi_0 = 2{,}4$			$P_L = 0{,}65$ МН, $\varphi_0 = 0$		
	M_L^*, МН·м	$a_{crc\,3}$, мм	σ_S^*, МПа	M_L^*, МН·м	a_{crc3}, мм	σ_S^*, МПа
2	0,5436	0,27	269	0,4371	0,22	216
6	– 0,2276	0,19	177	– 0,1184	0,1	95

10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТИ И ПРОГИБОВ СТЕРЖНЕВЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

10.1. Рекомендуемая методика расчета относится к стержневым изгибаемым элементам, сечения которых симметричны относительно вертикальной оси (рис. 5).

10.2. Жесткость сечений в момент времени t при длительных силовых воздействиях определяют по формуле

$$D(t, t_0) = k(t - t_0) D_0(t, t_0) < 1 - \{1 - D_{min}(t, t_0)/ / [k(t - t_0) D_0(t, t_0)][M/M_{max}(t, t_0)]\} >. \quad (116)$$

Здесь $k(t - t_0)$ – корректирующий множитель, зависящий от продолжительности действия нагрузки и принимаемый по табл. 25; $D_0(t - t_0)$ – жесткость сечения элемента в момент времени t при моменте нагружения t_0 в предположении линейной зависимости между напряжениями и деформациями и отсутствии трещин (нулевое напряженное состояние); $D_{min}(t, t_0)$ – минимальное значение жесткости сечения в момент времени t и начале нагружения t_0 в состоянии, предшествующем его разрушению (предельное напряженное состояние); M – изгибающий момент от внешней нагрузки. Для предварительно напряженных элементов $M = M_б - P_0[q_{op} - q_0(t, t_0)]$;

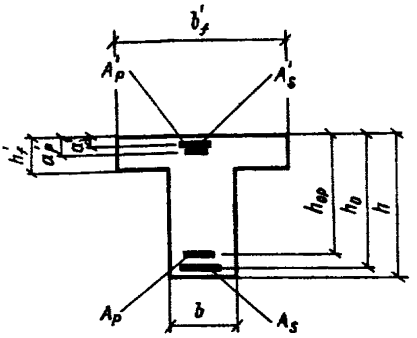
где $M_б$ – изгибающий момент от поперечной нагрузки; P_0 – усилие предварительного обжатия, определяемое с учетом проявления всех видов потерь; q_{op} – расстояние от точки приложения усилия предварительного обжатия, положение которой следует определять в соответствии со СНиП 2.03.01 – 84, до крайнего волокна сжатой зоны бетона; $q_0(t, t_0)$ – расстояние от центра тяжести приведенного сечения до крайнего сжатого волокна, вычисляемое согласно п. 10.4;

$M_{max}(t, t_0)$ – предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением и определяемый в соответствии с указаниями п. 10.13.

Таблица 25

Коэффициент	Продолжительность действия нагрузки $t - t_0$, сут			
	0	10	40	60 и более
$K(t - t_0)$	0,8	0,95	0,98	1,0

Рис. 5. Расчетная схема поперечного сечения балки



10.3. Жесткость $D_0\ (t,\ t_0)$, для прямоугольных и тавровых сечений с полкой в сжатой зоне определяют по формуле

$$D_0\ (t,t_0) = D_{ob,c}\ (t,t_0) + D_{ob,t}\ (t,t_0) + D_{os,c}\ (t,t_0) + D_{os,t}(t,t_0)\,, \tag{117}$$

где жесткость сжатой части бетонного сечения

$$D_{ob,c}\ (t,t_0) = < b\, x_0^3(t,t_0)\ /3 + (b'_f - b)\ \{h'^3_f\ /12 + h'_f\ [\,x_0\ (t,\ t_0) - h'_f/\,2\ \,]^2\} > E_{ob}\ (t,\ t_0); \tag{118}$$

жесткость растянутой части бетонного сечения

$$D_{ob,t}\ (t,t_0) = 1/3\ [h - x_0\ (t,\ t_0)\ ]^3\, E_{ob}\ (t,t_0); \tag{119}$$

жесткость сжатой арматуры

$$D_{os,c}\ (t,t_0) = E'_s\, A'_s\ [x_0\ (t,\ t_0) - a']^2 + E'_{sp}\, A'_p\ [x_0\ (t,t_0) - a'_p\ ]^2; \tag{120}$$

жесткость растянутой арматуры

$$D_{os,t}\ (t,t_0) = E_s\, A_s\ [h_0 - x_0\ (t,t_0)]^2 + E_{sp}\, A_p\ [h_{op} - x_0 \times (t,t_0)\ ]^2. \tag{121}$$

В формулах (118) – (121):

$x_0\ (t,\ t_0)$ – высота сжатой зоны в нулевом напряженном состоянии, определяемая по формуле

$$x_o = (t,t_o) = \{0{,}5\,[b\,h^2 + (b'_f - b)\,h'^2_f]\;E_{ob}\,(t,t_o) + E_s\,A_s\,h_o +$$

$$+\;E'_s = A'_s\,a' + E_{sp}\,A_p h_o + E'_{sp}\,A'_p\,a'_p\} / \{[b\,h + (b'_f - b)\times$$

$$\times h'_f]\;E_{ob}\,(t,t_o) + E_s\,A_s + E'_s\,A'_s + E_{sp}\,A_p + E'_{sp}\,A'_p\}; \qquad (122)$$

$E_{ob}\,(t,t_o)$ – длительный модуль деформаций бетона, отвечающий линейной зависимости между напряжениями и деформациями и вычисленный к моменту времени t при начале нагружения t_o по формуле

$$E_{ob}\,(t,t_o) = [\,1/E_b\,(t) + C^*\,(t,t_o)\,]^{-1}, \qquad (123)$$

где $E_b(t)$ – начальный модуль упругости, устанавливаемый согласно п. 2.4;

$C^*(t,t_o)$ мера деформаций ползучести, определяемая в соответствии с указаниями п п. 3.6, 3.9;

10.4. Жесткость $D_{min}\,(t,t_o)$ для прямоугольных и тавровых сечений с полкой в сжатой зоне определяют по формуле

$$D_{min}\,(t,t_o) = D_{min\,b,c}(t,t_o) + D_{s,c}\,(t,t_o) + D_{s,t}\,(t,t_o), \qquad (124)$$

где $D_{min\,b,c}$, $D_{s,c}\,(t,t_o)$, $D_{s,t}\,(t,t_o)$ – соответственно жесткости сжатой зоны бетона, сжатой и растянутой арматуры, определяемые по формулам:

$$D_{min\,b,\,c}\,(t,t_o) = E_b\,(t,t_o)\;\{b\,x^3_{min}\,(t,t_o)\;/\,12 +$$

$$+\;b\,x_{min}\,(t,t_o)\;[q_o\,(t,t_o) - x_{min}\,(t,t_o)/2\,]^2 + (b'_f - b)\,h'^3_f/\,12 +$$

$$+\;(b'_f - b)\,h'_f\,[q_o\,(t,t_o) - h'_f/2\,]^2\;\}\;; \qquad (125)$$

$$D_{s,c}\,(t,t_o) = \beta'_s\,E'_s\,A'_s\,[q_o\,(t,t_o) - a']^2 + \beta'_{sp}\,E'_{sp}\,A'_p\,[q_o\times$$

$$\times(t,t_o) - a'_p\,]^2; \qquad (126)$$

$$D_{s,t}\,(t,t_o) = \beta_s\,E_s\,A_s\,[h_o - q_o\,(t,t_o)\,]^2 + \beta_{sp}\,E_{sp}\,A_p\,[h_{op} -$$

$$-\;q_o\,(t,t_o)\,]^2. \qquad (127)$$

В формулах (125) – (127):

$x_{min}\,(t,t_o)$ – высота сжатой зоны в предельном напряженном состоянии, вычисляемая согласно указаниям п. 10.7.

$q_o\,(t,t_o)$ – расстояние от центра тяжести приведенного сечения до крайнего сжатого волокна, определяемое по формуле

$$q_o = (\,t,t_o) = \{0{,}5\,E_b\,(t,t_o)\,[\,b\,x^2_{min}\,(t,t_o) +$$

$$+ (b'_f - b)\, h'^2_f] + \beta_s E_s A_s h_o + \beta'_s E'_s \times$$

$$\times A'_s a' + \beta_{sp} E_{sp} A_p h_{op} + \beta'_{sp} E_{sp} A'_p a'_p / \{ E_b (t,t_o) [b\, x_{min} \times$$

$$\times (t, t_o) + (b'_f - b)\, h'_f] + \beta_s E_s A_s + \beta'_s E'_s A'_s + \beta_{sp} E_{sp} A_p +$$

$$+ \beta'_{sp} E_{sp} A'_p \}, \qquad (128)$$

$E_b\ (t,t_o)$ – эффективный модуль деформаций сжатой зоны бетона, определяемый по п. 10.5,

β_s, β'_s, β_{sp}, β_{sp} – коэффициенты нелинейности деформирования соответственно напрягаемой и обычной арматуры, определяемые по п. 10.6.

10.5. Эффективный модуль деформаций бетона сжатой зоны вычисляется по формуле

$$E_b\ (t, t_o) = [\ (4 + f_o) / (3 + 2\, f_o)\ ]\ E^{+}_b\ (t,t_o), \qquad (129)$$

где f_o – параметр, характеризующий кривизну эпюры напряжений в сжатой зоне бетона, принимаемый по табл. 26.

Таблица 26

Параметр	Класс бетона								
	B12,5	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50 и выше
f_o	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16

Входящий в выражение (129) $E_b\ (t,t_o)$ длительный модуль деформаций крайнего волокна сжатой зоны, отвечающий нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями, определяется исходя из выражения

$$E^{+}_b\ (t,t_o) = [\ (1 + v_k)\ / E_b\ (t)\ ] + [(1 + v_c)\, \varphi^*\ (t,t_o)]^{-1}, \qquad (130)$$

где коэффициенты v_k и v_c определяются по табл. 9 в зависимости от класса бетона по прочности на сжатие.

10.6. Коэффициенты β_s, β'_s для арматуры, обладающей физической текучестью, определяются по формулам:

$$\beta_s = R_{sk} / E_s\, \epsilon_s\ (t,t_o); \qquad (131)$$

$$\beta'_s = R'_{sk} = / [E'_s\, \beta'_s\ (t,t_o)], \qquad (132)$$

но принимаются не более 1.

В формулах (131), (132) параметры $\epsilon_s\ (t,t_o)$ $\epsilon'_s\ (t,t_o)$ определяют исходя из выражений:

$$\epsilon_s = (t,t_o) = \epsilon_{bu} \left[h_o - x_{min}\ (t,t_o) / x_{min}\ (t, t_o)\right];$$

$$\epsilon'_s\ (t,t_o) = \epsilon_{b\,u} \left[x_{min}\ (t, t_o) - a'/ x_{min}\ (t, t_o)\right],$$

где ϵ_{bu} – предельная сжимаемость бетона, принимаемая по табл. 27.

Таблица 27

Предельная сжимаемость	Вид бетона	Класс бетона				
		В20 и ниже	В30	В40	В50	В60
$\epsilon_{bu}\cdot10^3$	Тяжелый бетон естественного твердения	1,29	1,38	1.49	1,62	1,78
	То же, подвергнутый тепловой обработке	1,44	1,53	1,66	1,79	1,98

Если напряжение в арматуре, найденное по п.10.11, удовлетворяет условию $\sigma_s < R_{sk} (\sigma'_s < R'_{sk})$, то коэффициент $\beta_s = 1{,}0\ [\beta'_s = 1{,}0)$.

Коэффициенты β_{sp} и β'_{sp} для арматуры, не имеющей площадки текучести, вычисляют по формулам:

$$\beta'_{sp} = \left[1 + v'_s \left(\sigma'_{sp} / R'_{su}\right)^{m'_s}\right] - 1; \qquad (133)$$

$$\beta_{sp} = \left(1 + v_s\ \eta_{su}^{m_s}\right) - 1, \qquad (134)$$

где σ'_{sp} – напряжение в напрягаемой арматуре сжатой зоны, определяемое по п. 10.8;

R_{su} – временное сопротивление арматурной стали, принимаемое по табл. 26;

η_{su} – предельный уровень напряжений в напрягаемой арматуре растянутой зоны, значения которого приведены в табл. 28;

v_s (v'_s), m_s (m'_s) – коэффициенты, принимаемые по табл. 28.

Таблица 28

Параметр	Класс арматуры		
	А-IУ	А-У	А-УI
$v_s (v'_s)$	10	5	4
$m_s (m'_s)$	7	7	6
μ_{su}	0,67	0,8	0,83
R_{su}, МПа	980	1089	1307

10.7. Определение высоты сжатой зоны в предельном напряженном состоянии $x_{min}\ (t,t_o)$ изгибаемых элементов прямоугольного и таврового сечений производится согласно пп. 10.8 – 10.12.

10.8. Высота сжатой зоны предварительно напряженных элементов таврового сечения с полкой в сжатой зоне при соблюдении условия

$$R_b(n)\ b\ h'_f / (1 + f_o) + R'_s(k)\ A'_s + \sigma'_{sp}\ A'_p \leqslant R_{s(k)}A_s + \\ + R_{s\,(k)p}A_p, \qquad (135)$$

определяется путем решения уравнения

$$[R_b\ (n)\ (28)\ b / (1 + f_o)]\ x_{min}\ (t,t_o) + [R_b\ (n)\ (28) \times \\ \times (b'_f - b) / (1 + f_o)]\ x_{min}\ (t,t_o)\ \{1 - [1 - h'_f / x_{min}\ (t,to)]^{1 + f_o}\} + \\ + R'_{s\,(k)}\ A'_s + \sigma'_{sp}\ A_p = R_{s(k)}A_s + R_{s\,(k)p}\ A_p, \qquad (136)$$

где $R_{b(n)}$ (28) – нормативная призменная прочность бетона в возрасте t = = 28 сут, принимаемая по СНиП 2.03.01 – 84, устанавливаемая в зависимости от группы предельных состояний, на которую ведется расчет;

σ'_{sp} – напряжение в напрягаемой арматуре сжатой зоны. При наличии сцепления с бетоном $\sigma'_{sp} = \sigma_\epsilon - \sigma'_p$, причем $\sigma_\epsilon = 500 \cdot 10^6$ Н/м^2 при использовании коэффициента условий работы бетона $0{,}9 < \gamma_{b2} < 1{,}0$ и $\sigma_\epsilon = 400 \cdot 10^6$ Н/м^2 при использовании коэффициента $\gamma_{b2} = 1{,}0$, но не более R'_{sk};

σ'_p – предварительное напряжение в арматуре сжатой зоны с учетом всех потерь при коэффициенте $\gamma_T > 1{,}0$.

При решении уравнения (136) рекомендуется использовать один из численных методов решения трансцендентных уравнений, например, метод Ньютона.

Если условие (135) не выполняется, высота сжатой зоны определяется согласно указаниям п. 10.9, принимая $b = b'_f$.

10.9. Высота сжатой зоны предварительно напряженных элементов прямоугольного сечения определяется по формуле

$$x_{min}\ (t,t_o) = (1 + f_o)\ (R_{sk}\ A_s + R_{sk,p}\ A_p - R_{sk}\ A'_s - \\ - \sigma'_{sp}\ A'_p / [R_{bn}\ (28)\ b]. \qquad (137)$$

10.10. Высота сжатой зоны сечения ненапрягаемых элементов зависит от соотношения граничных относительных высот сжатой зоны ξ_k и ξ'_k, при которых напряжения соответственно в растянутой и в сжатой арматуре достигают расчетного сопротивления, принимаемого в зависимости от группы предельного состояния, на которую ведется расчет.

Граничные значения относительной высоты сжатой зоны

$$\xi_R = \{1 + R_{s\,(k)} \quad E_b^f \ (t, t_o) / [R_{b\,(n)} \ (28) \ E_s]\}^{-1}; \qquad (138)$$

$$\xi'_R = a'/h_o = \{1 - R'_{s\,(k)} \quad E_b^f \ (t,t_o) / [R_{b\,(n)} \ (28) \ E_s]\}^{-1}. \qquad (139)$$

10.11. Если нейтральная ось проходит в полке таврового сечения, т.е. соблюдаются условия:

$$[R_{b\,(n)} \ (28) \ b'_f \ h'_f / (1 + f_o)] + [R_{b\,(n)} \ (28) / E_b^f \ (t,t_o)] \times$$

$$\times [h'_f - a'/h'_f] \quad E'_s \ A'_s \geqslant R_{s\,(k)} \ A_s \quad \text{при } h'_f / h_q < \xi_R; \qquad (140)$$

$$[R_{b\,(n)} \ (28) \ b'_f h'_f / (1 + f_o)] + R'_{s\,(k)} \ A'_s \geqslant R_{s\,(k)} \ A_s$$

$$\text{при } h_f / h_o \geqslant \xi_R, \qquad (141)$$

то расчет высоты сжатой зоны производится как для прямоугольного сечения шириной b'_f в соответствии с указаниями п. 10.9.

Если условия (140) и (141) не выполняются и нейтральная ось проходит в ребре, то расчет ведется следующим образом:

в случае, если $\xi_R \geqslant \xi'_R$, методом последовательных приближений решается уравнение относительно $x_{min}\ (t,t_o)$

$$[R_{b\,(n)} \ (28) \ b / (1 + f_o)] \ x_{min} \ (t,t_o) + [R_b \ (b'_f - b) /$$

$$/ (1 + f_o)] \ x_{min} \ (t,t_o) \quad \{1 - [1 - h'_f / x_{min} \ (t, t_o)] \ 1 + f_o\} =$$

$$= \sigma_s \ A_s - \sigma'_s \ A'_s, \qquad (142)$$

предварительно принимая $\sigma_s = R_{s\,(k)}$ и $\sigma'_s = R'_{s\,(k)}$.

По найденному $x_{min}\ (t,t_o)$ вычисляется относительная высота сжатой зоны

$$\xi = x_{min} \ (t, t_o) / h_o.$$

Если полученная величина находится в интервале $\xi_R \geqslant \xi \geqslant \xi'_R$, то значение $x_{min}\ (t,t_o)$ считается найденным окончатель-

но. При выполнении условия $\xi > \xi_R$, $x_{min}\ (t,t_o)$ определяется повторно из уравнения (142), в котором принимается $\sigma'_s = R'_{s(k)}$, а величина напряжения σ_s определяется по формуле

$$\sigma_s = \epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E_s\ \{[h_o - x_{min}\ (t,t_o)]/\ x_{min}\ (t,t_o)\}; \qquad (143)$$

$$\epsilon_b^f\ (t,t_o) = R_{b(n)}\ \ (28)\ /\ E_b^f\ (t,t_o). \qquad (144)$$

Если $\xi < \xi'_R$, то $x_{min}\ (t,t_o)$ определяется повторно из уравнения (142), принимая $\sigma_s = R_{s(k)}$ и определяя значение напряжения σ'_s по формуле

$$\sigma'_s = \epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E'_s\ [1 - a'/\ x_{min}\ (t,t_o)]; \qquad (145)$$

в случае, если $\xi_R < \xi'_R$, методом последовательных приближений решается уравнение относительно $x_{min}\ (t,t_o)$.

$$[R_{b(n)}\ (28)\ b/(1+f_o)]\ x_{min}\ (t,t_o) + [R_{b(n)}\cdot(28)\ (b_f - b)\ /$$
$$/\ (1+f_o)]\ x_{min}\ (t,t_o)\ \{1 - [1 - h'_f/\ x_{min}\ (t,t_o)]^{1+f_o}\} +$$
$$+ \epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E'_s\ A'_s\ [1 - a'/\ x_{min}\ (t,t_o)] = \epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E_s\ A_s \times$$
$$\times\{[h_o - x_{min}\ (t,t_o)]\ /\ x_{min}\ (t,t_o)\}. \qquad (146)$$

По найденному $x_{min}\ (t,t_o)$ вычисляется относительная высота сжатой зоны ξ. Если она находится в интервале $\xi'_R > \xi > \xi_R$, то значение $x_{min}\ (t,t_o)$ считается найденным окончательно.

Если $\xi \geqslant \xi'_R$, то $x_{min}\ (t,t_o)$ определяется повторно из уравнения (146), принимая $\sigma_s = R_{s(k)}$, а σ_s, определяя по формуле (143).

Если $\xi \leqslant \xi_R$, то $x_{min}\ (t,t_o)$ определяется повторно из уравнения (146) принимая $\sigma_s = R_{s(k)}$, и определяя σ_s по формуле (145).

10.12. В прямоугольных сечениях ненапрягаемых элементов высота сжатой зоны определяется из квадратного уравнения

$$A\ x^2_{min}\ (t,t_o) + B\ x_{min}\ (t,t_o) - C = 0. \qquad (147)$$

В случае, если $\xi > \xi_k$ $x_{min}\ (t,t_o)$ определяется из уравнения (147), при условии, что $A = 0$,

$$B = R_{b(n)}\ (28)\ b/1 + f_o\ C = R_{s(k)}\ A_s - R'_{s(k)}\ A'_s.$$

По найденному $x_{min}\ (t,t_o)$ вычисляется относительная высота сжатой зоны. Если она находится в интервале $\xi'_R \leqslant \xi \leqslant \xi'_R$, x_{min} $\times(t,t_o)$ считается найденным окончательно. Если $\xi \leqslant \xi'_R$ или $\xi > \xi'_R$, $x_{min}\ (t,t_o)$ определяется повторно (147), принимая $A = R_{b(n)} \times$ $\times(28)\ b\ /\ (1 + f_o)$, B и C по табл. 27 для соответствующего соотношения ξ, ξ_R и ξ'_R.

С случае, если $\xi_R \leqslant \xi'_R$ $x_{min}\ (t,t_o)$ определяется из уравнения (147), принимаем:

$$A = R_b\ (n)\ (28)\ b\ /\ (1 + f_o),\ B = \epsilon_b^f\ (t,t_o)\ \ E'_s\ A'_s + \epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E_s A_s;$$

$$C = \epsilon_b^f\ \ (t,t_o)\ E_s\ A_s\ h_o + \epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E'_s\ A'_s\ a'.$$

По найденному $x_{min}\ (t,t_o)$ вычисляется относительная высота сжатой зоны. Если она находится в интервале $\xi_R < \xi < \xi'_R$, $x_{min}\ (t,t_o)$ считается найденной окончательно. Если $\xi > \xi_R$ или $\xi < \xi_R$, x_{min} $\times(t,t_o)$ определяется повторно из уравнения (147), принимая $A = R_{b(n)}\ (28)\ b\ /\ (1 + f_o)$, B и C – по табл. 29 для соответствующего соотношения ξ, ξ_R и ξ'_R.

10.13. Предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением предварительно напряженного изгибаемого элемента, определяется по формуле

$$M_{max}(t,t_o) = [R_{b(n)}\ \ (28)\ \ x^2_{min}\ (t,t_o)\ /\ \ (2 + f_o)]\ \{b + (b'_f - b) \times$$

$$\times[1 - (1 - h'_f\ /\ x_{min}\ (t,t_o))^{2 + f_o}]\} + R_{s(k)}\ \ A_s\ \ [h_o - x_{min} \times$$

$$\times\ t,t_o)\ ] + R'_{s(k)}\ A_s\ \ [x_{min}\ \ (t,t_o) - a'] + R_{s(k)}\ p\ \ A_{p_1}[h_{op} - x_{min} \times$$

$$\times(t,t_o)\ ] + \sigma'_{sp}\ A'_p\ [x_{min}\ \ (t.t_o) - a'\ ], \qquad (148)$$

Таблица 29

Расчетный случай		B	C
$\xi_R \leqslant \xi'_R$	$\xi_R > \xi'_R$		
$\xi \leqslant \xi_R$	$\xi < \xi'_R$	$\epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E'_s A'_s -$ $- R_{s(k)} A_s$	$\epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E'_s A'_s$
$\xi \geqslant \xi'_R$	$\xi > \xi_R$	$R'_{s(k)}\ A'_s + \epsilon_b^f\ (t,t_o) \times$ $\times E_s A_s$	$\epsilon_b^f\ (t,t_o)\ E_s A_s h_o$

где σ'_{sp} принимается в соответствии с п. 10.8.

Предельный изгибающий момент для элементов с ненапрягаемой арматурой определяется по формуле

$$M_{max}(t,t_o)=\{[R_{b(n)}\ x^2_{min}\ (t,t_o)\ ]\ /\ (2+f_o)\}\{b+(b'_f-b)\times$$
$$\times[1-(1-h'_f\ /\ x_{min}\ (t,t_o).^{2+f_o}]\}+\sigma_s A_s\ [h_o-x_{min}\times$$
$$\times(t,t_o)\ ]+\sigma\sigma'_s A'_s\quad [x_{min}\ (t,t_o)-a'], \qquad (149)$$

где σ_s и σ'_s определяются по формулам (143) и (145), но не превышают $R_{s(k)}$ и $R'_{s(k)}$ соответственно.

В сечениях, где нейтральная ось проходит в полке, $M_{max}(t,t_o)$ определяется, как для прямоугольного сечения с шириной b по формулам, вытекающим из (148) и (149).

10.14. Максимальный прогиб однопролетной шарнирно опертой балки в зависимости от схемы нагружения определяется по формулам:

при равномерно распределенной нагрузке

$$f_M(t)=\{M_{max}\ (t,t_o)\ /\ [k_o\ (t-t_o)\ D_o\ (t,t_o)\ -D_{min}\ (t,t_o)\ ]\}\times$$
$$\times\leftarrow l^2/8+T\ (t,t_o)\ /\ 2\quad\{\ln[1-l^2/4T\ (t,t_o)\ ]+[2l/$$
$$/\ \sqrt{4T\ (t,t_o)-l^2}\ ]\ \text{arctg}\quad\{l\ /\ [4T\ (t,t_o)-l^2]\}, \qquad (150)$$

где $T(t,t_o)=[2k\ (t-t_o)\ D_o\ (t,t_o)\ M_{max}\ (t,t_o)]/\{q\ [k\times$
$\times(t-t_o)\ D_o\ (t,t_o)-D_{min}\ (t,t_o)\ ]\}$;

l – длина пролета балки;

при нагружении сосредоточенной силой, приложенной в середине пролета:

$$f_M(t)=\{p/\ [2k\ (t-t_o)\ D_o\ (t,t_o)\ L\ (t,t_o)\ ]\}\{(l^2/8)+$$
$$+1\ /\ [L^2\ (t,t_o)]\ \ln\ [1+L\ (t,t_o)\ l/2\ ]-l/[2L\times$$
$$\times(t,t_o)]\}; \qquad (151)$$

при нагружении сосредоточенными силами, приложенными в третях пролета

$$f_м(t) = \{p / [k (t - t_0) D_0 (t, t_0)]\} \{l^2 / [36 L (t, t_0)] + 1 / [8 L^3 (t, t_0)] \ln [1 + 2/3 L (t, t_0) l] - l / [12 L^2 \times (t, t_0)] + 5 l^3 / < 216 [1 + 2/3 L (t, t_0) l] > \}; \quad (152)$$

при нагружении сосредоточенными силами, приложенными в точках, отстоящих на четверть пролета от опор

$$f_м(t) = \{p / [k (t - t_0) D_0 (t, t_0)]\} \{l^2 / [64 L \times (t, t_0)] + 1 / [8 L^3 (t, t_0)] \ln [1 + L (t, t_0) l / 2] - l / [16 L^2 (t, t_0)] + < 3 l^3 / 128 [1 + L (t, t_0) l / 2] >\}, \quad (153)$$

где

$$L (t, t_0) = \{D_{min} (t, t_0) / [k (t - t_0) D_0 (t, t_0)] - 1\} \times p / [2 M_{max} (t, t_0)].$$

Пример 1. Определение жесткости и прогибов железобетонной балки прямоугольного сечения.

Дано: свободноопертая балка пролетом 8 м прямоугольного сечения с размерами b = 0,2 м; h = 0,6 м; $a = 0{,}08$ м из тяжелого бетона класса В 20, подвергнутого тепловой обработке при атмосферном давлении (В20 = 20 МПа = $20{,}0 \cdot 10^6$ Н/м^2) и имеющего осадку конуса 5–6 см; армирована ненапрягаемой арматурой класса А-III (R_{csk} = 400 МПа = $400 \cdot 10^6$ Н/м^2; $E_s = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м^2); сечение арматуры $A_s = 24{,}63 \cdot 10^{-4}$ (4ϕ28 AIII); нагрузка на балку q = $23 \cdot 10^3$ Н/м) (с учетом собственного веса); относительная влажность окружающей среды W = 65 %.

Требуется определить жесткость и прогиб в середине пролета балки в момент времени $t \to \infty$ при нагружении балки в момент времени t_0 = 28 сут.

Расчет. Изгибающий момент в середине пролета

$$M = q l^2 / 8 = 23 \cdot 10^3 \cdot 8^2 / 8 = 18{,}4 \cdot 10^4 \text{ Н-м}.$$

Определение модулей упругости бетона. По табл. 2 и в соответствии с примечанием к ней для бетона класса В20:

$$E_b (28) = 27 \cdot 10^3 \cdot 0{,}9 = 2{,}43 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2.$$

В момент $t \to \infty$ прочность этого бетона определяется по табл. 3: $R_b^G(\infty)$ = 26,9 МПа.

Для бетона с $R_b^G(\infty) = 26{,}9$ МПа по табл. 2 модуль упругости определяется линейной интерполяцией и в соответствии с примечанием к таблице также уменьшается до 0,9 своего значения:

$$E_b(\infty) = 30{,}69 \cdot 10^8 \cdot 0{,}9 = 27{\cdot}62 \cdot 10^3 = 2{,}762 \cdot 10^{10}\ \text{Н/м}^2.$$

Модуль открытой поверхности элемента

$$\overline{M} = 2(b + h)/bh = 2(20 + 60)/20{\cdot}60 = 0{,}133\ \text{см}^{-1} = 13{,}3\ \text{м}^{-1}.$$

По табл. 11 находим параметры $\gamma = 0{,}008$ сут$^{-1}$; $\gamma_1 = 0{,}004$ сут$^{-1}$, по табл. 12 – параметры $c = 0{,}50$, $\alpha = 0{,}625$.

Воспользовавшись формулами (12) и (13), находим

$$\Omega = c + de^{-\gamma 28} = 0{,}5 + 0{,}625\, e^{-0{,}008 \cdot 28} \simeq 1;$$

$$f(\infty - 28) = 1 - ke^{-\gamma_1(\infty - 28)} = 1 - 0{,}8\, e^{-0{,}004(\infty - 28)} = 1.$$

В соответствии с табл. 4 и примеч. 1 к ней находим предельное значение меры ползучести

$$c^N(\infty, 28) = 115 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}9 = 103{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{МПа}^{-1} =$$

$$= 10{,}35 \cdot 10^{-11}\ \text{м}^2/\text{Н}.$$

Расчетное значение меры ползучести определяется по формуле (5а)

$$c(\infty, 28) = c^N(\infty, 28)\, \xi_{2c}\, \xi_{3c},$$

где по табл. 5 $\xi_{2c} = 0{,}03$; $\xi_{3c} = 0{,}93$.

$$c(\infty, 28) = 10{,}35 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}83 \cdot 0{,}93 = 7{,}99 \cdot 10^{-11}\ \text{м}^2/\text{Н}.$$

Меру ползучести определяем по формуле (10)

$$c^*(\infty, 28) = 1/E_b(28) - 1/E_b(\infty) + c(\infty, 28)\, \Omega(28)\, f(\infty - 28) =$$

$$= 1/2{,}43 \cdot 10^{10} - 1/2{,}762 \cdot 10^{10} + 7{,}99 \cdot 10^{-11} \cdot 1 \cdot 1 =$$

$$= 0{,}848 \cdot 10^{-10}\ \text{м}^2/\text{Н}.$$

Длительный модуль деформаций бетона находим по формуле (123)

$$E_{ob}(\infty, 28) = [1/E_b(\infty) + c^*(\infty, 28)]^{-1} = 1/2{,}762 \cdot 10^{10} +$$

$$+ 0{,}848 \cdot 10^{-10}]^{-1} = 0{,}826 \cdot 10^{10}\ \text{Н/м}^2.$$

Высоту сжатой зоны в нулевом напряженном состоянии определяем по формуле (122)

$$x_0(\infty,28) = [0{,}5bh^2 E_{0b}(\infty,28) + E_s A_s (h - a)] /$$

$$/ [bhE_{0b}(\infty,28) + E_s A_s] = (0{,}5 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}826 \cdot 10^{10} +$$

$$+ 2 \cdot 10^{11} \cdot 24{,}63 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}52) / (0{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}826 \cdot 10^{10} +$$

$$+ 2 \cdot 10^{11} \cdot 24{,}63 \cdot 10^{-4}) = 0{,}373 \text{ м}.$$

Жесткость сечения в нулевом напряженном состоянии вычисляем по формулам (117) – (121):

$$D_{ob,c}(\infty, 28) = 1/3\, b x_0^{\,3} E_{ob}(\infty, 28) = 1/3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}373^3 \cdot 0{,}826 \cdot$$

$$\cdot 10^{10} = 2{,}86 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{ob,t}(\infty,28) = 1/3\, b\, (h - x_0)^3 E_{ob}(\infty, 28) = 1/3 \cdot 0{,}2\, (0{,}6 -$$

$$- 0{,}373)^3 \times 0{,}826 \cdot 10^{10} = 0{,}644 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{os,t}(\infty, 28) = E_s A_s (h - a - x_0)^2 = 2{,}0 \cdot 10^{11} \cdot 24{,}63 \cdot 10^{-4} \times$$

$$\times (0{,}6 - 0{,}08 - 0{,}373)^2 = 1{,}064 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_0(\infty, 28) = D_{ob,c}(\infty,28) + D_{ob,t}(\infty, 28) + D_{os,t}(\infty, 28) =$$

$$= 2{,}86 \cdot 10^7 + 0{,}644 \cdot 10^7 + 1{,}064 \cdot 10^7 = 4{,}568 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

Из табл. 26 определяем параметр $f_0 = 0{,}08$; параметры нелинейности, согласно данным табл. 9, равны $\nu_k = 2$, $\nu_c = 2{,}35$.

По формуле (131) длительный модуль деформаций крайнего сжатого волокна

$$E_b^f(\infty, 28) = [(1 + \nu_k)/E_b(\infty) + (1 + \nu_c)\, c^*(\infty, 28)]^{-1} =$$

$$= [(1 + 2 \quad / 2{,}762 \cdot 10^{10} + (1 + 2{,}35) \cdot 0{,}848 \cdot 10^{-10}]^{-1} =$$

$$= 0{,}255 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2.$$

Эффективный модуль деформаций бетона сжатой зоны находим по формуле (130):

$$E_b(\infty, 28) = (4 + f_0) / (3 + f_0 \cdot 2)\; E_b^f(\infty, 28) = [4 + 0{,}08) /$$

$$/ (3 + 2 \cdot 0{,}08)\; 0{,}255 \cdot 10^{10} = 0{,}329 \cdot 10^{10} \text{ Н} / \text{м}^2.$$

Исходя из выражения (138) вычисляем граничную высоту сжатой зоны сечения

$$\xi_R = [\, 1 + R_{sk}\, E_b^f\, (\infty, 28) \,/\, R_{bk}\, (28)\, E_s\,]^{-1},$$

где R_{bn} (28) – нормативное значение призменной прочности бетона; согласно табл. 3, для бетона В20 в возрасте $t_o = 28$ сут R_{bk} (28) = 15 МПа.

Тогда

$$\xi_R = [\, 1 + 400 \cdot 10^6 \cdot 0{,}255 \cdot 10^{10} / \, 15 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{11}]^{-1} = 0{,}746.$$

Путем решения уравнения (147) определяем высоту сжатой зоны в предельном напряженном состоянии, предварительно принимая $\sigma_s = R_{sk}$:

$$A\, x_{min}^2\, (\infty, 28) + B\, x_{min}\, (\infty, 28) - C = 0.$$

Здесь $A = R_{bn}\, (28)\, b \,/\, (1 + f_o) = 15 \cdot 10^6 \cdot 0{,}2 \,/\, (1 + 0{,}08) =$

$= 2{,}78 \cdot 10^6$;

$B = \epsilon_b^f\, (\infty, 28)\, E_s'\, A_s' - R_{sk}\, A_s \quad 0 - 400 \cdot 10^6 \cdot 24{,}63 \cdot 10^{-4} =$

$= - 0{,}985 \cdot 10^6$;

$C = \epsilon_b^f\, (\infty, 28)\, E_s'\, A_s'\, a = 0.$

Итак, $2{,}76 \cdot 10^6\, x_{min}\, (\infty, 28) - 0{,}985 \cdot 10^6 = 0$, отсюда $x_{min} \times$
$\times (\infty, 28) = 0{,}354$ м $< x_R = \xi_R\, h_o = 0{,}746 \cdot 0{,}52 = 0{,}397$ м (т.е., действительно, $\sigma_s = R_{sk}$).

Предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением, определяем по формуле (149), принимая $b = b_f'$:

$$M_{max}\, (\infty, 28) = R_{bn}\, (28)\, x_{min}^2\, (\infty, 28) \,/\, (2 + f_o)\quad b + R_{sk} \times$$

$$\times A_s\, [\, h_o - x_{min}\, (\infty, 28)\,] = 15{,}0 \cdot 10^6 \cdot 0{,}354 \,/\, (2 + 0{,}08) \cdot 0{,}2 +$$

$$+ 400 \cdot 10^6 \cdot 24{,}63 \cdot 10^{-4}\, (0{,}52 - 0{,}354) = 34{,}43 \cdot 10^4\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

В соответствии с указаниями п. 10.6 находим коэффициент нелинейности деформирования арматуры β_s.

По табл. 27 устанавливаем предельную сжимаемость бетона $\epsilon_{bu} = 1{,}44 \cdot 10^{-3}$. Далее определяем параметр

$$\epsilon_s (\infty, 28) = \epsilon_{bu} (h_o - x_{min} (\infty, 28) / x_{min} (\infty, 28) = 1{,}44 \cdot 10^{-3} \times$$

$$\times (0{,}52 - 0{,}354) / 0{,}354 = 0{,}68 \cdot 10^{-3}.$$

По формуле (131) находим коэффициент β_s

$$\beta_s = R_{sk} / E_s \epsilon_s (\infty, 28) = 400 \cdot 10^6 / 2{,}0 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}68 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 2{,}94 > 1.$$

Поэтому в расчете принимается $\beta_s = 1$.

По формуле (128) находим

$$q_o (\infty, 28) = [\, 0{,}5 \; E_b (\infty, 28) \; b \; x^2_{min} (\infty, 28) + \beta_s E_s A_s \; h_o \,] /$$

$$/ \, [\, E_b (\infty, 28) \; b \, x_{min} \; (\infty, 28) + \beta_s E_s A_s \,] = (0{,}5 \cdot 0{,}329 \cdot 10^{10} \times$$

$$\times 0{,}2 \cdot 0{,}354^2 + 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 24{,}63 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}52) / (0{,}329 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}2 \times$$

$$\times 0{,}354 + 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 24{,}63 \cdot 10^{-4}) = 0{,}41 \text{ м}.$$

Жесткость сечения в предельном напряженном состоянии определяем по формулам п. 10.4:

$$D_{min\, b,\, c} (\infty, 28) = E_b (\infty, 28) \; \{ b \; x^3_{min} (\infty, 28) / 12 + b \; x_{min} \times$$

$$\times [(\infty, 28) \quad [q_o (\infty, 28) - x_{min} (\infty, 28) / 2 \,]^2 \} = 0{,}329 \cdot 10^{10} \times$$

$$\times \{ 0{,}2 \;\; 0{,}354^3 / 12 + 0{,}2 \cdot 0{,}354 \; (0{,}41 - 0{,}354/2)^2 \} = 1{,}51 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

$$D_{s\, t} (\infty, 28) = \beta_s E_s A_s \, [\, h_o - q_o (\infty, 28) \,]^2 = 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \times$$

$$\times 24{,}63 \cdot 10^{-4} \; (0{,}52 - 0{,}41)^2 = 0{,}596 \cdot 10^7 / \text{Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{min} (\infty, 28) = D_{min\, b,c} (\infty, 28) + D_{s,t} (\infty, 28) =$$

$$= 1{,}51 \cdot 10^7 + 0{,}596 \cdot 10^7 = 2{,}106 \cdot 10^7 \;\; / \, \text{Н} \cdot \text{м}^2.$$

Согласно табл. 22 при $t - t_o = \infty - 28 > 60$ сут $k(t - t_o) = 1$

По формуле (116) находим жесткость в наиболее напряженном сечении, совпадающем с серединой пролета балки:

$$D(\infty, 28) = k(\infty - 28)\, D_0(\infty, 28)\{1 - [1 - D_{min}(\infty, 28) / k(\infty - 28)\, D_0(\infty, 28)]\, M / M_{max}(\infty, 28)\} = 1{,}0 \cdot 4{,}568 \cdot 10^7 \{1 - [1 - 2{,}106 \cdot 10^7 / 1{,}0\ 4{,}568 \cdot 10^7]\ 18{,}4 \cdot 10^4 / 34{,}43 \cdot 10^4\} =$$

$$= 3{,}252 \cdot 10^7\ \text{Н·м}^2.$$

Прогиб в середине пролета с учетом изменения жесткости по ее длине определяем по формуле (150)

$$f_M(\infty) = M_{max}(\infty, 28) / [k(\infty - 28) D_0(\infty, 28) - D_{min}(\infty, 28)] \times$$

$$\times < -l^2/8 + T(\infty, 28) / 2\{\ln[1 - l^3 / 4\, T(\infty, 28)] + 2l / \sqrt{4\, T(\infty, 28) - l^2}\ \text{arctg}\ l / \sqrt{4\, T(\infty, 28) - l^2}\} >;$$

здесь

$$T(\infty, 28) = 2\, k(\infty - 28)\, D_0(\infty, 28)\, M_{max}(\infty, 28) / [q[k(\infty - 28) \times D_0(\infty, 28) - D_{min}(\infty, 28)] = 2 \cdot 1{,}0 \cdot 4{,}568 \cdot 10^7 \cdot 34{,}43 \cdot 10^4 / 23 \cdot 10^3 \times (1{,}0 \cdot 4{,}568 \cdot 10^7 - 2{,}106 \cdot 10^7) = 55{,}59\ \text{м}^2.$$

Прогиб в середине пролета

$$f_M(\infty) = 34{,}43 \cdot 10^4 / (1{,}0 \cdot 4{,}568 \cdot 10^7 - 2{,}106 \cdot 10^7)\{-8^2/8 + 55{,}59 / 2 \times [\ln(1 - 8^2 / 4 \cdot 55{,}59) + 2{,}8 / \sqrt{4{,}0 \cdot 55{,}59 - 8^2}\ \text{arctg} \times 8 / \sqrt{4 \cdot 55{,}59 - 8^2}]\} = 0{,}036\ \text{м} = 3{,}6\ \text{см}.$$

Пример 2. Определение жесткости и прогибов железобетонной балки таврового сечения.

Дано: свободноопертая балка пролетом 6 м таврового сечения (рис. 6) с размерами $b = 0{,}2$ м, $b'_f = 0{,}35$ м, $h = 0{,}6$ м, $h_0 = 0{,}06$ м, $a = a' = 0{,}05$ м, изготовленная из бетона класса В30 естественного твердения с осадкой конуса 5 – 6 см, армированная ненапрягаемой арматурой класса А-III ($E_s = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м^2; $R_s = R'_s = 400$ МПа $= 4 \cdot 10^8$ Н/м^2); сечение растянутой арматуры $A_s = 32{,}17 \cdot 10^{-4}$ м^2 (4⌀32), сечение сжатой арматуры $A'_s = 4{,}52 \cdot 10^{-4}$ м^2 (4⌀12); наг-

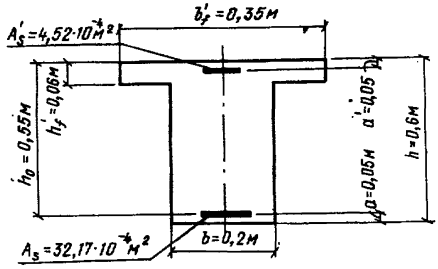


Рис. 6. Поперечное сечение балки

рузка на балку $q = 70 \cdot 10^3$ Н/м, включая собственный вес; влажность окружающей среды $w = 65$ %.

Требуется определить жесткость и прогиб в середине пролета балки в момент времени $t \to \infty$ при нагружении ее в возрасте $t_0 = 50$ сут.

Расчет. Изгибающий момент в середине пролета равен

$$M = ql^2 / 8 = 70 \cdot 10^3 \cdot 6^2 / 8 = 31,5 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По формуле (2 а) находим прочность бетона в возрасте $t_0 = 50$ сут

$$R_b^G (50) = \{1 + 23 / [46 + B (28)] (t - 28) / (t + 14)\} B (28) =$$

$$= [1 + 23 / (46 + 30) (50 - 28) / (50 + 14)] 30 = 33,12 \text{ МПа},$$

а по табл. 3 – в возрасте $t \to \infty$; $R_b^G (\infty) = 39,1$ МПа $= 39,1 \cdot 10^6$ Н/м^2.

По табл. 2 определяем отвечающие этим прочностям модули упругости

$$E_b (50) = 33,59 \cdot 10^3 \text{ МПа} = 3,359 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2; \; E_b (\infty) =$$

$$= 35,69 \cdot 10^3 \text{ МПа} = 3,569 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2.$$

Модуль открытой поверхности элемента равен

$$\tilde{M} = 2 (b + h) / [bh + (b'_f - b) h'_f] = 2 (0,35 + 0,6) / [0,2 \cdot 0,6 +$$

$$+ (0,35 - 0,2) 0,06] = 14,73 \text{ м}^{-1}.$$

В соответствии с данными табл. 4 предельное значение меры ползучести равно: $c^N(\infty, 28) = 84 \cdot 10^{-6}$ (МПа) $= 8{,}4 \cdot 10^{-11}$ $(Н/м^2)^{-1}$.

Расчетное значение меры ползучести находим по формуле (5 а)

$$c^N(\infty, 28) = 8{,}4 \cdot 10^{-11} \ (Н/м^2)^{-1},$$

где по табл. 6 $\xi_{2c} = 0{,}845$; $\xi_{3c} = 0{,}935$;

$$c(\infty, 28) = 8{,}4 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}845 \cdot 0{,}935 = 6{,}64 \cdot 10^{-11} \ (Н/м^2)^{-1}.$$

По табл. 11, 12 определяем значения параметров функций длительной деформативности при данном модуле открытой поверхности:

$\gamma = 0{,}008$ сут$^{-1}$; $\gamma_1 = 0{,}004$ сут$^{-1}$; $c = 0{,}5$; $d = 0{,}625$.

По формулам (12), (13) находим:

$$\Omega(50) = c + de^{-\gamma 50} = 0{,}5 + 0{,}625\, e^{-0{,}008 \cdot 50} = 0{,}919;$$

$$f(\infty - 50) = 1 - k e^{-\gamma_1(\infty - 50)} = 1 - 0{,}8\, e^{-0{,}004(\infty - 50)} = 1.$$

Мера ползучести вычисляется по формуле (10):

$$c^*(\infty, 50) = 1/E_b(50) - 1/E_b(\infty) + c(\infty, 50)\,\Omega(50)\,f(\infty - 50) =$$

$$= 1/3{,}359 \cdot 10^{10} - 1/3{,}569 \cdot 10^{10} + 6{,}64 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}919 \cdot 1{,}0 = 6{,}28 \cdot 10^{-11}$$

$(Н/м^2)^{-1}$.

Длительный модуль деформаций бетона находим из выражения (123):

$$E_{ob}(\infty, 50) = [1/E_b(\infty) + c^*(\infty, 50)]^{-1} = [1/3{,}569 \cdot 10^{10} +$$

$$+ 6{,}28 \cdot 10^{-11}]^{-1} = 1{,}101 \cdot 10^{10}, Н/м^2.$$

По формуле (122) находим высоту сжатой зоны в нулевом напряженном состоянии

$$x_o(\infty, 50) = \{0{,}5\,[bh^2 + (b'_f - b)(h'_f)^2]\,E_{ob}(\infty, 50) + E_s A_s h_o +$$

$$+ E'_s A'_s a'\}/\{bh + (b'_f - b)\,h'_f]\,E_{ob}(\infty, 50) + E_s A_s + E'_s A'_s\} =$$

$$= \{0{,}5\,[0{,}2 \cdot 0{,}6^2 + (0{,}35 - 0{,}2)\ 0{,}06^2]\,1{,}101 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^{11} \cdot 32{,}17x$$

$\cdot 10^{-4} \cdot 0{,}55 + 2 \cdot 10^{11} \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-4}\ 0{,}05\} /$

$/\ [0{,}2 \cdot 0{,}6 + (0{,}35 - 0{,}2)\ \ 0{,}06\ ]\ 1{,}101 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^{11} \cdot 32{,}17 \cdot 10^{-4}$

$+\ 2 \cdot 10^{11} \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-4}\} = 0{,}352$ м.

Жесткость сечения в нулевом напряженном состоянии определяем по формулам (117) – (121):

$$D_{ob,c}\ (\infty, 50) = < b\, x_0^3\ (\infty, 50) / 3 + (b'_f - b)\ \{ h_f^{13} / 12 +$$

$$+\ h'_f\ [x_0\ (\infty, 50) - h'_f / 2\ ]^2\} > E_{ob}\ (\infty, 50) = \{0{,}2 \cdot 0{,}352^3 / 3 +$$

$$+\ (0{,}35 - 0{,}2)\ \ [0{,}06^3 / 12 + 0{,}06\ (0{,}352 - 0{,}06 / 2)^2\}\ 1{,}101 \cdot 10^{10} =$$

$$= 4{,}23 \cdot 10^7,\ \text{Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{ob,t}\ (\infty, 50) = 1/3\ b\ [\ h - x_0\ (\infty, 50)\ ]^3 E_{ob}\ (\infty, 50) = 1\ \ 0{,}2 /$$

$$/\ 3\ (0{,}6 - 0{,}352)^3\ \ 1{,}101 \cdot 10^{10} = 1{,}017 \cdot 10^7,\ \text{Нм}^2;$$

$$D_{os,c}\ (\infty, 50) = E'_s\ A'_s\ [x_0\ \ (\infty, 50) - a']^2 = 2{,}0 \cdot 10^{11} \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-4} \times$$

$$\times (0{,}352 - 0{,}05)^2 = 0{,}824 \cdot 10^7,\ \text{Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{os,t}\ (\infty, 50) = E_s\ A_s\ [h_o - x_0\ (\infty, 50)\ ]^2 = \ 2{,}0 \cdot 10^{11} \cdot 32{,}17 \cdot 10^{-4}\ \times$$

$$\times (0{,}6 - 0{,}05 - 0{,}352)^2 = 2{,}52 \cdot 10^7,\ \text{Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_o\ (\infty, 50) = D_{ob,c}\ (\infty, 50) + D_{ob,t}\ (\infty, 50) + D_{os,c}\ (\infty, 50) +$$

$$+\ D_{os,t}\ (\infty, 50) = 4{,}23 \cdot 10^7 + 1{,}017 \cdot 10^7 + 0{,}824 \cdot 10^7 + 2{,}52 \cdot 10^7 =$$

$$8{,}591 \cdot 10^7,\ \text{Н} \cdot \text{м}^2.$$

В соответствии с табл. 26 параметр $f_o = 0{,}13$.

Длительный модуль деформаций крайнего сжатого волокна вычисляем исходя из зависимости (130):

$$E_b^f\ (\infty, 50) = [(\ 1 + \nu_k) / E_b\ (\infty) + (\ 1 + \nu_c)\ c^*\ (\infty, 50)\ ]^{-1} =$$

$$= [(\ 1 + 1.3) / 3{,}569 \cdot 10^{10} + (1 + 1{,}6)\ \ 6{,}28 \cdot 10^{11}\ ]^{-1} = 0{,}439 \cdot$$

$\cdot\ 10^{10}$ Н/м^2,

где коэффициенты ν_k и ν_c приняты по табл. 9, соответственно: 1,3; 1,6.

Определяем эффективный модуль деформаций бетона сжатой зоны по формуле (129):

$$E_{b.}\ (\infty, 50) = (\ 4 + f_o) / (3 + 2f_o)\ E_b^f\ (\infty, 50) = (\ 4 + 0{,}13)$$

$/(3 + 2 \cdot 0{,}13)\, 0{,}439 \cdot 10^{10} = 0{,}556 \cdot 10^{10}$ Н/м^2.

Граничные значения относительной высоты сжатой зоны находим по формулам (138), (139):

$$\xi_R = [\, 1 + R_{sk}\, E_b^f\, (\infty, 50) \,/\, R_{bn}\, (28)\, E_s \,]^{-1} = [\, 1 + 4 \cdot 10^8 \cdot 0{,}439 \cdot 10^{10} / 22 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \,]^{-1} = 0{,}715;$$

$$\xi_R' = \alpha' / h_o\, [\, 1 - R_{sk}'\, E_b^f\, (\infty, 50) \,/\, E_s\, R_{bn}\, (28) \,]^{-1} = 0{,}05 / 0{,}55 \times$$

$$\times [\, 1 - 4 \cdot 10^8 \cdot 0{,}439 \cdot 10^{10} / 2 \cdot 10^{11} \cdot 22 \cdot 10^6 \,]^{-1} = 0{,}151,$$

где, согласно табл. 3, $R_{bn}\, (28) = 22$ МПа $= 22 \cdot 10^6$ Н/м^2.

Поскольку $h_f'/h_o = 0{,}06/0{,}55 = 0{,}109 < \xi_R' = 0{,}151$, положение нейтральной оси устанавливаем исходя из условия (140).

$$R_{bn}\, (28)\, B_f'\, h_f' / (1 + f_o) + R_{bn}\, (28) / E_b^f\, (\infty, 50) - (h_f' - \alpha) /$$

$$/\, h_f' \cdot E_s'\, A_s' \geq R_{sk}\, A_s;$$

$$22 \cdot 10^6 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}06 / (1 + 0{,}13) + 22 \cdot 10^6 / 0{,}439 \cdot 10^{10} (0{,}06 - 0{,}05) /$$

$$/\, 0{,}06 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-4} = 4{,}844 \cdot 10^5 \text{ Н} < R_{sk}\, A_s = 4 \cdot 10^8 \times$$

$$\times 32{,}17 \cdot 10^{-4} = 12{,}87 \cdot 10^5 \text{ Н}.$$

Следовательно, нейтральная ось проходит в ребре.

Учитывая соотношение $\xi_R' = 0{,}151 < \xi_R = 0{,}715$, высота сжатой зоны определяется из уравнения (142), решаемого методом Ньютона.

Представим это уравнение в виде

$$F\, [\, x_{min}\, (\infty, 50) = a\, x_{min}\, (\infty, 50) + b\, x_{min}\, (\infty, 50) \left\{ 1 - [\, 1 - \right.$$

$$\left. - h_f' / x_{min}\, (\infty, 50) \,]^{1 + f_o} \right\} - c = 0,$$

где, принимая $\sigma_s = R_{sk}$, $\sigma_s' = R_{sk}'$:

$$a = R_{bn}\, (28)\, b / (1 + f_o) = 22 \cdot 10^6 \cdot 0{,}2 / (1 + 0{,}13) = 3{,}893 \cdot 10^6;$$

$$b = R_{bn}\, (28)\, (b_f' - b) / (1 + f_o) = 22 \cdot 10^6\, (0{,}35 - 0{,}2) / (1 +$$

$$+ 0{,}13) = 2{,}92 \cdot 10^6;$$

$$c = R_{sk} A_s - R'_{sk} A'_s = 4 \cdot 10^8 \cdot 32{,}17 \cdot 10^{-4} - 4{,}0 \cdot 10^8 \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-4} =$$

$$= 1{,}106 \cdot 10^6.$$

Выражение для первой производной от левой части уравнения по x_{min} $(\infty, 50)$ имеет вид

$$F'[x_{min}(\infty, 50)] = a + в \{1 - [1 - h'_f / x_{min}(\infty, 50)]^{1 + f_o}\} -$$

$$- b(1 + f_o) [1 - h'_f / x_{min}(\infty, 50)] h'_f / x_{min}(\infty, 50).$$

Задаваясь $x^0_{min}(\infty, 50) = 0{,}5\, h = 0{,}5 \cdot 0{,}6 = 0{,}3$ м и вычислив

$$F[x^0_{min}(\infty, 50)] = 3{,}893 \cdot 10^6 \cdot 0{,}3 + 2{,}92 \cdot 10^6 \cdot 0{,}3 [1 - (1 -$$

$$- 0{,}06/0{,}3)^{1 + 0{,}13}] - 1{,}106 \cdot 10^6 = 0{,}257 \cdot 10^6;$$

$$F'[x^0_{min}(\infty, 50) = 3{,}893 \cdot 10^6 + 2{,}92 \cdot 10^6 [1 - (1 - 0{,}06/0{,}3)^{1 + 0{,}13}] -$$

$$- 2{,}92 \cdot 10^6 (1 + 0{,}13)(1 - 0{,}06/0{,}3)^{1 + 0{,}13} 0{,}06/0{,}3 = 4{,}031 \cdot 10^6,$$

в первом приближении находим

$$x^1_{min}(\infty, 50) = x^0_{min}(\infty, 50) - F[x^0_{min}(\infty, 50)] / F'[x^0_{min}(\infty, 50] =$$

$$= 0{,}3 - 0{,}257 \cdot 10^6 / 4{,}031 \cdot 10^6 = 0{,}236 \text{ м.}$$

Принимаем $x'_{min}(\infty, 50) = 0{,}236$ м и находим во втором приближении

$$F(x'_{min}) = 3{,}893 \cdot 10^6 \cdot 0{,}236 + 2{,}92 \cdot 10^6 \cdot 0{,}236 [1 -$$

$$-(1 - 0{,}06/0{,}236)^{1 + 0{,}13}] - 1{,}106 \cdot 10^6 = 7{,}18 \cdot 10^3;$$

$$F'(x'_{min}) = 3{,}893 \cdot 10^6 + 2{,}92 \cdot 10^6 [1 - (1 - 0{,}06/0{,}236)^{1 + 0{,}13}] -$$

$$- 2{,}92 \cdot 10^6 (1 + 0{,}13) (1 - 0{,}06/0{,}236)^{1 + 0{,}13} 0{,}06/0{,}3 =$$

$$= 4{,}293 \cdot 10^6;$$

$$x^2_{min}(\infty, 50) = x'_{min}(\infty, 50) - E(x'_{min}) / F'(x'_{min}) = 0{,}236 -$$

$$- 7{,}18 \cdot 10^3 / 4{,}293 \cdot 10^6 = 0{,}234 \text{ м.}$$

Учитывая незначительную разницу между x^1_{min} и x^2_{min} принимаем $x_{min}\ (\infty, 50) = 0{,}234$ м.

Проверяем условие

$$\xi'_R = 0{,}151 \quad < \xi = x_{min}\ (\infty, 50)\ / h_o = 0{,}234\ / 0{,}55 = 0{,}425 \text{ м} <$$

$$< \xi_R = 0{,}715.$$

Следовательно, согласно п. 10.11 $x_{min}\ (\infty, 50)$ считается найденным окончательно.

В соответствии с указаниями п. 10.6 находим коэффициенты нелинейности деформирования арматуры β_s и β'_s.

Согласно данным табл. 27, предельная сжимаемость бетона класса В30 $\epsilon_{bn} = 1{,}38 \cdot 10^{-3}$.

Определяем параметры $\epsilon_s\ (\infty,50)$ и $\epsilon'_s\ (\infty, 50)$:

$$\epsilon_s\ (\infty, 50) = \epsilon_{bn} [\, h_o - x_{min}\ (\infty, 50)\ /\ x_{min}\ (\infty, 50) = 1{,}38 \cdot 10^{-3} \times$$

$$\times (0{,}55 - 0{,}234)\ /\ 0{,}234 = 1{,}864 \cdot 10^{-3};$$

$$\epsilon'_s\ (\infty, 50) = \epsilon_{bn} [\, x_{min}\ (\infty, 50) - a'] / x_{min}\ (\infty, 50) = 1{,}38 \cdot 10^{-3} \times$$

$$\times (0{,}234 - 0{,}05)\ /\ 0{,}234 = 1{,}085 \cdot 10^{-3}.$$

По формулам (131), (132) определяем коэффициенты:

$$\beta_s = R_{sk}\ /\ E_s\, \epsilon_s\ (\infty, 50) = 4 \cdot 10^8\ /\ 2 \cdot 10^{11} \cdot 1{,}864 \cdot 10^{-3} = 1{,}073;$$

$$\beta'_s = R'_{sk}\ /\ E'_s\ \epsilon'_s\ (\infty, 50) = 4 \cdot 10^8\ /\ 2 \cdot 10^{11} \cdot 1{,}085 \cdot 10^{-3} = 1{,}843.$$

Поскольку оба коэффициента > 1, в дальнейшем расчете принимаем их равными 1.

По формуле (128) определяем $q_o\ (\infty, 50)$

$$q_o\ (\infty, 50) = \{0{,}5\ E_b\ (\infty, 50)\ [b\, x^2_{min}\ (\infty, 50) + (b'_f - b)\, h^1_f\,] +$$

$$+ \beta_s\, E_s\, A_s\, h_o + \beta'_s\, E'_s\, A'_s a'\} / \{E_b\ (\infty, 50)\ [\, b\, x_{min}\ (\infty, 50) + (b'_f - b) \times$$

$$\times h'_f\ ] + \beta_s\, E_s\, A_s + \beta'_s\, E'_s\, A'_s\} = \{0{,}5 \cdot 0{,}556 \cdot 10^{10}\ [0{,}2 \cdot 0{,}234^2 + (0{,}35 -$$

$$- 0{,}2) \cdot 0{,}06^2\,] + 1 \cdot 20 \cdot 10^{10} \cdot 32{,}17 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}55 + 1 \cdot 20 \cdot 10^{10} \times$$

$$\times 4{,}52 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}05 / \{0{,}556 \cdot 10^{10} [\, 0{,}2 \cdot 0{,}234 + (0{,}35 - 0{,}2)\ 0{,}06] +$$

$$+ 1 \cdot 20 \cdot 10^{10} \cdot 32{,}17 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 20 \cdot 10^{10} \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-4}\} = 0{,}37 \text{ м};$$

Жесткость сечения в предельном напряженном состоянии находим по формулам (124) – (127):

$$D_{min\,b,c}\ (\infty, 50) = E_b\ (\infty, 50) \{ b\, x^3_{min}\ (\infty, 50) / 12 + b\, x_{min} \times$$

$$\times (\infty, 50)\ [\ q\ (\infty, 50) - x_{min}\ (\infty, 50) / 2\ ]^2 + (b'_f - b)\, h'^3_f / 12 +$$

$$+ (b'_f - b)\, h'_f\, [q_o\ (\infty, 50) - h_f / 2]^2 \} = 0{,}556 \cdot 10^{10} \{ 0{,}2 \cdot 0{,}234^3 /$$

$$/ 12 + 0{,}2 \cdot 0{,}234\ [0{,}37 - 0{,}234/2]^2 + (0{,}35 - 0{,}2)\ \ 0{,}06^3 / 12 +$$

$$+ (0{,}35 - 0{,}2)\ 0{,}06\ [0{,}37 - 0{,}06/2]^2 = 2{,}36 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{s,c}\ (\infty, 50) = \beta'_s\, E'_s\, A'_s\, [q_o\ (\infty, 50) - a']^2 = 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 4{,}52 \cdot 10^{-4} \times$$

$$\times (0{,}37 - 0{,}05)^2 = 0{,}93 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{s,t}\ (\infty, 50) = \beta_s\, E_s\, A_s\, [h_o - q_o\ (\infty, 50)]^2 = 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 32{,}17 \times$$

$$\times 10^{-4}\ (0{,}55 - 0{,}37)^2 = 2{,}08 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{min}\ (\infty, 50) = D_{min\,b,c}\ (\infty, 50) + D_{s,c}\ (\infty, 50) + D_{s,t}\ (\infty, 50) =$$

$$= 2{,}36 \cdot 10^7 + 0{,}93 \cdot 10^7 + 2{,}08 \cdot 10^7 = 5{,}37 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

Предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением балки, находим по формуле (148):

$$M_{max}\ (\infty, 50) = R_{bn}\ (28)\ x^2_{min}\ (\infty, 50) / 2 + f_o \{ b + (\ b'_f - b) \times$$

$$\times [\, 1 - (\, 1 - h'_f / x_{min}\ (\infty, 50)\ ]^{\,2 + f_o} \} + R_{sk}\, A_s\, [h_o - x_{min} \times$$

$$\times (\infty, 50)\ ] + R'_{sk}\, A'_s\, [\, x_{min}\ (\infty, 50) - a'] = 22 \cdot 10^6 \cdot 0{,}234^2 /$$

$$/ (2 + 0{,}13)\ \{0{,}2 + (0{,}35 - 0{,}2)\ [\, 1 - (\, 1 - 0{,}06 / 0{,}234)^{2 + 0{,}13}] +$$

$$+ 400 \cdot 10^6 \cdot 32{,}17 \cdot 10^{-4}\ (0{,}55 - 0{,}234) + 4{,}52 \cdot 10^{-4} \cdot 400 \cdot 10^6 \times$$

$$\times (0{,}234 - 0{,}05) = 5{,}93 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Жесткость сечения балки в середине пролета определяем по формуле (116):

$$D(\infty, 50) = k(\infty - 50)\, D_0(\infty, 50)\left\{1 - [1 - D_{min}(\infty, 50) / k(\infty - 50)\, D_0(\infty, 50)]\, M / M_{max}(\infty, 50)\right\},$$

где $k(\infty - 50) = 1$ при $t - t_0 = \infty - 50 > 60$ сут;

$$D(\infty, 50) = 1{,}0 \cdot 8{,}591 \cdot 10^7 [1 - (1 - 5{,}37 \cdot 10^7 / 1{,}0 \cdot 8{,}591 \cdot 10^7) \times$$

$$\times 31{,}5 \cdot 10^4 / 59{,}3 \cdot 10^4] = 6{,}88 \cdot 10^7 \text{ Н·м}^2.$$

Прогиб балки в середине пролета находим из выражения (150):

$$L(\infty, 50) = 2\, D_0(\infty, 50)\, k(\infty - 50)\, M_{max}(\infty, 50) / q\, [k_0 \times$$

$$\times(\infty - 50)\, D_0(\infty, 50) - D_{min}(\infty, 50)] = 2 \cdot 1{,}0 \cdot 8{,}591 \cdot 10^7 \times$$

$$\times 5{,}93 \cdot 10^5 / 70 \cdot 10^3 [1{,}0 \cdot 8{,}591 \cdot 10^7 - 5{,}37 \cdot 10^7] = 45{,}19 \text{ м}^2;$$

$$f_m(\infty) = M_{max}(\infty, 50) / [k_0(\infty - 50)\, D_0(\infty, 50) - D_{min} \times$$

$$\times(\infty, 50)] < l^2/8 + L(\infty, 50)/2 \left\{\ln [1 - l^2 / 4L(\infty, 50)] + \right.$$

$$\left. + 2l / \sqrt{4L(\infty, 50) - l^2}\ \text{arctg}\ l / \sqrt{4L(\infty, 50) - l^2}\right\} >=$$

$$= 5{,}93 \cdot 10^5 / 1 \cdot 8{,}591 \cdot 10^7 \cdot 5{,}37 \cdot 10^7 < 6^2/8 + 45{,}19/2\left\{\ln [1 - \right.$$

$$\left. - 6^2 / 4 \cdot 45{,}19] + 2 \cdot 6 / \sqrt{4 \cdot 45{,}19 - 6^2}\ \text{arctg}\ 6 / \sqrt{4 \cdot 45{,}19 - 6^2}\right\} =$$

$$= 0{,}182 \text{ м}.$$

11. УСТОЙЧИВОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

11.1. Критическая сила для центрально сжатых со случайным эксцентриситетом и внецентренно сжатых шарнирно опертых колонн, армированных обычной арматурой, при плоской форме потери устойчивости, определяемая с учетом переменной по длине

стержня жесткости сечений, устанавливается по формуле*

$$P_{cr}(t, t_o) = P^{o}_{eil}(t,t_o) \;/\; (1 + 8/\pi\sqrt{2/3\, e_o k_e} + e_o k_e), \qquad (154)$$

где e_o -- эксцентриситет действия продольной силы по отношению к линии, соединяющей центры тяжести опорных сечений.

Значения параметров в формуле (154) определяются по формулам:

$$P^{o}_{eil}(t, t_o) = (\pi/l_o)^2 D_o(t,t_o);$$

$$k_e = [P^{o}_{eil}(t,t_o) - P^{min}_{eil}(t,t_o) / M_{max,e}(t,t_o);$$

$$P^{min}_{eil}(t,t_o) = (\pi/l_o)^2 D_{min}(t,t_o),$$

где $D_o(t,t_o)$, $D_{min}(t,t_o)$ – жесткости сечения, определяемые согласно пп. 10.3, 10.4, при этом значения коэффициентов β_s, β'_s принимаются равными единице, а эффективный модуль деформаций вычисляется по формуле

$$E_b(t,t_o) = (3 + f_o) / 2(1 + f_o)\; E^{f}_{b}(t,t_o); \qquad (155)$$

$M_{max,e}(t,t_o)$ – предельный изгибающий момент с учетом внецентренного сжатия, устанавливаемый по п. 11.2;

l_o – расстояние между точками опирания стержневого элемента.

В том случае, когда расчетная критическая сила превышает несущую способность элемента, полученную расчетом по деформированной схеме (СНиП 2.03.01 – 84), производится проверка прочности сечения.

11.2. Предельный изгибающий момент с учетом внецентренного сжатия $M_{max,e}(t,t_o)$ зависит от высоты сжатой зоны $x_{min,e}(t, t_o)$ в напряженном состоянии сечения, предшествующем исчерпанию его прочности, и определяется по п. 11.4.

11.3. Высота сжатой зоны $x_{min,e}(t,t_o)$ определяется в зависимости от соотношения ξ_R и ξ'_R в следующем порядке.

В случае, если $\xi_R > \xi'_R$, $x_{min,e}(t,t_o)$ определяется из уравнения

---

* См. В.М. Бондаренко. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. – Харьков, изд-во Харьковского университета, 1986.

$$A x^2_{min,\,e}(t,t_o) + B x_{min,\,e}(t,t_o) - C = 0, \qquad (156)$$

где

$$A = R_b(28)\ b / (1 + f_o)\ (2 + f_o);$$

$$B = (e_o - h/2)/(1 + f_o)\ R_b(28)\ b;$$

$$C = R_S A_S e - R'_S A'_S e'_S.$$

Здесь e_o – значение начального эксцентриситета приложения продольной силы, отсчитываемого от центра тяжести бетонного сечения;

e – расстояние от центра тяжести менее сжатой или растянутой арматуры до оси действия продольной силы; $e = e_o + h/2 - a$;

e' – расстояние от центра тяжести более сжатой арматуры до оси действия продольной силы, вводимое в расчет со своим знаком;

$$e' = e_o - (h/2) + a'.$$

По найденному $x_{min,\,e}(t,t_o)$ определяется относительная высота сжатой зоны сечения. Если она находится в интервале

$\xi'_R \leqslant \xi \leqslant \xi_R$, значение $x_{min,\,e}(t,t_o)$ считается найденным окончательно.

Если $\xi < \xi_R$ или $\xi > \xi'_R$, $x_{min,\,e}(t,t_o)$ определяется из уравнения

$$A' x_{min,\,e}(t,t_o) + B' x^2_{min,\,e}(t,t_o) + C' x_{min,\,e}(t,t_o) - D = 0, \qquad (157)$$

где A′, B′, C′, D′ – коэффициенты, принимаемые по табл. 30 для соответствующего соотношения ξ_R, ξ'_R и ξ.

Таблица 30

Расчетный случай		A′	B′
$\xi_R \leqslant \xi'_R$	$\xi_R > \xi'_R$		
$\xi \leqslant \xi_R$	$\xi < \xi'_R$	$R_b(28)\ b /$	$[e_o - (h/2 / (1 + f_o)] \times$
$h/h_o \geqslant \xi \geqslant \xi'_R$	$h_o/h \geqslant \xi < \xi_R$	$/ (1 + f_o)(2 + f_o) \times R_b(28)\ b$	

Продолжение табл. 30

Расчетный случай			
$\xi_R \leqslant \xi'_R$	$\xi_R > \xi'_R$	C'	D'
$\xi \leqslant \xi_R$	$\xi < \xi'_R$	$\epsilon_b^f (t,t_0)\, E'_s A_s e' - R_s A_s e$	$\epsilon_b^f (t,t_0)\, E'_s A'_s \times a' e'$
$h/h_0 \geqslant \xi \geqslant \xi'_R$	$h_0/h \geqslant \xi > \xi_R$	$R'_s A'_s e' + \epsilon_b^f (t,t_0) \times E_s A_s e$	$\epsilon_b^f (t,t_0)\, A_s \times E_s h_0 e$

В случае, если $\xi_R \leqslant \xi'_R$, $x_{min,e}(t,t_0)$ определяется из уравнения

$$A' x_{min,e}(t,t_0) + B' x^2_{min,e}(t,t_0) + C'' x_{min,e}(t,t_0) - D'' = 0, \quad (158)$$

где A' и B' принимаются по табл. 30:

$$C'' = \epsilon_b^f (t,t_0)\, E'_s A_s e' + \epsilon_b^f (t,t_0)\, E_s A_s e;$$

$$D'' = \epsilon_b^f (t,t_0)\, E'_s A'_s e' a' + \epsilon_b^f (t,t_0)\, E_s A_s h_0 e.$$

По найденному $x_{min,e}(t,t_0)$ вычисляется относительная высота сжатой зоны. Если она находится в интервале $\xi_R \leqslant \xi \leqslant \xi'_R$ $x_{min,e} \times (t,t_0)$ считается найденным окончательно.

Если $\xi < \xi_R$ или $\xi > \xi'_R$, $x_{min,e}(t,t_0)$ определяется повторно из уравнения (157), принимая коэффициенты A, B, C и D по табл. 30 для рассматриваемого расчетного случая.

11.4. Предельный изгибающий момент с учетом внецентренного сжатия определяется при $x_{min,e}(t,t_0) \leqslant h$ по формуле

$$M_{max,e}(t,t_0) = [R_b(28)\, b\, x^2_{min,e}(t,t_0) / (2 + f_0)] + \{R_b(28) \times b\, x_{min,e}(t,t_0) [s(t,t_0) - x_{min,e}(t,t_0)]\} / (1 + f_0) + \sigma'_s A'_s [s(t,t_0) - a'] + \sigma_s A_s [h_0 - s(t,t_0)], \quad (159)$$

где s (t,t_0) – расстояние от оси отсчета моментов до наиболее сжатой грани сечения, устанавливаемое следующим образом:

$$s(t,t_0)=\begin{cases} q_0(t,t_0), & \text{при } x_{min,e}(t,t_0)\leqslant \\ & \leqslant \xi_R h_0; \quad (160) \\ \{[h_0 - q_0(t,t_0)]/ & \text{при } x_{min,e}(t,t_0)> \\ /(h-\xi_R h_0)\}\times & > \xi_R h_0; \quad (161) \\ \times[x_{min,e}(t,t_0) - & \\ -\xi_R h_0] + q_0\times & \\ \times(t,t_0), & \end{cases}$$

σ_s и σ'_s определяются по формулам (143) и (145), вводятся в расчет со своими знаками и подчиняются условиям $\sigma_s \leqslant R_s$;

$\sigma'_s \leqslant R_s$; при $x_{min,e}(t,t_0) > h$

$$M_{max,e}(t,t_0) = [R_b(28)\ b\ h^2/2] + R'_s A'_s (h-a') + R_s A_s \times$$

$$\times(h-h_0). \quad (162)$$

Пример. Определение критической силы внецентренно сжатой колонны прямоугольного сечения.

Дано: внецентренно сжатая колонна прямоугольного сечения с размерами b x h = 0,24·0,15 м, $a=a'$ = 0,02 м, изготовленная из бетона естественного твердения класса В30 [B(28) = 30 МПа = $30\cdot10^6$ Н/м2], имеющего осадку конуса 3–4 см; армирование симметричное 4Ø20AIII ($R_s = R'_s$ = 375 МПа = $3{,}75\cdot10^6$ Н/м^2; $E_s = 2\cdot10^{11}$ Н/м^2) с $A_s = A'_s = 6{,}28\cdot10^{-4}$ м^2; эксцентриситет приложения нагрузки e_0 = 0,115 м; расчетная длина колонны l_0 = 4,65 м; относительная влажность воздуха в период эксплуатации W= 75 %.

Требуется определить длительную критическую силу к моменту времени $t\to\infty$ при нагружении колонны в возрасте t_0 = 60 сут.

Расчет. Модуль открытой поверхности колонны

$$\bar{M} = 2(b+h)/(b\cdot h) = 2(0{,}24+0{,}15)/(0{,}24\cdot0{,}15) = 21{,}67\ м^{-1}.$$

Рабочая высота сечения в плоскости действия изгибающего момента

$h_0 = h - a = 0{,}15 - \quad 0{,}02 = 0{,}13$ м.

По табл. 3 определяем прочность бетона в возрастах $t_0 = 60$ сут и $t \to \infty$: R_b^G (60) = 33,9 МПа; R_b^G (∞) = 39,1 МПа.

По табл. 2 находим соответствующие этим прочностям модули упругости бетона

E_b (60) = $33{,}87 \cdot 10^3$ МПа = $3{,}387 \cdot 10^{10}$ Н/м^2; E_b (∞) = $35{,}69 \cdot 10^3$ МПа = $3{,}56 \cdot 10^{10}$ Н/м^2.

По табл. 11 и 12 устанавливаем значения параметров функций длительной деформативности: $\gamma = 0{,}012$ сут$^{-1}$; $\gamma_1 = 0{,}006$ сут$^{-1}$; $c = 0{,}50$; $d = 0{,}7$.

Исходя из выражений (12), (13), вычисляем функции длительной деформативности в интересующие моменты времени:

$$\Omega\ (60) = c + d\, e^{-\gamma 60} = 0{,}5 + 0{,}7 \cdot e^{-0{,}012 \cdot 60} = 0{,}841.$$

$$f\ (\infty - 60) = 1 - k\ e^{-\gamma_1 (\infty - 60)} = 1 - 0{,}8\, e^{-0{,}006(\infty - 60)} = 1{,}0.$$

Из табл. 4 находим $c^N(\infty, 28) = 79 \cdot 10^{-6}$ МПа$^{-1} = 7{,}9 \cdot 10^{-11}$ м^2/Н, из табл. 6: $\xi_{2c} = 0{,}946$, а из табл. 7: $\xi_{3c} = 0{,}8$.

Предельное значение меры линейной ползучести вычисляем по формуле (5а)

$$c\ (\infty, 28) = c^N\ (\infty, 28)\ \xi_{2c}\ \xi_{3c} = 7{,}9 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}946 \cdot 0{,}8 =$$

$$= 5{,}979 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{Н}.$$

Меру линейной ползучести находим из выражения (10):

$$c^*\ (\infty, 60) = [\ 1\ / E_b\ (60)\ ] - [\ 1 / E_b\ (\infty)\ ] + c\ (\infty, 28)\ \Omega\ (60) \times$$

$$\times f\ (\infty - 60) = [\ 1 / 3{,}387 \cdot 10^{10}\ ] - [\ 1 / (\ 3{,}569 \cdot 10^{10})\ ] +$$

$$+ 5{,}979 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}841 \cdot 1{,}0 = 0{,}518 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}.$$

По формуле (123) вычисляем длительный модуль деформаций

$$E_{ob}\ (\infty, 60) = [\ 1 / E_b\ (\infty)\ ] + [\ c^*\ (\infty, 60)\ ]^{-1} = [\ 1 / (3{,}569 \cdot$$

$$\cdot 10^{10})] + [\ 0{,}518 \cdot 10^{-10}]^{-1} = 1{,}253 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2.$$

Высоту сжатой зоны в нулевом напряженном состоянии определяем по формуле (122):

$$x_o(\infty, 60) = [0,5\, b\, h^2 E_{ob}(\infty, 60) + E_s A_s h_o + E_s A'_s a'] / [b h \times$$

$$\times E_{ob}(\infty, 60) + E_s A_s + E'_s A'_s] = (0,5 \cdot 0,24 \cdot 0,15^2 \cdot 1,253 \cdot 10^{10} +$$

$$+ 2 \cdot 10^{11} \cdot 6,28 \cdot 10^{-4} \cdot 0,13 + 2 \cdot 10^{11} \cdot 6,28 \cdot 10^{-4} \cdot 0,02) /$$

$$/ (0,24 \cdot 0,15 \cdot 1,253 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^{11} \cdot 6,28 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{11} \cdot 6,28 \times$$

$$\times 10^{-4}) = 0,075 \text{ м}.$$

По формулам (117) – (121) вычисляем жесткость в нулевом напряженном состоянии:

$$D_{ob,c}(\infty, 60) = b\, x_o^3 (\infty, 60) / 3 \cdot E_{ob}(\infty, 60) = 0,24 \cdot 0,075^3 / 3 \times$$

$$\times 1,253 \cdot 10^{10} = 4,23 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{ob,t}(\infty, 60) = b\, [h - x_o(\infty, 60)]^3 / 3 \cdot E_{ob}(\infty, 60) = 0,24\, (0,15 -$$

$$- 0,075)^3 / 3 \cdot 1,253 \cdot 10^{10} = 4,23 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{os,c}(\infty, 60) = E'_s A'_s [x_o(\infty, 60) - a']^2 = 2 \cdot 10^{11} \cdot 6,28 \cdot 10^{-4} \times$$

$$\times (0,075 - 0,02)^2 = 3,799 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_{os,t}(\infty, 60) = E_s A_s [h_o - x_o(\infty, 60)]^2 = 2 \cdot 10^{11} \cdot 6,28 \cdot 10^{-4} \times$$

$$\times (0,13 - 0,075)^2 = 3,799 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$D_o(\infty, 60) = D_{ob,c}(\infty, 60) + D_{ob,t}(\infty, 60) + D_{os,c}(\infty, 60) +$$

$$+ D_{os,t}(\infty, 60) = 4,23 \cdot 10^5 + 4,23 \cdot 10^5 + 3,799 \cdot 10^5 + 3,799 \cdot 10^5 =$$

$$= 16,058 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

Определив из табл. 9 параметры функций нелинейности

$$v_k = 1,3; \qquad v_c = 1,6,$$

по формуле (130) находим длительный модуль деформаций

$$E_b^f(\infty, 60) = \{(1 + v_k) / E_b(\infty) + (1 + v_c)\ C^*(\infty, 60)\}^{-1} =$$

$$= [(1 + 1,3) / 3,569 \cdot 10^{10} + (1 + 1,6)\, 0,518 \cdot 10^{-10}]^{-1} =$$

$$= 0,502 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2.$$

Согласно табл. 24 коэффициент $f_o = 0{,}13$.

По формуле (155) определяем эффективный модуль деформаций бетона сжатой зоны

$$E_b\ (\infty, 60) = (3 + f_o)/2\ (1 + f_o)\ E_b^f\ (\infty, 60) = (3 + 0{,}13) /$$

$$/\ 2\ (1 + 0{,}13)\ \ 0{,}502 \cdot 10^{10} = 0{,}696 \cdot 10^{10}\ \text{Н} / \text{м}^2.$$

По формулам (138), (139) устанавливаем граничные значения относительной высоты сжатой зоны

$$\xi_R = \left\{1 + [R_s E_b^f\ (\infty, 60)]\ /\ [R_b\ (28)\ E_s]\right\}^{-1} = [\ 1 +$$

$$+ (3{,}75 \cdot 10^8 \cdot 0{,}502 \cdot 10^{10}) / (\ 17 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{11}\ )\ ] = 0{,}645;$$

$$\xi_R' = (a / h_o)\ \left\{1 - [R_s\ F_b^f\ (\infty, 60)\ ]\ /\ [\ R_b\ (28)\ E_s\ ]\right\} =$$

$$= (0{,}02 / 0{,}13)\ [\ 1 - (3{,}75 \cdot 10^8 \cdot 0{,}502 \cdot 10^{10})\ /\ (\ 17 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot$$

$$10^{11})\ ]^{-1} = 0{,}345,$$

где $R_b\ (28)$ – расчетное сопротивление бетона сжатию;

$$R_b\ (28) = [R_{bn}\ (28)\ ]\ /\ \gamma_{bc} = (\ 22 \cdot 10^6)\ /\ 1{,}3 = 17 \cdot 10^6\ \text{Н/м}^2,$$

здесь $R_{bn} = 22 \cdot 10^6$, $\gamma_{bc} = 1{,}3$ принят по СНиП 2.03.01 – 84. Поскольку $\xi = 0{,}645 > \xi_R = 0{,}345$, согласно п. 10.12 высота сжатой зоны определяется из уравнения (147) при следующих значениях коэффициентов:

$$A = 0,\quad B = [\ R_b\ (28)\ b]\ /\ (1 + f_o) = 17 \cdot 10^6 \cdot 0{,}24\ /\ (1 + 0{,}13) =$$

$$= 3{,}61 \cdot 10^6;$$

$$C = R_s A_s - R_s' A_s' = 3{,}75 \cdot 10^8 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} - 3{,}75 \cdot 10^8 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} =$$

$$= 0.$$

Таким образом, $3{,}61 \cdot 10^6\ \ x_{min}\ (\infty;\ 60) - 0 = 0.$

Отсюда $x_{min}\ (\infty, 60) = \ 0.$

Учитывая, что $\xi = [x_{min}\ (\infty,\ 60)\ ]\ /\ h_o = 0 < \xi_R'$, определяем $x_{min}\ (\infty, 60)$ повторно из уравнения (147), коэффициенты которого находим согласно указаниям п. 10.12 и табл. 26.

$A = [R_b\ (28)\ b] / (1 + f_o) = 17{,}0 \cdot 10^6 \cdot 0{,}24 / (1 + 0{,}13) =$

$= 3{,}61 \cdot 10^6;$

$\epsilon_b^f\ (\infty, 60) = [R_b\ (28)] / E_b^f\ (\infty, 60) = 17 \cdot 10^6 / (0{,}502 \cdot 10^{10}) =$

$= 33{,}86 \cdot 10^{-4};$

$B = \epsilon_b^f\ (\infty, 60)\ E_s' A_s' - R_s A_s = 33{,}86 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} -$

$- 3{,}75 \cdot 10^8 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} = 1{,}898 \cdot 10^5;$

$C = \epsilon_b^t\ (\infty, 60)\ E_s' A_s' a' = 33{,}86 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}02 =$

$= 8{,}505 \cdot 10^3;$

$A x_{min}^2\ (\infty, 60) + B x_{min}\ (\infty, 60) - c = 0;$

$3{,}61 \cdot 10^6 \cdot x_{min}^2\ (\infty, 60) + 1{,}898 \cdot 10^5\ x_{min}\ (\infty, 60) - 8{,}505 \cdot 10^3 =$

$= 0;$

$x_{min}\ (\infty, 60) = [1 / (2A)]\ (\sqrt{B^2 + 4AC} - B) = [1 / (2 \times$

$\times 3{,}61 \cdot 10^6)]\ (\sqrt{(1{,}898 \cdot 10^5)^2 + 4 \cdot 3{,}61 \cdot 10^6 \cdot 8{,}505 \cdot 10^3} =$

$- 1{,}898 \cdot 10^5) = 0{,}0289$ м.

По формуле (128) находим $q_o\ (\infty, 60)$:

$q_o\ (\infty, 60) = [0{,}5 E_b\ (\infty, 60)\ b x_{min}^2\ (\infty, 60) + \beta_s E_s A_s h_o +$

$+ \beta_s' E_s' A_s' a'] / [E_b (\infty, 60)\ b x_{min} (\infty, 60) + \beta_s E_s A_s + \beta_s' E_s' A_s'] =$

$= [(0{,}5 \cdot 0{,}696 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}0289^2 + 1{,}0 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} \times$

$\times 0{,}13 + 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}02] / [(0{,}696 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}24 \times$

$\times 0{,}0289 + 1{,}0 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} + 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \times$

$\times 10^{-4})] = 0{,}0652$ м.

Здесь коэффициенты β_s и β'_s, согласно указаниям п. 11.1, приняты $\beta_s = \beta'_s = 1{,}0$.

По формулам (124) – (127) определяем жесткость в предельном напряженном состоянии:

$$D_{min\,b,\,c}(\infty, 60) = E_b(\infty, 60)\{[b\,x^3_{min}(\infty, 60)/12] + b\,x_{min} \times$$

$$\times(\infty, 60)\,[q_Q(\infty, 60) - x_{min}(\infty, 60)/2]^2\} = 0{,}696 \cdot 10^{10} \times$$

$$\times[0{,}24 \cdot 0{,}0289^3/12 + 0{,}24 \cdot 0{,}0289\,(0{,}0652 - 0{,}0289/2)^2] =$$

$$= 1{,}277 \cdot 10^5\ \text{Н}\cdot\text{м}^2;$$

$$D_{sc}(\infty, 60) = \beta'_s E'_s A'_s\,[q_o(\infty, 60) - a']^2 = 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \cdot$$

$$\cdot 10^{-4} \times (0{,}0652 - 0{,}02)^2 = 2{,}57 \cdot 10^5\ \text{Н}\cdot\text{м}^2;$$

$$D_{s,t}(\infty, 60) = \beta_s E_s A_s\,[h_o - q_o(\infty, 60)]^2 = 1{,}0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \times$$

$$\times 10^{-4}\,(0{,}13 - 0{,}0652)^2 = 5{,}274 \cdot 10^5\ \text{Н}\cdot\text{м}^2;$$

$$D_{min}(\infty, 60) = D_{min\,b,c}(\infty, 60) + D_{s,c}(\infty, 60) + D_{s,t}(\infty, 60) =$$

$$= 1{,}277 \cdot 10^5 + 2{,}57 \cdot 10^5 + 5{,}274 \cdot 10^5 = 9{,}121 \cdot 10^5\ \text{Н}\cdot\text{м}^2.$$

Расчет предельного изгибающего момента с учетом внецентренного сжатия начинаем с определения высоты сжатой зоны $x_{min,\,e}(\infty, 60)$ в соответствии с указаниями п. 11.3.

Учитывая, что $\xi_R > \xi'_R$, $x_{min,\,e}(\infty, 60)$ находим из уравнения (156):

$$A\,x^2_{min,\,e}(\infty, 60) + B\,x_{min,\,e}(\infty, 60) - c = 0,$$

где

$$A = [R_b(28)\,b]/[(1 + f_o)(2 + f_o)] = (17 \cdot 10^6 \cdot 0{,}24)/$$

$$/\ [(1 + 0{,}13)(2 + 0{,}13)] = 1{,}695 \cdot 10^6;$$

$$B = [(e_o - h/2)/(1 + f_o)]\,R_b(28)\,b =$$

$$= [(0{,}115 - 0{,}15/2)/(1 + 0{,}13)]\,17 \cdot 10^6 \cdot 0{,}24 =$$

$$= 0{,}144 \cdot 10^6;$$

$$e = e_0 + h/2 - a = 0{,}115 + 0{,}15/2 - 0{,}02 = 0{,}17 \text{ м};$$

$$e' = e_0 - h/2 + a' = 0{,}115 - 0{,}15/2 + 0{,}02 = 0{,}06 \text{ м};$$

$$C = R_s A_{se} - R'_s A'_s e' = 3{,}75 \cdot 10^8 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}17 - 3{,}75 \cdot 10^8 \times$$

$$\times 6{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 = 2{,}59 \cdot 10^4.$$

Вычисляем корень исходного уравнения

$$x_{min,\,e}(\infty, 60) = [1/(2A)]\left(\sqrt{B^2 + 4AC} - B\right) = [1/(2 \times$$

$$\times 1{,}695 \cdot 10^6)]\left(\sqrt{(0{,}144 \cdot 10^6)^2 + 4 \cdot 1{,}695 \cdot 10^6 \cdot 2{,}59 \cdot 10^4} -\right.$$

$$\left. - 0{,}144 \cdot 10^6\right) = 0{,}088 \text{ м}.$$

Проверяем условие

$$\xi = x_{min,\,e}(\infty, 60)/h_0 = 0{,}088/0{,}13 = 0{,}677 > \xi_R = 0{,}645,$$

следовательно, согласно п. 11.3, расчет $x_{min,\,e}(\infty, 60)$ следует выполнить повторно из уравнения (157), коэффициенты которого должны быть определены по формулам, приведенным в табл. 30:

$$A' = R_b (28) b/[(1 + f_0)(2 + f_0)] = 17 \cdot 10^6 \cdot 0{,}24 [(1 + 0{,}13) \times$$

$$\times (2 + 0{,}13)] = 1{,}695 \cdot 10^6;$$

$$B' = (e_0 - h/2)/[(1 + f_0) R_b (28) b] = [(0{,}115 - 0{,}15/2)/$$

$$/(1 + 0{,}13)] \; 17 \cdot 10^6 \cdot 0{,}24 = 0{,}144 \cdot 10^6;$$

$$C' = R'_s A'_s e' + \epsilon_b^f(\infty, 60) E_s A_s e = 3{,}75 \cdot 10^8 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} \times$$

$$\times 0{,}06 + 33{,}86 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}17 = 86{,}428 \cdot 10^3;$$

$$D' = \epsilon_b^f(\infty, 60) E_s A_s h_0 e = 33{,}86 \cdot 10^{-4} \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} \times$$

$$\times 2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}13 \cdot 0{,}17 = 9{,}399 \cdot 10^3.$$

Таким образом,

$$1{,}695 \cdot 10^6 x^3_{min,\,e}(\infty, 60) + 0{,}144 \cdot 10^6 \cdot x^2_{min,\,e}(\infty, 60) +$$

$$+ 86{,}428 \cdot 10^3 x_{min,\,e}\ (\infty, 60) - 9{,}399 \cdot 10^3 = 0$$

или, после сокращения

$$1695\ x^3_{min,e}\ (\infty, 60) + 144\ x^2_{min,e}\ (\infty, 60) + 86{,}428\ x_{min,\,e} \times$$

$$\times (\infty, 60) - 9{,}399 = 0.$$

Решение уравнения выполняем методом Ньютона.

$$x^n_{min,\,e}\ (\infty, 60) = x^{n-1}_{min,\,e}\ (\infty, 60) - \left\{ F\left[x^{n-1}_{min,\,e}\ (\infty, 60) \right] / \right.$$

$$\left. / \ F'\left[x^{n-1}_{min,\,e}\ (\infty, 60) \right] \right\},$$

где

$$F\left[x^{n-1}_{min,\,e}\ (\infty, 60) \right] = A' x^{n-1}_{min,\,e}\ (\infty, 60) + B\ x^{(n-1)^2}_{min,\,e} \times$$

$$\times (\infty, 60) + c' x^{n-1}_{min,\,e}\ (\infty, 60) - D';$$

$$F\left[x^{n-1}_{min,\,e}\ (\infty, 60) \right] = 3\ A\ x^{(n-1)^2}_{min,\,e}\ (\infty, 60) + 2\ B' x_{min,\,e} \times$$

$$\times (\infty, 60) + c'.$$

Принимаем в качестве исходного

$$x^{n-1}_{min,\,e}\ (\infty, 60) = x^0_{min,\,e} = \xi_R h_0 = 0{,}645 \cdot 0{,}13 = 0{,}0839 \text{ м.}$$

$$F\ (x^0_{min,\,e}) = 1695 \cdot 0{,}0839^3 + 144 \cdot 0{,}0839^2 + 86{,}428 \cdot 0{,}0839 -$$

$$- 9{,}399 = - 0{,}133;$$

$$F'(x^0_{min,\,e}) = 3 \cdot 1695 \cdot 0{,}0839^2 + 2 \cdot 144 \cdot 0{,}0839 + 86{,}428 = 146{,}39,$$

и значение $x_{min,e}(\infty, 60)$ в первом приближении равно

$$x^{(1)}_{min,\,e} = 0{,}0839 - (- 0{,}133) / 146{,}39 = 0{,}0848 \text{ м.}$$

Аналогичным образом определяем $x_{min,\,e}\ (\infty, 60)$ во втором приближении:

$$F\left(x^{(1)}_{min,\,e}\right) = 1695 \cdot 0{,}0848^3 + 144 \cdot 0{,}0848^2 + 86{,}428 \cdot 0{,}0848 -$$

$$- 9{,}399 = -7{,}486 \cdot 10^{-4};$$

$$F'\left(x^{(1)}_{min,\,e}\right) = 3 \cdot 1695 \cdot 0{,}0848^2 + 2 \cdot 144 \cdot 0{,}0848 + 86{,}428 \approx 147{,}42;$$

$$x^{(2)}_{min,\,e} = 0{,}0848 - (-7{,}846 \cdot 10^{-4}) / 147{,}42 = 0{,}0848.$$

Принимая во внимание близость результатов двух последовательных приближений, окончательно считаем $x_{min,\,e}\ (\infty, 60) = 0{,}0848$ м.

По формулам (143) и (145) устанавливаем напряжение в арматуре сжатой и растянутой зоны:

$$\sigma_s\ (\infty, 60) = \epsilon^f_b\ (\infty, 60)\ E_s \left\{[h_0 - x_{min,\,e}\ (\infty, 60)] / x_{min,\,e} \times \right.$$

$$\left. \times (\infty, 60)\right\} = 33{,}86 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}\ (0{,}13 - 0{,}0848) / 0{,}0848 = 3{,}6 \cdot 10^8$$

$$\text{Н/м}^2 < R'_s = 3{,}75 \cdot 10^8\ \text{Н/м}^2;$$

$$\sigma'_s = \epsilon^f_b\ (\infty, 60)\ E'_s\ [1 - a'/ x_{min,\,e}\ (\infty, 60)] = 33{,}86 \cdot 10^{-4} \times$$

$$\times 2 \cdot 10^{11}\ (1 - 0{,}02/ 0{,}0848) = 5{,}175 \cdot 10^8 > R'_s = 3{,}75 \cdot 10^8\ \text{Н/м}^2,$$

т.е. в дальнейшем принимаем $\sigma'_s = R'_s = 3{,}75 \cdot 10^8$ Н/м^2,

$\sigma_s = 3{,}61 \cdot 10^8$ Н/м^2.

Предельный изгибающий момент с учетом внецентренного сжатия определяется в соответствии с п. 11.4.

Поскольку $x_{min,\,e}\ (\infty, 60) = 0{,}0848$ м $> \xi_R\, h_0$, расстояние от оси отсчета моментов до наиболее сжатой грани сечения находим по формуле (161):

$$s\ (\infty, 60) = \left\{[h_0 - q_0\ (\infty, 60)] / (h - \xi_R\, h_0)\right\} \times$$

$$\times [x_{min,\,e}\ (\infty, 60) - \xi_R\, h_0] + q_0\ (\infty, 60) = [(0{,}13 - 0{,}0652) /$$

$$/ (0{,}15 - 0{,}645 \cdot 0{,}13)]\ (0{,}0848 - 0{,}645 \cdot 0{,}13) + 0{,}0652 =$$

$$= 0{,}0661 \text{ м}.$$

При соблюдении условия $x_{min,\,e}\,(\infty, 60) < h$, $M_{max,\,e}\,(\infty, 60)$ вычисляем исходя из выражения (159):

$$M_{max,\,e}\,(\infty, 60) = [\,R_b\,(28)\,b\,x^2_{min,\,e}\,(\infty, 60) / (2 + f'_o)\,] +$$

$$+ \{\,R_b\,(28)\,b\,x_{min,\,e}\,(\infty, 60)\,[\,s\,(\infty, 60) - x_{min,\,e}\,(\infty, 60)\,] /$$

$$/ (t + f_o)\} + \sigma'_s A'_s\,[s\,(\infty, 60) - a'] + \sigma_s A_s\,[h_o - s\,(\infty, 60)] =$$

$$= [\,17 \cdot 10^6 \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}0848^2 / (2 + 13) + 17 \cdot 10^6 \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}0848 \cdot$$

$$\times (0{,}0661 - 0{,}0848) / (1 + 0{,}13)\,] + 3{,}75 \cdot 10^8 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4}\,(0{,}0661 -$$

$$- 0{,}02) + 3{,}61 \cdot 10^8 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4}\,(0{,}13 - 0{,}0661) = 3{,}339 \cdot 10^4\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Согласно указаниям п. 11.1 определяем длительную критическую силу:

$$P^o_{eil}\,(\infty, 60) = (\pi / l_o)^2\,D_o\,(\infty, 60) = (\pi / 1{,}65)^2\ 16{,}058 \cdot 10^5 =$$

$$= 7{,}33 \cdot 10^5\ \text{Н};$$

$$P^{min}_{eil}\,(\infty, 60) = (\pi / l_o)^2\,D_{min}\,(\infty, 60) = (\pi / 4{,}65)^2\ 9{,}121 \cdot 10^5 =$$

$$= 4{,}16 \cdot 10^5\ \text{Н};$$

$$k_e = [\,P^o_{eil}\,(\infty, 60) - P^{min}_{eil}\,(\infty, 60)\,] / M_{max,\,e}\,(\infty, 60) = (7{,}33 \cdot 10^5 -$$

$$- 4{,}16 \cdot 10^5) / (0{,}3339 \cdot 10^5) = 9{,}494\ \text{м}^{-1};$$

$$P_{cr}\,(\infty, 60) = P^o_{eil}\,(\infty, 60) / [\,1 + (8 / \pi)\,\sqrt{2/3\,l_o\,k_e} + l_o\,k_e\,] =$$

$$= 7{,}33 \cdot 10^5 / [\,1 + (8 / \pi)\,\sqrt{(2/3)\ 0{,}115 \cdot 9{,}494} + 0{,}115 \cdot 9{,}494] =$$

$$= 171890\ \text{Н}.$$

12. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

12.1. Предполагается, что балка может иметь разные длины пролетов, переменные сечения и рассчитывается методом сил, причем основная система метода сил составляется из однопролетных балок, в качестве неизвестных принимаются изгибающие моменты на промежуточных опорах.

Разрешающая система канонических уравнений состоит из уравнений типа

$$\delta_{n,n-1}\, x_{n-1} + \delta_{n,n}\, x_n + \delta_{n,n+1} x_{n+1} \Delta_{n,p} = 0, \qquad (163)$$

где n – порядковый номер опоры;

x_{n-1}, x_n, x_{n+1} – лишние неизвестные (опорные моменты). Число канонических уравнений в системе равно $(N-2)$, где N – число опор неразрезной балки.

12.2. Коэффициенты канонических уравнений определяются по формулам:

$$\delta_{n,n-1} = (l_n / m^3) \sum_{k=1}^{k=m} [(2mk - m - 2k^2 + 2k - 2/3) / (D_{n,k-1} + D_{n,k})]; \qquad (164)$$

$$\delta_{n,n} = (2/m^3) [l_n \sum_{k=1}^{k=m} (k^2 - k + 1/3) / (D_{n,k-1} + D_{n,k}) + (l_{n+1}/3) \sum_{k=1}^{k=m} \{[(m-k)^2 + (m-k+1)^2 + (m-k)(m-k+1)] / (D_{n+1,k-1} + D_{n+1,k})\}; \qquad (165)$$

$$\delta_{n,n+1} = (l_{n+1}/m^3 \sum_{k=1}^{k=m} (2mk - m - 2k^2 + 2k - 2/3) / (D_{n+1,k-1} + D_{n+1,k}); \qquad (166)$$

$$\Delta_{n,p} = (1/3m^2)\left\{ l_n \sum_{k=1}^{k=m} [(3k-2)\, M^0_{n,k-1} + (3k-1)\times \right.$$

$$\times M^0_{n,k} / (D_{n,k-1} + D_{n,k})] + l_{n+1} \sum_{k=1}^{k=m} \left\{ [3(m-k)+2]\times \right.$$

$$\times M^0_{n+1,k-1} + [3(m-k)+1]\, M^0_{n+1,k} \} / (D_{n+1,k-1} +$$

$$\left. \left. + D_{n+1,k}) \right] \right\}, \qquad (167)$$

где k – порядковый номер сечения в пределах пролета (k = 0,1,..., m); при этом каждый пролет балки разбивается на m равных участков;

$M^0_{n,k-1}$, $M^0_{n,k}$, $M^0_{n+1,k}$ – дискретные значения моментов в основной системе метода сил; $D_{n,k}$ – жесткость балки в сечении n, k к моменту времени t при нагружении системы в момент времени t_0, вычисляемая по формуле (116).

12.3. Расчетные значения моментов в сечениях балки на каждом этапе последовательных приближений определяются по формуле

$$M_{n,k} = M^0_{n,k} + x_n\,(k/m) + x_{n-1}\,(m-k)/m. \qquad (168)$$

В формуле (168) моменты $M^0_{n,k}$, X_n, X_{n-1} присутствуют со своими знаками. При этом со знаком "–" в расчет вводятся моменты, растягивающие верхние волокна сечения.

12.4. Расчет статически неопределимых балочных систем с учетом нелинейности деформирования и ползучести бетона рекомендуется выполнять методом последовательных приближений.

Вначале производится расчет балки при кратковременном действии нагрузки, приложенной в момент времени t_0. На первом этапе процесса последовательных приближений определяют неизвестные метода сил и дискретные значения изгибающих моментов. При этом в качестве расчетных следует принимать приведенные жесткостные характеристики сечения железобетонной балки. На втором этапе учитывают нелинейность деформирования и расчет продолжают в следующем порядке. По найденным в результате упругого расчета значениям моментов в соответствии с указаниями разд. 10 определяют жесткость в выделенных сечениях балки. По формулам (164) – (167) находят коэффициенты системы канонических уравнений (163), осуществляют

ее решение и согласно п. 12.3 устанавливают значения моментов на границах участков разбиения балки. Эти моменты являются исходными для проведения статического расчета на следующем этапе последовательных приближений. Процесс последовательных приближений при расчете системы на кратковременное действие нагрузки прекращается при выполнении условия сходимости

$$\left(M_{n,k}^{(i)} - M_{n,k}^{(i-1)}\right) / M_{n,k}^{(i-1)} \leqslant 0{,}05, \qquad (169)$$

где $M_{n,k}^{(i)}$, $M_{n,k}^{(i-1)}$ – изгибающие моменты, полученные на i и i – 1 этапе последовательных приближений соответственно.

Аналогичным образом выполняется статический расчет балки при длительном действии нагрузки. При этом допускается при расчете системы на первом этапе процесса последовательных приближений для рассматриваемого момента времени t_j использовать окончательные значения моментов, полученные при расчете системы для предшествующего момента времени t_{j-1}. Расчет системы для каждого назначенного момента времени считается оконченным при выполнении условия (169).

Пример. Расчет неразрезной балки прямоугольного сечения.

Дано: двухпролетная неразрезная балка прямоугольного сечения с размерами b×h = 0,2 x 0,6 м, $a = a' =$ 0,04 м, изготовленная из бетона класса В30 ($R_{bn}(28)$ = 22 МПа = $22 \cdot 10^6$ Н/м^2; E_b (28) = = 0,302 $\cdot 10^5$ МПа = 0,302 $\cdot 10^{11}$ Н/м^2], подвергнутого тепловой обработке и имеющего осадку конуса 5 – 6 см, с симметричным, постоянным по длине армированием 4Ø18 + 4Ø18 AIII ($R_{sk} = R'_{sk}$ = = 400 МПа = $4{,}0 \cdot 10^8$ Н/м^2; $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа = $2 \cdot 10^{11}$ Н/м^2) при площади поперечного сечения арматуры $A_s = A'_s = 10{,}18 \cdot 10^{-4}$ м^2, нагруженная двумя сосредоточенными силами (рис. 7) $P_1 = P_2$ = = 210 кН – первый вариант; $P_1 = P_2 = 170$ кН – второй вариант.

Требуется построить эпюру изгибающих моментов, имеющую место в балке в возрасте $t \to 28$ сут и $t \to \infty$ при ее загружении в момент времени $t_0 = 28$ сут. Оценить величину перераспределения усилий относительно результатов расчета по упругой схеме.

Расчет. Определяем коэффициенты канонического уравнения и грузовые члены метода сил для упругого решения, принимая жесткость сечения D постоянной по длине балки

$$\delta_{11} = 400/D; \quad \Delta_{1p} = -82{,}688 \cdot 10^7 / D.$$

Опорный момент в этом случае равен

$$x_1 = (\Delta_{1p} / \delta_{11}) = -(82{,}688 / D) / (400 / D) = -206700 \text{ Н·м} =$$

$$= -206{,}7 \text{ кН·м}.$$

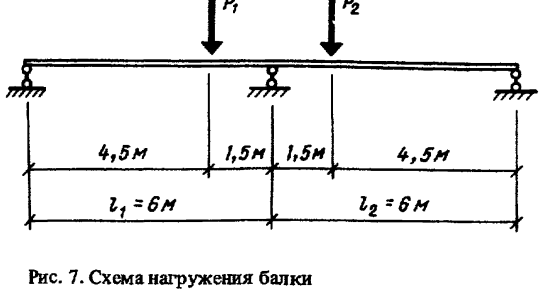


Рис. 7. Схема нагружения балки

Получаем эпюру действующих моментов по итогам упругого решения.

Для учета переменной жесткости по длине балки разбиваем каждый пролет на m = 4 участка равной длины $l_{1(2)}/4 = 1{,}5$ м (рис. 8).

Жесткость сечения, расположенного на границе участков разбиения, определяем по формуле (116)

$$D(t,t_0) = k(t-t_0)\,D_0(t,t_0)\left\{1 - [\,1 - D_{min}(t,t_0) / k(t-t_0)\,\cdot D_0(t,t_0)\,]\;M / M_{max}(t,t_0)\right.,$$

где M – значение действующего момента на границе участков, полученное из упругого решения.

Дальнейший расчет балки для момента времени $t = t_0 = 28$ сут производим в соответствии с п. 12.4.

Следуя указаниям разд. 10, определим параметры, необходимые для вычисления жесткостей:

$E_{ob}(28,28) = 2{,}197 \cdot 10^{-4}$ МПа;

Рис. 8. Схема разбиения балки на участки

$E_b = (28,28) = 1,166 \cdot 10^4$ МПа;

$D_0\ (28, 28) = 10,66 \cdot 10^7$ Н·м^2; $\beta_s = 0,244$;

$D_{min}\ (28,28) = 1,2 \cdot 10^7$ Н·м^2;

$M_{max}\ (28,28) = 2,11 \cdot 10^5$ Н·м;

$k\ (28,28) = 0,8$.

Результаты расчета жескостей приведены в табл. 31.

Таблица 31

Показатели	Номер пролета и сечения								
	I-0	I-1	I-2	I-3	I-4 П-0	II-1	II-2	II-3	II-4
Значения моментов из упругого решения									
М, кН·м	0	27,07	54,14	81,21	206,72	81,21	54,14	27,07	0
Расчет балки при $t = t_0 = 28$ сут									
I этап									
D, Н·м^2 ×10^{-7}	8,530	7,536	6,542	5,548	0,940,	5,548	6,542	7,536	8,536
М, кН·м	0	34,09	68,18	102,26	178,65	102,26	68,18	34,09	0
II этап									
D, Н·м^2 ×10^{-7}	8,530	7,278	6,026	4,775	1,970	4,775	6,026	7,278	8,530
М, кН·м	0	32,79	65,57	98,36	183,85	98,36	65,57	32,79	0
III этап									
D, Н·м^2 ×10^{-7}	8,530	7,236	6,122	4,918	1,779	4,918	6,122	7,236	8,530
М, кН·м	0	33,04	66,08	99,12	182,84	99,12	66,08	33,04	0
Расчет балки при $t \to \infty$; $t_0 = 28$ сут									
D, Н·м^2 ×10^{-7}	6,317	5,472	4,627	3,782	1,642	3,782	4,627	5,472	6,317
М, кН·м	0	32,4	64,8	97,2	185,4	97,2	64,8	32,4	0

По формулам (164) – (167) находим коэффициенты канонических уравнений с учетом переменности жесткостей по длине элемента и решаем каноническое уравнение:

$$\delta_{11} = 75{,}938 \cdot 10^{-11}; \qquad \Delta_{1p} = .135{,}66 \cdot 10^{-6} \text{ Н·м};$$

$$x_1 = -(\Delta_{1p} / \delta_{11}) = -178{,}65 \text{ кН·м}.$$

По найденному значению опорного момента строим эпюру моментов, а значения моментов в выделенных сечениях сводим в табл. 31. По полученным значениям моментов определяем новые, измененные значения жесткостей, которые также приведены в табл. 31. Затем производим определение коэффициентов и формирование канонического уравнения, решая которое, устанавливаем значение опорного момента и осуществляем вторичное построение эпюры моментов. Полученные моменты являются исходными для проведения очередной итерации. В описанной последовательности расчет методом последовательных приближений продолжаем до обеспечения условия сходимости (169). Ход расчета систематизирован в табл. 31. В данном примере, уже после третьей итерации разница между моментами двух соседних приближений находится в пределах 1 %. В итоге получаем эпюру моментов, изображенную на рис. 9, *а*.

На основании полученной эпюры моментов определяем усилия в балке на следующей стадии расчета – при $t \to \infty$.

Требуемые для дальнейшего расчета параметры найдены согласно указаниям разд. 10:

$$D_0 (\infty, 28) = 6{,}317 \cdot 10^7 \text{ Н·м}^2;$$

$$E_{ob} (\infty, 28) = 0{,}99 \cdot 10^4 \text{ МПа};$$

$$E_b (\infty, 28) = 0{,}49 \cdot 10^4 \text{ МПа};$$

$$\beta_s = 0{,}165;$$

$$D_{min} (\infty, 28) = 0{,}817 \cdot 10^7 \text{ Н·м}^2;$$

$$M_{max} (\infty, 28) = 2{,}151 \cdot 10^5 \text{ Н·м};$$

$$k (\infty, 28) = 10.$$

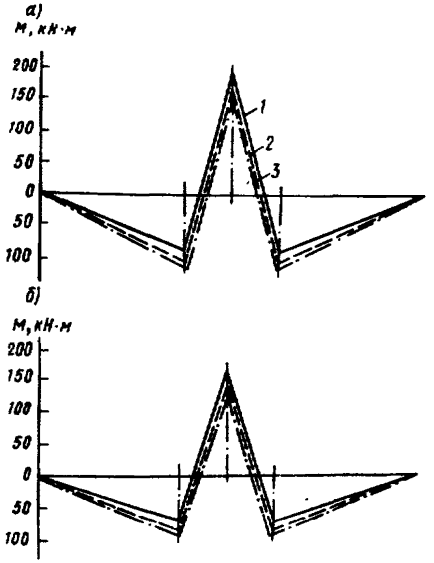


Рис. 9. Эпюры изгибающих моментов
а – I вариант нагружения; *б* – II вариант нагружения; *1* – по результатам "упругого" расчета; *2* – по результатам расчета на кратковременное нагружение в возрасте t_0 = 28 сут; *3* – по результатам расчета на длительное нагружение при возрасте наблюдения $t \to \infty$

Результаты расчета балки при длительном действии нагрузки приведены в табл. 31, а итоговая эпюра моментов изображена на рис. 9, *а*.

В изложенной последовательности выполняем расчет балки на второй вариант нагружения, основные результаты которого сведены в табл. 32, а окончательная эпюра моментов показана на рис. 9, *б*.

Таблица 32

Показатели	Номер пролета и сечения								
	I-0	I-1	I-2	I-3	I-4, II-0	II-1	II-2	II-3	II-4
Значения моментов из упругого решения									
M, кН·м	0	21,91	43,81	65,72	167,34	65,72	43,81	21,91	0
Расчет балки при $t = t_0 = 28$ сут									
I этап									
D, $Н·м^2 \cdot 10^{-7}$	8,529	7,725	6,921	6,117	2,386	6,117	6,921	7,725	8,529
M, кН·м	0	25,98	51,96	77,94	151,07	77,94	51,96	25,98	0
II этап									
D, $Н·м^2 \cdot 10^{-7}$	8,529	7,576	6,622	5,668	2,983	5,668	6,622	7,576	8,529
M, кН·м	0	25,42	50,83	76,25	153,33	76,25	50,83	25,42	0
Расчет балки при $t \to \infty$, $t_0 = 28$ сут									
D, $Н·м^2 \cdot 10^{-7}$	6,317	5,667	5,017	4,367	2,396	4,367	5,017	5,667	6,317
M, кН·м	0	25,19	50,37	75,56	154,26	75,56	50,37	25,19	0

ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ[1]

1. Линейная теория ползучести построена на основе линейных зависимостей как между напряжениями и упругими деформациями, так и между напряжениями и деформациями ползучести.

В этой теории полная относительная осевая деформация $\epsilon^*(t)$ определяется с помощью зависимостей:

при постоянных во времени напряжениях $\sigma^*(t_0)$ и стационарных вынужденных деформациях $\epsilon(t_0)$ (простая ползучесть)

$$\epsilon^*(t) = \left\{[1/E_b(t_0)] + C[(t,t_0)\right\}\sigma^*(t_0) + \epsilon(t_0); \quad (1)$$

при переменных во времени напряжениях $\sigma^*(t)$ и нестационарных вынужденных деформациях $\epsilon_0(t)$

$$\epsilon^*(t) = [\sigma^*(t)/E_b(t)] + \sigma^*(t)\,C^*(t,t_0)\int_{t_0}^{t}\sigma^*\tau\times$$

$$\times[\partial C^*(t,\tau)/\partial\tau]\,d\tau + \epsilon_0(t). \quad (2)$$

В формулах (1) и (2)

$$C^*(t,t_0) = [1/E_b(t_0)] - [1/E_b(t)] + C(t,t_0); \quad (3)$$

$C(t,t_0)$ – мера ползучести, т.е. деформация ползучести к моменту времени t, вызванная единичным напряжением, действующим с момента t_0.

Начало отсчета времени совмещено с моментом начала твердения бетона; применяется термин "возраст" бетона – промежуток

---

[1] **Арутюнян Н.Х., Александровский С.В.** Современное состояние развития теории ползучести бетона / В сб. Ползучесть и усадка бетонных и железобетонных конструкций – М.: Стройиздат, 1976. – С. 5.–96; **Александровский С.В.** Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности с учетом ползучести. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1973; **Бондаренко В.М., Бондаренко С.В.** Инженерные методы нелинейной теории железобетона. – М.: Стройиздат, 1982; **Прокопович И.Е., Зедгенидзе В.А.** Прикладная теория ползучести. – М.: Стройиздат, 1980.

времени от момента начала твердения бетона до рассматриваемого момента времени (t или t_0).

$C^*(t,t_0)$ – мера быстронатекающей части деформации ползучести, условно отнесенная к моменту формирования напряжений. Кроме $C(t,t_0)$, для описания деформаций ползучести используют характеристику ползучести $\varphi(t,t_0)$, определяемую с помощью зависимости

$$\varphi(t,t_0) = E(\tau_0)\ C(t,t_0) \qquad (4)$$

и равную отношению величин деформации ползучести и упругих деформаций, а также предельную характеристику ползучести $(t\to\infty)$

$$\varphi(t_0) = E(t_0)\ C(\infty, t_0). \qquad (5)$$

Вынужденными считаются деформации, вызванные изменением температуры, усилиями предварительного обжатия и неравномерной осадкой опор, а также усадка бетона.

2. Нелинейная теория ползучести построена на основе нелинейных зависимостей как между напряжениями и упругими деформациями, так и между напряжениями и деформациями ползучести.

В этой теории полная относительная осевая деформация $\epsilon^*\times$ $\times(t)$ определяется с помощью зависимостей:

при постоянных во времени напряжениях $\sigma^*(t_0)$ и стационарных вынужденных деформациях $\epsilon(t_0)$ (простая ползучесть)

$$\epsilon^*(t) = \left\{F_k\left[\sigma^*(t_0)\right] / E_b(t_0) + F_c\left[\sigma^*(t_0)\, C^*(t,t_0)\right]\right\} + \\ + \epsilon(t_0); \qquad (6)$$

при переменных во времени напряжениях $\sigma^*(t)$ и нестационарных вынужденных деформациях $\epsilon_0(t)$

$$\epsilon^*(t) = F_k\left[\sigma^*(t)\right] / E_b(t) + F_c\left[\sigma^*(t)\right] C^*(t,t_0) - \int_{t_0}^{t} F_c\times \\ \times\left[\sigma^*(\tau)\right]\left[\partial C^*(t,\tau) / \partial\tau\right] d\tau + \epsilon_0(t). \qquad (7)$$

Входящие в зависимости (6) и (7) функции F_k и F_c учитывают влияние нелинейных составляющих упругих деформаций и деформаций ползучести:

$$F_k\left[\sigma^*(t)\right] = \sigma^*(t)\ \left[1 + V_k\eta(t)^{m_k}\right]; \qquad (8)$$

$$F_c [\sigma^* (t)] = \sigma^* (t) [1 + \nu_c \eta (t)^{m_c}], \quad (9)$$

где ν_K, m_K, ν_c, m_c – параметры функций нелинейности.

Зависимость (7) построена в предположении, что кривые, описывающие линейную и нелинейную составляющие деформации простой ползучести, – аффиноподобны. При необходимости учета фактического отсутствия аффинного подобия параметр нелинейности ν_c в функции F_c следует умножить на коэффициент

$$\chi = e^{-f(t-t_o)}, \quad (10)$$

где $f(t - t_o)$ функция, учитывающая нарастание во времени меры ползучести (см. разд. 3).

3. Системой, составленной из однородных элементов, называется система, все элементы которой выполнены из материалов, обладающих одинаковыми деформативными свойствами (модуль упругости, мера ползучести).

Бетонную конструкцию можно считать системой, составленной из однородных элементов, если она, во-первых, выполнена из бетона одного состава, во-вторых, – если ее опорные связи жесткие или обладают такими же деформативными свойствами, как сама конструкция.

Железобетонную конструкцию, работающую без трещин, можно рассматривать как систему, составленную из однородных элементов, если, во-первых, для нее выполняются условия, сформулированные выше для бетонной конструкции, во-вторых, – ее деформативность может быть достаточно точно представлена с помощью приведенных характеристик $[E(t_o), \varphi(t,t_o)]$, средних для всех элементов.

Системой, составленной из неоднородных элементов, называется система, элементы которой выполнены из материалов, обладающих различными деформативными свойствами. Железобетонные конструкции, за исключением случаев, указанных выше, должны рассматриваться как системы, составленные из неоднородных элементов.

Цена 30 коп.

Классификатор строительных норм и правил

Настоящий Классификатор устанавливает разделение строительных норм и правил на 5 частей, каждая из которых делится на группы.

Классификатор предназначен для установления состава и обозначения (шифра) строительных норм и правил.

Шифр должен состоять из букв "СНиП", номера части (одна цифра), номера группы (две цифры) и номера документа (две цифры), отделенных друг от друга точками; две последние цифры, присоединяемые через тире, обозначают две последние цифры года утверждения документа. Например, "СНиП 2.03.05–82".

Номера документам присваиваются в порядке регистрации сквозными в пределах каждой группы или в соответствии с разработанным перечнем документов данной группы.

1. Организация, управление, экономика

Группы

01 Система нормативных документов в строительстве
02 Организация, методология и экономика проектирования и инженерных изысканий
03 Организация строительства. Управление строительством
04 Нормы продолжительности проектирования и строительства
05 Экономика строительства
06 Положения об организациях и должностных лицах

2. Нормы проектирования

01 Общие нормы проектирования
02 Основания и фундаменты
03 Строительные конструкции
04 Инженерное оборудование зданий и сооружений. Внешние сети
05 Сооружения транспорта
06 Гидротехнические и энергетические сооружения, мелиоративные системы и сооружения
07 Планировка и застройка населенных пунктов
08 Жилые и общественные здания
09 Промышленные предприятия, производственные здания и сооружения, вспомогательные здания. Инвентарные здания
10 Сельскохозяйственные предприятия, здания и сооружения
11 Склады
12 Нормы отвода земель

3. Организация, производство и приемка работ

01 Общие правила строительного производства
02 Основания и фундаменты
03 Строительные конструкции
04 Защитные, изоляционные и отделочные покрытия
05 Инженерное и технологическое оборудование и сети
06 Сооружения транспорта
07 Гидротехнические и энергетические сооружения, мелиоративные системы и сооружения
08 Механизация строительного производства
09 Производство строительных конструкций, изделий и материалов

4. Сметные нормы

Состав и обозначение сметных норм и правил установлены постановлением Госстроя СССР от 18 июня 1982 г. и от 12 сентября 1984 г. № 162.

5. Нормы затрат материальных и трудовых ресурсов

01 Нормы расхода материалов
02 Нормы потребности в строительном инвентаре, инструменте и механизмах
03 Нормирование и оплата проектно-изыскательских работ
04 Нормирование и оплата труда в строительстве

gost.e-ecolog.ru