МИНИСТЕРСТВО СТРОИТЕЛЬСТВА ПРЕДПРИЯТИЙ
НЕФТЯНОЙ И ГАЗОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

ВНИИСТ

Всесоюзный научно-исследовательский институт
по строительству магистральных трубопроводов

рекомендации

ПО РАСЧЕТУ ТРУБОПРОВОДОВ ИЗ МНОГОСЛОЙНЫХ ТРУБ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ

Р 451-82

gost.e-ecolog.ru

МИНИСТЕРСТВО СТРОИТЕЛЬСТВА ПРЕДПРИЯТИЙ
НЕФТЯНОЙ И ГАЗОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Всесоюзный научно-исследовательский институт
по строительству магистральных трубопроводов

·ВНИИСТ·

РЕКОМЕНДАЦИИ

ПО РАСЧЕТУ ТРУБОПРОВОДОВ ИЗ МНОГОСЛОЙНЫХ ТРУБ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ

Р 451-82

МОСКВА 1982

УДК 62I.643.00I.3

"Рекомендации по расчету трубопроводов из многослойных труб на динамические нагрузки" разработаны лабораторией методов расчета трубопроводов и соединительных деталей ВНИИСТа совместно с отраслевой лабораторией прочности КТИРПиХ при участии ВЦ КТИРПиХ.

В них изложены расчетные модели, методы расчета, расчетные зависимости и алгоритмы вычисления частот свободных колебаний балочных элементов трубопроводов из многослойных труб, определяющие отличие поведения многослойных трубопроводов при динамических нагрузках от колебаний однослойных трубопроводов.

Рекомендации разработаны на основе теоретических исследований, экспериментальных измерений на лабораторных моделях и натурных трубопроводах.

В разработке Рекомендаций принимали участие канд.техн.наук М.С.Герштейн и инженер С.С.Халюк.

© Всесоюзный научно-исследовательский институт по строительству магистральных трубопроводов (ВНИИСТ), 1982

Всесоюзный научно-исследовательский институт по строительству магистральных трубопроводов (ВНИИСТ)	Рекомендации по расчету трубопроводов из многослойных труб на динамические нагрузки	Р 45I-82 Разработаны впервые

I. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

I. Рекомендации по расчету содержат расчетные модели, основные уравнения, алгоритмы вычислений, расчетные и графические зависимости для определения частот и форм свободных колебаний балочных элементов трубопроводов из многослойных труб.

2. Рекомендации разработаны в развитие главы СНиП II-45-75 "Нормы проектирования. Магистральные трубопроводы".

3. Расчетные зависимости для балочного трубопровода из элементов многослойных и однослойных труб, основанные на модели длинной ортотропной конструктивно неоднородной оболочки, приведены в разделе 2. Для малых колебаний построены частотные зависимости, определены значения "предельной длины" трубопровода, выше которой можно определять наименьшую частоту собственных колебаний по "балочным" соотношениям.

Приведены амплитудно-частотные зависимости для нелинейных колебаний трубопровода, при которых балочная форма динамических перемещений связана с овализацией поперечного сечения.

4. В приложении рассмотрены примеры расчета амплитудно-частотных зависимостей нелинейных колебаний и таблицы.

5. Колебания элемента трубопровода, рассматриваемого как многослойная оболочка с однородными слоями, описаны в разделе 3. Приведены уравнения движения оболочки, методы и алгоритмы решения для линейных колебаний с малыми амплитудами и нелинейных колебаний с амплитудой порядка толщины оболочки. Даны гра-

Внесено лабораторией методов расчета трубопроводов и соединительных деталей ВНИИСТа	Утверждено Всесоюзным научно-исследовательским институтом по строительству магистральных трубопроводов 5 декабря 1981 г.	Срок введения I июля 1982 г.

фики зависимостей частоты колебаний от числа окружных и продольных волн для оболочки с внутренним давлением и без него при различных соотношениях геометрических размеров, а также амплитудно-частотные характеристики нелинейных колебаний оболочек.

2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ БАЛОЧНОГО КОНСТРУКТИВНО-НЕОДНОРОДНОГО ТРУБОПРОВОДА

РАСЧЕТНАЯ СХЕМА И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

2.1. Многослойные трубы для магистральных трубопроводов состоят из спирально-свернутых обечаек, сваренных между собой кольцевыми швами. Расчетная схема такой конструктивно-неоднородной оболочки должна учитывать многослойность стенки, наличие регулярно расположенных по длине кольцевых подкреплений и отсутствие взаимного смещения слоев в местах подкреплений. Возможны и различные конструктивные решения многослойных труб.

На рис.1 представлена труба, состоящая из l обечаек с числом слоев, равным p .

Приведенная цилиндрическая жесткость такой трубы может быть найдена по следующей зависимости:

$$\mathcal{D}_{пр} = \left[\mathcal{D}_1 \frac{a+2b}{\ell} + \mathcal{D}_0\left(1 - \frac{a+2b}{\ell}\right)\right]\frac{\ell}{L}\,l + \mathcal{D}_1\left(1 - \frac{\ell}{L}\,l\right), \quad (1)$$

где $\mathcal{D}_0$ – цилиндрическая жесткость оболочки, лишенной связей сдвига;

$\mathcal{D}_1$ – цилиндрическая жесткость сплошной оболочки, толщина которой равна сумме толщин слоев. Они определяются соотношениями:

$$\mathcal{D}_0 = p\,\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}; \qquad \mathcal{D}_1 = \frac{Eh}{1-\mu^2}\sum_{i=1}^{p} z_i^2, \quad (2)$$

где z_i – расстояния от срединных поверхностей отдельных слоев до срединной поверхности оболочки в целом.

Параметр b определяется по следующей формуле:

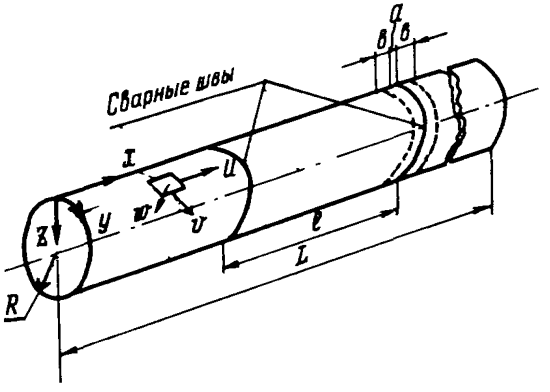

Рис.I. Схема многослойной трубы:
$\mathcal{L}$ - длина трубы; h - толщина одного слоя; a - ширина сварного шва; b - ширина участка, примыкающего к сварному шву и работающего как сплошное кольцо; ℓ - длина обечайки

$$b = K\sqrt{Rh}. \qquad (3)$$

Коэффициент K принимает значения I,5–2 в зависимости от типа применяемого материала, состояния его поверхности, плотности навивки, имеющихся подкрепляющих сварных швов.

При вычислениях $\mathcal{D}_{пр}$ была сделана ориентация на промышленный образец многослойной трубы и значение коэффициента k было принято равным I,9.

Значения приведенной цилиндрической жесткости для некоторых конструктивных вариантов труб представлены в табл.I. Число секций для всех вариантов равно 7.

2.2. При составлении уравнений движения использованы безразмерные величины

$$\{x,y,u,v,w\} = \frac{1}{R}\{x,y,u,v,w\}, \quad t = \frac{t}{R}\sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}, \qquad (4)$$

где x направлена по образующей, y - по дуге окружности.

Таблица I

Характеристика трубы			b, см	$\mathcal{D}_{пр}$, кгс·см
h, мм	ρ	Наличие однослойных секций		
4,I	4	Нет	9,I7	$I,7 \cdot I0^5$
4,6	5	Нет	9,7I	$4,4 \cdot I0^5$
6,0	5	Нет	II,I0	$I0,56 \cdot I0^5$
5,5	6	Нет	I0,60	$I2,77 \cdot I0^5$
2,0	4	Нет	6,4	$0,I7 \cdot I0^5$
4,I	4	Две крайние	9,I7	$3,48 \cdot I0^5$

Основные допущения полубезмоментной теории оболочек сводятся к следующему:

I) относительное удлинение ε_y профиля поперечного сечения оболочки и относительный сдвиг ε_{xy} в срединной поверхности малы по сравнению с производными перемещений, или

$$\frac{\partial v}{\partial y} + w = \varepsilon_y \approx 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \varepsilon_{xy} \approx 0; \quad (5)$$

2) в соотношениях упругости можно не учитывать часть удлинения ε_x, связанную с усилиями T_y, и часть момента M_y, связанную с параметром $\varkappa_x$. Это означает принятие соотношений упругости в упрощенном виде:

$$M_x = \mu \mathcal{D}_{пр} \varkappa_y,$$
$$T_x = E H \varepsilon_x, \quad (H = \rho h), \qquad (6)$$
$$M_y = \mathcal{D}_{пр} \varkappa_y;$$

3) во всех уравнениях равновесия, кроме уравнения моментов относительно касательной к координатным линиям y, можно пренебречь усилием Q_x и моментами M_x и M_{xy}.

С учетом принятых допущений уравнения движения имеют вид:

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} - Q_y \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \rho H \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{\partial T_y}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} - \frac{1}{R_y^*} Q_y - \rho H \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0,$$
$$\frac{T_y}{R_y^*} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + T_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - q - \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \qquad (7)$$
$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0,$$
$$\frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0$$

Входящий в уравнение радиус кривизны деформированной срединной поверхности R_y^* определяется следующей зависимостью:

$$\frac{1}{R_y^*} = \frac{1}{R}\left(1 - \frac{\partial v^*}{\partial y}\right), \qquad v^* = \frac{\partial w}{\partial y} - v, \qquad (8)$$

где v^* - угол поворота касательной к средней линии контура поперечного сечения.

Уравнения движения (7) после преобразования и подстановки зависимостей усилий от перемещений приводят к одному уравнению в перемещениях:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^2 \partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^2} +$$
$$+ C^2\left[\left(\frac{\partial^3 v^*}{\partial y^3}\right)^2 + 2\frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2}\frac{\partial^4 v^*}{\partial y^4} + \frac{\partial^5 v^*}{\partial y^5}\right] + C^2\left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^2}\frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2} + \frac{\partial v^*}{\partial x}\frac{\partial^3 v^*}{\partial x \partial y^2}\right) +$$
$$+ C^2\frac{\partial^3 v^*}{\partial y^3} - K_q\frac{\partial^3 v^*}{\partial y^3} = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + w - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right). \qquad (9)$$

Здесь $$C^2 = \frac{D_{пр}}{R^2 E H}, \qquad K_q = \frac{qR}{EH}. \qquad (10)$$

2.3. Колебания трубопровода при малых перемещениях.

Для получения уравнения движения, описывающего малые колебания трубопровода, необходимо в (9) исключить нелинейные члены. Линеаризованное таким образом уравнение примет вид:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + C^2\left(\frac{\partial^5 v^*}{\partial y^5} + \frac{\partial^3 v^*}{\partial y^3}\right) - K_q\frac{\partial^3 v^*}{\partial y^3} = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + w - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right). \qquad (11)$$

Принята следующая аппроксимация нормальной составляющей перемещения точки срединной поверхности трубы:

$$W = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(x) e^{in\gamma} \sin(\omega t). \qquad (12)$$

Остальные составляющие примут вид:

$$U = -\sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty} \frac{1}{n^2} f_n'(x) e^{in\gamma} \sin(\omega t),$$

$$V = -\sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty} \frac{1}{in} f_n'(x) e^{in\gamma} \sin(\omega t), \qquad (13)$$

$$W' = -\sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty} \frac{n^2-1}{in} f_n(x) e^{in\gamma} \sin(\omega t)$$

(Здесь и далее штрихами и римскими цифрами обозначены производные функции $f_n(x)$ по продольной координате x).

Подставив выражения (13) в (11), после преобразований получим следующее уравнение:

$$\frac{1}{n^2} f_n^{IV}(x) + n^2(n^2-1)(c^2n^2 - c^2 + K_q) f_n(x) - \omega_*^2 \frac{1}{n^2} f_n''(x) - (n^2+1) f_n(x) = 0. \qquad (14)$$

Граничные условия на концах трубы, соответствующие шарнирному опиранию, имеют вид:

при $x = 0, \quad x = L, \quad V = W' = T_x = 0.$ (15)

Функция $f_n(x)$ задана в виде ряда:

$$f_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} B_{m,n} \sin \lambda x. \qquad (16)$$

Здесь и ранее: $\lambda = \frac{m\pi R}{L}$, $\omega_*^2 = \frac{\omega^2 R^2 \rho (1-\mu^2)}{E}$.

С учетом (16) уравнение (15) принимает вид:

$$\lambda^4 + n^2(n^2-1)(c^2n^2 - c^2 + K_q) = \omega_*^2 \left[\lambda^2 + n^2(n^2+1)\right]. \qquad (17)$$

Решив (17) относительно ω_*^2, получим расчетную формулу для квадрата собственной частоты замкнутой цилиндрической

конструктивно-неоднородной оболочки с шарнирным опиранием концов. Формула учитывает влияние внутреннего давления (при внешнем давлении знак при коэффициенте K_q изменяется на минус).

$$\omega_*^2 = \frac{\lambda^4 + n^4(n^2-1)[c^2(n^2-1)+K_q]}{\lambda^2 + n^2 + n^4} . \qquad (18)$$

Увеличение жесткости трубы приводит, с одной стороны, к возрастанию абсолютных значений собственных частот, с другой - к перераспределению $(\omega_*)_{min}$ относительно форм колебаний. В связи с этим используется понятие предельной длины трубопровода в виде параметра $L_* = L_{пр}/R$, где $L_{пр}$ - длина трубы, соответствующая равенству собственных частот при колебаниях по формам с одной и двумя окружными волнами.

Приравняв значения собственных частот (18) при $n = 1$ и $n = 2$ и полагая $\lambda^2 \approx 0$, получим

$$L_* = \frac{L_{пр}}{R} = \frac{\pi}{2\sqrt{c}} \left(1 - \frac{K_q}{3c^2}\right)^{-1/4} \qquad (19)$$

Отсюда, при $K_q = 0$ (труба, не загруженная давлением) имеем

$$L_* = \frac{\pi}{2\sqrt{c}} \qquad (20)$$

СВЯЗАННЫЕ КОЛЕБАНИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ ТРУБЫ (НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА)

2.4. Изгибным свободным колебаниям трубы даже при небольших амплитудах сопутствуют колебания, вызывающие изменение геометрии поперечного сечения (овализацию), т.е. характеризующиеся числом окружных волн $n = 2$. Частота этих наложенных колебаний в два раза превышает основную частоту. Это явление описывается геометрически нелинейной полубезмоментной теорией оболочек. Уравнение движения принимается в виде (9).

Введем двучленную аппроксимацию нормальной составляющей полного перемещения точки срединной поверхности трубы

$$W = f_1 \sin \lambda x \cos y + f_2 \sin \lambda x \cos 2y , \qquad (21)$$

где f_1, f_2 – функции времени.

Второе слагаемое выражения (21) представляет собой наложенную составляющую прогиба (результат овализации).

Решение принимается в виде:

$$f_1 = A\cos\omega_* t\,, \qquad f_2 = -B\cos^2\omega_* t. \tag{22}$$

Использование для интегрирования уравнений движения метода Бубнова-Галеркина приводит к системе уравнений:

$$\begin{aligned} -\omega_*^2 + a_1 - \frac{3}{4}a_2 B = 0, \\ \left(\omega_*^2 - \frac{3}{4}b_1\right)B + \frac{3}{4}b_2 A = 0 \end{aligned} \tag{23}$$

Из второго уравнения следует соотношение между амплитудами прогиба A и овализации B

$$B = -\frac{0{,}75\,b_2 A^2}{\omega_*^2 - 0{,}75\,b_1}\,. \tag{24}$$

Подставив (24) в первое уравнение (23), приходим к уравнению второй степени относительно квадрата частоты

$$\omega_*^4 - \left(a_1 + \frac{3}{4}b_1\right)\omega_*^2 + \frac{3}{4}a_1 b_1 - \frac{9}{16}a_2 b_2 A^2 = 0, \tag{25}$$

где

$$a_1 = \frac{\lambda^4}{2+\lambda^2}\,, \qquad a_2 = \frac{5\lambda^4}{3\pi(2+\lambda^2)}\,,$$

$$b_1 = \frac{\lambda^4 + 144c^2 + 48K_q}{20+\lambda^2}\,, \qquad b_2 = \frac{64\lambda^4}{3\pi(20+\lambda^2)} \tag{26}$$

Последний член полученного уравнения учитывает связанность форм колебаний при конечных перемещениях точек трубы.

Окончательная расчетная формула для квадрата частоты

$$\omega_*^2 = \frac{\left(a_1 + \frac{3}{4}b_1\right)}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(a_1 + \frac{3}{4}b_1\right)^2}{4} - \frac{3}{4}a_1 b_1 + \frac{9}{16}a_2 b_2 A^2} \tag{27}$$

В частном случае при $B = 0$ из первого уравнения системы (23) получаем выражение для квадрата наименьшей собственной частоты трубы с недеформируемым контуром поперечного сечения

(т.е. при колебаниях по балочной форме)

$$\omega_*^2 = \frac{\lambda^4}{2+\lambda^2} \qquad (28)$$

3. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТРУБОПРОВОДА

КОЛЕБАНИЯ С МАЛЫМИ АМПЛИТУДАМИ

3.I. В качестве многослойного элемента трубопровода рассматривается одна многослойная обечайка в виде круговой цилиндрической оболочки конечной длины, состоящей из чередующихся слоев одинаковой толщины (рис.2). При рассмотрении колебаний допускается не учитывать конструкцию нахлеста концов наружного и внутреннего слоев. Число слоев обозначается буквой ρ , толщина слоя оболочки - h , толщина "шва" - межслоевого зазора - $h_м$ (рис.3).

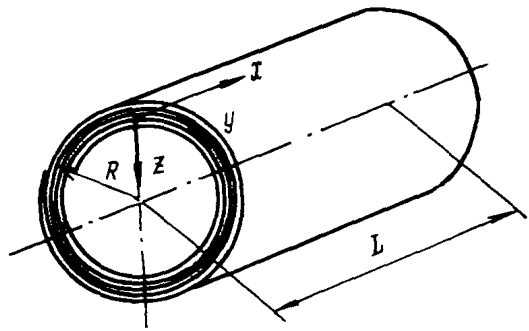

Рис.2. Многослойная рулонированная обечайка

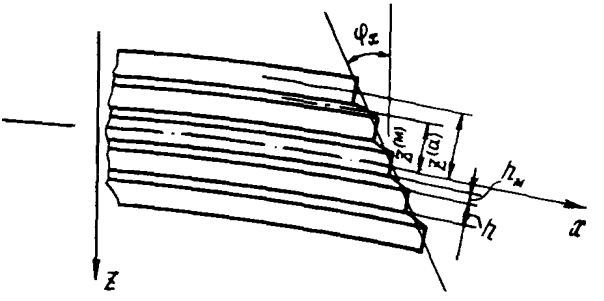

Рис.3. Элемент многослойной оболочки в процессе деформирования

Модуль упругости материала слоя – E , коэффициент Пуассона материала слоя – μ , жесткость "шва" на сдвиг – G . Радиус срединной поверхности оболочки – R , длина – L .

Величина h_M принимается равной удвоенной высоте микронеровностей R_z на шероховатой поверхности исходного материала слоев. Для первого класса чистоты R_z = 320 мкм. Соответственно h_M = 0,6 мм. Сдвиговая жесткость G определяется по формуле

$$G = \frac{h_M}{K_\tau} , \qquad (29)$$

где K_τ – коэффициент контактной податливости, мкм·см^2/кгс.

Для слоев трубы диаметром 1420 мм принимается K_τ = = 0,2 мкм·см^2/кгс. Отсюда G = 3000 кгс/см^2. В практических расчетах приведенную жесткость можно принимать по данным эксперимента.

3.2. Линейные уравнения движения.

При рассмотрении задачи о свободных колебаниях круговой цилиндрической оболочки с малыми перемещениями используется линеаризованный вариант уравнений движения. Для каждого слоя принята гипотеза Кирхгофа–Лява.

Координата x отсчитывается в срединной поверхности

вдоль образующей, координата y – в окружном направлении, z – по нормали к срединной поверхности к центру кривизны. Через u, v, w обозначены составляющие перемещений в направлениях x, y, z, через φ_x, φ_y – углы поворота нормали в плоскостях xz, yz. Положительные направления усилий в срединной поверхности T_x, T_y, T_{xy}, поперечных усилий Q_x, Q_y и моментов $M_x, M_y, M_{xy}, m_x, m_y, m_{xy}$ показаны на рис.4.

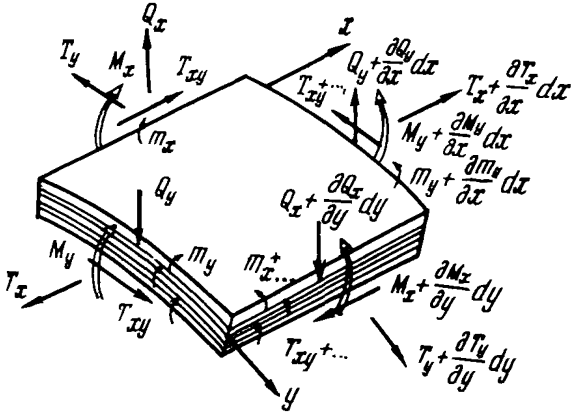

Рис.4. Положительные направления усилий и моментов многослойной оболочки

Уравнения движения в усилиях имеют вид:

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} - \rho p h \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{\partial T_y}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} - \frac{1}{R} q_y - \rho p h \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{T_y}{R} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + 2\frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + q - $$

$$- \rho p h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - q_x - \eta_2 \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - q_y - \eta_2 \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial t^2} = 0. \qquad (30)$$

Здесь $\eta_2 = \rho h \sum_{i=1}^{p} z_i^2$, q - внутреннее давление;

ρ - плотность материала слоев;

z_i - расстояние от срединной поверхности оболочки в целом до срединной поверхности i -го слоя.

Усилия связаны с перемещениями зависимости вида

$$T_x = B\left[\frac{\partial U}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{W}{R}\right)\right],$$

$$T_y = B\left[\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{W}{R} + \mu\frac{\partial U}{\partial x}\right],$$

$$T_{xy} = B\frac{1-\mu}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right),$$

$$M_x = D_1\left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \mu\frac{\partial \varphi_y}{\partial y}\right),$$

$$M_y = D_1\left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + \mu\frac{\partial \varphi_x}{\partial x}\right),$$

$$M_{xy} = D_1\frac{1-\mu}{2}\left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}\right),$$

$$m_x = -D_0\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right),$$

$$m_y = -D_0\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right),$$

$$m_{xy} = -D_0\left(\frac{1-\mu}{2}\right)\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y},$$

$$q_x = \frac{1}{1-\delta}k^2\rho h_м G\left(\frac{\partial W}{\partial x} + \varphi_x\right) = k^2 G h\rho\left(\frac{\partial W}{\partial x} + \varphi_x\right),$$

$$q_y = \frac{1}{1-\delta}k^2\rho h_м G\left(\frac{\partial W}{\partial y} + \varphi_y\right). \qquad (31)$$

Здесь

$$B = \rho\frac{Eh}{1-\mu^2}, \qquad D_1 = \frac{Eh}{1-\mu^2}\sum_{i=1}^{\rho}\delta_i^2,$$

$$D_0 = \rho\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}, \qquad \delta = \frac{h}{h+h_м}. \qquad (32)$$

Подстановка зависимостей (30) в уравнения (31) приводит к уравнениям движения в перемещениях:

$$B\left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial y}\right] - B\frac{\mu}{R}\frac{\partial W}{\partial x} - \eta_1\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0,$$

$$B\left[\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial x\partial y}\right] - \frac{C}{R^2}V - \frac{B+C}{R}\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{C}{R}\varphi_y - \eta_1\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0,$$

$$C\nabla^2 W - D_0\nabla^4 W - \frac{B}{R^2}W + B\frac{\mu}{R}\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{B+C}{R}\frac{\partial W}{\partial y} + C\left(\frac{\partial\varphi_x}{\partial x} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial\varphi_y}{\partial y}\right) + T_{x_0}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + T_{y_0}\left(\frac{1}{R} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) - \eta_1\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0,$$

$$C\frac{\partial W}{\partial x} - D_1\left(\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^2\varphi_y}{\partial x\partial y}\right) + C\varphi_x + \eta_2\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial t^2} = 0,$$

$$C\frac{\partial W}{\partial y} - D_1\left(\frac{\partial^2\varphi_y}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2\varphi_y}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial x\partial y}\right) + \frac{C}{R}V + C\varphi_y + \eta_2\frac{\partial^2\varphi_y}{\partial t^2} = 0. \qquad (33)$$

Здесь $C = k^2 GH,$

$$\eta_1 = \rho\rho h.$$

3.3. Метод и алгоритм решения.

Граничные условия на краях для з кнутой оболочки длиной L принимаются в следующем виде:

$$x = 0, \quad x = L, \qquad V = W = \varphi_y = M_x = 0,$$

$$T_x = T_{x_0}, \; T_y = T_{y_0}, \tag{34}$$

где T_{x_0} – сжимающие (или растягивающие) усилия, равномерно приложенные к торцам оболочки;

T_{y_0} – окружные усилия от действия внутреннего давления.

Решения для форм колебания, удовлетворяющие принятым граничным условиям, имеют вид:

$$U = U_0 \cos \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} e^{i\omega t},$$

$$V = V_0 \sin \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{ny}{R} e^{i\omega t},$$

$$W = W_0 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} e^{i\omega t},$$

$$\varphi_x = \Phi \cos \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} e^{i\omega t},$$

$$\varphi_y = \Psi \sin \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{ny}{R} e^{i\omega t}. \tag{35}$$

Здесь m – число продольных полуволн;

n – число волн в окружном направлении;

ω – частота колебаний.

Подстановка выражений (35) в уравнения движения (33) приводит к системе пяти линейных алгебраических однородных уравнений, которую можно представить в виде

$$(\bar{A} - \omega^2 \bar{E})\bar{V} = 0, \tag{36}$$

где $\bar{E}$ – единичная матрица;

$\bar{V}$ – вектор-столбец амплитудных значений динамических перемещений (U, V, W) и углов поворота (φ_x, φ_y);

$\bar{A}$ - симметричная матрица упругих коэффициентов, зависящих от геометрических и механических характеристик оболочки. Элементы матрицы $\bar{A}$ вычисляются по следующим формулам:

$$a_{11} = \frac{P}{H}\left[\left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^2 + \frac{1-\mu}{2}n^2\right],$$

$$a_{12} = \frac{P(1+\mu)m\pi n}{2H\ell},$$

$$a_{13} = P\frac{\mu m\pi}{H\ell}, \qquad a_{14} = a_{15} = 0,$$

$$a_{22} = \frac{P}{H}n^2 + P\frac{1-\mu}{2H\ell}m^2\pi^2,$$

$$a_{23} = \frac{\mathcal{D}+P}{H}n,$$

$$a_{24} = 0, \qquad a_{25} = \frac{\mathcal{D}}{\sqrt{H}}\xi,$$

$$a_{33} = \frac{P}{12Hz^2}\left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^4 + \frac{P}{6H}\left(\frac{m\pi n}{\ell z}\right)^2 + \frac{P}{12Hz^2}n^4 +$$

$$+ \frac{\mathcal{D}+T_{x_0}}{H}\left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^2 + \frac{\mathcal{D}+T_{y_0}}{H}n^2 + \frac{P+T_{y_0}}{H},$$

$$a_{34} = \frac{\mathcal{D}}{\sqrt{H}}\xi\frac{m\pi}{\ell}, \qquad a_{35} = \frac{\mathcal{D}}{\sqrt{H}}\xi n,$$

$$a_{44} = \left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^2 + \frac{1-\mu}{2}n^2 + \mathcal{D}\xi^2,$$

$$a_{45} = \frac{1+\mu}{2}\frac{m\pi n}{\ell},$$

$$a_{55} = n^2 + \frac{1-\mu}{2}\left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^2 + \mathcal{D}\xi^2, \qquad (37)$$

где $$\mathcal{D} = \frac{HG(1-\mu^2)}{Eh(1-s)}$$

Кроме того, введены безразмерные параметры:

$$\ell = \frac{L}{R}, \quad \tilde{H} = \frac{H}{h}, \quad z = \frac{R}{h}, \quad \xi^2 = \frac{R^2}{\sum_{i=1}^{p} z_i^2},$$

$$\omega_* = \omega R\sqrt{\frac{\rho(1-\mu^2)}{E}}, \quad \tilde{T}_x = \frac{T_x}{Eh}(1-\mu^2), \quad \tilde{T}_y = \frac{T_y}{Eh}(1-\mu^2). \quad (38)$$

Волнистые линии над обозначениями безразмерных величин в (37) опущены.

Однородная система линейных алгебраических уравнений (36) имеет ненулевое решение при условии равенства нулю ее определителя

$$det(\bar{A} - \omega_*^2 \bar{E}) = 0. \quad (39)$$

Из этого уравнения находятся квадраты частот свободных колебаний, являющиеся собственными числами матрицы $\bar{A}$. Таким образом, задача свелась к определению собственных чисел и собственных векторов матрицы пятого порядка $\bar{A}$, элементы которой определяются выражениями (37).

3.4. Частоты и формы колебаний.

Расчеты выполнены по стандартной программе, реализующей метод вращений, для машин единой системы ЭВМ. Геометрические и физические параметры оболочек варьировались в пределах: R/H – от 10 до 500, L/R – от 0,5 до 50, число слоев ρ – от 2 до 10, отношение сдвиговой жесткости швов G к модулю упругости слоев E – от 0 до 0,5. Величина S принимала значения 0,67 и 0,95. Число полуволн в продольном направлении изменялось от 0 до 12, число окружных волн n – от 1 до 13.

Проведены вычисления без учета внешних нагрузок и при действии сжимающих равномерно распределенных по окружности усилий, а также внутреннего давления.

Расчеты дают пять значений ω_*, соответствующих поперечным, тангенциальным и сдвиговым колебаниям. Результаты представлены в виде таблиц, содержащих все значения ω_* для произвольного сочетания m и n. Порядок расположения ω_* в столбцах следующий (снизу вверх): поперечные, тангенциальные, сдвиговые.

Пример вычислений приведены в табл.2 (приложение). В шапке каждого примера указаны значения R/H (обозначено RH); L/R ; G , кгс/см^2; число слоев P (обозначено A); $h_м$, см (HM) ; H , см; ρ , кгс·с^2/см^4; μ ; E , кгс/см^2; T_{x_0} (TXO); T_{y_0} (TYO).

КОЛЕБАНИЯ С АМПЛИТУДАМИ ПОПЕРЕЧНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПОРЯДКА ТОЛЩИНЫ ОБОЛОЧКИ

3.5. Колебания элемента трубопровода в виде многослойной оболочки с амплитудами поперечных перемещений порядка толщины описываются нелинейными уравнениями движения. Нелинейные уравнения в перемещениях имеют вид:

$$C\nabla^2 W - \mathcal{D}_0 \nabla^4 W + \frac{C}{BR(1-\mu^2)}\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \mu\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right) + \frac{C}{R^2}W - \frac{C}{2R}\left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 +$$

$$+ C\left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}\right) + L(W, F) + \frac{1}{R}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \eta_1 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0,$$

$$\mathcal{D}_1 L(\varphi_x, \varphi_y) - C\varphi_x - C\frac{\partial W}{\partial x} - \eta_2 \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial t^2} = 0,$$

$$\mathcal{D}_1 L(\varphi_y, \varphi_x) - C\varphi_y - C\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{C}{R}V - \eta_2 \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{1}{B(1-\mu^2)}\nabla^4 F = L(W, W) - \frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \qquad (40)$$

где F – функция усилий в срединной поверхности, определяемая соотношениями

$$T_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad T_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad T_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}. \qquad (41)$$

В уравнениях (40) введены следующие дифференциальные операторы:

$$L(W, F) = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y},$$

$$L(\varphi_x,\varphi_y)=\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial x^2}+\frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial y^2}+\frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^2\varphi_y}{\partial x\partial y},\ (x=y),$$

$$L(W,W)=\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}\right)^2-\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}. \qquad (42)$$

Общие выражения для радиального прогиба и углов поворота должны удовлетворять условиям периодичности, которые можно записать в виде

$$W(x,y,t)=W(x,y+2\pi R,t),$$

$$\frac{\partial^\kappa W}{\partial y^\kappa}(x,y,t)=\frac{\partial^\kappa W}{\partial y^\kappa}(x,y+2\pi R,t),\ (\kappa=1,2,3,4),$$

$$U(x,y,t)=U(x,y+2\pi R,t),$$

$$\frac{\partial U}{\partial y}(x,y,t)=\frac{\partial U}{\partial y}(x,y+2\pi R,t). \qquad (43)$$

Из последнего условия следует

$$\oint\frac{\partial U}{\partial y}dy=0.$$

3.6. Метод и алгоритм решения.

Функции прогиба и углов поворота нормали к срединной поверхности принимаются в виде

$$\begin{aligned}W(x,y,t)&=f_1\sin\lambda x\cos ny-f_0\sin^2\lambda x,\\ \varphi_x(x,y,t)&=\Phi_1\cos\lambda x\cos ny-\Phi_0\sin 2\lambda x,\\ \varphi_y(x,y,t)&=\Psi_1\sin\lambda x\sin ny,\end{aligned} \qquad (44)$$

где $f_1, f_0, \Phi_1, \Phi_0, \Psi_1$ - функции времени;

λ - параметр волнообразования, равный $\lambda=\frac{m\pi R}{L}$.

Условие малости окружной деформации срединной поверхности

$$\int_0^{2\pi R}\varepsilon_y dy\approx 0$$

приводит к зависимости для f_0 и Φ_0, подстановка которых в (44) дает следующие выражения для аппроксимирующих функций:

$$W = f_1 \sin \lambda_x \cos n y - \frac{n^2}{4} f_1^2 \sin^2 \lambda_x ,$$

$$\varphi_x = \Phi_1 \cos \lambda_x \cos n y - \frac{n^2}{4} \Phi_1^2 \sin 2\lambda_x ,$$

$$\varphi_y = \Psi_1 \sin \lambda_x \sin n y . \qquad (45)$$

После подстановки (45) в уравнение неразрывности деформаций – четвертое уравнение (40) – интегрированием находится выражение для функции усилий. Затем применение метода Бубнова – Галеркина к первым трем уравнениям (40) дает обыкновенные дифференциальные уравнения относительно амплитуд поперечных перемещений f_1 и углов поворота нормали к срединной поверхности Φ_1, Ψ_1

$$\frac{d^2 f_1}{dt^2} + \Omega^2 f_1 + 2\varkappa f_1 \left[\left(\frac{df_1}{dt} \right)^2 + f_1 \frac{d^2 f_1}{dt^2} \right] + \delta f_1^3 + g f_1^5 + a_1 \Phi_1 + a_2 \Psi = 0,$$

$$\frac{d^2 \Phi_1}{dt^2} + \vartheta_1 \Phi_1 + 2\vartheta_2 \Phi_1 \left[\left(\frac{d\Phi_1}{dt} \right)^2 + \Phi_1 \frac{d^2 \Phi_1}{dt^2} \right] + \vartheta_3 f_1 - \vartheta_4 \Psi_1 = 0,$$

$$\frac{d^2 \Psi}{dt^2} + \xi_1 \Psi - \xi_3 f_1 - \xi_4 \Phi_1 - \xi_5 f_1^3 = 0. \qquad (46)$$

Здесь

$$\Omega^2 = \frac{1}{\zeta_1} \left[\frac{D_0}{R^2} \gamma^2 + C\gamma + \frac{C\lambda^2(\lambda^2 - \mu n^2) + \tilde{B}\lambda^4}{\gamma^2} - C \right],$$

$$\varkappa = \frac{3}{16} n^4, \qquad g = \frac{3\tilde{B}\lambda^4 n^8}{16\zeta_1} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{6^2} \right),$$

$$\delta = \frac{1}{\zeta_1} \left[\frac{D_0}{R^2} \lambda^4 n^4 - \frac{Cn^4(1-\lambda^2)}{4} + \frac{\tilde{B}\lambda^4}{16} + \right.$$

$$\left. + \frac{C\lambda^2 n^4(\lambda^2 - \mu n^2) - 4\tilde{B}\lambda^4 n^4}{4\gamma^2} \right], \qquad \zeta_1 = \frac{\rho h E}{(1-\mu^2)},$$

$$\vartheta_1 = \frac{D_1}{\zeta_2} \left(\lambda^2 + \frac{1-\mu}{2} n^2 \right) + \frac{C}{\zeta_2} R^2, \quad \vartheta_2 = \frac{n^4}{4}, \quad \vartheta_3 = \frac{C\lambda}{\zeta_2} R^2,$$

$$\vartheta_4^2 = \xi_4 = \frac{D_1(1+\mu)}{2\zeta_2}\lambda n \ , \quad \xi_1 = \frac{D_1}{\zeta_2}\left(n^2 + \frac{1-\mu}{2}\lambda^2\right) + \frac{C}{\zeta_2}R^2,$$

$$\xi_3 = \frac{C}{\zeta_2}\left(n + \frac{\lambda^4 - \mu\lambda^2 n^2}{n\gamma^2} - \frac{1}{n}\right),$$

$$\xi_5 = \frac{C\lambda^2 n^3(\lambda^2 - \mu n^2)R^2}{4\gamma^2\zeta_2}, \qquad \zeta_2 = \frac{hE}{1-\mu^2}\sum_{i=1}^{p} Z_i^2 . \tag{47}$$

При анализе гармонических нелинейных колебаний решение (46) принято в виде

$$f_1 = A\cos\omega t ,$$

$$\Phi_1 = B\cos\omega t ,$$

$$\Psi_1 = C\cos\omega t . \tag{48}$$

Подстановка этого решения в уравнения движения (46) и применение метода Бубнова-Галеркина приводит систему к виду

$$(-\omega_*^2 + \Omega^2)A - \varkappa\omega_*^2 A^3 + \frac{3}{4}\delta A^3 + \frac{5}{8}gA^5 + a_1 B - a_2 C = 0,$$

$$(-\omega_*^2 + \vartheta_1^2)B - \vartheta_2^2\omega_*^2 B^3 + \vartheta_3^2 A - \vartheta_4^2 C = 0,$$

$$(-\omega_*^2 + \xi_1)C - \xi_3 A - \xi_4 B - \frac{3}{4}\xi_5 A^3 = 0. \tag{49}$$

Приравнивание нулю матрицы, составленной из коэффициентов, при амплитудах A, B, C приводит к частотному уравнению, которое может быть представлено в виде многочлена третьего порядка относительно квадрата частоты ω_*^2 с коэффициентами, нелинейно зависящими от амплитуды перемещений,

$$\omega_*^6 - K_1\omega_*^4 + K_2\omega_*^2 - K_3 = 0. \tag{50}$$

Коэффициенты $K_1 - K_3$ связаны с (47) следующими соотношениями:

$$K_1 = a_3 + \frac{\Omega^2 + \frac{3}{4}\delta A^2 + \frac{5}{8}gA^4}{1 + \varkappa A^2} ,$$

$$K_2 = a_4 + \frac{a_3\Omega^2 + a_1\vartheta_3^2 + a_2\xi_3 + \frac{3}{4}(a_3\delta - a_2\xi_5)A^2 + \frac{5}{8}a_3 g A^4}{1 + \varkappa A^2},$$

$$K_3 = \frac{1}{1+\varkappa A^2}\Big[a_4\Omega^2 - a_1 a_5 - a_2 a_6 + \frac{3}{4}(a_4\delta + a_1\xi_5\vartheta_4^2 - a_2\xi_5\vartheta_1^2)A^2 + \frac{5}{8}a_4 g A^4\Big],$$

кроме того,

$$a_3 = \vartheta_1^2 + \xi_1, \qquad a_4 = \vartheta_1^2\xi_1 - \vartheta_4^2\xi_4,$$
$$a_5 = \vartheta_3^2\xi_1 - \vartheta_4^2\xi_3, \quad a_6 = \vartheta_1^2\xi_3 - \vartheta_3^2\xi_4. \qquad (5I)$$

Наименьший корень уравнения, соответствующий поперечным колебаниям, можно найти по формуле

$$(\omega_*^2)_{нел} = \tilde{\omega}_*^2 = \frac{K_3}{K_2} + \left(\frac{K_3}{K_2}\right)^2 \frac{K_1}{K_2}. \qquad (52)$$

Если пренебречь в (49) нелинейными членами, будет найдена частота ω_* линейных колебаний с малыми амплитудами. Уравнение скелетной кривой, характеризующей амплитудно-частотную зависимость для нелинейных колебаний, будет представлено в виде

$$\nu = \tilde{\omega}_* / \omega_*. \qquad (53)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пример расчета I

Выполнить расчет и анализ частот собственных колебаний трубопроводов при двух вариантах конструкций многослойных труб.

Вариант I. Труба состоит из 7 четырехслойных обечаек.

Вариант 2. 5 четырехслойных и две однослойные обечайки (той же толщины) установлены по концам.

Диаметр труб -I420 мм, суммарная толщина I6,4 мм.

Результаты вычислений нижней части спектра собственных частот труб при различных значениях отношения длины трубопровода к радиусу поперечного сечения (L/R = 5, I0, 25, 50, I00) представлены на рис.5 и 6 в виде зависимостей частоты от числа волн n в окружном направлении. Волновой параметр m был принят равным единице, так как именно этому его значению отвечают наименьшие собственные частоты. Величины приведенной ци-

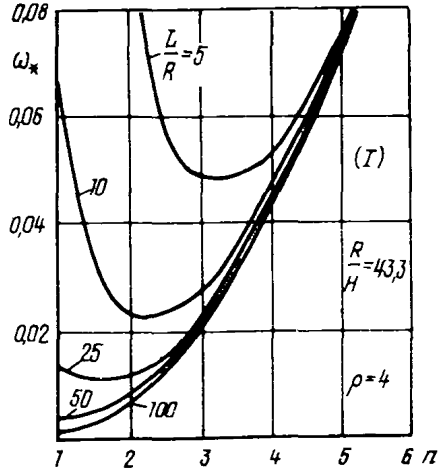

Рис.5. Частотные кривые трубопровода I-го конструктивного варианта

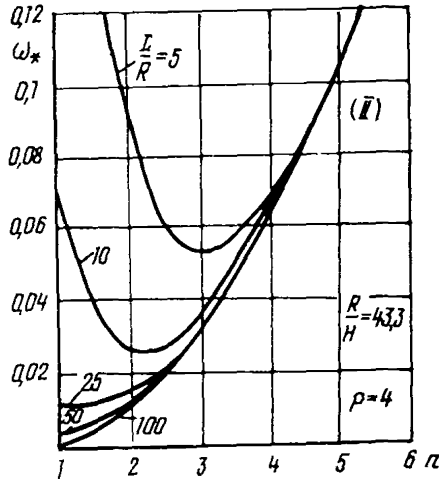

Рис.6. Частотные кривые трубопровода 2-го конструктивного варианта

линдрической жесткости $\mathcal{D}_{пр}$, соответствующие обоим вариантам, найденные по формулам (I)-(3), равны соответственно $1{,}7 \cdot 10^5$ и $3{,}48 \cdot 10^5$ кгс·см.

Приведенные графики свидетельствуют о том, что наименьшая собственная частота трубы не всегда соответствует наиболее простой балочной форме колебания. При определенном значении геометрических или жесткостных параметров минимум $\omega_{1,n}$ смещается в сторону более сложных форм. Так, например, для трубы варианта I при L/R = 5 наименьшая собственная частота соответствует трем волнам в окружном направлении, при L/R = 10,25 - двум, а при L/R = 50 и выше - одной.

На рис.7,8 выполнено графическое определение предельной длины. Для труб вариантов I и 2 она оказалась равной 28 и 23 соответственно.

Значения предельной длины, подсчитанные по формуле (20), равны 28,09 и 23,6. Результаты совпадают.

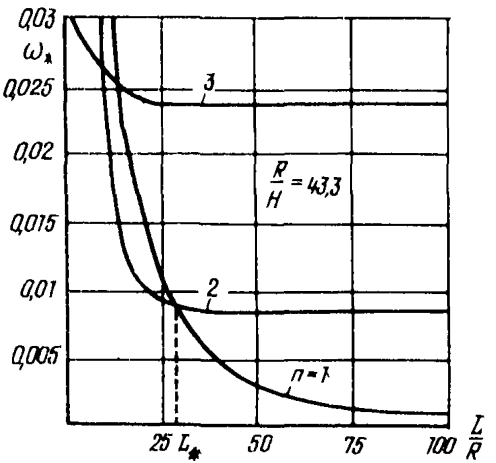

Рис.7. Зависимость низшей частоты от длины трубопровода I-го конструктивного варианта

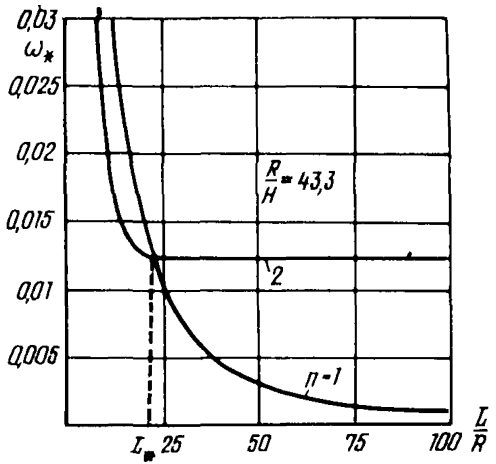

Рис.8. Зависимость низшей частоты от длины трубопровода 2-го конструктивного варианта

На рис.9 показана зависимость предельной длины от параметра приведенной жесткости (I0).

По формуле (I9) были получены значения предельных длин труб, находящихся под действием внутреннего давления. Результаты расчетов отражены на рис.I0, из которого следует, что предельная длина при наличии давления резко уменьшается. При этом, чем тоньше труба, тем влияние внутреннего давления существенней.

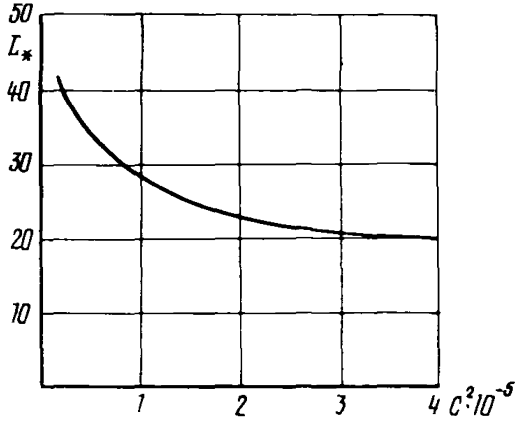

Рис.9. Зависимость предельной длины от параметра приведенной жесткости

Выполненный анализ распределения минимальных собственных частот конструктивно-неоднородных многослойных труб позволяет сделать некоторые выводы.

Минимальные частоты не всегда соответствуют наиболее простой балочной форме колебаний. При определенных соотношениях геометрических и жесткостных характеристик это могут быть колебания с n = 2;3.

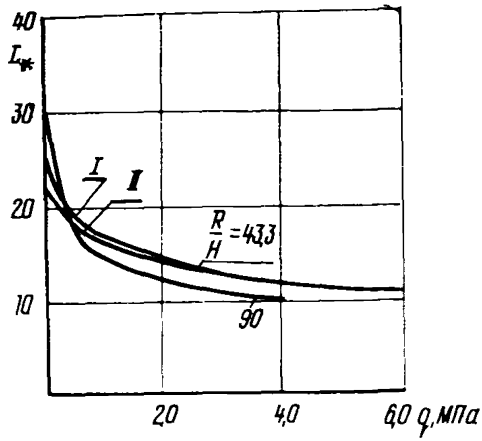

Рис.10. Зависимость предельной длины от величины внутреннего давления

Пример расчета 2

Вычислить частоты связанных колебаний (при m = I, n = I и 2) четырехслойной трубы II конструктивного варианта (см. пример I) с размерами: диаметр I420 мм, толщина I6,4 мм при значениях параметра длины L/R = I0–80.

Основные результаты расчетов представлены на рис.II. Как следует из рис.II, учет овализации при рассмотрении колебаний трубопровода по форме с одной полуволной в пролете приводит к некоторому снижению частоты по сравнению со значением, найденным по линейному расчету во всем диапазоне длин. График имеет точку перегиба, правее которой частоты соответствуют преимущественно изгибным колебаниям с овализацией, а левее – преимущественно овализационным колебаниям с наложенным изгибом. Эта точка определяет на горизонтальной координатной оси значение предельной длины трубопровода. Из графика видно, что с увеличением амплитуды колебания предельная длина уменьшается. Наибольшее отличие результатов расчета по линейной и нелинейной

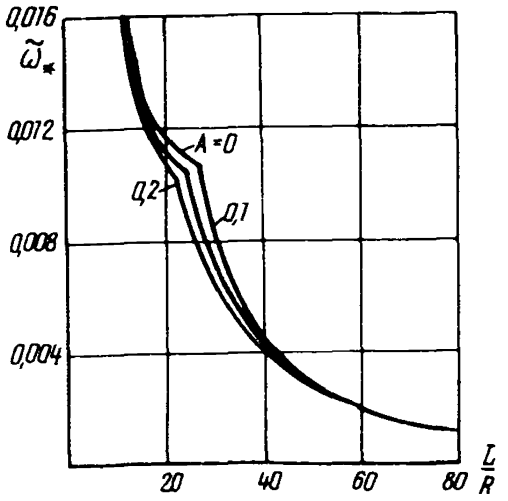

Рис.II. Зависимость низшей частоты колебаний от относительной длины пролета

(с учетом связанности форм) теории наблюдается для труб с длиной, близкой к предельной (~ 25).

На рис.I2 представлены амплитудно-частотные зависимости нелинейных связанных колебаний рассматриваемой составной трубы. По вертикальной оси отложена безразмерная амплитуда нормального перемещения.

Как следует из рис.I2, наибольшая нелинейность наблюдается у трубы с параметрами $L/R = 25$. Это объясняется совпадением этого параметра с величиной предельной длины трубы при полученном значении приведенной жесткости.

Влияние $\mathcal{D}_{пр}$ на собственные частоты нелинейных колебаний отражено на рис.I3. Расчетные точки графика соответствуют значениям коэффициента нелинейности $\nu = \tilde{\omega}_*/\omega_*$, полученным при величине безразмерной амплитуды, равной $\tilde{A} = AR^2/L^2$, для длин труб, равных предельным для каждого значения приведенной жесткости.

Таким образом, по данным выполненного анализа результатов нелинейного расчета можно сделать вывод о том, что

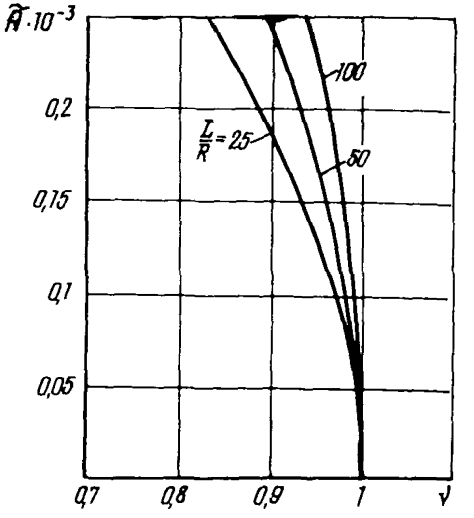

Рис.I2. Амплитудно-частотные зависимости для нелинейных связанных колебаний трубы

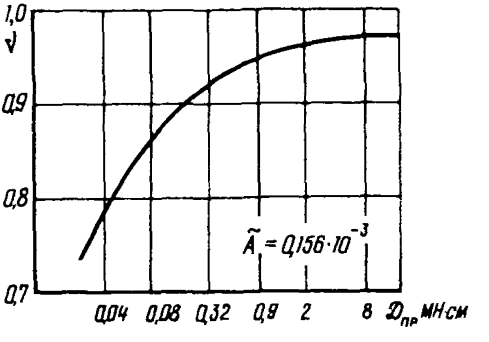

Рис.I3. Зависимость параметра $\nu=\tilde{\omega}_*/\omega_*$ от приведенной жесткости трубы

пренебрежение связанностью форм колебания с $n = 1$ и $n = 2$ для труб с околопредельной длиной может привести к заметным неточностям в определении минимальной частоты трубы при больших прогибах (к ее завышению). В особенности это относится к многослойным трубам, составленным из большого числа слоев, когда снижение значения приведенной цилиндрической жесткости становится существенным.

Пример расчета 3

Исследовать влияние физических и геометрических параметров элементов трубопроводных систем на амплитудно-частотные зависимости, соответствующие нелинейным колебаниям многослойных элементов трубопроводов.

Вычисления проводились по формулам (51) и (53). По результатам вычислений построены приведенные ниже графики.

Графики на рис.14,16,18 относятся к оболочкам с $R/H = 500$.

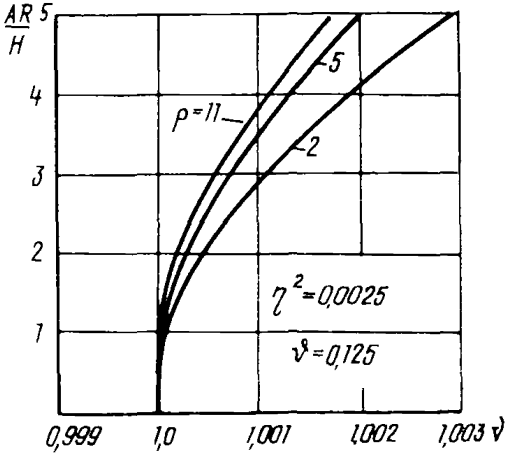

Рис.14. Влияние числа слоев на амплитудно-частотные зависимости колебаний оболочек по форме с $m = 1$, $n = 5$

Величина L/R для оболочек, поведение которых иллюстрируется на рис.I4,I6,I9, принята равной 5. Графики на рис.I7 построены для оболочек с параметрами $R/H = 147$, $L/R = 3{,}64$.

При вычислении данных для графиков рис.I4,I5,I8,I9 было принято $G/E = 1\cdot10^{-4}$, для рис.I7 - $G/E = 5\cdot10^{-5}$.

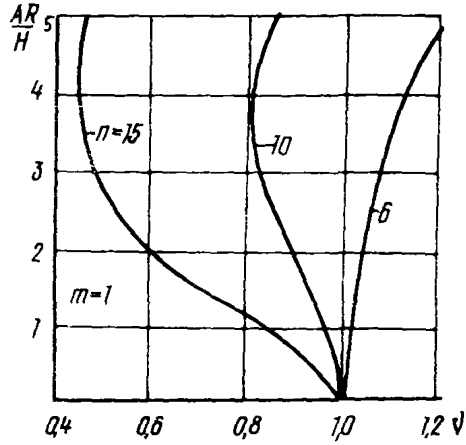

Рис.I5. Скелетные кривые для пятислойной оболочки при ее колебаниях по формам с одной полуволной в продольном направлении

На рисунках указаны значения параметров η^2 и V^2

$$\eta^2 = n^2H/R\,, \qquad V^2 = \lambda/n.$$

Графики рис.I4 демонстрируют влияние числа слоев оболочки с коэффициентом армирования $S = 0{,}9$ на особенности нелинейных колебаний по форме с $m = 1$, $n = 5$; как видно из рисунка, увеличение числа слоев приводит к изменению характера колебаний. При дальнейшем увеличении числа слоев нелинейная характеристика из "жесткой" превратится в "мягкую".

На рис.I5 представлены скелетные кривые для пятислойной оболочки при ее колебаниях по формам с одной полуволной в продольном направлении. Числу окружных волн $n = 6$ соответствует нелинейность "жесткого" типа, а при $n = 10$ и более она оказывается существенно "мягкой".

Увеличение жесткости "швов", т.е. рост параметра G/E вызывает увеличение частоты колебаний многослойной оболочки. Влияние этого параметра на нелинейность амплитудно-частотных характеристик отражено на рис.I6.

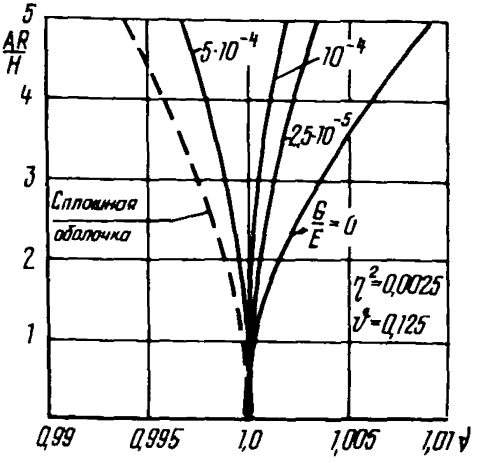

Рис.I6. Влияние параметра сдвиговой жесткости на амплитудно-частотные зависимости

Наибольшая нелинейность "жесткого" типа соответствует многослойной оболочке, лишенной связей сдвига между слоями. По мере возрастания сдвиговой жесткости G нелинейность вначале уменьшается, затем меняет характер на "мягкий" и при дальнейшем увеличении усиливается в "мягкую" сторону. Скелетная кривая приближается к зависимости, полученной для сплошной оболочки.

Влияние коэффициента S на колебания пятислойной оболочки по форме $m = 1$, $n = 5$ иллюстрируется графиками на рис.I7. Снижение коэффициента S приводит к перемещению скелетной кривой вправо. Это вполне согласуется с графиками рис.I6: уменьшение как G, так и S приводит к одному и тому же результату - росту податливости "шва", т.е. влияние этих параметров на нелинейное поведение многослойной оболочки должно быть количественно одинаковым.

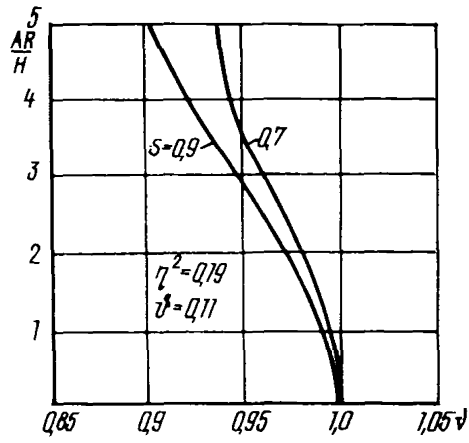

Рис.17. Влияние коэффициента S на колебания пятислойной оболочки по форме m = I, n = 5

На рис.18 приведены амплитудно-частотные характеристики колебаний оболочки различной длины. Формы волнообразования (значения m и n) отвечают минимальным частотам малых колебаний, найденным из рассмотрения спектра частот линейных колебаний многослойной оболочки. Графики относятся к пятислойным оболочкам со значениями параметра L/R = 2, 5, 10. Соответствующие параметры волнообразования оказались равными n = = 3, 5, 8. Нелинейный эффект оказался тем существенней, чем короче оболочка. Влияние относительной толщины R/H отражают кривые, показанные на рис.19. Оба графика, относящиеся к R/H = = 100, 500, построены для формы m = I, n = 5. Чем меньше R/H (т.е. чем выше относительная толщина оболочки), тем существенней нелинейность "мягкого" типа. При больших значениях R/H скелетная кривая отражает "жесткий" режим колебаний с усиливающейся нелинейностью этого типа по мере дальнейшего возрастания относительной толщины оболочки.

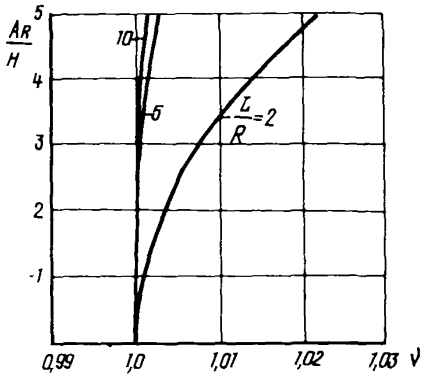

Рис.I8. Амплитудно-частотные характеристики колебаний оболочки различной длины

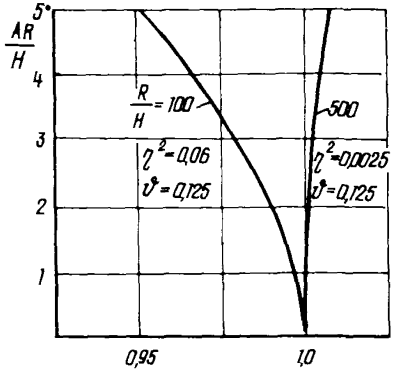

Рис.I9. Скелетные кривые

Примеры вычислений частот собственных колебаний при малых прогибах

RP= 500. L/ = [illegible] G= 2[illegible] A= 1. HN= 0.025 H= [illegible] RO= 0.00[illegible] 0790 MU= [illegible].30 E= 2100000.0
TX0=-.00009 TY0=0.00045

N / M		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	23.282	23.3[illegible]4	23.3[illegible]8	23.4[illegible]5	23.623	23.813	24.[illegible]3	24.312	24.616	24.961	25.339	25.750	26.193	26.666
	23.277	23.2[illegible]4	23.307	23.[illegible]4	23.397	23.464	2[illegible]6	23.642	23.753	23.878	24.017	24.16[illegible]	24.335	24.514
	0.918	1.3[illegible]	2.059	2.[illegible]7	3.727	4.593	[illegible]8	6.349	7.232	8.119	9.026	9.895	10.785	11.675
	0.522	0.[illegible]1	1.140	1.6[illegible]4	2.148	2.670	3.[illegible]4	3.720	4.247	4.774	5.322	5.830	6.359	6.887
	0.332	0.[illegible]7	0.0[illegible]8	0.[illegible]35	0.024	0.025	0.[illegible]7	0.233	0.041	0.050	0.059	0.070	0.081	0.093
2	23.328	23.3[illegible]9	23.393	23.5[illegible]0	23.648	23.[illegible]38	24.[illegible]8	24.336	24.643	24.985	25.363	25.773	26.[illegible]16	26.688
	23.286	23.2[illegible]	23.316	23.[illegible]3	23.426	23.475	2[illegible]5	23.651	23.762	23.887	24.025	24.178	24.344	24.523
	1.188	1.556	2.241	3.020	3.844	4.691	5.[illegible]51	6.421	7.296	8.176	9.058	9.942	10.[illegible]28	11.716
	0.807	0.998	1.326	1.7[illegible]8	2.238	2.739	3.250	3.768	4.288	4.811	5.335	5.860	6.385	6.912
	0.665	0.[illegible]1	0.215	0.[illegible]20	0.075	0.053	0.[illegible]43	0.042	0.045	0.052	0.061	0.071	0.082	0.093
3	23.350	23.371	23.435	23.542	23.690	23.879	24.[illegible]9	4.377	24.683	25.025	25.401	25.811	26.253	26.725
	23.3[illegible]	23.3[illegible]	23.330	23.368	23.420	23.487	23.5[illegible]9	23.666	23.776	23.901	24.040	24.192	24.358	24.537
	1.714	1.961	2.537	3.252	4.033	4.849	5.6[illegible]8	6.540	7.402	8.270	9.144	10.021	10.900	11.782
	0.997	1.233	1.5[illegible]5	1.9[illegible]1	2.373	2.648	3.3[illegible]1	3.845	4.355	4.870	5.368	5.908	6.430	6.952
	0.839	0.594	0.366	0.2[illegible]8	0.150	0.105	0.[illegible]9	0.065	0.066	0.061	0.066	0.074	0.084	0.095
4	23.409	23.43[illegible]	23.404	23.600	23.748	23.937	24.1[illegible]6	24.433	24.738	25.080	25.456	25.865	26.306	26.777
	23.32[illegible]	23.3[illegible]9	23.351	23.389	23.441	23.508	23.5[illegible]0	23.686	23.797	23.921	24.060	24.212	24.378	24.557
	2.267	2.449	2.972	3.560	4.287	5.065	[illegible]	6.703	7.547	8.491	9.262	10.129	11.000	11.875
	1.330	1.489	1.779	2.134	2.543	2.991	3.4[illegible]2	3.950	4.447	4.952	5.462	5.975	6.491	7.009
	0.846	0.7[illegible]0	0.401	0.336	0.234	0.169	0.1[illegible]8	0.101	0.086	0.079	0.078	0.082	0.090	0.099
5	23.485	23.506	23.570	23.676	23.823	24.011	24.[illegible]9	24.506	24.810	25.150	25.525	25.934	26.373	26.843
	23.348	23.355	23.378	23.415	23.467	23.534	23.[illegible]6	23.712	23.[illegible]23	23.947	24.086	24.238	24.403	24.582
	2.824	2.968	3.343	3.928	4.597	5.331	6.1[illegible]6	6.908	7.730	8.566	9.413	10.267	11.128	11.993
	1.662	1.777	2.032	2.359	2.739	3.160	3.[illegible]0	4.079	4.562	5.055	5.555	6.060	6.569	7.081
	0.849	0.756	0.583	0.430	0.316	0.237	0.1[illegible]2	0.145	0.120	0.105	0.097	0.096	0.099	0.106
6	23.577	23.598	23.662	23.767	23.914	24.102	24.329	24.594	24.898	25.237	25.610	26.017	26.456	26.924
	23.380	23.388	23.410	23.448	23.500	23.567	23.648	23.744	23.855	23.979	24.117	24.269	24.434	24.613
	3.383	3.503	3.840	4.341	4.954	5.641	6.379	7.151	7.949	8.764	9.594	10.433	11.282	12.136
	1.995	2.083	2.303	2.602	2.956	3.352	3.779	4.230	4.697	5.177	5.666	6.161	6.663	7.168
	0.850	0.786	0.649	0.508	0.392	0.304	0.239	0.192	0.159	0.136	0.122	0.115	0.113	0.117
7	23.686	23.707	23.770	23.875	24.021	24.208	24.434	24.699	25.000	25.338	25.710	26.116	26.552	27.019
	23.419	23.426	23.449	23.486	23.538	23.605	23.686	23.782	23.892	24.016	24.154	24.306	24.471	24.649
	3.943	4.046	4.338	4.785	5.347	5.989	6.689	7.429	8.200	8.993	9.803	10.627	11.461	12.303
	2.327	2.399	2.590	2.861	3.190	3.562	3.968	4.400	4.851	5.317	5.794	6.279	6.771	7.269
	0.851	0.8[illegible]4	0.695	0.570	0.458	0.366	0.295	0.241	0.201	0.171	0.151	0.138	0.132	0.131
8	23.810	23.831	23.894	23.999	24.144	24.330	24.555	24.818	25.119	25.455	25.825	26.229	26.664	27.128
	23.463	23.470	23.493	23.530	23.582	23.649	23.7[illegible]0	23.826	23.936	24.059	24.197	24.349	24.513	24.691
	4.504	4.594	4.852	5.254	5.769	6.368	7.030	7.738	8.481	9.250	10.040	10.846	11.664	12.493
	2.660	2.720	2.887	3.133	3.438	3.789	4.174	4.587	5.022	5.473	5.937	6.412	6.895	7.384
	0.851	0.816	0.728	0.619	0.514	0.423	0.348	0.289	0.243	0.208	0.183	0.165	0.154	0.148
9	23.951	23.972	24.034	24.138	24.283	24.467	24.691	24.953	25.252	25.586	25.955	26.356	26.789	27.252
	23.513	23.520	23.543	23.580	23.632	23.698	23.7[illegible]9	23.875	23.985	24.108	24.246	24.397	24.561	24.739
	5.065	5.145	5.376	5.740	6.214	6.774	7.3[illegible]9	8.075	8.789	9.534	10.302	11.089	11.891	12.705
	2.992	3.045	3.192	3.416	3.699	4.029	4.395	4.790	5.208	5.644	6.096	6.559	7.031	7.512
	0.852	0.824	0.752	0.658	0.561	0.473	0.398	0.335	0.285	0.246	0.216	0.193	0.178	0.169
10	24.107	24.128	24.190	24.293	24.437	24.620	24.843	25.103	25.400	25.732	26.099	26.498	26.929	27.389
	23.569	23.576	23.598	23.635	23.687	23.754	23.3[illegible]4	23.930	24.039	24.163	24.300	24.451	24.615	24.792
	5.626	5.698	5.907	6.240	6.677	7.200	7.791	8.436	9.122	9.842	10.588	11.355	12.139	12.938
	3.325	3.371	3.503	3.708	3.971	4.280	4.627	5.005	5.407	5.829	6.267	6.719	7.181	7.651
	0.852	0.829	0.770	0.689	0.601	0.517	0.443	0.379	0.326	0.283	0.249	0.223	0.204	0.191
11	24.278	24.299	24.361	24.463	24.606	24.788	25.0[illegible]9	25.267	25.563	25.893	26.257	26.654	27.082	27.540
	23.630	23.638	23.660	23.697	23.748	23.815	23.895	23.990	24.099	24.223	24.359	24.510	24.674	24.850
	6.188	6.253	6.443	6.749	7.155	7.645	8.2[illegible]4	8.818	9.477	10.171	10.895	11.642	12.408	13.190
	3.657	3.698	3.818	4.006	4.251	4.542	4.871	5.232	5.619	6.026	6.451	6.891	7.342	7.803
	0.852	0.834	0.784	0.7[illegible]3	0.634	0.556	0.483	0.420	0.365	0.320	0.283	0.254	0.231	0.215
12	24.465	24.485	24.546	24.648	24.790	24.970	25.190	25.447	25.740	26.068	26.430	26.824	27.250	27.704
	23.697	23.705	23.727	23.764	23.815	23.881	23.962	24.056	24.165	24.288	24.425	24.575	24.738	24.914
	6.749	6.809	6.984	7.267	7.645	8.105	8.634	9.219	9.851	10.521	11.222	11.948	12.696	13.462
	3.990	4.027	4.136	4.310	4.538	4.812	5.125	5.470	5.841	6.234	6.646	7.074	7.514	7.965
	0.852	0.837	0.794	0.733	0.661	0.589	0.519	0.457	0.402	0.355	0.316	0.284	0.259	0.240

R= 520. L/C= 5.? G= 2??. A= 1. HM= 0.005 H= ?.01 RO= 0.00? 6797 MU= 1.3? E= ?.??0.00.0

IX0=-.00018 TY0=0.69130

N / M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	23.284	23.324	23.368	23.475	23.623	23.813	24.0?3	24.312	24.618	?4.961	25.339	25.753	?6.?93	26.666
	23.277	23.284	23 367	23.344	23.397	23.464	2?.5?6	23.642	23.753	23.878	24.017	24.169	24.335	2?.514
	0.916	1.326	2.059	2.877	3.727	4.593	5 4?8	6.349	7.232	8.119	9 006	9.895	10.?85	11.675
	0.522	0.721	1.140	1.654	2.148	2.670	3.1?4	3.720	4.247	4.774	5.302	5.830	6.359	6.887
	0.332	0.167	0 068	0.036	0.027	0.029	0 ?34	0.642	0.050	0.059	? 070	0.081	0.092	?.104
2	23.308	23.329	23 363	23.500	23.648	23.838	24.0?8	24.336	24.643	24.985	25.363	25.775	?6 216	26.688
	23.?86	23.293	23 3 6	23.353	23.406	23.473	2?.555	23.651	23.762	23.887	24.025	24.176	24.344	2?.523
	1.188	1.556	2 241	3.028	3.844	4.691	5.5?1	6.421	7.296	8.176	9.038	9.942	10.828	11.716
	0.887	0.998	1.326	1.758	2.238	2.739	?.2?0	3.768	4.286	4.811	5.335	5.860	6.385	6.912
	0.665	0.411	0.215	0.121	0.076	0.055	0.?48	0.048	0.053	0.061	?.071	?.084	0.?92	?.105
3	23.350	23.371	23.405	23.5?2	23.668	23.879	24.1?9	24.377	24.683	?5.025	25.4?1	25.811	?6.?53	26.?25
	23.306	23.328	23 3?0	23.368	23.420	23.487	2?.5?9	23.666	23.776	23.901	24.040	24.192	?4 35?	2?.537
	1.714	1.961	2 537	3.2?2	4.033	4.849	5.?93	6.540	7.402	8.270	9.144	10.021	?0 900	1?.782
	0.997	1.273	1 545	1.931	2.373	2.848	3.3?1	3.845	4.355	4.870	5.388	5.908	6 430	?.952
	0.839	0.503	?.366	?.228	0.151	?.106	?.?81	?.?69	?.?46	?.?69	? 075	?.084	?.?94	?.106
4	23.429	23.473	23 494	23.608	23.748	23.937	24.1?6	24.433	24.738	5.0??	25.456	25.865	?6.?06	26.777
	23.321	23.329	23.351	23.389	23.441	23.508	2?.5??	23.686	23.797	?3.921	24 060	24.212	4.?78	2?.557
	2.267	2.?49	2.924	3.568	4.287	5.069	5.?74	6.7?3	7.547	8.4?1	9 262	10.12?	1.?00	1?.875
	1.330	1.489	1.779	2.134	2.543	2 991	3.4?2	3.958	4.447	4.952	5 462	5.975	6 491	?.009
	?.846	?.609	? 4??	?.335	?.234	?.169	?.1?9	?.1?4	?.?9?	?.?84	?.?85	?.?91	?.?99	?.109
5	23.485	23.526	23.570	23.676	23.823	24.011	24.2?9	24.506	24.810	25.158	25.525	25.934	6.373	26.843
	23.348	23.355	23.378	23.4?5	23.467	23.534	23.6?6	23.712	23.623	23.947	24.086	24.238	?4.?05	24.?82
	2.824	2.968	3.363	3.928	4.597	5.331	6.1?6	6.988	7.730	8.566	9.413	10.267	1 128	11.?93
	1.662	1.?77	2.?72	2.359	2.?39	3.160	3.6??	4.079	4.562	5.055	5 555	6.06?	6.?69	?.?81
	?.849	?.?75	?.583	?.4??	?.316	?.237	?.1?3	?.146	?.122	?.1??	?.1??	?.1??	?.1?7	?.1?5
6	23.577	23.?26	23.6?2	23.767	23.914	24.102	24.?29	24.594	24.898	25.237	25.610	26.01?	26.456	26.924
	23.36?	23.3??	23 4.0	23.?88	23.5?0	23.567	23.?78	23.744	23.855	23.979	24.117	24.269	24.?34	2?.613
	3.383	3.5?3	?3 8?0	4.?41	4.954	5.641	6.3?9	7.?51	7.949	8.764	9.594	10.433	11.?82	12.136
	1.995	2.?3?	2.?13	2.?02	2.956	3.352	3.?79	4.?30	4.697	5.177	5.666	6.161	6.663	?.168
	?.85?	?.7?6	?.648	?.5?8	?.391	?.303	?.?79	?.193	?.160	?.138	?.126	?.12?	?.12?	?.124
7	23.686	23.707	23 7??	23.875	24.?21	24.?08	24.4 4?	24.699	25.?00	25.338	25.7??	26.11?	?6.?52	2?.?19
	23.419	23.4?6	?3.4?9	23.?86	23.538	23.?05	23.5?6	23.782	23.?92	24.?16	24.154	24.3?6	24 471	2?.649
	3.943	4.?76	4 3?8	4.?45	5.347	5.989	6.6?9	7.429	8.?00	8.993	9 803	10.62?	11 461	12.3?3
	2.327	2.599	2 5?0	2.?41	3.1?0	3.562	?.9?8	4.4??	4.851	5.317	5.794	6.27?	6.?71	?.269
	?.85?	?.8?4	?.695	?.5?0	?.457	?.366	?.?75	?.241	?.?01	?.173	?.153	?.142	?.137	?.137
8	23.81?	23.8?1	23.894	23.999	24.144	24.?3?	24.?95	24.818	25.119	25.455	25.825	26.229	26.664	27.128
	23.463	23.47?	23 49?	23.5??	23.582	23.649	23.7??	23.826	23.936	24.059	24.?97	24.349	24.?13	24.691
	4.504	4.594	4 8?2	5.?54	5.769	6.?68	7.??	7.738	8.481	9.250	10.?40	10.846	11.?64	12.493
	2.?6?	2 ??	2 8?7	3.1?3	3.4?8	3.?89	4.?? 4	4.?87	5.?22	5.473	5.937	6.412	6.895	?.384
	?.851	?.8?6	? 7?7	2.??9	?.513	?.422	?.3?8	?.289	?.243	?.2?9	?.184	?.167	?.157	?.153
9	23.951	23.9?2	24 ?34	24.1?8	24.?83	24.467	24.?91	24.953	25.252	25.586	25.955	26.35?	?6.?89	2?.252
	23.513	23.5?8	23.543	23.5?0	23.632	23.698	2?.??9	23.875	23.985	24.198	24.246	24.39?	24 5?1	24.739
	5.065	5.1?5	? 3?6	5.?40	6.214	6.774	?.3?9	?.?75	?.?89	9.534	10.3?2	11.089	1.?91	12.705
	2.992	3.2?5	3.1?2	3.?46	3.?99	4.029	4.3?5	4.798	5.?08	5.644	6.096	6.55?	7.?31	?.512
	?.851	?.8?3	?.7?1	?.6?7	?.561	?.472	?.4?7	?.335	?.285	?.246	? 216	?.19?	?.18?	?.172
10	24.187	24.198	24.190	24.?93	24.437	24.620	2?.?73	25.103	25.400	25.732	26.?99	26.498	26.?29	2?.389
	23.569	23.576	23.598	23.6?5	23.687	23.754	2?.3?4	23.930	24.039	24.163	2?.32?	24.451	24 6?5	2?.792
	5.626	5.698	5.907	6.?40	6.677	7.?00	7.7?1	8.436	9.122	9.842	10.588	11.355	.2.139	12.938
	3.325	3.?71	3.5?3	3.?68	3.971	4 280	4.?97	5.005	5.407	5.829	6.267	6.7?9	7.181	.651
	?.85?	?.8?9	? 7?9	?.688	?.6?0	?.516	.?72	?.378	?.325	?.283	?.249	?.224	? 205	?.193
11	24.278	24.299	24 3?1	24.463	24.6?6	24.?88	2?.??9	25.267	25.563	25.893	26.257	26.65?	27.?82	27.540
	23.63?	23.67?	23.66?	23.6?7	23.748	23.815	2?.?45	23.99?	24.?99	24.223	24.359	24.51?	24.674	2?.?5?
	6.188	6.253	6.443	6.?49	7.155	7.645	?.2 4?	8.818	9.477	10.171	10.895	11.642	2 4?8	13.19?
	3.657	3.69?	3 8 8	4.?06	4.251	4.542	4.?? 1?	5.232	5.619	6.?26	6.451	6.891	7.342	7.8?3
	?.851	?.8?3	?.782	?.7?2	?.633	?.554	?.4?2	?.418	?.364	?.319	?.282	?.253	?.232	?.216
12	24.465	24.4?5	24 5?6	24.6?8	24.79?	24.97?	25.1??	25.447	25.74?	26.?68	26 43?	26.824	27 25?	27.7?4
	23.697	23.7?5	23 7?7	23.7?4	23.815	23.881	2?.9?2	24.?56	24.165	24.288	24.425	24.57?	24.738	2?.?14
	6.749	6.8?9	6.9?4	7.?47	7.645	8.105	?.?34	9.219	9.651	10.521	11 222	11.948	12.696	13.462
	3.990	4.?27	4.1?6	4.?10	4.538	4.814	5 ?25	5.47?	?.841	6.234	6.646	7.?74	7 ?14	7.965
	?.851	?.8?5	?.793	?.7?1	?.660	?.587	?.5?8	?.455	?.401	?.354	?.315	?.283	? 259	?.24?

RH= 500. L/R= 5.0 G= 20.. A= 1. HM= 0.005ø H= ø.01 RO= 0.000000790 MU= 0.30 E= 21ø000.0
TXø= -.00022 TYø=0.00250

N M	ø	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	23.282:	23.304:	23.368:	23.475:	23.623:	23.813:	24.043:	24.312:	24.618:	24.961:	25.339:	25.750:	26.193:	26.666:
	23.277:	23.284:	23.307:	23.344:	23.397:	23.464:	23.546:	23.642:	23.753:	23.878:	24.017:	24.169:	24.335:	24.514:
	ø.918:	1.326:	2.059:	2.877:	3.727:	4.593:	5.468:	6.349:	7.232:	8.119:	9.006:	9.895:	10.785:	11.675:
	ø.522:	ø.721:	1.140:	1.634:	2.148:	2.670:	3.194:	3.720:	4.247:	4.774:	5.302:	5.830:	6.359:	6.887:
	ø.332:	ø.167:	ø.069:	ø.038:	ø.032:	ø.036:	ø.043:	ø.051:	ø.061:	ø.071:	ø.082:	ø.094:	ø.106:	ø.119:
	23.308:	23.329:	23.393:	23.500:	23.648:	23.838:	24.068:	24.336:	24.643:	24.985:	25.363:	25.773:	26.216:	26.688:
	23.286:	23.293:	23.316:	23.353:	23.406:	23.473:	23.555:	23.651:	23.762:	23.887:	24.025:	24.178:	24.344:	24.523:
	1.188:	1.556:	2.241:	3.020:	3.844:	4.691:	5.551:	6.421:	7.296:	8.176:	9.058:	9.942:	10.828:	11.716:
	ø.807:	ø.998:	1.326:	1.758:	2.238:	2.739:	3.250:	3.768:	4.288:	4.811:	5.335:	5.860:	6.385:	6.912:
	ø.665:	ø.411:	ø.215:	ø.121:	ø.078:	ø.059:	ø.054:	ø.057:	ø.064:	ø.072:	ø.083:	ø.094:	ø.106:	ø.119:
	23.356:	23.371:	23.435:	23.542:	23.690:	23.879:	24.109:	24.377:	24.683:	25.025:	25.401:	25.811:	26.253:	26.725:
	23.320:	23.328:	23.350:	23.388:	23.420:	23.487:	23.569:	23.666:	23.776:	23.901:	24.040:	24.192:	24.358:	24.537:
	1.714:	1.951:	2.537:	3.252:	4.033:	4.849:	5.688:	6.540:	7.402:	8.270:	9.144:	10.021:	10.900:	11.782:
	ø.997:	1.273:	1.545:	1.951:	2.373:	2.848:	3.341:	3.845:	4.355:	4.870:	5.388:	5.908:	6.430:	6.952:
	ø.839:	ø.593:	ø.366:	ø.249:	ø.151:	ø.108:	ø.085:	ø.075:	ø.074:	ø.079:	ø.086:	ø.096:	ø.108:	ø.120:
	23.409:	23.430:	23.494:	23.600:	23.748:	23.937:	24.166:	24.433:	24.738:	25.080:	25.456:	25.865:	26.306:	26.777:
	23.321:	23.329:	23.351:	23.389:	23.441:	23.508:	23.590:	23.686:	23.797:	23.921:	24.060:	24.212:	24.378:	24.557:
	2.267:	2.449:	2.922:	3.560:	4.287:	5.065:	5.874:	6.703:	7.547:	8.401:	9.262:	10.129:	11.000:	11.875:
	1.330:	1.489:	1.779:	2.134:	2.543:	2.991:	3.462:	3.950:	4.447:	4.952:	5.462:	5.975:	6.491:	7.009:
	ø.846:	ø.699:	ø.490:	ø.336:	ø.234:	ø.170:	ø.131:	ø.107:	ø.096:	ø.092:	ø.095:	ø.102:	ø.111:	ø.122:
	23.485:	23.506:	23.570:	23.676:	23.823:	24.011:	24.239:	24.506:	24.810:	25.150:	25.525:	25.934:	26.373:	26.843:
	23.348:	23.355:	23.378:	23.415:	23.467:	23.534:	23.616:	23.712:	23.823:	23.947:	24.086:	24.238:	24.403:	24.582:
	2.824:	2.968:	3.363:	3.928:	4.597:	5.331:	6.106:	6.908:	7.730:	8.566:	9.413:	10.267:	11.128:	11.993:
	1.662:	1.777:	2.052:	2.459:	2.939:	3.468:	4.018:	4.079:	4.562:	5.055:	5.555:	6.060:	6.569:	7.081:
	ø.848:	ø.755:	ø.583:	ø.430:	ø.316:	ø.238:	ø.184:	ø.149:	ø.126:	ø.113:	ø.111:	ø.112:	ø.118:	ø.127:
	23.577:	23.59ø:	23.642:	23.727:	23.914:	24.102:	24.339:	24.594:	24.698:	25.237:	25.618:	26.017:	26 456:	26.924:
	23.380:	23.388:	23.4 ø:	23.448:	23.500:	23.567:	23.648:	23.744.	23.855:	23.979:	24.117:	24.269:	24.434:	24.613:
	3.383:	3 .95:	3 8ø:	4.341:	4.954:	5.641:	ø.379:	7.151.	7.949:	8.764:	9.594:	1ø.433:	11.282:	12.136:
	1.995:	2.ø93:	2.363:	2.692:	2.956:	3.252:	3.579:	4.230:	4.697:	5.177:	5.666:	6.161:	6 663:	7.168:
	ø.850:	ø.7ø6:	ø.648:	ø.5 7:	ø.392:	ø.304:	ø.240:	ø.195:	ø.163:	ø.143:	ø.132:	ø.128:	ø.130:	ø.135:
	23.686:	23.7ø7:	23.770:	23.875:	24.021:	24.208:	24.434:	24.699:	25.ø08:	25.338:	25.710:	26.116:	26.552:	27.ø19:
	23.419:	23.426:	23 449:	23.486:	23.538:	23.605:	23.686:	23.782:	23.892:	24.016:	24.154:	24.306:	24 471:	24.649:
	3.943:	4.265:	4 378:	4.785:	5.347:	5.989:	6 6ø9:	7.429:	8.2ø0:	8.993:	9 803:	1ø.627:	11.461:	12.303:
	2.327:	2.599:	2.590:	2.861:	3.19ø:	3.564:	3.968:	4.4ø0:	4.851:	5.317:	5.794:	6.279:	6.771:	7.269:
	ø.65ø:	ø.8ø4:	ø.694:	ø.57ø:	ø.457:	ø.366:	ø.295:	ø.242:	ø.2ø3:	ø.176:	ø.158:	ø.148:	ø.145:	ø.147:
	23.81ø:	23.871:	23 894:	23.969:	24.144:	24.33ø:	24.565:	24.818:	25.119:	25.455:	25.825:	26.229:	26.664:	27.128:
	23.463:	23.47ø:	23.493:	23.53ø:	23.582:	23.649:	23.73ø:	23.826:	23.936:	24.059:	24.197:	24.349:	24.513:	24.691:
	4.584:	4.894:	4 8ø2:	5.244:	5.769:	6.368:	7 ø3ø:	7.738:	8.481:	9.25ø:	1ø.ø4ø:	1ø.846:	11.664:	12.493:
	2.66ø:	2.922:	2 887:	3.133:	3.438:	3.789:	4.174:	4.587:	5.ø22:	5.473:	5.937:	6.412:	6.895:	7.384:
	ø.85ø:	ø.8ø5:	ø 727:	ø.619:	ø.513:	ø.422:	ø.348:	ø.29ø:	ø.245:	ø.211:	ø.188:	ø.173:	ø.164:	ø.162:
	23.951:	23.972:	24.034:	24.118:	24.283:	24.467:	24.691:	24.953:	25.252:	25.586:	25 955:	26.356:	26.789:	27.252:
	23.513:	23.52ø:	23 543:	23.58ø:	23.632:	23.69ø:	23 779:	23.875:	23.985:	24.1ø8:	24.246:	24.397:	24.561:	24.739:
	5.ø65:	5.145:	5 3ø6:	5.7ø3:	6.214:	6.774:	7.369:	8.ø75:	8.789:	9.534:	1ø.3ø2:	11.ø89:	11.891:	12.7ø5:
	2.992:	3.ø45:	3 192:	3.4ø6:	3.699:	4.ø29:	4.385:	4.79ø:	5.2ø8:	5.644:	6.ø96:	6.559:	7.ø31:	7.512:
	ø.851:	ø.873:	ø.771:	ø.657:	ø.56ø:	ø.472:	ø.397:	ø.335:	ø.286:	ø.248:	ø 219:	ø.199:	ø.186:	ø.18ø:
	24.187:	24.128:	24.19ø:	24.283:	24.437:	24.62ø:	24.843.	25.1ø3:	25.4ø0:	25.732:	26.ø99:	26.498:	26.929:	27.389:
	23.569:	23.576:	23.598:	23.65ø:	23.687:	23.754:	23.834:	23.93ø:	24.ø39:	24.163:	24.3ø0:	24.451:	24 ø15:	24.792:
	5.626:	5.698:	5.9ø7:	6.24ø:	6.677:	7.2ø0:	7.791:	8.436:	9.122:	9.842:	1ø 588:	11.355:	12.139:	12.938:
	3.325:	3.371:	3.563:	3.76ø:	3.971:	4.2ø0:	4.657:	5.ø85:	5.4ø7:	5.829:	6.267:	6.719:	7 181:	7.651:
	ø.85ø:	ø.8ø8:	ø.769:	ø.6ø7:	ø.6ø0:	ø.516:	ø.442:	ø.379:	ø.326:	ø.284:	ø.252:	ø.227:	ø.21ø:	ø.2ø8:
	24.278:	24.299:	24.361:	24.463:	24.606:	24.788:	25.ø09:	25.267:	25.563:	25.893:	26.257:	26.654:	27.ø82:	27.54ø:
	23.636:	23.678:	23.64ø:	23.667:	23.748:	23.615:	23.8ø5:	23.99ø:	24.ø99:	24.223:	24.359:	24.51ø:	24.674:	27.85ø:
	6.188:	6.253:	6.443:	6.749:	7.155:	7.645:	ø.2 4:	8.818:	9.477:	1ø.171:	1ø.895:	11.642:	12.4ø8:	13.19ø:
	3.657:	3.6ø8:	3 9.8:	4.ø96:	4.251:	ø 542:	4.871:	5.232:	5.619:	6.ø26:	6.451:	6.891:	7.342:	7.8ø3:
	ø.85ø:	ø.8ø2:	ø 782:	ø.771:	ø.632:	ø.554:	ø.492:	ø.419:	ø.365:	ø.32ø:	ø 284:	ø.255:	ø.236:	ø.222:
	24.465:	24.485:	24.53ø:	24.648:	24.79ø:	24.97ø:	25.1ø8:	25.447:	25.74ø:	26.ø68:	26 43ø:	26.824:	27.25ø:	27.784:
	23.697:	23.725:	23.77.	23.764:	23.815:	23.881:	23.962:	24.ø56:	24.165:	24.288:	24.425:	24.575:	24 738:	24.914:
	6.749:	6.829:	6.984:	7.267:	7.645:	8.1ø3:	8.634:	9.219:	9.851:	1ø.521:	11.222:	11.948:	12.696:	13.462:
	3.99ø:	4.227:	4 17ø:	4.3ø8:	4.538:	4.812:	5 125:	5.47ø:	5.841:	6.234:	6 646:	7.ø74:	7.514:	7.965:
	ø.85ø:	ø.875:	ø 792:	ø.731:	ø.668:	ø.587:	ø.518:	ø.455:	ø.4ø1:	ø.355:	ø.316:	ø.286:	ø.262:	ø.245:

14

RH= 500. L/R= 5.0 G 200. A= 3. HM= 0.005⌀ H= 0.01 RO= 0.00⌀⌀4799 MU= 0.3⌀ E= 2100000.0
TX⌀=-.00056 TY⌀=0.00540

M	N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1		28.052	28.064	28.123	28.212	28.333	28.494	28.686	28.912	29.170	29.460	29.781	30.132	30.511	30.918
		28.047	28.053	28.072	28.103	28.147	28.203	28.271	28.351	28.444	28.548	28.664	28.792	28.932	29.082
		0.875	1.264	1.964	2.743	3.554	4.380	5.214	6.053	6.896	7.741	8.587	9.435	10.283	11.132
		0.498	0.688	1.087	1.568	2.048	2.545	3.045	3.547	4.049	4.552	5.056	5.559	6.063	6.567
		0.317	0.159	0.065	0.037	0.031	0.035	0.042	0.050	0.059	0.069	0.079	0.090	0.102	0.114
		28.073	28.091	28.144	28.233	28.356	28.515	28.707	28.932	29.191	29.480	29.801	30.151	30.530	30.937
		28.054	28.061	28.079	28.111	28.154	28.210	28.278	28.358	28.451	28.555	28.671	28.799	28.939	29.098
		1.135	1.483	2.136	2.880	3.665	4.472	5 293	6.122	6.957	7.795	8.636	9.480	10.324	11.170
		0.769	0.952	1 264	1.676	2.134	2.611	3.099	3.592	4.089	4.587	5.086	5.587	6.088	6.590
		0.634	0.391	0.205	0.115	0.074	0.057	0.052	0.055	0.061	0.070	0.080	0.091	0.102	0.114
3		28.108	28.126	28.179	28.268	28.391	28.549	28.741	28.967	29.224	29.514	29.834	30.184	30.563	30.969
		28.067	28.073	28.092	28.123	28.166	28.222	28.290	28.371	28.463	28.567	28.683	28.811	28.951	29.101
		1.634	1.874	2.419	3.191	3.845	4.624	5.423	6.236	7.057	7.885	8.718	9.554	10.393	11.234
		0.951	1.175	1.473	1.941	2.263	2.716	3.186	3.666	4.153	4.644	5.137	5.633	6.130	6.629
		0.800	0.566	0.349	0.218	0.144	0.103	0.081	0.072	0.071	0.075	0.083	0.092	0.103	0.115
		28.157	28.175	28.228	28.316	28.440	28.598	28.789	29.014	29.272	29.561	29.880	30.230	30.608	31.014
		28.084	28.090	28.109	28.140	28.184	28.239	28.307	28.388	28.480	28.584	28.700	28.820	28.967	29.118
		2.161	2.335	2.786	3.395	4.088	4.829	5.600	6.391	7.196	8.010	8.831	9.658	10.488	11.322
		1.268	1.479	1.696	2.035	2.425	2.851	3.301	3.766	4.240	4.722	5.208	5.697	6.189	6.683
		0.806	0.667	0.468	0.328	0.223	0.162	0.124	0.102	0.091	0.088	0.091	0.097	0.106	0.117
5		28.220	28.238	28.291	28.379	28.502	28.660	28.851	29.075	29.332	29.621	29.948	30.286	30.666	31.071
		28.106	28.112	28.131	28.162	28.206	28.261	28.329	28.410	28.502	28.606	28.722	28.850	28.989	29.139
		2.693	2.870	3.? .	3.745	4.383	5.083	5.821	6.587	7.370	8.168	8.975	9.786	10.610	11.435
		1.585	1.694	1.937	2.249	2.612	3.013	3.442	3.889	4.350	4.819	5.296	5.778	6.263	6.752
		0.829	0.720	0.565	0.409	0.301	0 226	0.175	0.141	0.120	0.108	0.105	0.107	0.113	0.122
6		28.297	28.315	28.367	28.455	28.578	28.735	28.926	29.150	29.406	29.694	30.012	30.360	30.737	31.141
		28.133	28.139	28.158	28.189	28.232	28.286	28.356	28.436	28.528	28.633	28.748	28.876	29.015	29.165
		3.226	3.340	3.661	4.159	4.723	5.379	6 082	6.819	7.579	8.356	9.147	9.948	10.757	11.571
		1.902	1.980	2.196	2.481	2.818	3.196	3.603	4.033	4.479	4.936	5.402	5.875	6.353	6.834
		0.814	0.749	0.618	0.484	0.373	0.289	0.228	0.185	0.155	0.136	0.125	0.122	0.123	0.129
7		28.387	28.405	28.458	28.546	28.668	28.824	29.015	29.238	29.493	29.780	30.098	30.445	30.820	31.223
		28.165	28.171	28.190	28.221	28.264	28.320	28.388	28.468	28.560	28.664	28.780	28.907	29.046	29.196
		3.760	3.858	4 137	4.563	5.098	5.710	6.377	7.083	7.818	8.575	9.347	10.132	10.927	11.731
		2.219	2.287	2.469	2.728	3.041	3.397	3.784	4.195	4.625	5.069	5.524	5.987	6.456	6.931
		0.810	0.766	0.662	0.543	0.436	0.348	0.281	0.230	0.193	0.167	0.150	0.141	0.138	0.140
8		28.492	28.509	28 562	28.649	28.771	28.927	29.117	29.339	29.594	29.879	30.196	30.542	30.916	31.318
		28.204	28.218	28.227	28.258	28.301	28.356	28.424	28.504	28.596	28.700	28.816	28.943	29.082	29.232
		4.295	4.390	4 626	5.018	5.500	6.072	6.703	7.378	8.086	8.820	9.573	10.341	11.121	11.912
		2.536	2.594	2 753	2.988	3.278	3.612	3.980	4.374	4.788	5.218	5.661	6.114	6.574	7.040
		0.811	0.777	0.695	0.589	0.489	0.402	0.331	0.275	0.232	0.201	0.178	0.163	0.155	0.153
9		28.669	28.687	28.679	28.766	28.887	29.043	29.232	29.453	29.707	29.992	30.307	30.651	31.024	31.425
		28.243	28.253	28.268	28.299	28.342	28 396	28.466	28.545	28.637	28.741	28.856	28.983	29.122	29.272
		4.829	4.955	5.126	5.473	5.925	6.458	7.055	7.699	8.380	9.090	9.823	10.573	11.337	12.114
		2.853	2.973	3 044	3.257	3.527	3.841	4.190	4.567	4.965	5.382	5.812	6.254	6.704	7.162
		0.811	0.784	0.716	0.626	0.534	0.450	0.378	0.319	0.272	0.235	0.208	0.186	0.176	0.170
10		28.748	28.757	28.809	28.896	29.017	29.172	29.360	29.580	29.833	30.116	30.430	30.773	31.145	31.544
		28.294	28.306	28.335	28.385	28.389	28.444	28.512	28.591	28.683	28.787	28.902	29.029	29.167	29.317
		5.362	5.473	5.632	5.949	6.367	6.865	7.429	8.043	8.698	9.384	10.095	10.826	11.574	12.336
		3.176	3.214	3.340	3.535	3.786	4.081	4.412	4.772	5.155	5.558	5.976	6.406	6.847	7.295
		0.815	0.789	0.732	0.655	0.571	0.491	0 420	0.360	0.310	0.270	0 239	0.215	0.199	0.189
11		28.884	28.921	28.953	29.039	29.160	29.313	29.501	29.720	29.971	30.254	30.566	30.908	31.278	31.675
		28.341	28.347	28.396	28.397	28.440	28 495	28.563	28.642	28.734	28.837	28.952	29.079	29.217	29.366
		5.900	5.962	6.144	6.475	6.822	7.290	7 822	8.408	9.036	9.698	10.388	11.100	11.831	12.577
		3.487	3.526	3.640	3.820	4.053	4.331	4.645	4.989	5.357	5.746	6.151	6.570	7.000	7.440
		0.814	0.793	0.745	0.678	0.602	0.527	0.458	0.398	0.346	0.304	0.269	0.243	0.223	0.209
12		29.041	29.058	29.119	29.195	29.315	29.468	29.654	29.872	30.123	30.403	30.714	31.054	31.423	31.818
		28.397	28.403	28 432	28.483	28.496	28.551	28.618	28.697	28.789	28.892	29.007	29.133	29.271	29.420
		6.435	6.492	6.659	6.929	7.289	7.728	8.232	8.790	9.392	10.031	10.699	11.392	12.105	12.835
		3.804	3.846	3.944	4.109	4.327	4.588	4.886	5.215	5.569	5.944	6.337	6.745	7.165	7.595
		0.814	0.795	0.755	0.696	0.628	0.558	0.492	0.433	0.381	0.336	0.300	0.270	0.248	0.231

RM= 500. L/D= 5.0 G= 200. A= 4. HM= 0.0050 H= 0.01 RO= 0.00000790 MU= 0.30 E= 2128038.8
TX0=0.0 TY0=0.00330

N M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	29.150	29.167	29.219	29.304	29.423	29.576	29.761	29.979	30.228	30.508	30.818	31.157	31.524	31.918
	29.146	29.152	29.170	29.200	29.242	29.295	29.361	29.438	29.527	29.628	29.740	29.863	29.998	30.143
	0.868	1.253	1.946	2.768	3.522	4.340	5.217	5.999	6.834	7.671	8.518	9.350	10.191	11.032
	0.493	0.682	1.077	1.544	2.038	2.525	3.048	3.515	4.013	4.511	5.010	5.509	6.008	6.508
	0.314	0.158	0.065	0.035	0.026	0.027	0.032	0.039	0.047	0.056	0.065	0.075	0.086	0.097
2	29.170	29.188	29.239	29.324	29.443	29.596	29.781	29.999	30.248	30.527	30.837	31.176	31.543	31.937
	29.153	29.159	29.177	29.207	29.249	29.302	29.368	29.445	29.534	29.635	29.747	29.870	30.005	30.150
	1.123	1.470	2.117	2.854	3.632	4.432	5.276	6.067	6.894	7.725	8.559	9.395	10.232	11.070
	0.763	0.943	1.253	1.661	2.114	2.588	3.091	3.568	4.052	4.546	5.041	5.537	6.034	6.531
	0.628	0.388	0.213	0.114	0.073	0.053	0.046	0.246	0.051	0.058	0.066	0.076	0.087	0.098
3	29.204	29.221	29.273	29.358	29.477	29.629	29.814	30.032	30.280	30.560	30.869	31.208	31.574	31.967
	29.165	29.171	29.189	29.219	29.260	29.314	29.380	29.457	29.546	29.647	29.759	29.882	30.016	30.162
	1.620	1.853	2.397	3.173	3.811	4.582	5.374	6.188	6.994	7.815	8.640	9.469	10.300	11.133
	0.942	1.168	1.459	1.824	2.243	2.691	3.157	3.633	4.115	4.602	5.091	5.583	6.075	6.569
	0.793	0.561	0.346	0.216	0.143	0.101	0.078	0.067	0.064	0.066	0.071	0.084	0.089	0.100
4	29.251	29.269	29.320	29.405	29.524	29.676	29.861	30.078	30.326	30.605	30.914	31.252	31.618	32.011
	29.181	29.187	29.205	29.235	29.277	29.331	29.396	29.474	29.563	29.663	29.775	29.898	30.032	30.178
	2.142	2.514	2.761	3.364	4.051	4.786	5.568	6.334	7.131	7.938	8.752	9.574	10.394	11.221
	1.257	1.407	1.681	2.016	2.403	2.826	3.271	3.732	4.202	4.679	5.161	5.646	6.135	6.623
	3.800	0.661	0.464	0.318	0.222	0.161	0.123	0.100	0.087	0.082	0.082	0.087	0.094	0.104
5	29.312	29.329	29.380	29.465	29.584	29.736	29.920	30.137	30.384	30.663	30.971	31.309	31.674	32.066
	29.203	29.208	29.226	29.256	29.298	29.352	29.417	29.495	29.584	29.684	29.796	29.919	30.053	30.198
	2.668	2.895	3.178	3.712	4.344	5.037	5.769	6.528	7.304	8.094	8.894	9.702	10.515	11.332
	1.571	1.679	1.920	2.229	2.588	2.986	3.411	3.854	4.311	4.776	5.249	5.726	6.207	6.691
	0.802	0.714	0.551	0.407	0.300	0.225	0.174	0.140	0.118	0.105	0.099	0.099	0.103	0.110
6	29.386	29.403	29.454	29.539	29.657	29.809	29.993	30.209	30.456	30.734	31.041	31.378	31.742	32.134
	29.229	29.244	29.292	29.362	29.324	29.378	29.443	29.520	29.609	29.710	29.821	29.944	30.078	30.223
	3.197	3.532	3.928	4.401	4.881	5.330	5.807	6.757	7.511	8.281	9.065	9.859	10.660	11.468
	1.885	1.926	2.116	2.409	2.793	3.167	3.571	3.997	4.438	4.892	5.354	5.824	6.496	6.773
	0.884	0.753	0.613	0.490	0.371	0.288	0.226	0.184	0.154	0.134	0.122	0.116	0.116	0.120
7	29.443	29.462	29.541	29.636	29.744	29.895	30.078	30.293	30.540	30.817	31.124	31.462	31.823	32.214
	29.259	29.273	29.283	29.313	29.355	29.408	29.474	29.551	29.640	29.740	29.851	29.974	30.108	30.255
	3.726	3.833	4.009	4.292	5.052	5.659	6.320	7.020	7.748	8.498	9.263	10.041	10.829	11.625
	2.199	2.427	2.667	2.993	3.814	3.366	3.930	4.158	4.584	5.024	5.475	5.933	6.398	6.869
	0.804	0.741	0.657	0.579	0.433	0.347	0.291	0.230	0.192	0.166	0.148	0.136	0.133	0.133
8	29.574	29.591	29.641	29.725	29.843	29.996	30.186	30.391	30.630	30.913	31.219	31.554	31.916	32.305
	29.295	29.311	29.358	29.438	29.550	29.694	29.869	29.586	29.674	29.775	29.886	30.007	30.143	30.287
	4.256	4.341	4.585	4.985	5.451	6.017	6.683	7.312	8.014	8.741	9.487	10.246	11.022	11.805
	2.517	2.578	2.728	2.961	3.249	3.580	3.954	4.335	4.745	5.172	5.610	6.059	6.515	6.977
	0.882	0.772	0.666	0.586	0.487	0.401	0.351	0.276	0.233	0.201	0.178	0.162	0.153	0.149
9	29.681	29.714	29.754	29.818	29.955	30.165	30.427	30.701	31.006	31.321	31.662	32.021	32.409
	29.335	29.341	29.359	29.388	29.430	29.483	29.549	29.626	29.714	29.814	29.925	30.046	30.182	30.326
	4.786	4.841	5.000	5.264	5.672	6.208	6.871	7.630	8.505	9.439	9.735	10.473	11.236	12.005
	2.827	2.897	3.016	3.208	3.496	3.887	4.352	4.526	4.921	5.333	5.760	6.197	6.644	7.098
	0.825	0.779	0.711	0.653	0.552	0.449	0.378	0.319	0.275	0.236	0.209	0.189	0.175	0.168
10	29.813	29.837	29.880	29.964	30.088	30.229	30.401	30.624	30.868	31.142	31.446	31.770	32.138	32.525
	29.379	29.395	29.415	29.443	29.475	29.528	29.595	29.670	29.758	29.858	29.969	30.092	30.225	30.369
	5.316	5.384	5.592	5.896	6.310	6.804	7.372	7.971	8.620	9.300	10.014	10.772	11.570	12.385
	3.142	3.195	3.378	3.584	3.752	4.045	4.373	4.729	5.109	5.508	5.922	6.349	6.785	7.230
	0.836	0.785	0.708	0.652	0.569	0.493	0.440	0.361	0.311	0.272	0.240	0.217	0.200	0.189
11	29.953	29.976	30.019	30.092	30.218	30.366	30.537	30.729	30.982	31.295	31.657	31.990	32.367	32.752
	29.429	29.445	29.483	29.532	29.524	29.577	29.642	29.719	29.807	29.907	30.018	30.143	30.273	30.417
	5.847	5.975	6.236	6.637	6.761	7.224	7.732	8.332	8.955	9.611	10.295	11.000	11.725	12.464
	3.450	3.478	3.648	3.885	4.217	4.294	4.693	4.944	5.399	5.894	6.426	6.951	6.537	7.373
	0.660	0.779	0.744	0.675	0.600	0.527	0.479	0.399	0.346	0.316	0.292	0.245	0.425	0.411
12	30.123	30.128	30.159	30.222	30.368	30.516	30.695	30.906	31.160	31.470	31.821	32.200	32.602	33.021
	29.483	29.499	29.540	29.596	29.577	29.631	29.696	29.772	29.860	29.960	30.071	30.194	30.325	30.469
	6.377	6.434	6.599	6.866	7.224	7.659	8.168	8.711	9.290	9.941	10.653	11.296	11.997	12.720
	3.776	3.815	3.928	4.092	4.288	4.547	4.853	5.168	5.519	5.891	6.280	6.686	7.100	7.527
	0.826	0.752	0.752	0.694	0.627	0.556	0.493	0.434	0.383	0.339	0.303	0.279	0.451	0.234

RH= 500. L/R= 5.0 Q= 20.. A= 4. HM= 0.0050 H= 0.01 RO= 0.00.0790 MU= ..3. E= 2..00+0.0

TX0=0.0 TY0=0.00670

M \ N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	29.150	29.167	29.219	29.304	29.423	29.570	29 .71	29.979	30.228	30.568	30.818	31.157	31.524	31.918
	29.146	29.152	29.170	29.200	29.242	29.295	2 .341	29.438	29.527	29.628	29.740	29.863	29.998	30.143
	0.868	1.253	1.946	2.718	3.522	4.340	5.1 7	5.999	6.834	7.671	8.518	9.358	10.191	11.032
	0.493	0.682	1.077	1.544	2.030	2.523	3. 8	3.515	4.013	4.511	5.010	5.50	6 008	6.508
	0.314	0.1 8	0.865	0.637	0.031	0.035	0. 2	0.050	0.058	0.068	.0 8	0.08	0.101	..113
2	29.170	29.188	29.239	29.324	29.443	29.596	29.761	29.999	30.248	30.527	30.837	31.176	31.543	31.937
	29.153	29.15	29.177	29.207	29.249	29.302	29.368	29.445	29.534	29.635	29.747	29.870	30.005	3 .150
	1.123	1.470	2.117	2.854	3.632	4.432	5.2 6	6.067	6.894	7.725	8.559	9.39	10.232	11.070
	0.763	0.943	1.253	1.661	2.114	2.588	3.071	3.560	4.052	4.546	5.041	5.537	6.034	6.531
	0.628	0.38	0.203	0.1 5	0.075	0.057	0.153	0.055	0.062	0.070	0.080	0.090	0.101	0.113
3	29.204	29.4 1	29.2 3	29.358	29.477	29.629	29.814	30.032	30.280	30.560	30.869	31.208	31.574	31.967
	29.165	29.171	29.189	29.219	29.260	29.314	29.380	29.457	29.546	29.647	29.759	29.882	30 016	30.162
	1.620	1.853	2.397	3.073	3.811	4.582	5.3 4	6.188	6.994	7.815	8.640	9.469	10 300	11.133
	0.942	1.165	1.459	1.824	2.243	2.691	3. 7	3.633	4.115	4.602	5 091	5.58	6 075	6.569
	0.793	0.561	0.346	0.217	0.144	0.104	0. 2	0.073	0.073	0.077	0.084	0.093	0.104	0.115
4	29.251	29.269	29.320	29.405	29.524	29.676	29.8 1	30.078	30.326	30.605	30.914	31.252	31.618	32.011
	29.181	29.187	29.205	29. 5	29.277	29.331	29.3 6	29.474	29.563	29.663	29.775	29.898	30 032	30.178
	2.142	2.514	2.761	3.364	4.051	4.786	5.5 0	6.334	7.31	7.938	8.752	9.571	10.394	11.221
	1.257	1.407	1.681	2. 6	2.403	2.826	3.2 1	3.732	4.202	4.679	5.161	5.646	6.133	6.623
	0.800	0.661	0.464	0.3 8	0.223	0.163	.1 6	0.104	0.093	0.091	0.093	0.099	0.108	0.118
5	29.312	29.309	29.380	29.465	29.584	29.736	29.9 0	30.137	30.384	30.663	30.971	31.309	31 674	32.066
	29.203	29.208	29.226	29.256	29.298	29.352	29.4 7	29.495	29.584	29.684	29.796	29.919	30.053	30.198
	2.668	2.805	3.178	3.712	4.344	5.037	5.7 9	6.528	7.304	8.094	8.894	9.702	10.515	11.332
	1.571	1.679	1.920	2.229	2.588	2.986	3.4 1	3.854	4.311	4.776	5.249	5.726	6.207	6.691
	0.882	0.714	0.551	0.407	0.300	0.226	0.1 6	0.143	0.123	0.112	0.108	0.110	0.116	0.124
6	29.386	29.403	29.454	29.539	29.657	29.809	29.9 3	30.209	30.456	30.734	31.041	31.376	31.742	32.134
	29.229	29.2 4	29.252	29.282	29.324	29.378	29.4 3	29.520	29.609	29.710	29.821	29.944	30.078	30.223
	3.197	3.3 0	3.628	4.101	4.681	5.338	6.027	6.757	7.511	8.281	9.065	9.859	10.660	11.468
	1.885	1.94	2.1 6	2.459	2.793	3.167	3.571	3.997	4.438	4.892	5.354	5.822	6.296	6.773
	0.864	0.703	0.6 3	0.481	0.371	0.289	0.229	0.187	0.158	0.139	0.129	0.126	0.127	0.133
7	29.473	29.493	29.541	29.626	29.744	29.895	30.. 8	30.293	30.540	30.817	31.124	31.460	31.823	32.214
	29.259	29.265	29.283	29.313	29.355	29.408	2 .474	29.551	2 .640	29.748	29.851	29.974	30.108	30.253
	3.726	3.893	4.099	4.522	5.052	5.659	6.3 0	7.028	7.748	8.498	9.263	10.041	10.829	11.625
	2.199	2.267	2.447	2.703	3.014	3.366	3.7 0	4.158	4.584	5.024	5.475	5.933	6.398	6.869
	0.804	0.761	0.657	0.540	0.434	0.348	0.2 2	0.232	0.196	0.171	0.155	0.146	0.143	0.145
8	29.574	29.59	29.641	29.725	29.843	29.993	30.1 6	30.391	30.637	30.913	31.219	31.554	31.916	32.305
	29.295	29.3 1	29.318	29.348	29.398	29.444	29.5 9	29.586	29.674	29.775	29.886	30.009	30.143	30.287
	4.256	4.361	4.585	4.965	5.451	6.017	6.6 3	7.312	8.014	8.741	9.487	10.248	.1.422	11.605
	2.513	2.57	2 728	2.961	3.249	3.580	3.9 4	4.335	4.745	5.172	5.610	6.059	6.515	6.977
	0.605	0.7 2	0 689	0.586	0.407	0.401	.332	0.277	0.236	0.205	0.183	0.169	0.162	0.168
9	29.687	29.7 4	29.754	29.838	29.955	30.105	30.2 7	30.581	30.746	31.021	31 326	31.660	32.021	32.409
	29.335	29.34	29.359	29.388	29.438	29.483	29.549	29.626	29.714	29.814	29.925	30.046	30.182	30.326
	4.786	4.861	5 080	5.494	5.872	6.400	6.991	7.630	8.305	9.009	9.735	10.478	11 236	12.005
	2 827	2.877	3.016	3.228	3.496	3.807	4.152	4.526	4.921	5.333	5 760	6.197	6.644	7.098
	0.805	0.779	0.7 1	0.623	0.532	0.449	0.3 8	0.321	0.275	0.240	0 213	0.195	0.185	0.177
10	29.813	29.830	29.880	29.964	30.080	30.229	30.4 1	30.624	30.868	31.142	31.446	31.778	32.138	32.525
	29.379	29.385	29 403	29.433	29.475	29.528	29.5 3	29.678	29.758	29.858	29.969	30.092	30.225	30.369
	5.316	5.384	5.581	5.896	6.318	6.804	7.3 2	7.971	8.620	9.300	10 004	10.729	11.470	12.225
	3.142	3.185	3.3 0	3.504	3.752	4.045	4.3 3	4.729	5.109	5.508	5.922	6.349	6.785	7.230
	0.806	0.785	0.728	0.652	0.569	0.491	0.421	0.362	0.313	0.274	0.244	0.222	0.206	0.197
11	29.952	29.966	30.019	30.102	30.218	30.366	30.5 7	30.759	31.002	31.275	31.577	31.908	32.267	32.652
	29.429	29.4 5	29.4 3	29.482	29.524	29.577	29.6 2	29.719	29.807	29.907	3 018	30.140	30 273	30.417
	5.847	5.9 8	6.038	6.377	6.761	7.224	7.7 2	8.332	8.955	9.611	.295	11.000	11.725	12.464
	3.456	3.495	3.668	3.785	4.017	4.292	4.5 3	4.944	5.349	5.694	6.096	6.511	6.937	7.373
	0.806	0.789	0.741	0.675	0.601	0.527	0.4 9	0.400	0.350	0.309	0 276	0.256	0.231	0.218
12	30.103	30.120	30.169	30.252	30.368	30.516	3 .6 5	30.906	31.148	31.420	31 721	32.050	32.407	32.791
	29.483	29.4 9	29.546	29.5 6	29.577	29.631	29.6 6	29.772	29.862	29.960	30.070	30.192	30.325	30.469
	6.377	6.4 4	6.599	6.866	7.224	7.659	8.1 8	8.711	9.308	9.941	10.603	11.290	.1.997	12.720
	3.770	3.8 5	3.9 8	4.172	4.488	4.547	4.8 3	5.168	5.519	5.891	6.288	6.684	7.100	7.527
	0.806	0.7 2	0.752	0.694	0.627	0.558	0.1 4	0.435	0.385	0.342	0.326	0.278	0.456	0.241

СОДЕРЖАНИЕ

I. Общие положения 3

2. Свободные колебания балочного конструктивно-неоднородного трубопровода 4

3. Свободные колебания многослойных элементов трубопровода II

Приложение 24

Рекомендации

по расчету трубопроводов из многослойных труб на динамические нагрузки

Р 451-82

Издание ВНИИСТа

Редактор А.И.Зарецкая

Корректор С.П.Михайлова

Технический редактор Т.В.Берешева

Д-76924	Подписано в печать 21/IУ 1982	Формат 60х84/16
Печ.л. 3,0	Уч.-изд.л. 3,0	Бум.л. 1,5
Тираж 300 экз.	Цена 30 коп.	Заказ 26

Ротапринт ВНИИСТа

МИННЕФТЕГАЗСТРОЙ



gost.e-ecolog.ru