РУКОВОДЯЩИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

КРАНЫ ГРУЗОПОДЪЕМНЫЕ
РЕСУРСЫ ЭЛЕМЕНТОВ КРАНОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

МИНИСТЕРСТВО ТЯЖЕЛОГО И ТРАНСПОРТНОГО
МАШИНОСТРОЕНИЯ

МОСКВА 1977

gost.e-ecolog.ru

РУКОВОДЯЩИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

РТМ 24.090.22-76

КРАНЫ ГРУЗОПОДЪЕМНЫЕ
РЕСУРСЫ ЭЛЕМЕНТОВ КРАНОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Министерство тяжелого и транспортного
машиностроения
Москва

РАЗРАБОТАН И ВНЕСЕН Всесоюзным научно-исследовательским и проектно-конструкторским институтом подъемно-транспортного машиностроения, погрузочно-разгрузочного и складского оборудования и контейнеров (ВНИИПТМАШ)

Директор Комашенко А.Х.

Заведующий отделом стандартизации Оболенский А.С.

Руководитель и исполнитель темы Спицына И.О.

ПОДГОТОВЛЕН К УТВЕРЖДЕНИЮ Главным управлением подъемно-транспортного машиностроения

Главный инженер Пирогов В.К.

УТВЕРЖДЕН Министерством тяжелого и транспортного машиностроения,

Заместитель Министра

УДК

Группа Г 86

РУКОВОДЯЩИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Краны грузоподъемные Ресурсы элементов крановых механизмов	РТМ 24.090.22 - 76 Вводится впервые

Письмом Министерства тяжелого и транспортного машиностроения от 9 февраля 1976 г № ТС 002/1086 руководящий материал утвержден в качестве рекомендуемого.

Настоящий РТМ устанавливает метод определения гамма-процентных ресурсов элементов крановых механизмов на основе эксплуатационной информации.

I. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

I.I. Гамма-процентный ресурс представляет наработку, в течение которой элемент, работая в конкретном режиме эксплуатации, не достигнет предельного состояния, с заданной вероятностью гамма-процентов.

I.2. Объектами наблюдения должны быть краны единой серии, при проектировании механизмов которых, для одинаковых элементов принимались одни и те же допускаемые напряжения и запасы прочности.

Преимущественно следует использовать в качестве объектов наблюдения краны, для которых известна величина нагрузки.

Режим работы кранового механизма, долговечность деталей которого изучается, должен быть подтвержден с помощью секундомера, или счетчика ПВ и числа включений h . Следует так же установить машинное время работы изучаемого элемента в течение года и в течение суток.

Невыполнение выше приведенных условий приведет к тому, что анализироваться будет долговечность смешанных по основным признакам деталей. Распределение же смеси неоднородных элементов существенно отлично от распределения одинаковых элементов.

I.3. При определении гамма-процентных ресурсов исходят из планов наблюдений по[I].

Для наблюдений за сроками службы элементов крановых механизмов наиболее часто применяют план N , Ц , Т, при котором под наблюдение поставлено N элементов, за работой которых наблюдают до заданного времени Т.

При выходе из строя элементы заменяются новыми, однако наблюдение за ними более не ведется.

При неизвестном законе распределения сроков службы минимальное число объектов наблюдений N можно определить непараметрическим методом, изложенным в [I]. Задаются вероятностью безотказной работы $p(t) = 0,5...0,9$ и доверительной вероятностью $\beta = 0,8...0,9$ (см табл.IO,прил.I в [I]).

I.4. Срок службы детали наиболее полно характеризуется функцией распределения вероятности

$$F(t) = P(T < t)$$

Функция распределения задает вероятность того, что случайная величина Т (срок службы) попадает в интервал от 0 до t . При изменении t от 0 до ∞ функция распределения возрастает от 0 до I.

$$0 \le F(t) \le 1 \qquad (1)$$

I.5. Зная функцию распределения можно перейти к плотности распределения $f(t) = F'(t)$,связанной с вероятностью того, что случайная величина примет значения где-то вблизи t .

Основные свойства плотности распределения:

$$f(t) \ge 0 \quad и \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = 1$$

I,6. При наличии числа наблюдений n по срокам службы однотипных деталей, работающих при одинаковых режимах, значения статистической функции распределения определяются по частостям в интервалах $p_i^* = \frac{m_i}{n}$.

График статистической функции распределения долговечности представляет полигон накопленных частостей.

Здесь m_i -частота или число сроков службы в i -ом интервале времени t_i , n - число всех наблюдаемых случаев рассматриваемой выборки из общей генеральной совокупности деталей определенного типа, работающих при одинаковых режимах.*

2.ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ И ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРОКОВ СЛУЖБЫ

2.I. Данные по срокам службы деталей предоставляются в виде упорядоченных статистических рядов в возрастающем порядке.

Весь диапазон изменений сроков службы разбивается на разряды, числом К, для каждого из которых подсчитывалось количество значений m_i. Число разрядов К рекомендуется принимать 6-I0. Длины разрядов назначают одинаковыми. Иногда для удобства построения полигона или гистограммы их принимают разными. Затем определяют частость p_i^* и накопленную частость, по значениям которой и строится график статистической функции распределения сроков службы $F^*(t)$, как полигон накопленных частостей. Далее для каждого разряда записывается его длина ℓ_i и определяются значения $f^*(t) = \frac{p_i}{\ell_i}$.

При построении гистограммы $f^*(t)$ по оси абсцисс откладывают длины разрядов, на которых строятся прямоугольники с высотой, равной значению функции $f^*(t)$ для соответствующего разряда.

3. ОСНОВНЫЕ ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРОКОВ СЛУЖБЫ

3.I. Оценка математического ожидания случайной величины Т (срока службы)

---

* По плану наблюдения по [I] обозначено N .

$$M^*[T]=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} t_i m_i \qquad (2)$$

3.2. Оценка дисперсии $D[T]$, характеризующей рассеивание случайной величины T относительно ее математического ожидания и представляющей ее второй центральный момент

$$D^*[T]=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[t_i-m_t^*]^2. \qquad (3)$$

Здесь и далее для упрощения обозначений $m_t^* = M^*[T]$.

Под центральным моментом порядка s случайной величины T понимают математическое ожидание s-ой степени, соответствующей центрированной случайной величины $M_s[T]=M[(T-m_t)^s]$, где центрированная случайная величина $T^0 = T - m_t$.

3.3. Оценка среднего квадратического отклонения

$$\sigma^*[T]=\sqrt{D^*[T]}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[t_i-m_t^*]^2}=\sqrt{\frac{n}{n-1}\left[\frac{\sum_{i=1}^{k} t_i^2 m_i}{n}-m_t^{*2}\right]} \qquad (4)$$

3.4. Оценка коэффициена вариации

$$v^*=\frac{\sigma^*[T]}{M^*[T]}. \qquad (5)$$

Коэффициент вариации служит для сравнения и оценки степени рассеивания в долях от $M^*[T]$.

3.5. Для вычисления числовых характеристик и построения графика функции $F^*(t)$ определяются середины принятых разрядов (значения t_i), а также значения $t_i m_i$ и $t_i^2 m_i$. Обработка статистического ряда сроков службы крановых ходовых колес, работавших в режимах Т и ВТ приведена в примере (табл.I приложения). Там же приведены для них графики статистической функции распределения $F^*(t)$ и статистической плотности распределения $f^*(t)$ (Черт. I и 2).

3.6. Оценка скошенности статистического распределения, т.е. его асимметрия

$$S_K^* = \frac{M_3^*}{(\sigma^*)^3}, \qquad (6)$$

где M_3^* – статистическая оценка третьего центрального момента

$$M_3^* = \sum_{i=1}^{k}(t_i-m_t^*)^3 m_i/n. \qquad (7)$$

3.7. Оценка эксцесса, характеризующего вершинность подъема графика плотности распределения по сравнению с нормальным распределением

$$E_K^* = \frac{M_4^*}{(\sigma^*)^4}-3, \qquad (8)$$

где μ_4^* - статистическая оценка четвертого центрального момента

$$\mu_4^* = \frac{\sum_{i=1}^{k} (t_i - m_t^*)^4 \cdot m_i}{n} . \qquad (9)$$

4. МОДЕЛИ ОТКАЗОВ ЭЛЕМЕНТОВ

4.1. Перед предположением о подчиненности распределения долговечности детали тому или иному закону анализируется физическая картина процесса разрушения детали (3).

Для выбора и обоснования математической модели, посредством которой можно описать происходящие в детали разрушения, рассматривают причины отказов и влияющие на них факторы.

4.2. В числе причин отказов элементов крановых механизмов могут быть конструктивные и технологические дефекты, а также несоблюдение правил эксплуатации.

Причиной конструктивных дефектов обычно бывает неправильный учет действующий нагрузок, особенно в нестационарные периоды движения (пуск, торможение).

Отказы из-за технологических дефектов бывают вследствие отступления от установленной технологии изготовления, из-за нарушения технических условий на изготовление и сборку, в результате плохого технического контроля или по вине материала, не соответствующего чертежу.

Возможны отказы крановых деталей и из-за нарушения правил эксплуатации. Краны тяжелого режима работы в ряде случаев используются в режиме ВТ. Число включений 500-700 вместо 240 в час или ПВ = 60% вместо ПВ = 40% несомненно могут служить причиной отказов .

4.3. Нормальное распределение долговечности может иметь

место при однородности качества объектов и постоянной скорости износа. Этот вид распределения симметричен. Математическое ожидание M[T] значительно превышает средне - квадратическое отклонение $\delta[T]$. При нормальном законе коэффициент вариации ϑ равен или менее I/3 .

Наиболее вероятным можно считать подчинение нормальному распределению долговечности крановых канатов, являющихся изделиями крупно-серийного производства, технология изготовления которых и соответствие требуемым характеристикам находятся под жестким контролем. Можно с уверенностью предположить, что при работе каната происходит постепенное накопление повреждений его проволок.

4.4. Логарифмически - нормальное распределение хорошо описывает время безотказной работы деталей, имеющих свойство упрочняться на протяжении времени эксплуатации.

4.5. Экспоненциальное распределение характеризуется постоянством интенсивности отказов $\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$. Для этого вида распределения характерно , что большая часть отказов происходит в начальный период работы, так как ему соответствует наибольшая плотность распределения $f(t)$. Оно характерно для отказов, вызванных нарушением правил эксплуатации или браком изготовления.

4.6. Для описания долговечности элементов крановых механизмов наиболее правомерное распределение Вайбулла, так как для него характерно наличие нескольких причин отказов, действующих параллельно и большею частью не связанных между собой.

При рассмотрении распределения сроков службы деталей кра-

новых механизмов этот закон используем в его двухпараметрической интерпретации, так как здесь обычно имеет место отношение $\frac{T^*}{t_1} \geq 10$. Здесь t_1 – время наступления первого отказа, а $T^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i$ – средний срок службы. Соотношение $\frac{T^*}{t_1} \leq 10$ обычно своиственно деталям массового производства с особо тщательно поставленным техническим контролем, например, подшипникам качения. В этом случае в распределении по закону Вейбулла должен учитываться параметр a , характеризующий начальный сдвиг функции распределения $F(t)$ [4]'.

5. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРОКОВ СЛУЖБЫ

5.1. Предположение о законе распределения долговечности элементов крановых механизмов делается в следующем порядке:

– строятся графики статистической функции $F^*(t)$ и статистической плотности $f^*(t)$ распределения и рассматривается соответствие их вида основным законам распределения. Вначале всегда предполагается нормальный закон, для которого табулированы значения большинства требующихся для расчетов функций;

– анализируется физическая сторона отказов элементов и делается предположение об их математической модели;

– строятся на вероятностной бумаге, соответствующей предполагаемому закону распределения, выпрямленные графики статистической функции распределения $F^*(t)$. Описание функции $F^*(t)$ по отмеченным точкам в виде прямой подтверждает соответствие выбранного закона;

– определяются параметры закона. При выявлении закона распределения вместо значений оценок $M[T] = m_t$ и $\sigma[T]$ пользуются их статистическими оценками m_t^* и σ_t^*.

6. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ И ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРОКОВ СЛУЖБЫ

6.I. Нормальный закон распределения ороков службы

6.I. Аналитические выражения функции и плотности распределения сроков службы по нормальному закону:

$$F(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^t exp\left[-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma^2}\right]dt = F_0(z), \qquad (10)$$

$$f(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,exp\left[-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma^2}\right]=\frac{1}{\sigma}\,f_0(z), \qquad (11)$$

где $z=\frac{t-m_t^*}{\sigma_t^*}$.

Функции F_0 и f_0 табулированы в [4] и др.

Параметры нормального закона:

- математическое ожидание m_t ;
- среднее квадратическое отклонение σ .

6.2. Закон Вейбулла (двухпараметрический)

$$F(t)=1-exp\left[-\frac{t^m}{t_0}\right];\quad f(t)=\frac{m}{t_0}\cdot t^{m-1}\cdot exp\left[-\frac{t^m}{t_0}\right]. \qquad (12)$$

Параметры распределения: m и t_0.

Параметр m определяет форму распределения и отражает характер износа.

Параметр t_0 является определяющим для масштаба и характеризует степень растянутости кривой распределения вдоль оси t .

Первоначальную оценку параметров закона Вейбулла m и t_0 получают из статистических оценок числовых характеристик m_t^* , σ_t^* и v_t^* , отличающихся от истинных значений $m[T]$, $\sigma[T]$ и $v(T)$ тем меньше чем больше объем выборки (см. пример).

6.3. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение для закона Вейбулла

$$m_t = t_0^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right) = t_0^{\frac{1}{m}} b_m, \qquad (13)$$

$$\sigma_t = t_0^{\frac{1}{m}} \sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{m}\right)} = t_0^{\frac{1}{m}} c_m. \qquad (14)$$

Здесь Γ – знак гамма-функции.

6.4. Статистическое значение параметра m^* определяется по значению статистического коэффициента вариации $v^* = \frac{\sigma^*}{m_t^*}$ по таблице, приведенной в [4]. Там же дается значение коэффициента b_m.

6.5. Статистическое значение параметра t_0^* определяется из зависимости

$$t_0^* = \left(\frac{m_t^*}{b_m}\right)^{m^*} \qquad (15)$$

7. ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРОКОВ СЛУЖБЫ $F(t)$ И ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $f(t)$

Вычисление теоретических значений функций $F(t)$ и $f(t)$ приводится в табличной форме. Статистический (упорядоченный) ряд разбивается на (разряды К, интервалы времени). Порядок вычислений приведен в примере для крановых ходовых колес (см. табл. 4 приложения). По полученным значениям строятся графики теоретических функций $F(t)$ и $f(t)$.

8. ПРОВЕРКА ВЕРОЯТНОСТИ ПРИНЯТОГО ЗАКОНА

Согласованность аналитического выражения функции распределения $F(t)$ со статистической функцией $F^*(t)$ проверяют по одному из математических критериев.

При проверке вероятности принятого закона по критерию Пирсона весь диапазон изменения сроков службы разбивается на раз-

ряды К (см. приложен. табл. 3 и 5). По теоретической функции распределения определяется вероятность попаданий в каждый разряд $p_i = \Delta F_i = F_i - F_{i-1}$

При этом $p_1 = F(t_1)$, а $p_K = 1 - F(t_{K-1})$.

Количество данных, которое теоретически должно попасть в каждый разряд

$$m_{iT} = \Delta F_i \cdot n.$$

За меру расхождения теоретических и экспериментальных данных принималась величина $\chi^2 = \Delta$

$$\Delta = \sum_{i=1}^{K} \frac{(m_{iT} - m_i)^2}{m_{iT}}. \qquad (16)$$

По таблицам распределения χ^2 [3] и др. определяется вероятность расхождения теоретического и статистического распределения при числе степеней свободы $r = K - 1 - \beta$. Здесь К – число разрядов, а β – число параметров закона.

Предположение о законе распределения считается вероятным при $p \geq 0{,}2$. При использовании критерия χ^2 число наблюдений m_i в отдельных разрядах должно быть не менее IO.

9. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

9.I. Оценка параметров законов распределения графоаналитическим методом проводится на специальной вероятностной бумаге (для каждого закона распределения).

Построение графиков функции распределения описано в [5].

9.2. Для оценки параметров закона распределения по оси абсцисс бумаги с вероятностной шкалой наносятся значения случайной величины t , по оси ординат значения статистической функции распределения $F^*(t)$.

Для нормального закона случайный аргумент предоставлен на вероятностной бумаге равномерной шкалой, для закона Вейбулла - логарифмической. Шкала функции распределения для нормального закона неравномерная. На ней откладываются квантили нормального распределения $u_p = \frac{t - m_t}{\sigma}$, а надписываются соответствующие значения функции распределения $F(t)$.

Для закона Вейбулла с функцией распределения $F(t) = 1 - exp[-\frac{t^m}{t_0}]$ при $t^m = t_0$, имеем $F(t) = 1 - exp(-1) \approx 0{,}63$.

Таким образом, величина параметра $t_0^{\frac{1}{m}}$ находится при значении t, соответствующем $F(t) = 0{,}63$. Параметр $m = K t g \beta$, где K = I,I6 представляет масштабный коэффициент для вероятностной бумаги, на которой выравнивался закон распределения сроков службы ходовых колес [ ] (см. пример). Вероятностная бумага для нормального закона построена аналогично. Параметр m_t находится на пересечении прямой $F(t)$ с горизонталью со значением $F(t) = 0{,}5$. Параметр σ определяется из условия $t = m_t - \sigma$. Тогда

$$F(t) = \Phi_0\left(\frac{m_t - \sigma - m_t}{\sigma}\right) = \Phi_0(-1) = 1 - \Phi_0(1) \approx 1 - 0{,}84 = 0{,}16.$$

Следовательно, значение параметра σ определяется по шкале времени t вычитанием из величины m_t, при $F(t) = 0{,}5$, величины t соответствующей $F(t) = 0{,}16$

Определение графоаналитическим методом параметров закона распределения Вейбулла для крановых ходовых колес дано в примере. Этот метод приемлем для большинства практических задач. При требовании большей точности оценок применяют метод максимального правдоподобия. В примере дано сравнение оценок параметров, полученных разными методами (табл.8приложения).

IO. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНА ВЕЙБУЛЛА МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

IO.I. Функция максимального правдоподобия

$$L(t_1, t_2 \dots t_n, m, t_0) = \sum_{i=1}^{n} \ln \varphi(t_i), \qquad (17)$$

представляет плотность вероятности совместного распределения случайных величин (сроков службы и параметров законов распределения).

Значения этих параметров, при которых функция L будет максимальной являются оценками максимального правдоподобия параметров генеральной совокупности.

Так как $\ln L$ представляет монотонно возрастающую функцию, то значения m и t_0, обеспечивающие максимум $\ln L$ дают и максимум L

Для закона Вейбулла: $f(t)=\frac{m}{t_0}\,t^{m-1}\exp\left[-\frac{t^m}{t_0}\right]$.

$$L=\ln[f(t)]=n\ln m-n\ln t_0+(m-1)\sum_{i=1}^{n}\ln t_i-\frac{1}{t_0}\sum_{i=1}^{n}t_i^m,$$

где n – объем выборки.

10.2. Параметры m и t_0 определяют из частных производных уравнений правдоподобия, взятых по m и t_0

$$\frac{dL}{dt_0}=-\frac{n}{t_0}+\frac{1}{t_0^2}\sum_{i=1}^{n}t_i^m=0;\quad \frac{dL}{dm}=\frac{n}{m}+\sum_{i=1}^{n}\ln t_i-\frac{1}{t_0}\sum_{i=1}^{n}t_i^m\ln t_i=0$$

Значения параметров получаются из формул:

$$\frac{1}{m}=\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i^m\ln t_i}{\sum_{i=1}^{n}t_i^m}-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln t_i=z; \qquad (18)$$

$$t_0=\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i^m}{n} \qquad (18а)$$

Вычисления параметров производятся с помощью ЭВМ или методом пересечений, описанном в [2].

II. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

11.1. Доверительные интервалы определяются для математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности при доверительных вероятностях

$\beta = 0{,}8$ и $\beta = 0{,}9$.

II.2. При числе наблюдений сроков службы $n > 20$, согласно центральной предельной теоремы, закон распределения суммы математических ожиданий отдельных выборок, являющихся случайными величинами можно приближенно считать нормальным с характеристиками; математическим ожиданием M и дисперсией $\frac{D}{n}$ [5].

II.3. Доверительные интервалы для математического ожидания M

$$J_\beta = (\tilde{M} - t_\beta \sigma_{\tilde{M}},\ \tilde{M} + t_\beta \sigma_{\tilde{M}}) \qquad (19)$$

Здесь $\tilde{M}$ - несмещенная и состоятельная оценка математического ожидания $\tilde{M} = M^*[T] = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i t_i}{n}$

$$M(\tilde{M}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} M}{n} = M \qquad (20)$$

β - принимаемая доверительная вероятность.

$$t_\beta = \sqrt{2}\,\Phi^{-1}(\beta),$$

где $\Phi^{-1}(\beta)$ - функция, обратная функции Лапласа.

Значения этой функции табулированы в [6].

$\varepsilon = t_\beta \sigma_{\tilde{M}}$ - отклонение.

II.4. Величина t_β определяет для нормального закона распределения число средних квадратических отклонений, которые надо отложить в обе стороны от центра рассеивания для того, чтобы вероятность попадания в этот участок равнялось β.

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_{\tilde{M}} = \sqrt{\frac{\tilde{D}}{n}}, \qquad (21)$$

где $\tilde{D}$ - несмещенная и состоятельная оценка дисперсии

$$\tilde{D} = \frac{n}{n-1}\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i t_i^2}{n} - M^2\right]. \qquad (22)$$

II.5. Распределение дисперсии сроков службы D, как случайной величины при $n > 20$-30 также можно принять по нормальному закону.

Доверительные интервалы для дисперсии

$$\mathcal{J}_\beta = (\tilde{D} - t_\beta \sigma_{\tilde{D}};\ \tilde{D} + t_\beta \sigma_{\tilde{D}}). \qquad (23)$$

Здесь также $t_\beta = \sqrt{2}\,\Phi^{-1}(\beta)$

Отклонение $\varepsilon = t_\beta \sigma_{\tilde{D}}$

Характеристики этого закона; математическое ожидание $M[\tilde{D}] = D$ и дисперсия $D[\tilde{D}] = \frac{\mu_4}{n} - \frac{n-3}{n(n-1)}\tilde{D}^2$,

где μ_4 – четвертый центральный момент случайной величины T (срока службы).

При значительных по объему выборках можно принять

$$\mu_4 = \mu_4^* \quad \text{и} \quad D = \tilde{D}.$$

Для нормального распределения

$$\sigma_{\tilde{D}} \approx \sqrt{\frac{2}{n-1}}\,\tilde{D}. \qquad (24)$$

Для распределения сроков службы по закону Вейбулла

$$\sigma_{\tilde{D}} = \sqrt{\frac{\mu_4}{n} - \frac{n-3}{n(n-1)}\,\tilde{D}^2}. \qquad (25)$$

12. ВЕРОЯТНОСТЬ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ

12.1. Вероятность безотказной работы элемента $P(t)$ в течение заданного времени t и вероятность $F(t)$ ее выхода из строя представляют полную группу несовместимых событий, для которых справедлива зависимость

$$P(t) + F(t) = 1.$$

12.2. Для нормального закона

$$P(t) = 1 - F_0(z), \qquad (26)$$

$$z = \frac{t - m_t^*}{\sigma_t^*}.$$

Функция $F_0(z)$ табулирована [3] и др.

12.3. Для закона Вейбулла вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{t^m}{t_0}\right)\right] = \exp\left[-\frac{t^m}{t^0}\right]. \qquad (27)$$

Для других законов распределения описание вероятности безотказной работы дано в [5] и др.

12.4. Для статистических рядов сроков службы значения функции $P(t)$ определяют для тех же значений интервалов t_i, для которых вычислялись значения теоретических функций $F(t)$

Построение графика вероятности безотказной работы $P(t)$ дано в примере.

13. КВАНТИЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ СРОКОВ СЛУЖБЫ

13.1. Средние сроки службы изнашивающихся деталей крановых механизмов определяются как математические ожидания $M[T]$ случайной величины T.

13.2. Гамма-процентные сроки службы деталей, при работе в тех же режимах, отвечающие гарантированным вероятностям $\gamma = 0,5$; $\gamma = 0,8$ и $\gamma = 0,9$ можно определять графически по кривым безотказности работы $P = f(t)$

13.3. Аналитически гамма-процентные сроки службы определяются, как квантили распределения случайной величины T.

Под термином квантили, отвечающей заданному уровню вероятности γ понимают значение случайной величины $T = T_\gamma$, при котором функция распределения принимает значение равное γ.

13.4. Для нормального закона

$$T_{1-\gamma} = m_t - u_\gamma \sigma_t,$$

где u_γ – квантиль нормального распределения при $m_t = 0$ и $\sigma_t = 1$

Значения u_γ для принятой вероятности γ табулированы в [5] и др.

13.5. Для закона Вейбулла квантили определяются из уравнения, описывающего вероятность безотказной работы $P(t) = \exp\left[-\frac{t^m}{t_0}\right]$ решая его относительно времени t.

Срок службы при заданной вероятности γ

$$T_p = [-\ln p\ t_o]^{\frac{1}{m}} \qquad (28)$$

Значения Тр табулированы в [5] при параметрах закона Вейбулла m и a, где $a = t_o^{1/m}$.

I4. ГАММА - ПРОЦЕНТНЫЕ РЕСУРСЫ

I4.I. При определении гамма-процентных ресурсов повышение интенсивности работы элементов крановых механизмов при их работе в режиме ВТ по сравнению с режимом Т, при одинаковом спектре нагружения, учитывается посредством временных коэффициентов K_r, K_c и ε, значения которых приведены в нормированных режимах работы Госгортехнадзора.

I4.2. Расчетный ресурс работы (в часах) для режима Т:

$R^T = 8760 K_r K_c \varepsilon T_{кал} = 8760.0{,}75.0{,}67.0{,}4\ T_{кал} = 1760\ T_{кал}$

для режима ВТ

$R^{BT} = 8760.1.1.0{,}4\ T_{кал} = 3504\ T_{кал}$.

Здесь $T_{кал}$ - календарный срок службы в годах.

Отношение $\frac{R^T}{R^{BT}} = \frac{1760}{3504} \approx 0{,}5$.

I4.3. При определении гамма-процентных ресурсов крановых деталей, работающих в механизмах режима Т при вероятности безотказной работы $p = 0{,}5$; $p = 0{,}8$ и $p = 0{,}9$, вместо $T_{кал}$ подставляют соответствующие значения квантилей сроков службы T_p; при работе же в режиме ВТ вместо $T_{кал}$ подставляют соответствующие значения квантилей сроков службы, умноженные на 0,5.

Определение гамма-процентных ресурсов для крановых ходовых колес ? см. в примере.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГАММА-ПРОЦЕНТНЫХ РЕСУРСОВ КРАНОВЫХ ХОДОВЫХ КОЛЕС С СОРБИТИЗИРОВАННЫМИ ОБОДАМИ

Эксплуатационные данные о сроках службы крановых ходовых колес собирались на мостовых (крюковых, магнитных и грейферных кранах, изготовленных на одном заводе, проработавших до 5 лет в режимах Т и ВТ. Общее количество рассмотренных ходовых колес кранов $n = 760$. Из них был составлен упорядоченный (в порядке возрастания сроков службы) статистический ряд, обработка которого дана в табл.I. В число подвергнутых наблюдению колес вошли только те, у которых изношенность рельсов и состояние подкрановых путей было удовлетворительное.

I. Числовые характеристики распределения сроков службы:

- оценка математического ожидания

$$m_t^* = M^*[T] = \frac{\sum_{i=1}^{K} t_i m_i}{n} = \frac{1856}{760} = 2{,}44\text{г},$$

- оценка дисперсии

$$D^*[T] = \frac{n}{n-1}\left[\frac{\sum_{i=1}^{K} t_i^2 m_i}{n} - (m_t^*)^2\right] = \frac{760}{759}\left[\frac{5473}{760} - 2{,}44^2\right] = 1{,}25\text{г}^2;$$

- оценка среднего квадратического отклонения

$$\sigma^*[T] = \sqrt{D^*[T]} = \sqrt{1{,}25} = 1{,}12\text{г};$$

- оценка коэффициента вариации

$$v^*[T] = \frac{\sigma^*[T]}{M^*[T]} = \frac{1{,}12}{2{,}44} \approx 0{,}46.$$

2. Установление закона распределения.

Исходя из положения, что сроки службы ходовых колес могут изменяться от ряда взаимно независимых факторов, влияние каждого из которых невелико по сравнению с остальными, вначале пред-

полагаем, что распределение может подчиняться нормальному закону.

Функция распределения нормального закона

$$F(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{t}exp\left[-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma^2}\right]dt=\Phi_0(z),$$

где $\Phi_0(z)$ – табулированная функция Лапласа для $z=\frac{t-m_t}{\sigma}$.

Параметры нормального закона распределения: математическое ожидание m_t и среднее квадратическое отклонение σ.

При выявлении закона распределения, вместо значений $M[t]=m_t$ и $\sigma[T]$, пользуемся их статистическими оценками m_t^* и σ_t^*

Определение теоретических значений функции распределения сроков службы ходовых колес кранов [redacted], в предположении правильности нормального закона, дано в табл. 2 с учетом того, что

$$\Phi_0(-z)=1-\Phi_0(z).$$

Затем была проверена согласованность аналитического выражения функции распределения $F(t)$ со статистической $F^*(t)$ с помощью критерия Пирсона. Определение величины теоретического и статистического расхождения $\Delta=\chi^2$ (см. раздел 8) дано в табл.3.

Число степеней свободы для нормального (двухпараметрического) распределения:

$$r=K-1-S=6-1-2=3.$$

По таблице распределения χ^2 [6] определена вероятность согласования нормального закона со статистическим распределением.

При $\Delta=\chi^2=23{,}97$ и $r=3$ $p<0{,}001$.

Ввиду того, что $p<0{,}2$, предположение о нормальном распределении сроков службы ходовых колес [redacted] отвергается.

Статистические кривые функции распределения $F^*(t)$, асимметричны и хорошо аппроксимируются законом Вейбулла.*)

*) Аналогичные исследования применительно к зубчатым колесам редукторов, зубчатым муфтам, тормозным шкивам и обкладкам приведены в [9].

Таблица I

Обработка статистического ряда сроков службы сорбитизированных ходовых колес

№ № разрядов k	Разряды годы свыше	Разряды годы до	Середина разряда t_i	Ширина разряда e_i	Частота в разряде m_i	Накопленная частота $\sum m_i$	Частость $\frac{m_i}{n}$	Накопленная частость $F^*(t_i)=\sum \frac{m_i}{n}$	Высота разряда на гистограмме $f^*(t_i)=\frac{m_i}{n e_i}$	$t_i m_i$	$t_i^2 m_i$
1	0	0,5	0,25	0,5	16	16	0,021	0,021	0,042	4	0,95
2	0,5	1,0	0,75	0,5	60	76	0,079	0,100	0,158	45	33,6
3	1,0	1,5	1,25	0,5	100	176	0,131	0,231	0,262	125	156,0
4	1,5	2,5	2,00	1,0	240	416	0,316	0,547	0,316	480	960,0
5	2,5	3,5	3,00	1,0	208	624	0,274	0,821	0,274	624	1872,0
6	3,5	5,0	4,25	1,5	136	760	0,178	1,000	0,118	578	2450,0
					$n=\sum_{i=1}^{K} m_i=760$		$\sum_{i=1}^{K} \frac{m_i}{n}=1$			$\sum_{i=1}^{K} t_i m_i=1856$	$\sum_{i=1}^{K} t_i^2 m_i=5472,6$

Таблица 2

Определение значений $F(t)$ при нормальном распределении сроков службы ходовых колес

t_i годы	$Z=\frac{t_i-m_t}{\sigma}=\frac{t_i-2,44}{1,12}$	$F_0(Z)$	$F(t)$
0,5	- I,73	0,9582	0,042
I,0	- I,28	0,8997	0,I00
I,5	- 0,84	0,7995	0,200
2,5	0,05	0,5I99	0,520
3,5	0,94	0,8264	0,826
5,0	2,29	0,9890	0,989

Таблица 3

Проверка согласованности нормального распределения сроков службы ходовых колес со статистическим

№ № разрядов К	Разряды годы	m_i	ΔF_i	m_{iT}	$m_{iT}-m_i$	$(m_{iT}-m_i)^2$	$\frac{(m_{iT}-m_i)^2}{m_{iT}}$
I	0-0,5	I6	0,042	3I,9	I5,9	253,0	7,930
2	0,5-I,0	60	0,058	44,I	I5,9	253,0	5,730
3	I,0-I,5	I00	0,I00	76,0	24,0	576,0	7,570
4	I,5-2,5	240	0,320	243,0	3,0	9,0	0,037
5	2,5-3,5	208	0,306	233,0	25,0	625,0	2,680
6	> 3,5	I36	0,I74	I32,0	4,0	I6,0	0,I2I

$\Delta \sim 23,968$

Функция распределения для двухпараметрического закона Вейбулла $F(t) = 1 - exp\left[-\frac{t^m}{t_0}\right]$.

По статистическому коэффициенту вариации $v_t^* = \frac{\sigma_t^*}{m_t^*} \approx 0{,}46$ определяем по табл. [4] значение параметра $m = 2{,}3$ и коэффициента $\delta_m = 0{,}886$.

Учитывая принятые обозначения, находим параметр t_0 :

$$t_0 = \left(\frac{m_t}{\delta_m}\right)^m = \left(\frac{2{,}44}{0{,}886}\right)^{2{,}3} \simeq 10{,}2$$

Теоретическая функция распределения

$$F(t) = 1 - exp\left[-t^{2{,}3}/10{,}2\right].$$

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{2{,}3}{10{,}2}\, t^{1{,}3} exp\left[-\frac{t^{2{,}3}}{10{,}2}\right] = 0{,}225\, t^{1{,}3} exp\left[-\frac{t^{2{,}3}}{10{,}2}\right].$$

Определение значений функции распределения $F(t)$ и плотности распределения $f(t)$ дано в табл. 4.

Определение критерия Пирсона для распределения сроков службы ходовых колес по закону Вейбулла дано в табл. 5.

Распределение Вейбулла в нашем случае двухпараметрическое

$r = 6 - 1 - 2 = 3$

$\chi^2 = \Delta = 1{,}26$.

При $r = 3$ вероятность $p > 0{,}7$, т.е. принятая гипотеза хорошо согласуется со статистическими данными.

Графики функции $F^*(t)$ и $F(t)$ даны на черт. 1. Там же нанесен график обратной функции вероятности безотказной работы $p = f(t)$. Гистограмма и график функции $f(t)$ приведены на черт. 2.

Таблица 4

Определение теоретических значений функций и плотности распределения сроков службы сорбитизированных ходовых колес

t_i годы	$\lg t_i$	$2{,}3\lg t_i$	$t_i^{2,3}$	$\frac{t_i^{2,3}}{10{,}2}$	$e^{-\frac{t_i^{2,3}}{10{,}2}}$	$F(t)$	$1{,}3\lg t_i$	$t_i^{1,3}$	$f(t)$
0,5	$\bar{1}$, 698 $-0{,}301$	$\bar{1}$, 308 $-0{,}692$	0,203	0,020	0,979	0,021	$\bar{1}$, 609 $-0{,}391$	0,406	0,089
1,0	0	0	1,0	0,098	0,906	0,094	0	1,0	0,203
1,5	0,176	0,405	2,540	0,249	0,780	0,220	0,229	1,694	0,296
2,5	0,398	0,915	8,223	0,805	0,447	0,553	0,518	3,296	0,330
3,5	0,544	1,25	17,780	1,740	0,176	0,824	0,706	5,082	0,201
5,0	0,699	1,61	40,740	4,000	0,018	0,982	0,910	8,128	0,034

Таблица 5

Проверка согласованности распределения сроков службы ходовых колес по закону Вейбулла со статистическим

№ № разрядов К	Разряды годы	m_i	ΔF_i	m_{iT}	$m_{iT}-m_i$	$(m_{iT}-m_i)^2$	$\frac{(m_{iT}-m_i)^2}{m_{iT}}$
1	0-0,5	16	0,021	15,9	-0,1	0,01	0,001
2	0,5-1,0	60	0,073	55,5	-4,5	20,25	0,364
3	1,0-1,5	100	0,126	96,0	-4,0	16,00	0,167
4	1,5-2,5	240	0,333	253,0	13,0	169,00	0,668
5	2,5-3,0	208	0,271	206,0	-2,0	4,00	0,019
6	>3,5	136	0,176	133,6	-2,4	5,75	0,043

$\Delta \sim 1,262$

3. Асимметрия и эксцесс распределения

Оценка асимметрии $S_K^* = \frac{m_3^*}{(\sigma^*)^3}$,

где m_3^* – статистическая оценка третьего центрального момента

$$m_3^* = \frac{\sum_{i=1}^{K} (t_i - m_t^*)^3}{n} \cdot m_i$$

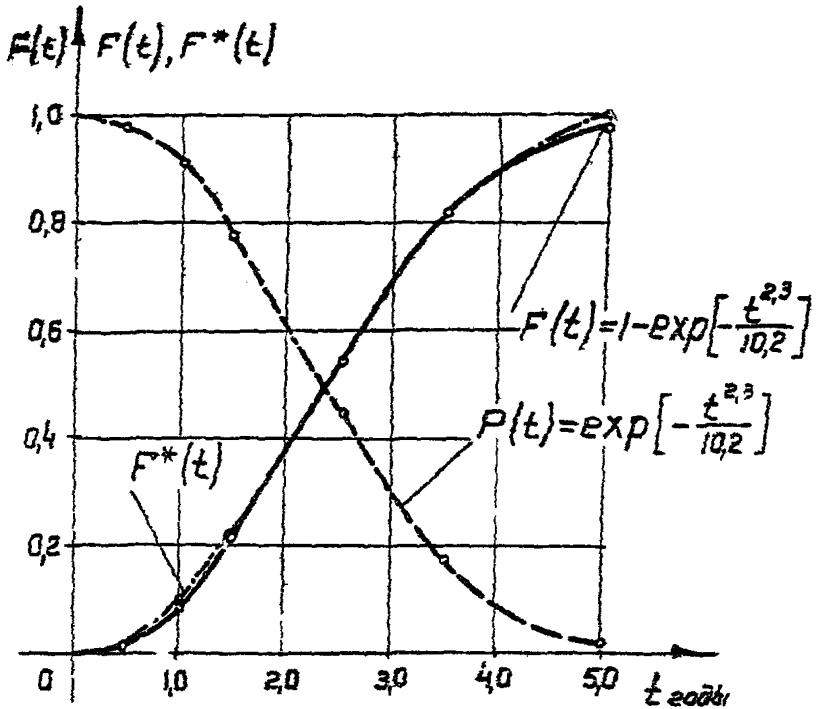
Оценка эксцесса $E_K^* = \frac{m_4^*}{(\sigma^*)^4} - 3$,

где m_4^* – статистическая оценка четвертого центрального момента.

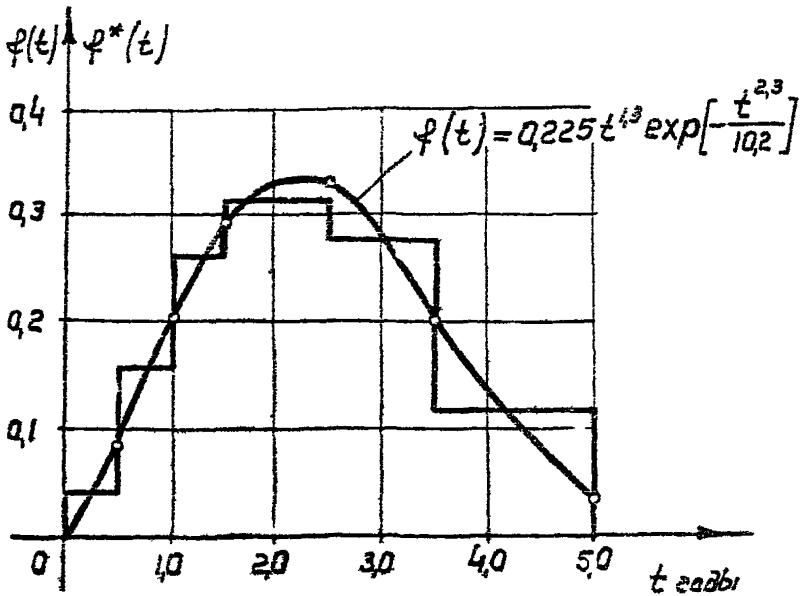
Определение значений оценок третьего и четвертого центральных моментов случайной величины срока службы T (m_3 и m_4) дано в табл. 6

$$S_K^* = \frac{0,13}{1,12^3} = 0,09; \quad E_K^* = \frac{3,61}{1,12^4} - 3 = -0,71.$$

4. Сводка характеристик и параметров распределения колес, полученных статистическим методом, дана в табл. 7.



Черт. I. Графики $F^*(t)$, $F(t)$ и $P(t)$ для сорбитизированных колес ($n = 760$)



Черт. 2. Гистограмма и график $f(t)$ для сорбизированных ходовых колес (n = 760)

Таблица 6

Определение оценок третьего и четвертого центральных моментов

$m_t^* = 2,44$

Разряды годы свыше	до	Середина разряда t_i	Частота в разряде m_i	$t_i - m_t^*$	$(t_i - m_t^*)^3$	$(t_i - m_t^*)^3 m_i$	$(t_i - m_t^*)^4 m_i$
0	I,0	0,50	76	-I,94	-7,250	-55I,00	I070,00
I,0	I,5	I,25	I00	-I,I9	-I,670	-I67,00	I99,00
I,5	2,5	2,00	240	-0,44	-0,084	-20,20	8,86
2,5	3,5	3,00	208	0,56	0,I75	36,40	20,40
3,5	5,0	4,25	I36	I,8I	5,900	802,00	I450,00

$\sum_{i=1}^{k} m_i = 760$

$\sum_{i=1}^{k} (t_i - m_t^*)^3 m_i = +I00,2$; $\sum_{i=1}^{k} (t_i - m_t^*)^4 m_i = 2748,3$

$\mu_3^* = \frac{+I00,2}{760} = +0,I3$; $\mu_4^* = \frac{2748,3}{760} = 3,6I$

Таблица 7

Характеристики и параметры закона распределения сроков службы

Количество случаев n	Математическое ожидание, годы m_t^*	Дисперсия D_t^*	Среднее квадратическое отклонение, годы σ_t^*	Коэффициент вариации v^*	Асимметрия S_κ^*	Эксцесс E_κ^*	Закон	Параметры m^*	Параметры t_0^*
760	2,44	I,25	I,I2	0,46	0,09	-0,7I	Вейбулла	2,3	I0,2

5. Оценка параметров распределения по закону Вейбулла.

Оценку параметров проводим графоаналитическим методом с помощью вероятностной бумаги (черт. 3), на которой согласно [5]

строим выпрямленный график статистической функции распределения сроков службы $F^*(t)$

$$tg\beta = \frac{132}{62} = 2,13;$$

параметр $m' = 1,16.2,13 = 2,47$;

параметр $t_o' = 2,72^{2,47} = 11,75$.

В табл. 8 показано сопоставление значений параметров закона Вейбулла для распределения сроков службы крановых ходовых колес с сорбитизированными ободами, определенных статистическим и графоаналитическим способом, а также методом максимального правдоподобия [27]. Там же приведен % отклонения по сравнению со статистическими оценками m^* и t_o^*. Определение параметров по методу максимального правдоподобия проводилось на ЭВМ "Урал 2",

Таблица 8

Сравнение оценок параметров распределения сроков службы по закону Вейбулла

Параметр m

m^*	m'	% отклонения	m''	% отклонения
2,3	2,47	+7,4	2,33	+1,3

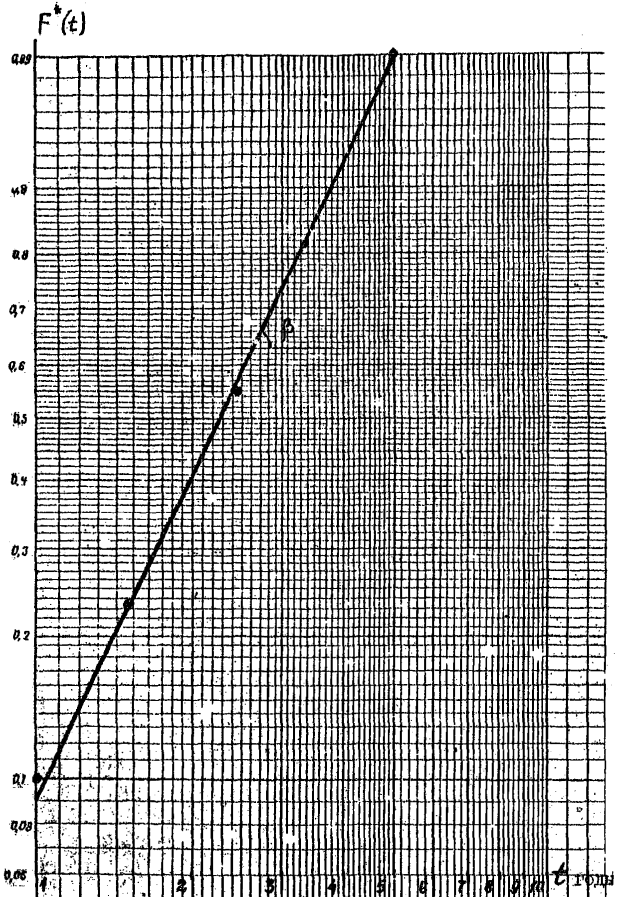
Параметр t_o

t_o^*	t_o'	% отклонения	t_o''	% отклонения
10,2	11,75	+15,2	10,53	+3,23

m^*, t_o^* – статистические оценки;

m', t_o' – оценки, полученные графоаналитическим методом;

m'', t_o'' – оценки, полученные методом максимального правдоподобия.



Черт. 3. График статистической функции распределения сроков службы сорбитизированных колес ($n = 760$)

6. Доверительные интервалы математического ожидания.

Доверительные интервалы математического ожидания генеральной совокупности крановых ходовых колес определяем по зависимости

$$J_\beta = (\tilde{M} - t_\beta \sigma_{\tilde{M}} ; \tilde{M} + t_\beta \sigma_{\tilde{M}})$$

для доверительных вероятностей $\beta = 0{,}8$ и $\beta = 0{,}9$. Расчет дан в табличной форме (см. табл. 9).

Таблица 9

Определение доверительных интервалов математического ожидания

Количество ходовых колес n	$\tilde{M}$ годы	σ^* годы	$D = [\sigma^*]^2$	$\frac{n}{n-1}$	$\sigma_{\tilde{M}} = \sqrt{\frac{D}{n}}$	$\beta = 0{,}8$		$\beta = 0{,}9$	
						$\varepsilon = t_\beta \sigma_{\tilde{M}}$	J_β	$\varepsilon = t_\beta \sigma_{\tilde{M}}$	J_β
760	2,44	I,I2	I,25	0,002	0,045	0,058	2,382; 2,498	0,074	2,366; 2,514

7. Вероятность безотказной работы

Вероятность безотказной работы для крановых ходовых колес [redacted] определена по формуле $P(t) = \exp[-\frac{t^m}{t_0}]$ для тех же значений t_i, которые были приняты в табл. 4 при определении значений функций $F(t)$ и $f(t)$.

Значения $P(t)$ даны в табл. IO

График функции $P(t)$ построен на черт. I.

Таблица IO

Значения вероятности безотказной работы $P(t)$

t_i годы	0,5	I,0	I,5	2;5	3,5	5,0
$P(t)$	0,979	0,906	0,780	0,447	0,I76	0,0I8

8. Квантиль распределения

Квантиль распределения определяем по формуле

$$T_p = [-\ln p\, t_0]^{\frac{1}{m}}.$$

Параметр $m = 2,3$; $t_0 = 10,2$, параметр $a = t_0^{1/m}$

$a = 10,2^{1/2,3}$; $\lg a = \frac{1}{2,3} \cdot \lg 10,2$; $a = 2,73$.

По таблице в [3] находим при $p = 0,9$ $\frac{T_p}{a} = 0,373$

$T_p = 0,373 \cdot 2,73 = 1,02$ г.

Аналогично определяем значения квантилей распределения сроков службы крановых ходовых колес при вероятностях $p = 0,5$ и $p = 0,8$ (см. табл. II).

Таблица II

Значения квантилей T_p

Количество ходовых колес n	Математическое ожидание m_t^* годы	Квантили T_p годы		
		$p = 0,5$	$p = 0,8$	$p = 0.9$
760	2,44	2,33	I,42	1,02

Те же значения квантилей можно определить по графику функции $P(t)$.

9. Гамма-процентные ресурсы

Для режима Т

при $p = 0,5$ $R^T_{0,5} = 1760 \cdot 2,33 = 4100$ час.

при $p = 0,8$ $R^T_{0,8} = 1760 \cdot 1,42 = 2500$ час.

при $p = 0,9$ $R^T_{0,9} = 1760 \cdot 1,02 = 1800$ час.

Для режима ВТ

при $p = 0,5$ $R^{ВТ}_{0,5} = 1760 \cdot 0,5 \cdot 2,33 = 2050$ час.

при $p = 0,8$ $R^{ВТ}_{0,8} = 1760 \cdot 0,5 \cdot 1,42 = 1250$ час.

при $p = 0,9$ $R^{ВТ}_{0,9} = 1760 \cdot 0,5 \cdot 1,02 = 900$ час.

В исследовании, описанном в [7]были получены по данной методике гамма-процентные ресурсы для крановых ходовых колес с сорбитизированными ободами, изготовленных на четырех заводах Были также вычислены ресурсы для тех же вероятностей безотказной работы для крановых ходовых колес с рабочими поверхностями, закаленными ТВЧ. В табл. I2 дано их сопоставление,подтверждающее повышение долговечности крановых ходовых колес после применения сорбитизации их ободов более чем в 5 раз.

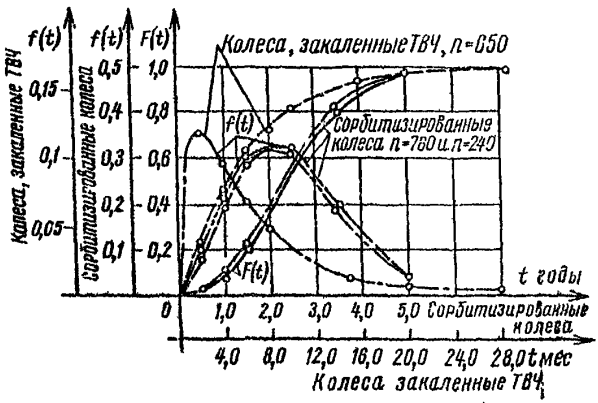
Таблица I2

Сопоставление гамма-процентных ресурсов крановых ходовых колес с различной термообработкой рабочих поверхностей

Термообработка рабочих поверхностей	Количество	Математическое ожидание $M^x[T]$ годы	Режим Т			Режим ВТ		
			Гамма-процентные ресурсы, час					
			R^T_{50}	R^T_{80}	R^T_{90}	R^{BT}_{50}	R^{BT}_{80}	R^{BT}_{90}
С сорбитизированными ободами (изготовлены на одном заводе)	760	2,44	4I00	2500	I700	2050	I250	900
С сорбитизированными ободами (изготовлены на четырех заводах)	240	2,40	4030	2390	I700	20I5	II95	850
Закаленные ТВЧ	650	0,48	650	237	I22	325	II9	6I

Методика определения гамма-процентных ресурсов является универсальной и с изменениями в части учета режимов работы может быть использована и для других серийных подъемно-транспортных машин.

На черт. 4 дано сопоставление функций $F(t)$ и $f(t)$ для ходовых колес, указанных в табл.I2.



Черт.4 Сопоставление функций $F(t)$ и $f(t)$ для ходовых колес

Литература

I. ГОСТ I75I0-72. Надежность изделий машиностроения. Система сбора и обработки информации. Планирование наблюдений.

2. ГОСТ I7509-72. Надежность изделий машиностроения. Система сбора и обработки информации. Метод определения точечных оценок показателей надежности по результатам наблюдений.

3. Гнедбах И.Б.,Кордонский Х.Б. Модели отказов. "Советское радио",М.,I966.

4. Шор Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности."Советское радио",М.,I962.

5. Шор Я.Б.,Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надежности, "Советское радио",М.,I968.

6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Гос.изд.физико-математической литературы.М.,I962.

7. Спицына И.О. Статистическая оценка долговечности деталей крановых механизмов. Труды ВНИИПТМАШ, вып.6(I0I), М.,I970 и вып.4, М.,I97I.

gost.e-ecolog.ru