АСиА СССР

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

АН ГРУЗИНСКОЙ ССР

ИНСТИТУТ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ И СЕЙСМОСТОЙКОСТИ

ИНСТРУКЦИЯ

ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАСЧЕТНОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ДЛЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛИТЕРАТУРЫ ПО СТРОИТЕЛЬСТВУ, АРХИТЕКТУРЕ
И СТРОИТЕЛЬНЫМ МАТЕРИАЛАМ
Москва — 1962

gost.e-ecolog.ru

Настоящая инструкция разработана на основе главы II-А.12-62 СНиП «Строительство в сейсмических районах» и выпускается в качестве рекомендаций при расчете сооружений, предназначенных для сейсмических районов.

Инструкция составлена в лаборатории сейсмостойкости ЦНИИ строительных конструкций АСиА СССР (заведующий лабораторией д-р техн. наук В. А. Быховский) инж. В. С. Павлык под руководством д-ра техн. наук проф. И. Л. Корчинского.

В работе над инструкцией приняли участие Институт строительной механики и сейсмостойкости АН Грузинской ССР, Армянский научно-исследовательский институт стройматериалов и сооружений, Институт геофизики и инженерной сейсмологии АН Армянской ССР, проектный институт № 5 Минстроя РСФСР, НИИ бетона и железобетона АСиА СССР, Научно-исследовательский институт по строительству АСиА СССР в Ташкенте и ряд других научно-исследовательских и проектных организаций.

Инструкция рассмотрена и одобрена секцией теории сооружений и методов экспериментальных исследований Ученого Совета ЦНИИСКа[1].

---

[1] В дальнейшем предполагается выпустить разделы инструкции по расчету на действие сейсмических сил дорожных искусственных и гидротехнических сооружений, разработанные Институтом строительной механики и сейсмостойкости АН Грузинской ССР и Грузинским политехническим институтом им. Ленина при участии Тбилисского научно-исследовательского института гидроэнергетического строительства, а также разработанные в ЦНИИСКе разделы по расчету трубопроводов и резервуаров, наполненных жидкостью.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая инструкция составлена как дополнение и разъяснение раздела II главы II-А.12-62 СНиП, в котором изложена методика расчета сооружений на действие сейсмических сил. Эта методика основана на динамической теории сейсмостойкости, поэтому, чтобы определить сейсмическую нагрузку на сооружение, необходимо, как правило, знать его основные динамические характеристики — периоды и формы свободных колебаний, а также затухание колебаний в конструкциях. В СНиП же вошли только принципиальные положения по определению расчетной сейсмической нагрузки, усилий в конструкциях и их несущей способности в условиях сейсмического воздействия.

Определение свободных колебаний сооружений часто требует большой вычислительной работы, а результаты расчета вследствие условностей расчетной схемы и значений характеристик упругости конструкций могут получаться недостаточно точными. Как показывает опыт, именно эта часть общего расчета сооружений на действие сейсмических сил вызывает основные затруднения в практической работе проектировщиков.. Поэтому, кроме указаний и разъяснений положений СНиП в части самой методики расчета, выбора расчетных схем сооружений, определения жесткости конструкций, распределения сейсмических сил, вычисления амплитуд колебаний и др., в инструкцию включены общие сведения по определению периодов и форм свободных колебаний упругих систем, а для наиболее распространенных типов сооружений рекомендуются необходимые для этого готовые формулы.

Величина и распределение сейсмической нагрузки по высоте сооружения определяются с учетом ее динами-

ческого воздействия. Дальнейший расчет конструкций производится в предположении, что расчетные сейсмические силы действуют статически. В частности, расчет на прочность производится обычным порядком в соответствии с главами СНиП, относящимися к расчету тех или иных типов конструкций. Поэтому в инструкции, как и в примерах расчета, вопросы расчета на прочность подробно не рассматриваются; даются лишь общие указания на их особенность.

Перемещение грунта основания при землетрясении вызывает колебания сооружений, а возникающие при этом инерционные силы являются причиной деформации конструкций. Расчетная сейсмическая нагрузка представляет собой статически действующие силы, вызывающие в конструкциях усилия, близкие к тем, какие возникают в них под действием максимальных инерционных сил во время землетрясения.

Сейсмические силы могут иметь произвольное направление в пространстве. Это необходимо учитывать при выборе конструкций проектируемого сооружения, при решении отдельных узлов и соединений, а также при расчете элементов, не относящихся к основным несущим конструкциям сооружения, и их крепления. Рассчитывая же сооружение в целом, т. е. при определении сейсмической нагрузки, действующей на основные несущие конструкции, как правило, достаточно принимать во внимание только горизонтальное воздействие сейсмических сил. Вертикальное сейсмическое воздействие на сооружение приводит главным образом лишь к изменению величины вертикальной нагрузки на конструкции, но общий характер распределения усилий в них остается в основном таким же, какой имеет место при действии обычных эксплуатационных вертикальных статических сил. Кроме того, наибольшая величина возможного увеличения вертикальной нагрузки при сейсмическом воздействии (в соответствии со СНиП) составляет около 30%, вместе с тем вследствие сравнительно небольшой продолжительности действия сейсмических сил на 20—40% увеличивается и расчетная несущая способность строительных материалов. Поэтому в большинстве случаев вертикальная составляющая сейсмических сил может быть воспринята конструкциями, рассчитанными на обычную вертикальную статическую нагрузку, без их усиления.

В отдельных случаях, как, например, при расчете вантовых и других большепролетных конструкций, выполняемых из материалов, обладающих хрупким разрушением или малым затуханием колебаний, вертикальное действие сейсмических сил может вызывать усилия, превышающие несущую способность материала, и поэтому его учитывать необходимо. При расчете консолей сейсмические силы также принимаются действующими вертикально.

Сейсмическое воздействие может быть направлено под произвольным углом к сооружению в плане. В этом случае его колебания могут быть разложены по двум взаимно-перпендикулярным направлениям. При расчете целесообразно рассматривать колебания сооружения в направлениях продольной и поперечной осей (в плоскостях его наибольшей и наименьшей жесткости).

Колебания сооружения в каждой вертикальной плоскости могут быть представлены как ряд независимых друг от друга гармонических колебаний — колебаний по главным формам, которым соответствуют свободные колебания сооружения. При таком представлении деформации можно и общую инерционную нагрузку на сооружение выразить как результат действия инерционных сил, соответствующих отдельным формам свободных колебаний. Именно так определяется сейсмическая нагрузка по методике, принятой в СНиП: находятся сейсмические силы, соответствующие отдельным формам свободных колебаний сооружения, и усилия от них, а затем как результат их совместного действия вычисляются расчетные сейсмические усилия в конструкциях.

Для того чтобы найти периоды и формы свободных колебаний сооружения, а также определить действующие на сооружение сейсмические силы, необходимо выяснить его динамическую схему. Динамическая расчетная схема, изображаемая обычно в виде консольной системы, должна представлять распределение массы по высоте сооружения и жесткость основных конструкций, определяющих его деформацию в плоскости колебаний. Обычно в динамических расчетных схемах сооружений массу принимают сосредоточенной в отдельных точках, расположение которых может, в частности, определяться уровнями сосредоточенных нагрузок.

Предполагается, что сооружение (отсек) колеблется

как единая система[1], поэтому масса и горизонтальная жесткость конструкций в динамической расчетной схеме должны учитываться для всего сооружения в целом. Часто, рассчитывая каркасное здание, рассматривают колебания отдельной рамы, не учитывая жесткость стеновых конструкций (заполнения) и, в частности, торцовых стен. Это приводит к заниженной расчетной сейсмической нагрузке на все сооружение и к недооценке сейсмических усилий в отдельных конструкциях. Если сооружение в том или ином направлении представляет собой ряд одинаковых полос (с точки зрения величины и размещения массы и жесткости конструкций), то может производиться расчет одной такой полосы.

Количество сосредоточенных масс, принятое в расчетной схеме, характеризует число степеней свободы динамической системы, подлежащей расчету. В частности, когда рассматриваются только поступательные колебания в одном направлении, а обычно именно такие условия принимают при расчете сооружений на сейсмические воздействия, то число степеней свободы системы равно количеству ее сосредоточенных масс. Большинство зданий и сооружений представляют собой системы более чем с одной степенью свободы, благодаря чему обладают несколькими частотами и формами свободных колебаний. Каждой форме колебаний соответствует характерная ей деформация сооружения, а следовательно, особая величина и распределение сейсмических сил.

Полная сейсмическая сила, действующая в одной из точек рассчитываемой системы, может быть представлена как сумма сил, соответствующих всем формам ее свободных колебаний. Эти силы, изменяющиеся во времени, имеют различные частоты и случайный (также изменяющийся во времени) сдвиг фаз. Последнее обстоятельство существенно затрудняет учет их одновременного действия. В СНиП расчетное сейсмическое усилие при учете высших форм колебаний принято определять на основе теории вероятностей как среднеквадратичную величину из усилий, вызываемых в конструкции действием сейсмических сил, соответствующих отдельным формам.

---

[1] В значительной степени это обусловливается монолитностью перекрытий. Во всяком случае при проектировании и на строительстве по возможности следует стремиться к созданию в отдельных уровнях сооружений монолитных прочных обвязок или жестких дисков-перекрытий.

При этом усилия, не являющиеся в данном сечении максимальными, принимаются с коэффициентом 0,7.

Таким образом, основной частью расчета сооружения на сейсмостойкость является определение сейсмических сил, соответствующих отдельным формам его свободных колебаний.

Сейсмическая сила, действующая в какой-либо точке расчетной схемы сооружения k и соответствующая i-му тону свободных колебаний, определяется формулой

$$S_{ik} = Q_k K_c \beta_i \eta_{ik},$$

где Q_k — вес массы, которая принята сосредоточенной в точке k;

K_c — коэффициент расчетной сейсмичности сооружения.

Коэффициенты β_i и η_{ik} находятся в зависимости от динамических характеристик конструкций. При расчете сооружения в целом, когда учитывается только горизонтальное действие сейсмических сил, коэффициенты β_i и η_{ik} определяются свободными горизонтальными колебаниями сооружения.

Коэффициент динамичности β_i зависит от периода i-го тона свободных колебаний сооружения T_i, а также от затухания колебаний в конструкциях и грунте. Чем более жестко сооружение, чем меньше его период свободных колебаний, тем большее значение коэффициента β_i и тем большими будут расчетные сейсмические силы. Приведенный в СНиП и в инструкции график для β_i (см. рис. 6) относится к расчету сооружений, которые обладают сравнительно большим затуханием колебаний, обусловленным преобладанием в конструкциях деформаций сдвига. Колебания гибких высоких сооружений (мачт, башен, дымовых труб) определяются прежде всего деформациями изгиба, вследствие чего имеют меньшее затухание. Сейсмическое воздействие на них будет сказываться в большей степени, чем на сооружения, имеющие такие же периоды колебаний, но конструкции которых при деформации работают главным образом на сдвиг. Поэтому при расчете гибких сооружений определяемый по графику коэффициент β_i принято увеличивать в 1,5 раза. Коэффициент формы колебаний η_{ik} учитывает то обстоятельство, что точки сооружения, расположенные на разных уровнях, имеют различное ускорение, так как амплитуды их колебаний неодина-

ковы. Это значит, что на одинаковые массы, расположенные в сооружении на разной высоте, действуют различные сейсмические силы. Коэффициент η_{ik} определяется формой свободных колебаний сооружения и в какой-либо точке k для каждой формы i имеет свое особое значение. Форму первого (основного) тона колебаний можно считать подобной форме статической деформации сооружения под действием сил веса, приложенных горизонтально.

Сейсмическим силам, соответствующим второй и более высоким формам колебаний, на отдельных уровнях сооружения характерно взаимно противоположное направление. Вместе с тем сейсмические усилия в нижних уровнях большинства сооружений определяются главным образом силами, соответствующими первой форме колебаний, по всей высоте направленными в одну сторону. Так, например, для работающей на сдвиг системы постоянного по высоте сечения поперечная сила в основании при учете одной первой формы колебаний составляет более 95% от усилия, полученного с учетом всех форм.

Влияние высших форм колебаний на величину сейсмических усилий возрастает в верхних уровнях сооружений, а для тех из них, у которых период основного тона колебаний больше 0,5 сек., сейсмические усилия, отвечающие высшим формам, на верху конструкции могут быть даже больше усилий, определяемых первой формой. В сооружениях, жесткость которых внизу намного больше жесткости в верхних уровнях, высшие тона колебаний могут иметь значительное влияние также на сейсмические усилия в основании конструкции.

Практически при определении усилий от действия сейсмической нагрузки для большинства сооружений достаточно учитывать две-три низшие формы свободных колебаний.

Расчет сооружений на действие сейсмических сил обычно производится после того, как выполнены расчеты на основные вертикальные нагрузки и определены сечения элементов несущих конструкций. Значения расчетных усилий определяются при условии одновременного действия основных нагрузок и сейсмической с учетом приведенных в СНиП коэффициентов перегрузки. Прочность конструкций вычисляется с учетом дополнительного коэффициента условий работы, который зависит от

способности материала работать на непродолжительную повторную нагрузку.

Проверку прочности конструкций на действие горизонтальных сейсмических сил следует производить в двух взаимно-перпендикулярных направлениях в соответствии с найденной для сооружения нагрузкой. Учитывая то, что жесткость стен в своей плоскости значительно больше жесткости из плоскости стены, при расчете зданий с каменными несущими стенами можно считать, что сейсмические силы полностью воспринимаются стенами, расположенными в направлении действия сил.

Расчетные схемы сооружения в направлениях продольной и поперечной осей могут отличаться одна от другой. Однако если жесткости сооружения относительно этих осей близки между собой, то расчетную сейсмическую нагрузку в обоих направлениях можно принять одинаковой. В таких случаях сейсмические силы достаточно определить в направлении одной из осей сооружения и принять их такими же в направлении другой.

Проектируя сооружение, следует всегда стремиться создать жесткие монолитные диски-перекрытия, так как подобная конструкция в значительной мере увеличивает сейсмостойкость сооружения. В этом случае при симметричном решении сооружения в плане и симметричной нагрузке сейсмические силы распределяются между отдельными вертикальными конструкциями пропорционально их жесткости. Если перекрытия почему-либо не являются жесткими дисками, то сейсмическая нагрузка передается на отдельные конструкции по их грузовым площадям. При расчете сооружений, у которых центр жесткости не совпадает в плане с центром масс, необходимо учитывать, что кроме поступательных перемещений сейсмическое воздействие вызывает также и поворот сооружения, благодаря чему распределение сейсмических сил между конструкциями будет иным, чем в случае, если бы вращение не учитывалось.

В каркасных сооружениях сейсмическая нагрузка распределяется между каркасом и заполнением (ограждающими конструкциями) пропорционально их жесткости. Обладая большой жесткостью, заполнение каркаса часто имеет недостаточную прочность для восприятия приходящейся на него сейсмической нагрузки, причем обеспечить необходимую прочность часто бывает трудно. Так как повреждение заполнения или даже частичное

его разрушение при условии сохранности каркаса не является опасным для сооружения, то здания, не связанные с пребыванием в них людей, размещением ценного оборудования и т. п., можно проектировать в предположении возможного повреждения (частичного разрушения) заполнения. Заполнение каркаса целесообразно проектировать возможно менее жестким, для чего рекомендуется устройство сплошных лент проемов с гибкими импостами, проектирование навесных стеновых панелей с шарнирным креплением, исключающим влияние жесткости панелей на деформацию каркаса, и других конструкций заполнения, уменьшающих горизонтальную жесткость здания.

Проектируя сооружения для сейсмических районов, целесообразно выбирать такие материалы и конструкции, которые до разрушения допускали бы развитие значительных пластических деформаций. Такие конструкции являются более сейсмостойкими и дополнительный коэффициент условий работы, учитываемый при определении прочности, имеет для них большее значение.

Расчет на действие сейсмических сил целесообразно выполнять в следующей последовательности:

1) устанавливается сейсмичность строительной площадки и расчетная сейсмичность сооружения;

2) принимается динамическая расчетная схема сооружения и определяются периоды и формы его свободных колебаний;

3) вычисляется расчетная сейсмическая нагрузка;

4) производится распределение сейсмической нагрузки между конструкциями, работающими на горизонтальные силы;

5) вычисляются расчетные сейсмические усилия и усилия при расчетном сочетании нагрузок (основной и сейсмической);

6) производится проверка несущей способности элементов конструкций и их соединений.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

S_{ik} — сейсмическая сила в точке k, соответствующая i-й форме свободных колебаний сооружения, в $т$;

S_{ka} — сейсмическая нагрузка, приходящаяся на a-ю конструкцию в уровне k, в $т$;

K_c — коэффициент сейсмичности;

β_i — коэффициент динамичности сооружения, соответствующий i-му тону свободных колебаний;

η_{ik} — коэффициент формы колебаний сооружения по i-му тону в точке k;

Q_k — вертикальная нагрузка (вес массы), принятая сосредоточенной на уровне k, в $т$;

m_k — масса, принятая сосредоточенной в уровне k, в $т$ $сек^2/м$;

$$m_k = \frac{Q_k}{g};$$

g — ускорение силы земного тяготения в $м/сек^2$;

X_{ik} — амплитуда i-й формы свободных колебаний сооружения в уровне k;

p_i — частота i-го тона свободных колебаний в 1/сек.;

α_i — коэффициент частоты колебаний для i-го тона;

T_i — период i-го тона свободных колебаний в сек.,

$$T_i = \frac{2\pi}{p_i};$$

Ψ — коэффициент относительной потери энергии при колебаниях сооружения ($\Psi \approx 2\delta$, где δ — логарифмический декремент затухания колебаний);

G — модуль упругости материала при сдвиге в $т/м^2$;

E — то же, при сжатии в $т/м^2$;

C_z — коэффициент упругого равномерного сжатия грунта в $т/м^3$*;

C_φ — коэффициент упругого неравномерного сжатия грунта в $т/м^3$*;

C_x — коэффициент упругого равномерного сдвига грунта в $т/м^3$*;

m_c — коэффициент условий работы, учитывающий непродолжительное действие сейсмической нагрузки;

δ_{kj} — перемещение конструкции (сооружения) в точке k под действием единичной силы, приложенной в точке j, в $м/т$;

c_k — общая жесткость сооружения в уровне k в $т/м$;

$$c_k = \frac{1}{\delta_{kk}};$$

c_{ka} — жесткость конструкции a в уровне k в $т/м$;

$$\sum_a c_{ka} = c_k;$$

K_φ — жесткость основания сооружения при повороте в вертикальной плоскости в $тм$;

K_x — жесткость основания при сдвиге в $т/м$;

$K_{k\varphi}$ — жесткость сооружения в уровне k при повороте в горизонтальной плоскости в $тм$;

H — полная высота сооружения в $м$;

x_j — высота от основания сооружения до уровня j в $м$;

$y_м$ — расстояние в плане от крайней оси до центра массы сооружения в каком-либо уровне в $м$;

$y_ж$ — расстояние от крайней оси до центра жесткости сооружения в каком-либо уровне в $м$;

y_a — расстояние конструкции a до крайней оси сооружения в $м$;

d_{kj} — расстояние в $м$ между центром жесткости сооружения в уровне k и его центром тяжести в уровне j $(j \geqslant k)$;

l_{ya} — расстояние в плане от центра жесткости соору-

---

* Значения коэффициентов C_z, C_φ и C_x могут определяться в соответствии с п. 19 «Технических условий проектирования фундаментов под машины с динамическими нагрузками» (СН 18—58).

жения до конструкции a по направлению оси y в *м*;

J — момент инерции площади сечения элемента конструкции или всего сооружения в $м^4$;

h_j — высота j-го этажа (яруса) сооружения в *м*;

f_j — суммарная погонная жесткость стоек j-го яруса рамы или каркаса в *тм*;

r_j — суммарная погонная жесткость ригелей j-го яруса рамы или каркаса в *тм*;

F — площадь сечения конструкции (сооружения) в плане в $м^2$;

$\gamma_{пр}$ — коэффициент, учитывающий повышенную деформативность стен (панелей) вследствие наличия в них проемов;

k_1 — коэффициент, учитывающий зависимость деформаций конструкции при сдвиге от формы и размеров ее сечения.

СЕЙСМИЧЕСКАЯ НАГРУЗКА

А. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1. Конструкции зданий и сооружений, проектируемых для строительства в сейсмических районах, должны быть рассчитаны кроме обычных нагрузок на действие сейсмических сил.

2. Расчетная сейсмическая нагрузка представляет собой условные статически приложенные силы S, вызывающие в конструкциях сооружения усилия, близкие к тем, какие возникают в них под действием максимальных инерционных сил во время землетрясения.

Сейсмические силы действуют на каждый элемент конструкции, так как все они обладают весом. Кроме веса конструкций и непосредственно на них расположенной нагрузки величина сейсмических сил зависит от сейсмичности района строительства и динамических характеристик сооружения или конструкции (периодов и форм свободных колебаний и затухания колебаний).

3. Сейсмичность района, для которого проектируется сооружение, характеризует возможную наибольшую силу землетрясения на данной территории и устанавливается по картам сейсмического районирования, учитывающим обычные средние грунтовые условия, встречающиеся в местах застройки (см. главу II-А.12-62 СНиП).

В одном и том же районе землетрясение проявляется в местностях со слабыми и водонасыщенными грунтами с большей интенсивностью, а в местностях, имеющих плотные и скальные грунты, с меньшей (рис. 1). Плотность грунта основания существенно влияет на величину сейсмической нагрузки на сооружение. Поэтому при наличии материалов по микросейсморайониро-

ванию они должны быть использованы для уточнения сейсмичности строительной площадки.

4. Сейсмические силы могут иметь любое направление в пространстве.

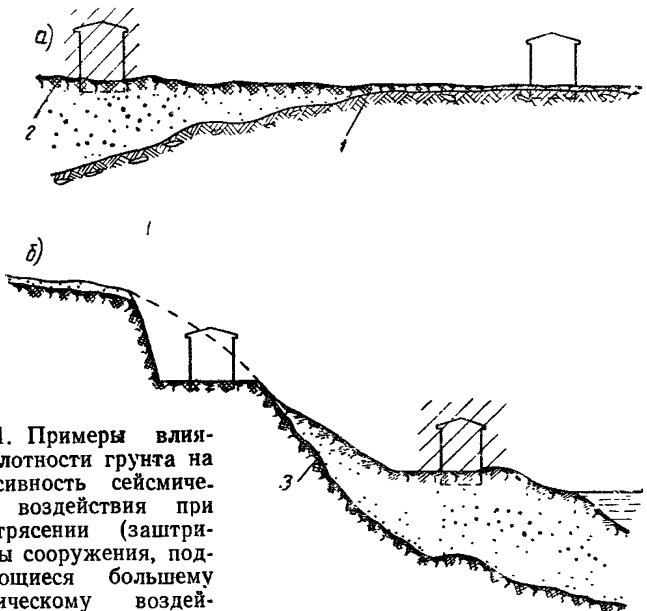


Рис. 1. Примеры влияния плотности грунта на интенсивность сейсмического воздействия при землетрясении (заштрихованы сооружения, подвергающиеся большему сейсмическому воздействию)

1 — более плотный грунт; *2* — менее плотный; *3*—скала

При расчете зданий и сооружений в целом (отсеков каменных или каркасных зданий, башен, мачт и др.) и при расчете их основных конструкций (стен, простенков, конструкций каркаса или его заполнения и т. п.) сейсмические силы, как правило, принимаются действующими горизонтально в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. Принято считать, что сейсмическая нагрузка в обоих направлениях действует независимо одна от другой.

Вертикальное воздействие сейсмических сил на сооружение обычно является менее опасным, так как в отличие от горизонтального воздействия оно не вызывает существенного изменения того характера распределения усилий в конструкциях, который устанавливается под

действием обычной вертикальной нагрузки. Кроме того, вследствие непродолжительного действия сейсмической нагрузки повышается несущая способность большинства строительных материалов, благодаря чему конструкции, рассчитанные на обычную вертикальную нагрузку, усиливать не требуется.

Б. НАГРУЗКА НА СООРУЖЕНИЯ

5. Расчет зданий и сооружений на действие сейсмических сил должен производиться в направлениях главных осей (в продольном и поперечном) и соответственно в этих направлениях должна быть определена сейсмическая нагрузка.

Если периоды свободных колебаний сооружения в продольном и поперечном направлениях отличаются друг от друга на незначительную величину (примерно 10%), то можно считать, что сейсмическая нагрузка на такое сооружение в обоих направлениях одинакова.

6. Сейсмическая нагрузка является результатом действия инерционных сил, возникающих при колебаниях сооружения, и зависит от периодов и форм его свободных колебаний, которые определяются методами динамики сооружений. Некоторые наиболее распространенные из этих методов, а также готовые формулы для основных типов сооружений приведены в приложении II.

7. Периоды и формы свободных колебаний сооружения в каком-либо направлении так же, как и соответствующая сейсмическая нагрузка, вычисляются на основе динамической расчетной схемы сооружения. Такая расчетная схема представляется в виде консольной упругой системы, на которой выявлены распределение веса (массы) сооружения по высоте и жесткость его основных конструкций в рассматриваемом направлении. Нагрузка и горизонтальная жесткость определяются, как правило, для всего сооружения в целом. Если же здание или сооружение расчленено на отдельные отсеки, то рассчитывается каждый отсек в отдельности (рис. 2).

Обычно в динамической расчетной схеме вес сооружения принимают сосредоточенным в нескольких уровнях, которые определяются характером конструкций и расположением нагрузок. В этом случае рассматриваются горизонтальные поступательные колебания одного направления, поэтому количество сосредоточенных масс

определяет число степеней свободы системы. На рис. 3 изображена расчетная схема одного из отсеков четырехэтажного здания, представляющая собой систему с пятью степенями свободы. Сосредоточенные массы приняты в уровнях этажных перекрытий. Каждая нагрузка Q_k включает в себя вес конструкций соответствующего перекрытия, вес временной нагрузки на него, вес стен, перегородок и других конструкций в пределах половины высоты примыкающих этажей (верхнего и нижнего) Жесткость в горизонтальном направлении вертикальных конструкций, соединяющих массы, соответственно равна на каждом уровне общей горизонтальной жесткости стен, перегородок и колонн отсека.

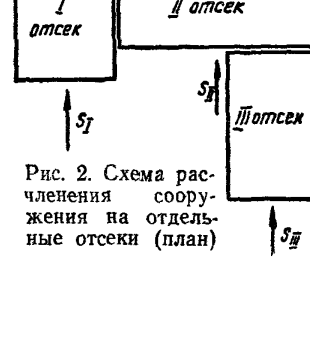


Рис. 2. Схема расчленения сооружения на отдельные отсеки (план)



Рис. 3. Расчетная схема четырехэтажного здания

С целью упрощения вычислительной работы за расчетную схему сооружения целесообразно принимать систему по возможности с меньшим числом степеней

свободы, однако при этом не должны искажаться динамические особенности сооружения.

8. Сейсмическая сила $S_k(t)$ в какой-либо точке сооружения k, где сосредоточена масса весом Q_k, может быть представлена формулой (1) как сумма сил, соот-

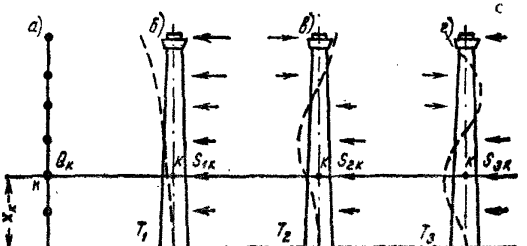


Рис. 4. Три низшие формы свободных колебаний дымовой трубы и схемы соответствующей им сейсмической нагрузки

а — расчетная схема дымовой трубы; *б*, *в*, *г* — первая, вторая и третья формы ее свободных колебаний

ветствующих всем формам свободных колебаний системы (рис. 4), количество которых равно числу ее степеней свободы

$$S_k(t) = \sum_i S_{ik}(t) = \sum_i Q_k K_c \beta_i(t) \eta_{ik}, \qquad (1)$$

где $S_{ik}(t)$ — действующая в точке k и изменяющаяся во времени сейсмическая сила, соответствующая i-му главному направлению (i-й форме свободных колебаний системы);

Q_k — вес массы, вызывающей инерционную силу (вертикальная нагрузка), сосредоточенной, согласно расчетной схеме, в точке k;

K_c — коэффициент сейсмичности, значение которого принимается по табл. 2;

$\beta_i(t)$ — коэффициент динамичности, соответствующий каждой форме свободных колебаний рассчитываемого сооружения и изменяющийся во времени;

η_{ik} — коэффициент формы колебаний, который учитывает, что точки, расположенные на разной высоте x_j, имеют неодинаковую амплитуду колебаний X_{ij} (рис. 5) и, следовательно, разные ускорения; коэффициент η_{ik} зависит от формы деформации сооружения (системы) при его свободных колебаниях по i-й форме, а также от уровня рассматриваемой точки k и определяется по формуле

$$\eta_{ik} = \frac{X_{ik} \sum_{j=1}^{n} Q_j X_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} Q_j X_{ij}^2}, \qquad (2)$$

в которой X_{ik} и X_{ij} — отклонения системы от положения равновесия при свободных колебаниях в рассматриваемой точке k и во всех точках j, где в соответствии с расчетной схемой сооружения принята сосредоточенной его масса.

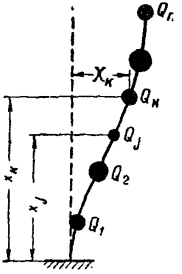


Рис. 5. Схема деформации сооружения при горизонтальных колебаниях

Коэффициенты η_{ik} представляют разложение в ряд по формам свободных колебаний i сейсмической (инерционной) нагрузки, действующей на сооружение в уровне k. Поэтому имеет место равенство

$$\sum_i \eta_{ik} = 1. \qquad (3)$$

9. Максимальная сейсмическая сила в точке k, соответствующая какому-либо одному i-му тону свободных колебаний сооружения, определяется по формуле

$$S_{ik} = Q_k K_c \beta_i \eta_{ik}. \qquad (1')$$

Здесь Q_k — вес массы, вызывающей инерционную силу, которая принята сосредоточенной в точке k.

Нагрузка Q_k складывается из веса элементов сооружения, полезной нагрузки на конструкции, собственного веса постоянного оборудования, нагрузки от снега и т. п. При вычислении величины Q_k принимаются следующие значения коэффициента перегрузки (табл. 1).

Таблица 1

Значения коэффициента перегрузки

№ п/п	Вид нагрузки	Коэффициент перегрузки
1	Собственный вес (включая постоянное оборудование)	1
2	Снеговая нагрузка	0,8
3	Полезная нагрузка:	
	а) хранилища, склады, элеваторы . .	1
	б) жилые и общественные здания . .	0,8
	в) промышленные здания (кроме постоянного оборудования)	0,8

Во всех неоговоренных в табл. 1 случаях коэффициент перегрузки принимается равным 0,8. При достаточном обосновании значение коэффициента перегрузки для полезных нагрузок может быть изменено.

K_c — коэффициент сейсмичности, принимаемый в зависимости от расчетной сейсмичности сооружения по табл. 2.

Таблица 2

Значения коэффициента сейсмичности

Расчетная сейсмичность в баллах	7	8	9
Значение K_c	0,025	0,05	0,1

Расчетная сейсмичность сооружения определяется по табл. 3 в зависимости от сейсмичности строительной площадки и назначения сооружения.

β_i — коэффициент динамичности, отвечающий максимальному значению $\beta_i(t)$ в формуле (1). Величина β_i зависит от периода i-го тона свободных колебаний сооружения T_i, а также от затухания колебаний в конструкциях и грунте.

Для большинства сооружений, в конструкциях которых при колебаниях преобладают деформации сдвига (благодаря чему они имеют сравнительно большой коэффициент потери энергии при колебаниях—$\Psi \approx 0{,}6$), ко-

Таблица 3

Таблица расчетной сейсмичности сооружений

№ п/п	Характеристика постройки	Расчетная сейсмичность по строительной площадке в баллах		
		7	8	9
1	Монументальные сооружения, а также особо ответственные здания и сооружения союзного и республиканского значения[1]	8	9	*
2	Здания и сооружения, за исключением указанных в пп. 3, 4 и 5	7	8	9
3	Одноэтажные здания: административные, торговые, коммунальные и жилые квартирные . . .	7	7	8
4	Одноэтажные производственные здания с числом работающих не более 50 человек, не содержащие особо ценного оборудования, здания энергетической сети местного значения, а также постройки для содержания ценных пород животных	7	7	8
5	Здания и сооружения, разрушение которых не связано с гибелью людей, порчей ценных материалов и оборудования, а также временные и животноводческие постройки, кроме указанных в п. 4	Без учета сейсмических воздействий		

1 Здания и сооружения, которые следует считать отнесенными к этой группе, утверждаются Госстроем СССР или госстроями союзных республик.
*Эти здания и сооружения должны проектироваться как конструкции повышенной сейсмостойкости и рассчитываться при дополнительном коэффициенте перегрузки 1,5.

эффициент β_i определяется по графику на рис. 6 или по формуле

$$\beta_i = \frac{0{,}9}{T_i}, \qquad (4)$$

где T_i — численное значение периода свободных колебаний сооружения в сек.; коэффициент β_i в этом случае принимается не менее 0,6 и не более 3.

При расчете сооружений, деформация которых определяется главным образом изгибом конструкций, например высоких сооружений с небольшими размерами в плане (башни, мачты, дымовые трубы) и других им

аналогичных сооружений, обладающих сравнительно небольшим затуханием колебаний ($\Psi \approx 0{,}3$), определяемый выше коэффициент β_i увеличивается в 1,5 раза.

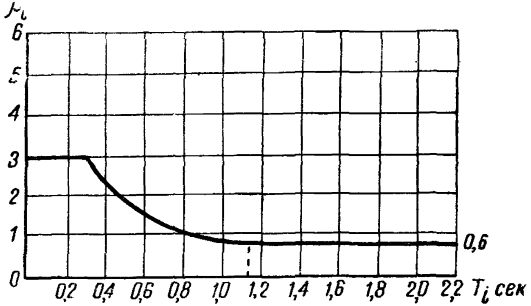


Рис. 6. График коэффициента динамичности β_i

Каркасные сооружения, стеновое заполнение которых не оказывает существенного влияния на их деформативность, рассчитываются с коэффициентом β_i, увеличенным также в 1,5 раза, в случае, если отношение высоты стоек в пределах этажа к их поперечному размеру больше или равно 25. Если это отношение не больше 15 — коэффициент β_i, определяемый по графику на рис. 6, не увеличивается. При промежуточных значениях отношения высоты стоек к их поперечному размеру значение β_i принимается по интерполяции;

η_{ik} — коэффициент формы колебаний сооружения (рис. 5), вычисляется по формуле (2).

10. Расчет многих типов сооружений (низких и средней этажности зданий с несущими стенами, водонапорных башен, зданий с «гибким» первым этажом, одноэтажных цехов, имеющих покрытие в одном уровне, и др.), за исключением упомянутых в п. 11, допускается производить с учетом только основного тона колебаний. В этом случае коэффициенты β_i и η_{ik} в формуле (1′) соответствуют первой форме свободных колебаний сооружения ($i = 1$).

Первую форму свободных колебаний приближенно можно считать подобной деформации сооружения под действием сил веса Q_j, направленных горизонтально

$$X_{1k} = \sum_{j=1}^{n} Q_j \delta_{kj}, \qquad (5)$$

где X_{1k} — приближенная ордината формы основного тона колебаний сооружения в точке k;

Q_j — вес массы, принятой сосредоточенной в точке j;

δ_{kj} — перемещения конструкции в точке k под действием единичной силы, приложенной в точке j;

n — количество точек по высоте сооружения, в которых принята сосредоточенной его масса.

Период колебаний основного тона T_1 приближенно вычисляется по формуле

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\sum\limits_{j=1}^{n} Q_j X_{1j}^2}{g \sum\limits_{j=1}^{n} Q_j X_{1j}}}. \qquad (6)$$

При расчете жестких зданий со сложной конструктивной схемой, определение периода и формы свободных колебаний которых вызывает значительные трудности, допускается принимать значение $\beta_1 = 3$, а коэффициент η_{1k} вычислять по упрощенной формуле:

$$\eta_{1k} = \frac{x_k \sum\limits_{j=1}^{n} Q_j x_j}{\sum\limits_{j=1}^{n} Q_j x_j^2}, \qquad (2')$$

где x_k и x_j — высоты от основания сооружения до уровней расположения рассматриваемой точки k и всех точек j, в которых принята сосредоточенной масса сооружения.

При расчете зданий с жесткой конструктивной схемой высотой до пяти этажей — каменных, в которых поперечные стены расположены не реже чем через 15 *м*, и крупнопанельных — величины произведения коэффициентов $\beta_1 \eta_{1k}$ могут быть приняты по табл. 4 (для четырех и пятиэтажных крупнопанельных зданий значения указаны в скобках).

11. С учетом высших форм колебаний (см. рис. 7) необходимо рассчитывать сооружения, высота которых превышает размеры в плане более чем в 5 раз и преобладающая масса не является сосредоточенной в одном

Таблица 4

Значения произведения $\beta_1\eta_{1k}$ для зданий с несущими стенами

Этажи	Количество этажей в здании				
	1	2	3	4	5
Первый	3,4	2,7	1,9	1,3(1,5)	1 (1,3)
Второй	—	3,8	3,3	2,4(2,7)	1,8(2,4)
Третий	—	—	3,8	3,2(3,6)	2,5(3.2)
Четвертый	—	—	—	3,4(3,8)	2,9(3.7)
Пятый	—	—	—	—	3 (3,8)

Примечание. При наличии в здании подвала горизонтальная сейсмическая сила в уровне его перекрытия принимается равной $K_c Q_п$, где $Q_п$ – вес части здания, заключенной в пределах между двумя горизонтальными сечениями, проходящими по середине высот первого и подвального этажей (вес, отнесенный к уровню перекрытия подвала).

уровне (башни, мачты, дымовые трубы и др.), сооружения, жесткость которых значительно увеличивается к основанию, а также каркасные сооружения, имеющие при периоде основного тона колебаний, большем 0,5 сек., значительные пролеты или высоты ярусов и вообще сложное объемно-конструктивное решение.

Расчетные усилия в конструкциях при учете высших форм колебаний рекомендуется определять по формуле (7) как среднеквадратичное значение из усилий, соответствующих каждой учитываемой форме колебаний, при этом все усилия, кроме максимального в данном сечении, принимаются с коэффициентом 0,7.

$$N_р = \sqrt{N_{max}^2 + 0{,}5\sum_i N_i^2}, \qquad (7)$$

где $N_р$ — расчетное значение усилия (поперечной силы, изгибающего момента или др.) в рассматриваемом сечении от действия сейсмической нагрузки;

N_{max} — наибольшее значение данного вида усилия в рассматриваемом сечении, определяемое из сопоставления эпюр, построенных от действия сейсмических сил, отвечающих отдельным формам свободных колебаний сооружения (рис. 7);

N_i — значения усилия в том же сечении по другим эпюрам (кроме значения N_{max}); суммирование производится по всем эпюрам данного

усилия, кроме эпюры, которой отвечает максимальное значение усилия N_{max}.

Усилия в конструкции N_i и N_{max}, соответствующие отдельным формам свободных колебаний (рис. 7), определяются при условии статического действия на сооружение сейсмических сил S_{ik}, вычисленных по формуле (1)′.

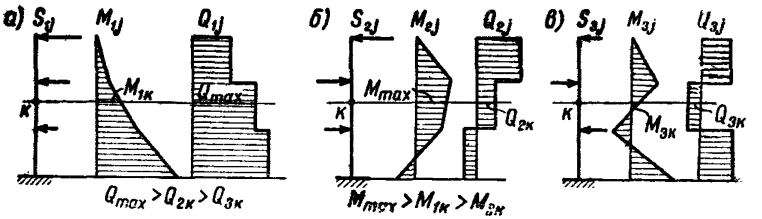


Рис. 7. Изгибающие моменты и поперечные силы, соответствующие первой (*а*), второй (*б*) и третьей (*в*) формы свободных колебаний сооружения

12. Принимая во внимание большую вычислительную работу и затруднения, которые могут возникнуть при определении периодов и форм высших тонов колебаний, их влияние на расчетные сейсмические усилия в ряде случаев может быть учтено приближенно на основании усилий, соответствующих первому тону колебаний сооружения.

Так, для высоких гибких сооружений башенного типа, поперечное сечение которых не намного изменяется по высоте, можно принять, что высшие формы колебаний увеличивают изгибающий момент в основании на 25% ($M_{осн} = 1{,}25\ M_1$). Можно также считать, что на высоте 0,75 H изгибающий момент равен 25% от расчетного изгибающего момента в основании $M_{осн}$ (рис. 8).

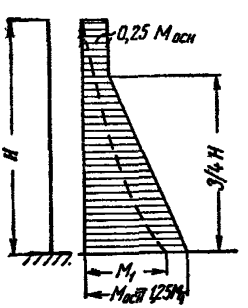


Рис. 8. Расчетная эпюра изгибающих моментов от сейсмических сил для высоких гибких сооружений башенного типа

Непосредственное определение высших форм колебаний и соответствующих им сейсмических сил и усилий необходимо, главным образом, при расчете таких сооружений, жесткость или масса которых сильно изменяется

по высоте и, в частности, увеличивается книзу. В последнем случае влияние высших форм на расчетные усилия может быть особенно значительным.

13. При расчете каркаса одноэтажных промышленных зданий (цехов) можно считать, что сейсмическая нагрузка, действующая на сооружение в уровне покрытия, определяется весом конструкций и временными нагрузками, расположенными выше середины высоты цеха.

В расчетной схеме зданий ТЭЦ, металлургических цехов и др., имеющих сравнительно легкое покрытие и тяжелые несущие стойки большой высоты, массу стоек, а также опирающихся на них конструкций и оборудования рекомендуется принимать сосредоточенной в нескольких уровнях. При расчете таких сооружений учитываются высшие формы колебаний.

Сейсмическую нагрузку от мостовых кранов можно учитывать при расчете цеха только в поперечном направлении. Монтажные краны обычно находятся на постоянной стоянке, поэтому сейсмическая нагрузка от них воспринимается только конструкциями, расположенными в этом месте. В цехах с рабочими мостовыми кранами на сейсмическую нагрузку, которая в этом случае принимается равной половине веса самого тяжелого крана, должна быть рассчитана каждая поперечная рама и подкрановая балка.

Каркасные цехи без внутренних стен (или при небольшом их количестве), у которых отношение высоты основных стоек к поперечному размеру больше 15, рассчитываются с коэффициентом β_i, увеличенным в соответствии с п. 9.

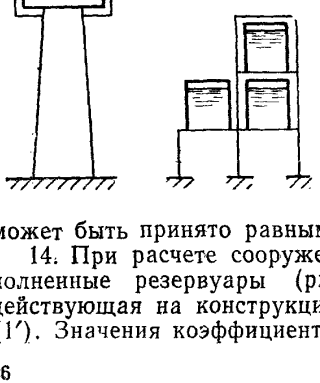


Рис. 9. Схемы сооружений, несущих резервуары

При расчете одноэтажных производственных зданий с большим количеством внутренних стен произведение $\beta\eta$ может быть принято равным 3,4.

14. При расчете сооружений, несущих частично заполненные резервуары (рис. 9), сейсмическая сила, действующая на конструкцию, вычисляется по формуле (1′). Значения коэффициентов β_i и η_{ik} определяются в

соответствии с пп. 9 и 10 как для обычных сооружений, при этом жидкое заполнение считается твердым телом. Вес каждой сосредоточенной массы принимается равным

$$Q_k = Q_{k\text{к}} + Q_{k\text{ж}} k_1, \tag{8}$$

где $Q_{k\text{к}}$ — вес элементов конструкций;

$Q_{k\text{ж}}$ — вес жидкости в уровне k;

k_1 — коэффициент, определяемый по графикам на рис. 10,*а* в зависимости от отношения высоты

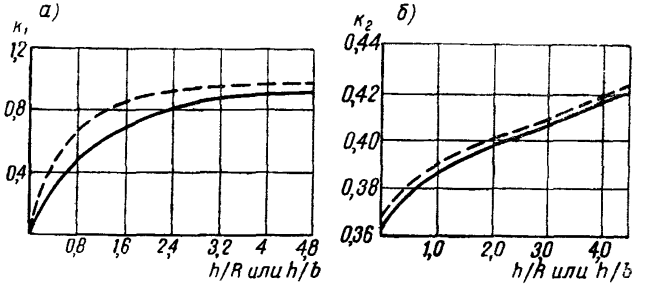


Рис. 10. Графики коэффициентов k_1 и k_2 для расчета сооружений с резервуарами

заполнения резервуара h к его радиусу R (для круглых резервуаров — сплошная линия) или к ширине b (для прямоугольных резервуаров — пунктирная линия).

Гидродинамическое давление жидкости на стенки резервуара, соответствующее i-му тону свободных колебаний сооружения, определяется по формулам:

а) для круглых резервуаров (на соответствующих графиках сплошные линии)

$$q_{\max}(z) = \frac{Q_{k\text{ж}} k_3}{\pi Rh} K_c \beta_i \eta_{ik}, \tag{9}$$

где k_3 — коэффициент, зависящий от высоты рассматриваемого слоя жидкости над уровнем днища z (рис. 11, *б*), определяемый по графикам на рис. 11, *а*.

Давление $q_{\max}(z)$ на любом уровне резервуара распределяется по закону синуса (рис. 11,*в*):

$$q(y) = q(z, \theta) = q_{\max}(z) \sin \theta. \tag{10}$$

Результирующая гидродинамических сил $q\ (z,\ y)$ вычисляется по формуле

$$S_{гдр} = Q_{kж}\, k_1 K_c \beta_i \eta_{ik}. \qquad (11)$$

Высота приложения силы $S_{гдр}$ над уровнем днища определяется формулой

$$z_c = hk_2, \qquad (12)$$

в которой k_2 — коэффициент, принимаемый по графику на рис. 10, *б* (сплошная линия).

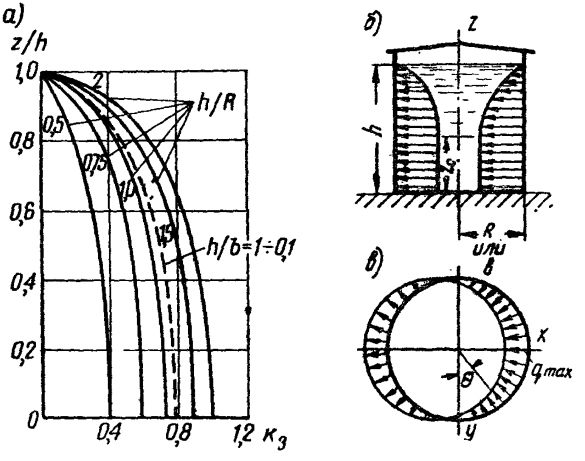


Рис. 11. График (*а*) для определения коэффициента k_3 и схемы распределения давления в вертикальном сечении резервуара (*б*) и в круглом резервуаре в плане (*в*)

Максимальное значение высоты волны в резервуаре вычисляется по формуле

$$H_{влн} = RK_c \beta_i \eta_{ik}; \qquad (13)$$

б) для прямоугольных резервуаров (на графиках пунктирные линии)

$$q(z) = \frac{Q_{kж}\, k_3}{bh} K_c \beta_i \eta_{ik}. \qquad (9')$$

Коэффициент k_3 находится по графику на рис. 11, *а*.

$$S_{\text{гдр}} = Q_{k\text{ж}} k_1 K_{\text{с}} \beta_i \eta_{ik}; \tag{11'}$$

$$z_{\text{с}} = hk_2, \tag{12'}$$

$$H_{\text{влн}} = \frac{b}{2} K_{\text{с}} \beta_i \eta_{ik} \tag{13'}$$

(коэффициенты k_1 и k_2 определяются по графикам на рис. 10, *а, б*).

Примечание. Формулы настоящего параграфа относятся к расчету резервуаров со свободной поверхностью жидкости, которая может прийти в волнообразное движение. В закрытых резервуарах, которые по условиям эксплуатации остаются все время заполненными, жидкость рассматривается просто как твердое тело.

15. Взаимодействие фундаментов сооружения с основанием (податливость грунта, протяженность конструкции и др.) в некоторых случаях может приводить к снижению сейсмической нагрузки. При достаточном обосновании этот эффект может учитываться в расчетах.

16. В некоторых работах[1] сейсмическую нагрузку на сооружения определяют пользуясь понятием приведенного ускорения $\tau_i(t)$. Расчетная сейсмическая сила в точке k в этом случае представляется выражением

$$S_k = \frac{Q_k}{g} \sum_{i=1}^{n} \eta_{ik} \tau_i(t). \tag{14}$$

Значение приведенного ускорения $\tau_i(t)$ определяется формулой

$$\tau_i(t) = \frac{2\pi}{T_i} \int_0^t \ddot{y}(\xi) e^{-\frac{\Psi}{2T_i}(t-\xi)} \sin \frac{2\pi}{T_i}(t-\xi)\, d\xi, \tag{15}$$

где $\ddot{y}(\xi)$ — вызванное землетрясением ускорение грунта основания сооружения, представленное второй производной по времени от функции, выражающей закон перемещения грунта $y_0(\xi)$;

ξ — время, обозначающее переменную интегрирования;

t — фиксированный момент времени определения амплитуды перемещения грунта;

Ψ — коэффициент относительной потери энергии при колебаниях, равный удвоенному логарифмическому декременту затухания ($\Psi \approx 2\delta$);

---

[1] В частности, Армянского научно-исследовательского института строительных материалов и сооружений (АИСМ).

e—основание натуральных логарифмов ($e=2{,}72$).

С величинами, принятыми в СНиП (глава II-А.12-62), приведенное ускорение связано выражением

$$\tau_i(t)|_{\max} = K_c g \beta_i. \tag{16}$$

17. Некоторыми институтами[1] предложена методика расчета с учетом высших форм колебаний, основанная на предположении, что напряженное состояние конструкций при сейсмическом воздействии близко к состоянию, возникающему при действии на сооружение однократного импульса. В этом случае приведенное ускорение $\tau_i(t)$ выражается формулой

$$\tau_i(t) = K_c g \beta_i e^{-\frac{\Psi}{2T_i}t} \sin\frac{2\pi}{T_i}t, \tag{17}$$

а расчетные усилия в конструкции определяются следующими выражениями:

$$\left.\begin{aligned} Q(x,t) &= \mathcal{Ж}(x)\sum_i \frac{X_i''(x)}{X_i(x)} \times \\ &\times \eta_i(x) K_c g \beta_i e^{-\frac{\Psi}{2T_i}t} \sin\frac{2\pi}{T_i}t; \\ M(x,t) &= \mathcal{Ж}(x)\sum_i \frac{X_i'(x)}{X_i(x)} \times \\ &\times \eta_i(x) K_c g \beta_i e^{-\frac{\Psi}{2T_i}t} \sin\frac{2\pi}{T_i}t, \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

где $X_i(x)$ — форма i-го тона свободных колебаний сооружения в виде функции с непрерывным параметром высоты x;

$X_i''(x)$ и $X_i'''(x)$ — вторая и третья производные от функции $X_i(x)$ по x;

$\eta_i(x)$ — коэффициент формы колебаний сооружения, вычисляемый по формуле (2);

$\mathcal{Ж}(x)$ — характеристика жесткости конструкции в сечении x; для конструкции, работающей на изгиб, $\mathcal{Ж}(x)=EJ(x)$; для конструкции, работающей на сдвиг, при определении поперечной силы $\mathcal{Ж}(x)=\frac{GF(x)}{k_1}$.

Расчетные значения $\tau_i(t)$ определяются для каждого тона колебаний путем подстановки такого значения t, которое дает максимальное выражение (17).

---

[1] В частности, Научно-исследовательским институтом по строительству АСиА СССР в Ташкенте и Армянским научно-исследовательским институтом стройматериалов и сооружений (АИСМ).

Следует иметь в виду, что в том случае, если усилия в конструкции вычисляются, минуя определение сейсмической нагрузки, по формулам (18) через производные функции $X_i(x)$, то даже небольшие погрешности в определении формы колебаний сооружения $X_i(x)$ могут приводить к большим ошибкам в значениях самих усилий $Q(x)$ и $M(x)$. Поэтому пользоваться такой методикой можно лишь в том случае, когда есть уверенность, что функция $X_i(x)$ характеризует деформацию сооружения при свободных колебаниях достаточно правильно.

В. РАСЧЕТ СОЕДИНЕНИЙ И НЕОСНОВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

18. Стыки конструкций и элементы соединений — например, анкерные болты крепления башен, вышек, труб, колонн к фундаментам (рис. 12), соединения конструк-

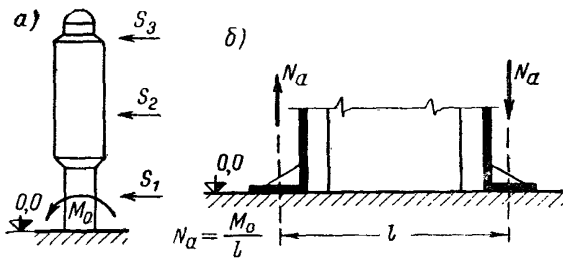


Рис. 12. Схема действия сейсмических сил на сооружение (*а*) и усилия в анкерах (*б*)

ций несущих каркасов (рис. 13) и др. — рассчитываются на усилия, возникающие в этих соединениях при действии на конструкцию расчетных сейсмических сил, определяемых работой сооружения в целом.

В тех случаях, когда действующие в соединении усилия не могут быть найдены из рассмотрения работы всего сооружения, сейсмические силы принимаются направленными так, чтобы они вызывали срез или растяжение в этих соединениях, а значение произведения коэффициентов $\beta\eta$ считают равным 5. При расчете же металлических деталей, соединяющих элементы деревянных конструкций, произведение коэффициентов $\beta\eta$ допускается принимать равным 1.

19. Величина сейсмической силы, действующей на отдельные элементы сооружения, которые не являются его основными несущими конструкциями, для расчета

как самих этих элементов, так и их креплений определяется по формуле (1′); значение произведения $\beta\eta$ в этом случае принимается в соответствии с пп. 20—22.

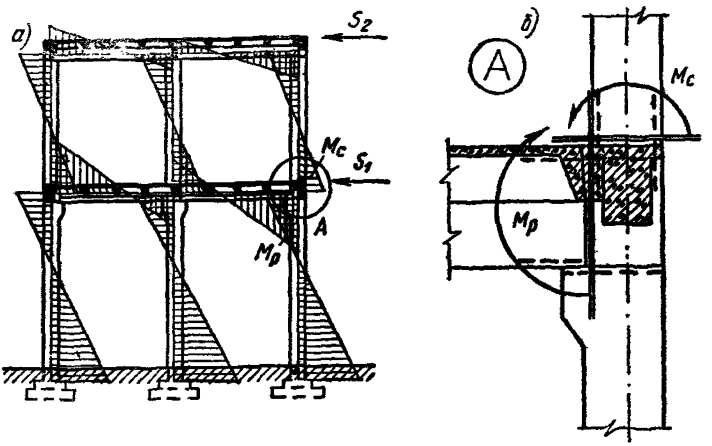


Рис. 13. Эпюра моментов в раме от сейсмической нагрузки (*а*) и схема усилий в соединении элементов (*б*)

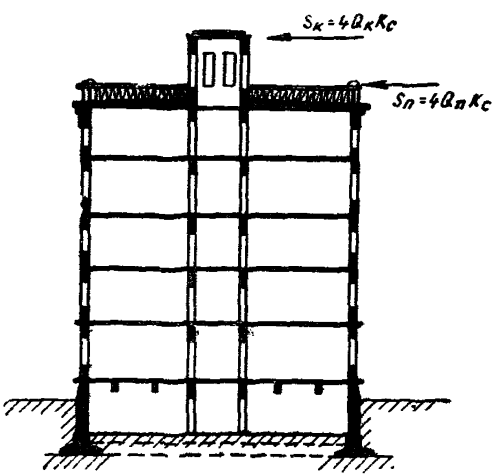


Рис. 14. Сейсмические силы, действующие на конструкции, возвышающиеся над сооружением

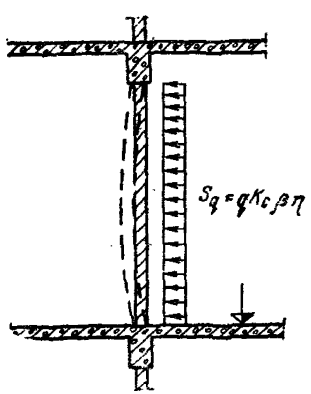


Рис. 15. Схема сейсмической нагрузки из плоскости стены на панель заполнения каркасного здания

20. При расчете возвышающихся над зданиями конструкций с относительно малым поперечным сечением и незначительной массой (башен, фронтонов, парапетов, балюстрад и т. п., рис. 14) значение произведения коэффициентов $\beta\eta$ принимают равным 4.

21. При расчете стен каркасных зданий и перегородок в направлении, перпендикулярном их плоскости (рис. 15), произведение коэффициентов $\beta\eta$ принимается таким же, как для соответствующего уровня здания, но не меньшим 2. Аналогично можно поступать и при расчете креплений технологического, вентиляционного, санитарно-технического и другого оборудования (рис. 16).

22. Расчет заделки в стену балконов, козырьков над входными дверями и других консольных конструкций надлежит производить на действие вертикальных сейсмических сил, при этом произведение $\beta\eta$ принимают равным 5 (рис. 17).

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НА ДЕЙСТВИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИЛ

23. Сейсмические силы в сочетании с другими силами и нагрузками относятся к особым воздействиям. Расчет прочности конструкций производится на одновременное действие сейсмических сил, собственного веса, полезной и снеговой нагрузок; соответствующие коэффициенты перегрузки даны в табл. 1.

Ветровая нагрузка (за исключением случаев, когда она является основной), динамическое воздействие оборудования, тормозные и боковые усилия от движения кранов, а также инерционные силы от грузов на гибких подвесах, если длина последних более 1 *м*, при расчете конструкций на сейсмические силы не учитываются. Ветровая нагрузка должна учитываться при расчете сооружений, для которых она является основной; считается, что одновременно с полной сейсмической нагрузкой действует 30% расчетной ветровой.

24. Горизонтальные поперечные силы и изгибающие моменты для каждого уровня сооружения определяются эпюрами, построенными по вычисленным сейсмическим силам (см. рис. 7).

При учете высших форм свободных колебаний значения расчетных усилий вычисляются согласно пп. 11 и 12.

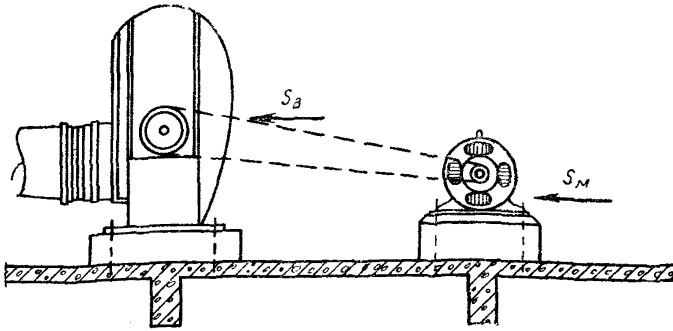


Рис. 16. Схема действия сейсмических сил на оборудование

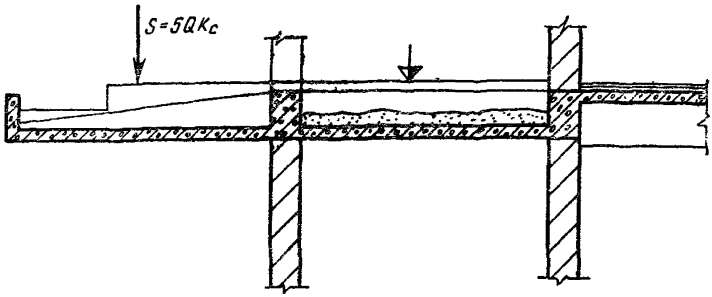


Рис. 17. Сейсмическая нагрузка на консольную конструкцию

Проверку прочности конструкций сооружения следует производить, как правило, в двух взаимно-перпендикулярных горизонтальных направлениях в соответствии с найденной сейсмической нагрузкой, предполагая, что сейсмические силы в обоих направлениях действуют статически и взаимно независимо (рис. 18).

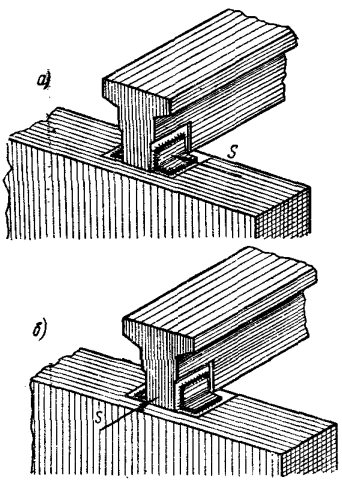


Рис. 18. Схемы действия сейсмической нагрузки при расчете стыка

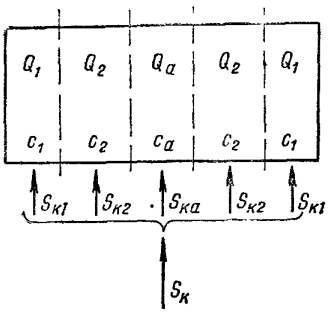


Рис. 19. Схема распределения сейсмической нагрузки в уровне жесткого перекрытия между отдельными вертикальными конструкциями

25. Большинство сооружений представляет собой ряд вертикальных конструкций, объединенных горизонтальными связями (диафрагмами) той или иной конструкции в одну структуру. Для определения усилий в элементах такого сооружения общая сейсмическая нагрузка на него должна быть распределена между отдельными вертикальными конструкциями.

При расчете зданий, перекрытия которых могут считаться жесткими дисками, в случае симметричного расположения масс и жесткостей конструкций в плане распределение сейсмической силы S_k между вертикальными конструкциями в уровне какого-либо перекрытия может производиться пропорционально их жесткости на этаж (рис. 19):

$$S_{ka} = \frac{S_k}{c_k} c_{ka}, \qquad (19)$$

где S_{ka} — часть общей сейсмической силы S_k, приходящаяся на конструкцию a;

c_{ka} — жесткость рассматриваемой конструкции a на уровне k-го этажа;

c_k — общая жесткость конструкций на уровне k;

$$c_k = \sum_{a=1}^{n_1} c_{ka} .$$

В случае, если центр жесткости сооружения не совпадает в плане с центром его массы (несимметричное распределение масс или жесткостей), то при расчете необходимо учитывать влияние поворота сооружения (рис. 20). Для конструкции, расположенной на расстоя-

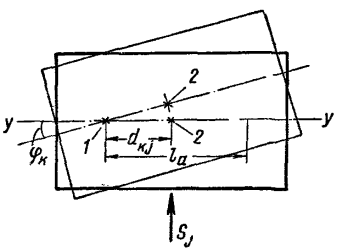


Рис. 20. Поворот в плане сооружения, имеющего эксцентрицитет между центрами массы и жесткости

1 — центр жесткости; *2* — центр массы

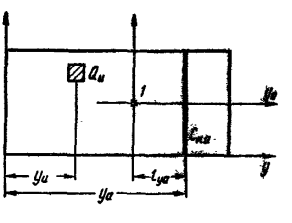


Рис. 21. К определению центров массы и жесткости здания в плане

нии l_a от центра жесткости, полная горизонтальная сила с учетом поворота может быть определена по формуле

$$S_{\text{полн}} = S_{ka} \pm \frac{c_{ka}\, l_a}{K_{k\varphi}} \sum_{j=k}^{n} S_j d_{kj}, \qquad (20)$$

где S_{ka} — сейсмическая сила, действующая на рассматриваемую конструкцию a в уровне k без учета поворота сооружения;

S_j — сейсмическая сила, действующая на сооружение в уровне k и во всех более высоких уровнях ($j \geqslant k$);

d_{kj} — расстояние между центром жесткости соору-

жения в уровне k и центрами его массы в уровне k и во всех более высоких уровнях ($j \geqslant k$);

c_{ka} — жесткость рассматриваемой конструкции a в уровне k;

l_a — расстояние от центра жесткости k-го этажа до рассматриваемой конструкции a;

$K_{k\varphi}$ — угловая горизонтальная жесткость сооружения в уровне k-го перекрытия.

Расположение центра массы здания относительно крайней оси в плане (рис. 21) на каком-либо уровне может быть найдено по формуле

$$y_{\text{м}} = \frac{\sum\limits_{u=1}^{n_1} Q_u y_u}{\sum\limits_{u=1}^{n_1} Q_u}, \tag{21}$$

где Q_u — нагрузки, принимаемые сосредоточенными в отдельных точках плана сооружения;

y_u — расстояние от крайней оси до соответствующей нагрузки Q_u.

Суммирование производится по всем точкам, где принята сосредоточенная нагрузка.

Расположение центра жесткости сооружения относительно той же крайней оси (см. рис. 21) можно определить по формуле

$$y_{\text{ж}} = \frac{\sum\limits_{a=1}^{n_2} c_{ka} y_a}{\sum\limits_{a=1}^{n_2} c_{ka}}, \tag{22}$$

где c_{ka} — жесткость в направлении этой оси каждой вертикальной конструкции a на уровне k;

y_a — расстояния от крайней оси до соответствующей конструкции a.

Суммирование в формуле (22) производится по всем вертикальным конструкциям.

Аналогично вычисляется положение центра массы и центра жесткости конструкций относительно другой оси сооружения.

Угловая жесткость здания $K_{k\varphi}$ в уровне k определяется формулой

$$K_{k\varphi} = \sum_{a=1}^{n_1} (c_{ka}^{y} l_{xa}^{2} + c_{ka}^{x} l_{ya}^{2}), \qquad (23)$$

в которой c_{ka}^{x} и c_{ka}^{y} — жесткости каждой вертикальной конструкции в уровне k соответственно в продольном и поперечном направлениях; l_{xa} и l_{ya} — расстояния каждой вертикальной конструкции соответственно до продольной и поперечной осей, проведенных через центр жесткости сооружения (см. рис. 21).

Суммирование в формуле (23) производится по всем вертикальным конструкциям (стены, стойки каркаса и т. п.).

26. При расчете конструкций сооружений, горизонтальные связи в которых жесткими дисками считаться не могут (например, зданий с деревянными перекрытиями или с перекрытиями, сильно ослабленными большими отверстиями), распределение горизонтальной нагрузки между отдельными вертикальными конструкциями можно производить по их грузовым площадям. При проектировании таких сооружений жесткость вертикальных конструкций на участках с различной нагрузкой целесообразно подбирать так, чтобы периоды свободных колебаний таких участков (если их рассматривать самостоятельно) были близки между собой.

27. С учетом деформативности перекрытия сейсмическая сила S_k распределяется между параллельно работающими конструкциями по формуле

$$S_{ka} = \nu_1 \frac{c_{ka}}{c_k} S_k + \nu_2 S_{Qa}, \qquad (24)$$

где S_{ka} — сейсмическая сила, приходящаяся на рассматриваемую конструкцию a в уровне k;

c_{ka} — жесткость этой конструкции в уровне k;

c_k — общая жесткость всех конструкций в уровне k;

S_{Qa} — часть общей сейсмической силы S_k, приходящаяся на конструкцию a при распределении ее по грузовым площадям;

ν_1 и ν_2 — коэффициенты, значения которых зависят от вида перекрытия: при монолитных железобетонных перекрытиях $\nu_1 = 0{,}9$ и $\nu_2 = 0{,}1$; при сборных перекрытиях с монолитными обвязками $\nu_1 = 0{,}6$ и $\nu_2 = 0{,}4$; при деревянных перекрытиях $\nu_1 = 0{,}1$ и $\nu_2 = 0{,}9$.

28. Сейсмическая нагрузка, приходящаяся на торцовые стены вытянутых в плане одноэтажных каркасных цехов без внутренних стен, учитывая деформативность плиты покрытия, может быть определена по формуле

$$S_{т.с} = S(1 - n_1 c_р \lambda_ц), \qquad (25)$$

где S — сейсмическая нагрузка, вычисленная для цеха как системы с одной степенью свободы, в *т*;

$c_р$ — жесткость одной поперечной рамы в *т/м*;

n_1 — количество поперечных рам цеха;

$\lambda_ц$ — коэффициент, зависящий от жесткости торцовых стен и плиты покрытия в своей плоскости; определяется по графикам на рис. 22 (сплошная линия — для монолитного покрытия, пунктирная — для сборного замоноличенного) в зависимости от отношения длины цеха l к его ширине b.

Примечание. Если расчет ведется в *кг* и *см*, то значения $\lambda_ц$, найденные по графику, уменьшаются в 10 раз.

Между торцовыми стенами нагрузка $S_{т.с}$ распределяется пропорционально их жесткости $c_{т.с_1}$ и $c_{т.с_2}$. Если прочность стен достаточна, чтобы воспринять эту нагрузку, то на каждую поперечную раму в уровне ригеля приходится сейсмическая сила, равная

$$S_р = 1{,}2\, S c_р \lambda_ц. \qquad (26)$$

29. При распределении сейсмической силы между несущими стенами каменных зданий и при проверке прочности этих стен можно считать, что сейсмические силы воспринимаются только стенами, расположенными вдоль направления действующих сил. На стены другого направления сейсмическая нагрузка не передается (рис. 23).

Распределение горизонтальной силы, действующей в плоскости стены, между отдельными простенками производится пропорционально их жесткости. Жесткость

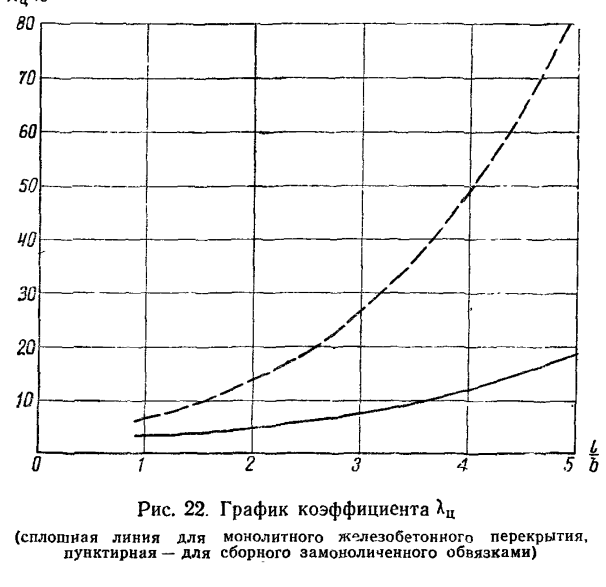


Рис. 22. График коэффициента $\lambda_ц$

(сплошная линия для монолитного железобетонного перекрытия, пунктирная — для сборного замоноличенного обвязками)

каждого из них с учетом деформаций изгиба и сдвига может быть определена по формуле

$$c_{пр} = E_0 d_{ст} \mu, \qquad (27)$$

где E_0 — модуль упругости материала простенка при сжатии;

$d_{ст}$ — толщина простенка;

μ — коэффициент, учитывающий деформации сдвига и изгиба в простенке, определяемый по графику на рис. 24 в зависимости от отношения высоты простенка $h_{пр}$ к его ширине $b_{пр}$.

30. Поперечные и продольные стены или аналогичные им конструкции кроме расчета в своей плоскости (рис. 23) должны быть проверены на изгиб в перпендикулярном направлении (рис. 25, *а*, *б*). Места пересече-

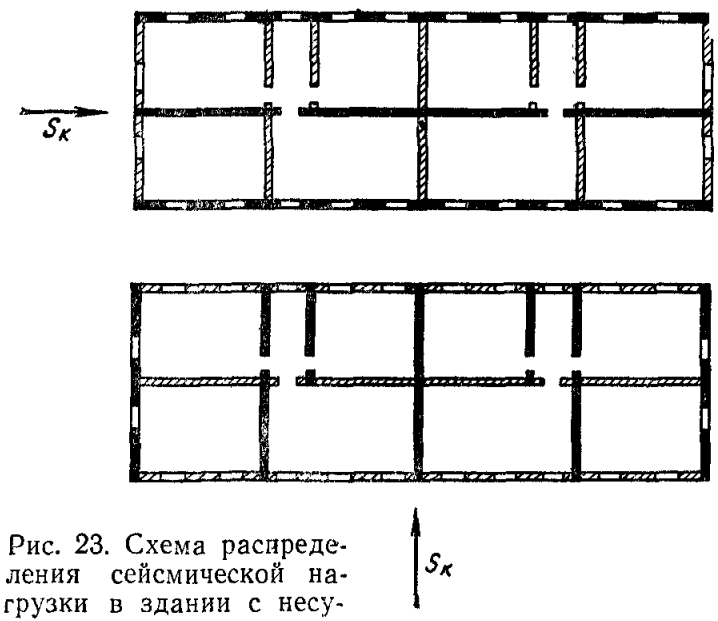


Рис. 23. Схема распределения сейсмической нагрузки в здании с несущими стенами

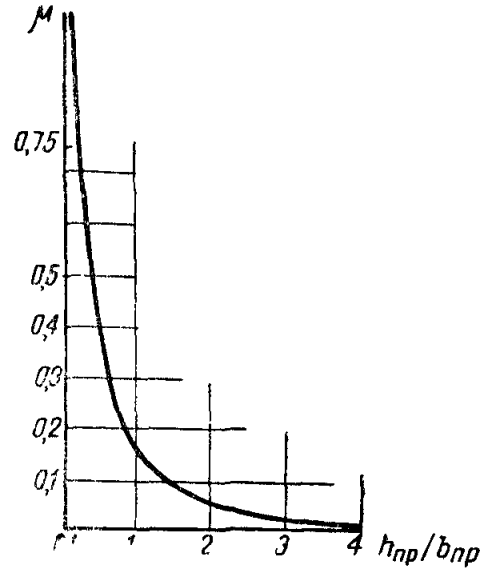


Рис. 24. График коэффициента μ

ния стен в плане проверяются расчетом на отрыв и срез (рис. 25, *в*).

31. В каркасных сооружениях сейсмическая нагрузка распределяется между каркасом и заполнением (сте-

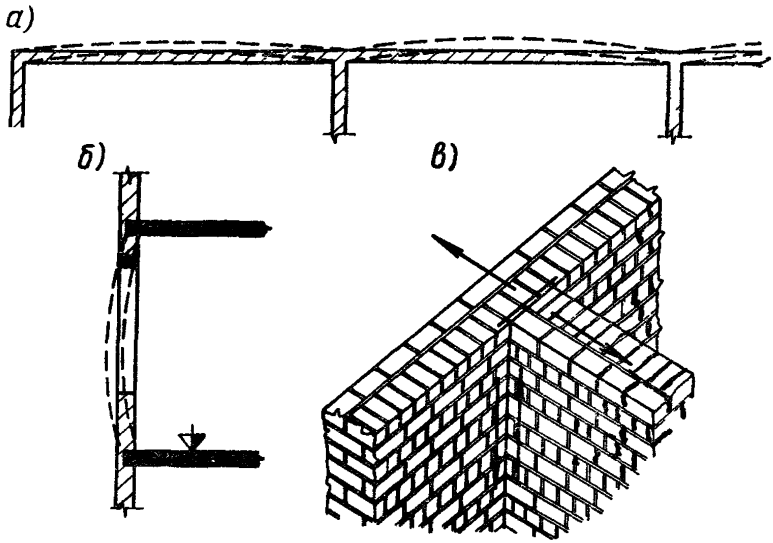


Рис. 25. Деформация стен из своей плоскости при сейсмическом воздействии (*а* и *б*) и схема усилий в местах пересечения стен (*в*)

нами) пропорционально их жесткостям[1]. Вследствие значительной жесткости заполнения на него обычно приходится преобладающая часть сейсмической нагрузки. Учитывая, что прочность заполнения сравнительно небольшая, для расчета каркасного сооружения может быть принята одна из следующих предпосылок:

1) в результате сейсмического воздействия стены (заполнение каркаса) не должны быть разрушены или иметь значительных повреждений;

[1] Распределение сейсмической нагрузки между каркасом и заполнением, в частности, может быть произведено так, как это рекомендуется в брошюре «Пример расчета многоэтажного каркасного здания со стеновым заполнением и без него на сейсмические воздействия и указания к примеру расчета».

2) конструкции заполнения могут иметь повреждения или разрушения.

Принимая первую предпосылку, несущая способность каркаса и заполнения должны быть достаточны, чтобы воспринять приходящуюся на них часть сейсмической нагрузки. Вторая предпосылка может быть принята лишь при проектировании сооружений, повреждение которых не представляет опасности для людей и ценных материалов (оборудования). В этом случае сейсмическая нагрузка на каркас определяется по формуле

$$S = (0{,}2 + 0{,}8\lambda) S_k, \qquad (28)$$

где λ — отношение жесткости каркаса с поврежденным заполнением к жесткости здания с неповрежденным заполнением; жесткость поврежденных элементов заполнения разрешается считать равной 25% их первоначальной жесткости; значение λ не принимается меньшим 0,35 ($\lambda \geqslant 0{,}35$).

Полученная по формуле (28) нагрузка не должна быть меньшей, чем нагрузка, вычисленная для каркаса без учета жесткости заполнения при обычном значении β (без коэффициента 1,5).

32. При расчете на прочность стальных и деревянных конструкций, помимо общих коэффициентов условий работы, принимаемых в соответствии со СНиП, ввиду небольшой продолжительности действия сейсмической нагрузки учитывается дополнительный коэффициент условий работы $m_c = 1{,}4$.

Для бетонных и железобетонных конструкций (обычных и предварительно напряженных)[1], а также каменных при расчете на сжатие указанный дополнительный коэффициент принимается равным $m_c = 1{,}2$.

При расчете каменных конструкций на сдвиг и растяжение и таких сечений железобетонных конструкций, в которых стыкуется вся рабочая арматура, включая сварные стыки сборных железобетонных элементов, если

---

[1] При применении предварительно напряженных железобетонных конструкций расчетный разрушающий момент в них должен быть больше момента, вызывающего образование трещин, не менее чем на 25% и, кроме того, должны выполняться конструктивные требования п. 34.

они определяют несущую способность конструкции, коэффициент m_c принимается равным 1.

33. Элементы строительных конструкций и их соединения следует стремиться проектировать так, чтобы конструкция была способна до разрушения претерпевать значительные пластические деформации. Например, наиболее ответственные сечения железобетонных конструкций рекомендуется конструировать так, чтобы их прочность определялась прочностью арматуры, а не бетона ($R_и bx > R_a F_a$); в сварных соединениях следует по возможности швы проектировать так, чтобы несущая способность соединения определялась не прочностью швов, а прочностью непроваренного металла стыковых элементов.

Если почему-либо не представляется возможным иметь конструкцию, способную к значительным пластическим деформациям, то такую конструкцию следует проектировать на пониженное расчетное сопротивление, т. е. без учета коэффициента m_c.

34. В сборных конструкциях замоноличивание стыков (путем бетонирования и сварки закладных деталей) должно обеспечивать им прочность, необходимую для восприятия усилий, возникающих в этих стыках, в соответствии с расчетной схемой замоноличиваемой конструкции (см. рис. 13).

Предварительно напряженные конструкции в сейсмических районах разрешается применять только такие, в которых арматура имеет сцепление с бетоном. При этом не допускается применять арматуру, для которой браковочный минимум величины относительного удлинения при разрыве был бы ниже 4%. Канаты и круглую гладкую высокопрочную проволоку без свивки разрешается применять только при устройстве специальных анкеров на концах. При расчетной сейсмичности 9 баллов специальные анкеры на концах должны иметь также проволочные пряди, двухпрядные канаты и стержневую арматуру периодического профиля диаметром более 25 *мм*.

35. Жесткость железобетонных элементов определяется по нормативным значениям модуля упругости бетона при сжатии с учетом работы растянутой зоны сечения.

В монолитных конструкциях жесткость ригелей определяется с учетом совместной работы плиты и балок как таврого сечения. При расчете здания в направлении

расположения второстепенных балок учитывается также совместная работа плиты и всех второстепенных балок.

В сборных железобетонных конструкциях степень совместного участия отдельных элементов в работе конструкции определяется степенью замоноличивания стыков.

36. В расчетах значение модуля упругости материала конструкций принимается по соответствующим главам СНиП.

Модуль упругости при сдвиге для кирпичной кладки рекомендуется принимать равным $G = 0{,}25\ E_0$, а для бетона — $G = 0{,}4\ E$.

При определении деформации стены с проемами в своей плоскости можно, не вычисляя деформации отдельных простенков, воспользоваться коэффициентом $\gamma_{пр}$, учитывающим повышенную деформативность стены вследствие наличия в ней проемов.

$$\gamma_{пр} = 1 - \frac{\nu}{0{,}85}, \tag{29}$$

где ν — отношение площади проемов в плане к сечению всей стены.

Формула (29) применима при $\nu \leqslant 0{,}7$ и предполагает проемы средней высоты, какие обычно бывают в гражданских зданиях.

37. В случае необходимости амплитуды горизонтальных колебаний сооружения при землетрясении могут быть вычислены по формуле (7), если считать, что N (N_{max}) представляют собой не усилия, а амплитуды, соответствующие каждому тону колебаний, которые определяются выражением

$$y_{ik} = \frac{K_c\, g\, \beta_i\, \eta_{ik}\, T_i^2}{4\pi^2}. \tag{30}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И ЖЕСТКОСТИ КОНСТРУКЦИЙ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Ниже приводятся формулы, по которым могут быть определены перемещения конструкций δ_{kj} под действием горизонтальных единичных сил. Величина c_k, обратная перемещению точки, в которой приложена единичная сила δ_{kk}, называется жесткостью конструкций в точке k:

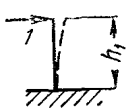
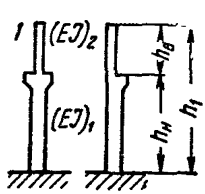
$$c_k = \frac{1}{\delta_{kk}}. \qquad (I.1)$$

Если в уровне k параллельно работает несколько конструкций, жесткость каждой из которых равна c_{ka}, то общая жесткость сооружения в этом уровне равна сумме жесткостей отдельных конструкций

$$c_k = \sum_a c_{ka} = \sum_a \left(\frac{1}{\delta_{kk}}\right)_a. \qquad (I.2)$$

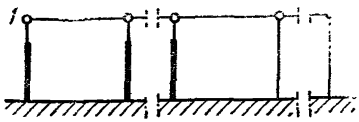
1. Перемещения одноэтажных зданий, имеющих покрытие в одном уровне, и их отдельных конструктивных элементов вычисляются по формулам, приведенным в табл. 5.

Таблица 5

Схемы конструкции	Формулы для вычислений перемещений или жесткости
Отдельные стойки постоянного сечения	
	$\delta_{11} = \frac{h_1^3}{3EJ}$; $c_1 = \frac{1}{\delta_{11}}$. (I.3)
Стойки переменного сечения (несущие подкрановые балки)	
	$\delta_{11} = \frac{1}{(EJ)_1}\left[\frac{h_в^3}{3} \times \frac{(EJ)_1}{(EJ)_2} + \frac{h_н^3}{3} + h_н^2 h_в + h_н h_в^2\right]$; $c_1 = \frac{1}{\delta_{11}}$. (I.4)

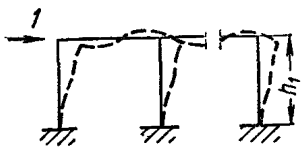
Схемы конструкций	Формулы для вычислений перемещений или жесткости

Одноэтажные рамы с шарнирным опиранием конструкции покрытия



$$\delta_{11} = \frac{1}{c_1}; \qquad c_1 = \sum_a c_{1a}. \qquad \text{(I. 5)}$$

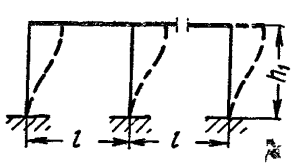
Рама с жесткими узлами



$$\delta_{11} = \frac{h_1^2}{12}\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{4r + 0{,}33f}\right); \qquad c_1 = \frac{1}{\delta_{11}}, \qquad \text{(I. 6)}$$

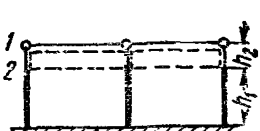
где f — сумма погонных жесткостей стоек;
r — сумма погонных жесткостей ригелей.

Рама с жесткими узлами, ригели которой можно считать недеформируемыми $\left(\text{при } \frac{EJ_р}{l} \geqslant 3\frac{EJ_с}{h_1}\right)$



$$\delta_{11} = \frac{h_1^3}{12\Sigma EJ_{ст}} = \frac{h_1^2}{12f}; \qquad c_1 = \frac{1}{\delta_{11}}. \qquad \text{(I. 7)}$$

Рама с шарнирными узлами и установленными в ее плоскости мостовыми кранами

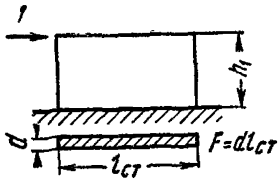


См. формулы (I.13)

Схемы конструкции	Формулы для вычислений перемещений или жесткости

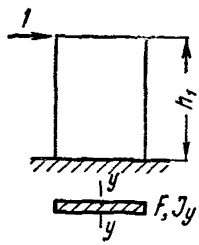
Стены в своей плоскости

Глухая низкая стена (при $l_{ст} \gg h_1$)



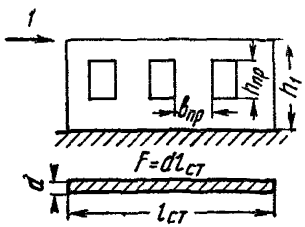
$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1{,}2\,h_1}{FG}; \\ c_1 &= \frac{1}{\delta_{11}}. \end{aligned}\right\} \quad \text{(I. 8)}$$

Глухая стена (высокая)



$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1{,}2\,h_1}{FG} + \frac{h_1^3}{3E_0J_y}; \\ c_1 &= \frac{1}{\delta_{11}}. \end{aligned}\right\} \quad \text{(I. 9)}$$

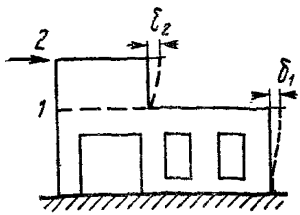
Стена с проемами



$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{c_1}; \\ c_1 &= \\ &= \frac{E_0 F \sum\limits_a \mu_a}{l_{ст} + 4{,}8\,(h_1 - h_{пр}) \sum\limits_a \mu_a}. \end{aligned}\right\} \quad \text{(I. 10)}$$

Значения μ_a определяются по графику на рис. 29

Стена разного сечения по высоте

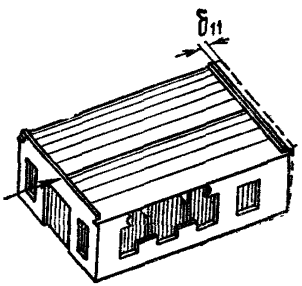


$$\delta_{22} = \delta_1 + \delta_2; c_2 = \frac{1}{\delta_{22}} \quad \text{(I. 11)}$$

Перемещения δ_1 и δ_2 вычисляются по формулам (1.8)—(1,10).

Схемы конструкции	Формулы для вычислений перемещений или жесткости

Здание в целом



$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{c_1}; \\ c_1 &= c_{1к} + c_{1ст} + c_{1св}, \end{aligned}\right\} \text{(I 12)}$$

где $c_{1к}$ — жесткость каркаса здания с учетом стен, перпендикулярных действию силы;
$c_{1ст}$ — жесткость стен, расположенных в плоскости действия силы;
$c_{1св}$ — жесткость связей.

2. Перемещения отдельных рам и одноэтажных промышленных зданий с покрытием в двух уровнях

Рамы с шарнирными узлами, у которых нижние ригели или краны опираются на каждую стойку (рис. 26):

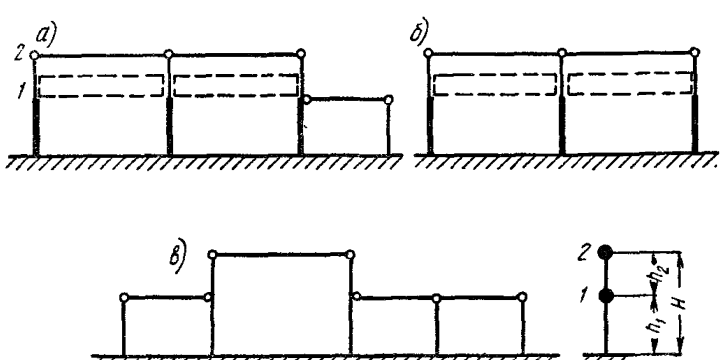


Рис. 26. Схемы одноэтажных рам с шарнирными узлами, у которых нижние ригели (или мостовые краны) опираются на каждую стойку

$$\left.\begin{aligned}
&\delta_{11}=\frac{h_1^3}{3\sum\limits_{a=1}^{n_1}(EJ)_{1a}}; \qquad c_1=\frac{1}{\delta_{11}};\\
&\delta_{22}=\frac{1}{\sum\limits_{a=1}^{n_1}(EJ)_{1a}}\left(\frac{\sum\limits_{a=1}^{n_1}(EJ)_{1a}}{\sum\limits_{a=1}^{n_2}(EJ)_{2a}}\cdot\frac{h_2^3}{3}+\frac{h_1^3}{3}+h_1^2h_2+h_1h_2^2\right);\\
&\delta_{12}=\delta_{21}=\delta_{11}\left(1+1{,}5\frac{h_2}{h_1}\right); \quad c_2=\frac{1}{\delta_{22}},
\end{aligned}\right\}\text{(I. 13)}$$

где $\sum\limits_{a=1}^{n_1}\left(EJ\right)_{1a}$ — сумма моментов инерции сечения стоек, на которые опираются нижние ригели или краны;

$\sum\limits_{a=1}^{n_2}\left(EJ\right)_{2a}$ — сумма моментов инерции верхнего сечения стоек, на которые опираются и верхние и нижние ригели (краны).

Здания в целом, у которых покрытие выполняется в двух уровнях, причем более низкие участки перекрытия опираются на все стойки каркаса (рис. 27):

$$\left.\begin{aligned}
c_1&=c_{1к}+c_{1ст}+c_{1св};\\
c_2&=c_{2к}+c_{2ст}+c_{2св};\\
\delta_{11}&=\frac{1}{c_1};\\
\delta_{22}&=\frac{1}{c_2};\\
\delta_{12}&=\delta_{21}\approx\delta_{11}\left(1+\frac{h_2}{h_1}\right).
\end{aligned}\right\}\qquad\text{(I. 14)}$$

Слагаемые $c_{1к}$ и $c_{2к}$ определяются по формулам (I.13) и являются жесткостью каркаса соответственно в уровнях нижнего и верхнего покрытий.

Слагаемые $c_{1ст}$ и $c_{2ст}$ представляют жесткость стен, расположенных в направлении действия единичной силы, в уровнях нижнего и верхнего покрытий и вычисляются согласно формулам (I.8)—(I.11).

Слагаемые $c_{1св}$ и $c_{2св}$ представляют жесткость вертикальных связей каркаса, расположенных в плоскости действия силы, соответственно в уровнях нижнего и верхнего покрытий и вычисляются по расчетной схеме конструкции связей.

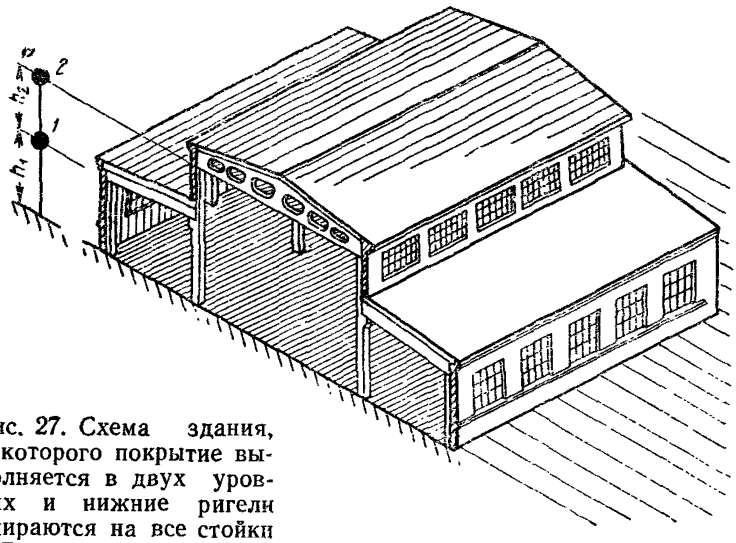


Рис. 27. Схема здания, у которого покрытие выполняется в двух уровнях и нижние ригели опираются на все стойки

Рамы с шарнирными узлами, у которых нижние ригели или краны опираются не на все стойки (рис. 28):

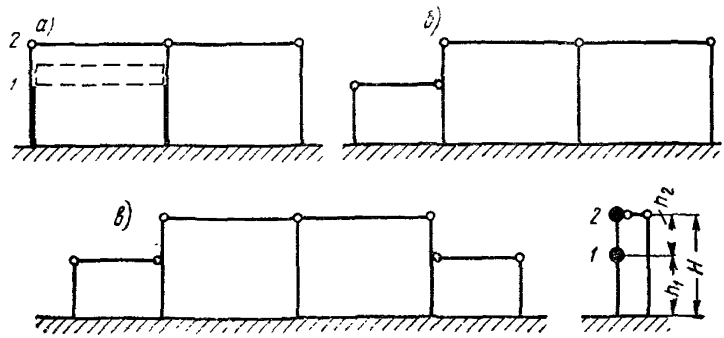


Рис. 28. Схемы одноэтажных рам с шарнирными узлами, у которых нижние ригели (или мостовые краны) опираются не на все стойки

$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} &= \Delta_{11}\left[1-\frac{\Delta_{11}}{\Delta+\Delta_{22}}\left(1+1{,}5\,\frac{h_2}{h_1}\right)^2\right];\quad c_1=\frac{1}{\delta_{11}};\\ \delta_{22} &= \frac{\Delta\Delta_{22}}{\Delta+\Delta_{22}};\qquad\qquad c_2=\frac{1}{\delta_{22}};\\ \delta_{12} &= \delta_{21}=\frac{\Delta\Delta_{11}}{\Delta+\Delta_{22}}\left(1+1{,}5\,\frac{h_2}{h_1}\right). \end{aligned}\right\} \quad (I.15)$$

Для этих выражений Δ_{11} и Δ_{22} вычисляются по формулам (I.14), приняв в них $\delta_{11}=\Delta_{11}$ и $\delta_{22}=\Delta_{22}$; значение Δ вычисляется по формуле (I.5), в которой суммирование производится по тем стойкам, на которые не опираются нижние ригели (краны).

Здания в целом, у которых покрытие выполняется в двух уровнях, причем нижние участки покрытия опираются не на все стойки (рис. 29):

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= c_{1к} + c_{1ст} + c_{1св};\\ c_2 &= c_{2к} + c_{2ст} + c_{2св} + c;\\ \delta_{12} &= \delta_{21} \approx \delta_{11}\left(1 + \frac{h_2}{h_1}\right);\\ \delta_{11} &= \frac{1}{c_1};\\ \delta_{22} &= \frac{1}{c_2}, \end{aligned}\right\} \qquad (I.16)$$

где $c_{1к}$ и $c_{2к}$ — жесткость каркаса в уровнях нижнего и верхнего покрытий; определяется по формулам (I.13);

$c_{1ст}$ и $c_{2ст}$ — жесткость в тех же уровнях стен, расположенных в направлении действия силы; вычисляется по формулам (I.8)—(I.11);

$c_{1св}$ и $c_{2св}$ — жесткость вертикальных связей каркаса в уров-

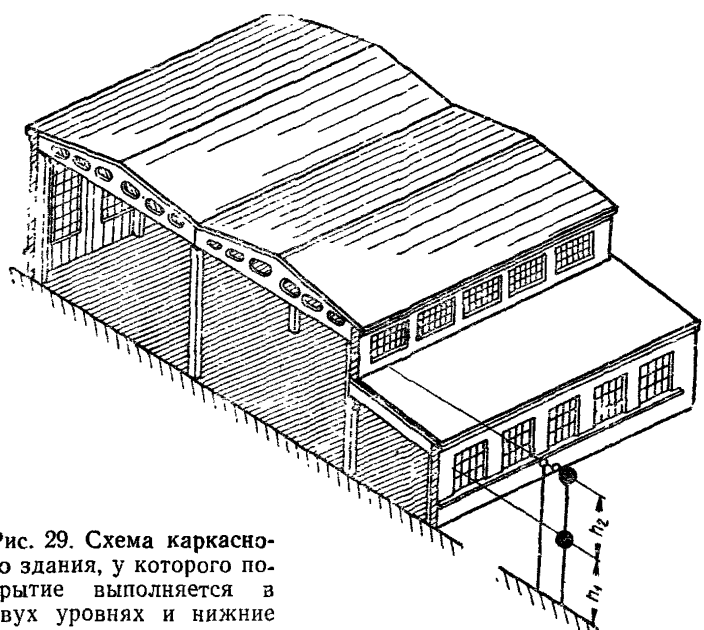


Рис. 29. Схема каркасного здания, у которого покрытие выполняется в двух уровнях и нижние ригели опираются не на все стойки

ниях нижнего и верхнего покрытий; вычисляется по расчетной схеме связей;

c — общая жесткость стоек, на которые не опираются нижние ригели, в уровне верхнего покрытия определяется по формуле (I.5).

3. Перемещения многоэтажных каркасных сооружений

Рамы и каркасы с жесткими узлами (рис. 30,*а*)

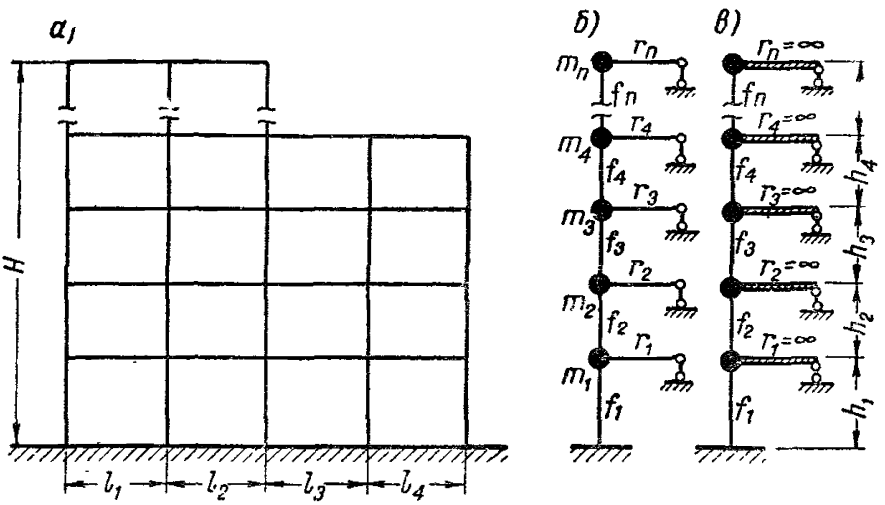


Рис. 30. Расчетные схемы многоэтажного каркасного здания

а — рама (каркас) с жесткими узлами; *б* — расчетная схема, учитывающая жесткость и ригелей и стоек; *в* — расчетная схема каркаса в предположении абсолютно жестких ригелей

Обозначив суммарную погонную жесткость стоек каждого яруса каркаса через f_j и ригелей через r_j, перемещения от единичных сил с учетом деформации этих элементов (рис. 30, *б*) могут быть вычислены по формулам:

$$\delta_{11} = \frac{1}{12}(P_1 + R_1);\quad \delta_{kk} = \frac{1}{12}\left(P_k + R_k + \frac{h_k^2}{4r_k}\right) \text{ при } k > 1;$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \ldots = \delta_{1n} = \delta_{n1} = \delta_{11} + \frac{h_1 h_2}{48r_1 + 4f_1}; \qquad \text{(I. 17)}$$

$$\delta_{k,k+1} = \delta_{k+1,k} = \ldots = \delta_{kn} = \delta_{nk} = \delta_{kk} + \frac{h_k h_{k+1}}{48 r_k} \text{ при } k > 1,$$

где

$$P_k = \sum_{j=1}^{k} \frac{h_j^2}{f_j};\quad R_1 = \frac{h_1^2}{4r_1 + 0{,}33f_1};\quad R_2 = \frac{(h_1 + h_2)^2}{4r_1 + 0{,}33 f_1};$$

$$R_k = R_{k-1} + \frac{(h_{k-1} + h_k)^2}{4r_{k-1}} \text{ при } k > 2.$$

Принимая ригели абсолютно жесткими недеформируемыми элементами (рис. 30,*в*), перемещения вычисляются более просто:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{kk} &= \sum_{j=1}^{k} \frac{h_j^2}{12 f_j}; \\ \delta_{k,\,k+1} &= \delta_{k+1,\,k} = \ldots = \delta_{kn} = \delta_{nk} = \delta_{kk}. \end{aligned}\right\} \qquad (I.18)$$

В этом случае жесткость каркаса получается несколько завышенной, однако если погонная жесткость ригелей превышает погонную жесткость стоек в 3 раза и более, то разница между перемещениями, вычисленными по формулам (I.17) и (I.18), незначительна.

Рамы и каркасы с шарнирными узлами (рис. 31).

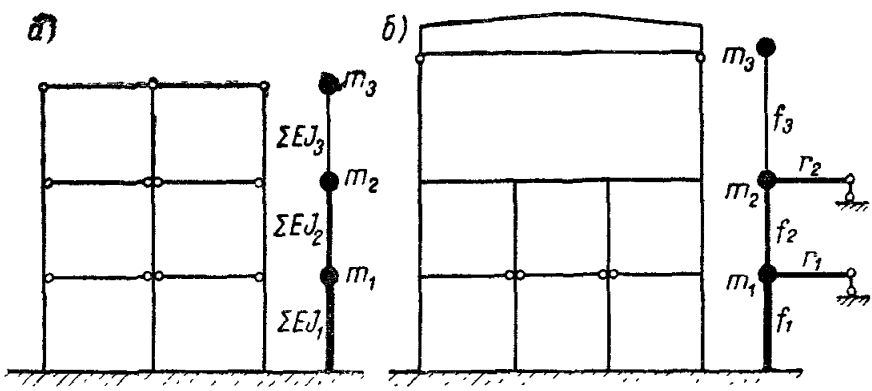


Рис. 31. Схемы рам (каркасов) с шарнирными узлами

а — расчетная схема рамы, у которой все ригели опираются шарнирно; *б* — расчетная схема рамы, имеющей и шарнирные и жесткие узлы

Шарнирное опирание сборных элементов обычно конструктивно решается так, что при перекосах каркаса на опорах возникают дополнительные моменты, повышающие общую жесткость конструкции. Поэтому горизонтальные перемещения каркасов с шарнирным опиранием ригелей (рис. 31, *а*) определяются не просто как для консольной конструкции, а с учетом влияния этих дополнительных моментов. Перемещения каркасов с шарнирными опорами только у отдельных элементов (рис. 31, *б*) могут быть вычислены по формулам (1.17), в которых погонные жесткости элементов с одной шарнирной и другой жесткой опорой учитываются с коэффициентом 0,25.

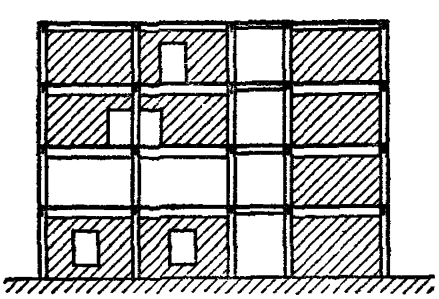


Рис. 32. Схема рамной конструкции с заполнением

Рамные конструкции с заполнением (рис. 32).

Перемещения рам и каркасов с заполнением можно определять по следующим приближенным формулам:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{kk} &= \sum_{j=1}^{k} \frac{h_j^2}{12 f_j + v_j}; \\ \delta_{k,\,k+1} &= \delta_{k+1,\,k} = \ldots = \delta_{kn} = \delta_{nk} = \delta_{kk}, \end{aligned}\right\} \qquad (I.19)$$

где v_j — величина, характеризующая общую жесткость заполнения j-го яруса;

$$v_j = 0{,}83 \sum_{a=1}^{n_1} (hFG\gamma_{\text{пр}})_{ja},$$

где h, F, G и $\gamma_{\text{пр}}$ — высота, площадь в плане, модуль сдвига материала и коэффициент проемности a-й панели заполнения на j-м этаже (суммирование производится по всем панелям j-го этажа, расположенным в плоскости действия силы).

4. Перемещения жестких сооружений типа зданий с несущими стенами (рис. 33)

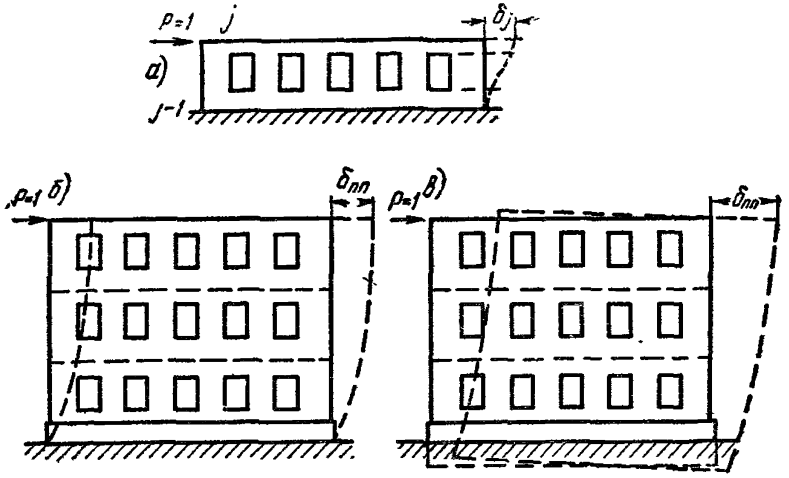


Рис. 33. Схемы деформации зданий с несущими стенами

а — деформация одного этажа; *б* — деформация здания без учета податливости основания, *в* — деформация здания с учетом податливости основания

На высоту одного j-го этажа перемещение сооружения от единичной силы может вычисляться по формуле

$$\delta_j = \frac{h_j k_1}{(F G \gamma_{пр})_j},$$

где h_j — высота этажа;
F — площадь стен в плане;
G — модуль сдвига материала стен;
$\gamma_{пр}$ — коэффициент проемности стен;
k_1 — коэффициент, зависящий от формы и размеров сечения (плана сооружения). Для зданий, стены которых взаимно перевязаны и представляют в плане прямоугольную сетку, значение k_1 может быть принято равным 2,4.

Перемещения здания без учета податливости грунта определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{kk} &= \sum_{j=1}^{k} \frac{h_j k_1}{(F G \gamma_{пр})_j}; \\ \delta_{k,\,k+1} &= \delta_{k+1,\,k} = \ldots = \delta_{kn} = \delta_{nk} = \delta_{kk}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I. 20)}$$

Перемещения здания с учетом податливости основания могут быть вычислены по формулам:

$$\delta_{kk} = \sum_{j=1}^{k} \frac{h_j k_1}{(F G \gamma_{пр})_j} + \frac{1}{K_x} + \frac{x_k^2}{K_\varphi}; \qquad \text{(I. 21)}$$

$$\delta_{k,\,k+l} = \delta_{k+l,\,k} = \sum_{j=1}^{k} \frac{h_j k_1}{(F G \gamma_{пр})_j} + \frac{1}{K_x} + \frac{x_k x_{k+l}}{K_\varphi},$$

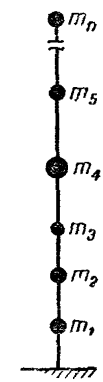
где K_x — жесткость основания здания при сдвиге;
K_φ — то же, при повороте;
x_k — высота от уровня основания до перекрытия k-го этажа здания.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДОВ И ФОРМ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ СООРУЖЕНИЙ

1. Некоторые общие методы

Если расчетную схему сооружения представить как систему с сосредоточенными массами (рис. 34), то частоты и формы его свободных колебаний могут быть найдены исходя из следующей системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&(m_1\delta_{11}p_i^2-1)X_{i1}+m_2\delta_{12}p_i^2X_{i2}+\ldots+\\
&\quad+m_n\delta_{1n}p_i^2X_{in}=0;\\
&m_1\delta_{21}p_i^2X_{i1}+(m_2\delta_{22}p_i^2-1)X_{i2}+\ldots+\\
&\quad+m_n\delta_{2n}p_i^2X_{in}=0);\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&m_1\delta_{n1}p_i^2X_{i1}+m_2\delta_{n2}p_i^2X_{i2}+\ldots+\\
&\quad+(m_n\delta_{nn}p_i^2-1)X_{in}=0,
\end{aligned}\right\}\quad\text{(II. 1)}$$



где частота p_i, определяющая периоды свободных колебаний системы (сооружения), вычисляется из условия равенства нулю детерминанта системы уравнений (II.1):

$$\begin{vmatrix}
m_1\delta_{11}p_i^2-1 & m_2\delta_{12}p_i^2 & \ldots & m_n\delta_{1n}p_i^2\\
m_1\delta_{21}p_i^2 & m_2\delta_{22}p_i^2-1 & \ldots & m_n\delta_{2n}p_i^2\\
\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\\
\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\\
m_1\delta_{n1}p_i^2 & m_2\delta_{n2}p_i^2 & \ldots & m_n\delta_{nn}p_i^2-1
\end{vmatrix}=0.$$

Рис. 34. Система с сосредоточенными массами

Тогда период свободных колебаний равен

$$T_i=\frac{2\pi}{p_i}\qquad\text{(II. 2)}$$

Форма свободных колебаний системы, определяемая отношением амплитуд $\frac{X_{ij}}{X_{ik}}$ при фиксированном k (в частности, удобно принимать $k=1$), вычисляется путем совместного решения уравнений (II.1) при подстановке в них значения p_i, соответствующего рассматриваемому тону колебаний i.

Не решая уравнения, определяемого детерминантом, частота основного тона колебаний системы p_i, может быть найдена из неравенства (метод спектральных функций)

$$\frac{1}{\sqrt{B_2}} < p_1^2 < \frac{2}{B_1\left(1+\sqrt{2\frac{B_2}{2B_1^2}-1}\right)}, \qquad \text{(II. 3)}$$

в котором

$$B_1 = \sum_{j=1}^{n} m_j \delta_{jj}$$

и

$$B_2 = \sum_{j=1}^{n} m_j^2 \delta_{jj}^2 + 2\ (m_1 \delta_{1n}^2 \sum_{j=2}^{n} m_j + m_2 \delta_{2n}^2 \sum_{j=3}^{n} m_j + \ldots + + m_{n-1} \delta_{n-1,\,n}^2 m_n).$$

Вычисление частот второго и более высоких тонов колебаний методом спектральных функций очень громоздко, а соответствующие упрощенные приемы вычислений вызывают обычно значительные погрешности и поэтому не приводятся.

Учитывая, что форма колебаний основного тона практически близка к форме деформации системы под действием сил, равных весу ее масс Q_j, приложенных в направлении колебаний, можно считать эти формы подобными между собой и, следовательно, форму свободных колебаний определять по приближенной формуле

$$X_{1k} = \sum_{j=1}^{n} \delta_{kj} Q_j. \qquad \text{(II. 4)}$$

Период свободных колебаний в случае, если известна их форма, находится из равенства (энергетический метод)

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{V}{\Pi}}, \qquad \text{(II. 5)}$$

где V — величина, характеризующая кинетическую энергию системы при колебаниях;

$$V = \frac{1}{2g} \sum_{j=1}^{n} Q_j X_j^2;$$

Π — потенциальная энергия ее колебаний;

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} Q_j X_j.$$

———. . .———

Если расчетную схему сооружения представить как систему с равномерно распределенной массой, работающую на сдвиг, то, счи-

тая основание абсолютно жестким (рис. 35), периоды и формы свободных колебаний определяются формулами

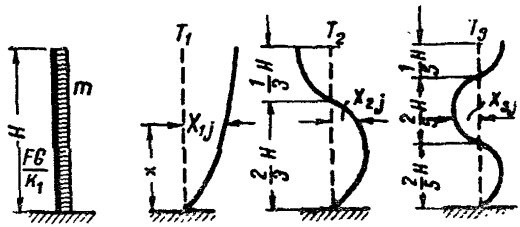


Рис. 35. Расчетная схема сооружения как системы, работающей на сдвиг, с равномерно распределенной массой и формы свободных колебаний такой системы

$$T_i = \frac{2\pi H}{\alpha_i}\sqrt{\frac{mk_1}{FG\gamma_{\text{пр}}}}; \qquad \text{(II. 6)}$$

$$X_i(x) = \sin\alpha_i\frac{x}{H}, \qquad \text{(II. 7)}$$

где коэффициент частоты α_i в зависимости от тона колебаний i имеет значения: $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$; $\alpha_2 = \frac{3\pi}{2}$; $\alpha_3 = \frac{5\pi}{2}$ и т. д.

В том случае, когда податливость основания учитывается, период свободных колебаний системы определяется также по формуле (II.6), а форма колебаний — по формуле

$$X_i(x) = \sin\alpha_i\frac{x}{H} + A_i\cos\alpha_i\frac{x}{H}, \qquad \text{(II. 8)}$$

при этом коэффициенты частоты и формы колебаний α_i и A_i находятся по графикам на рис. 36.

Если расчетную схему сооружения представить как систему с равномерно распределенной массой, работающую на изгиб (рис. 37), то периоды ее свободных колебаний определяются формулой

$$T_i = \frac{2H^2}{\alpha_i^2}\sqrt{\frac{m}{EJ}}. \qquad \text{(II. 9)}$$

Для трех низших тонов колебаний коэффициенты частоты α_i имеют следующие значения: $\alpha_1 = 1{,}88$, $\alpha_2 = 4{,}69$ и $\alpha_3 = 7{,}86$, а формы колебаний представляются табл. 6.

Таблица 6

Формы свободных колебаний сооружения как изгибающейся консоли

$\frac{x}{H}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
X_{1j}	0	0,017	0.064	0.136	0,230	0,340	0.462	0.588	0,725	0 863	1
X_{2j}	0	0 093	0.301	0,526	0,685	0,715	0,589	0.317	0,007	−0 523	−1
X_{3j}	0	0,224	0,605	0,957	0,526	0,020	−0,474	−0,658	−0,395	0,228	1

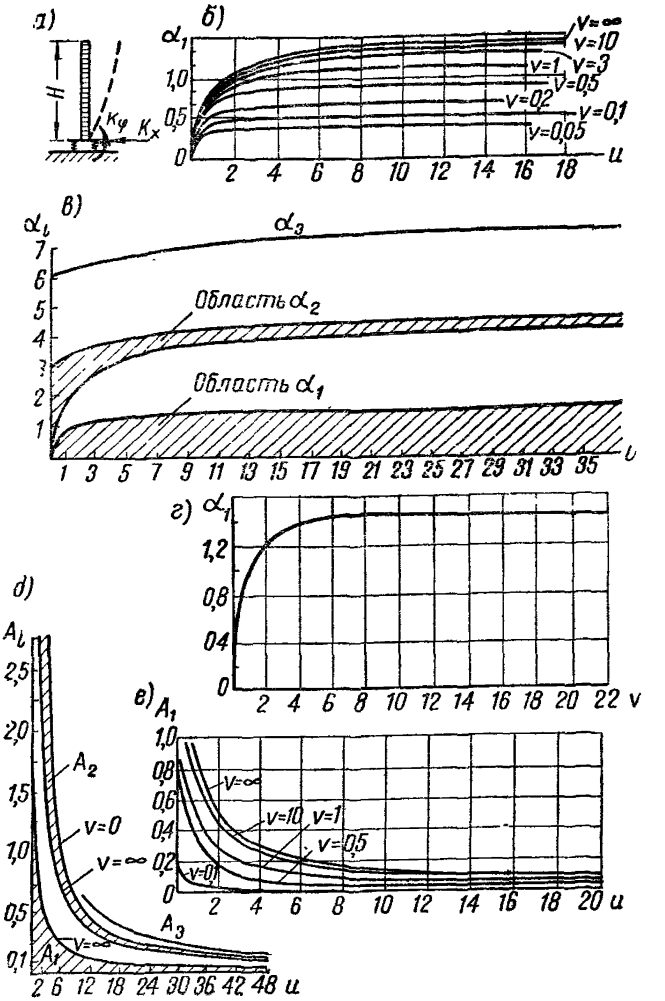


Рис. 36. Графики для определения коэффициентов частоты и формы свободных колебаний системы, работающей на сдвиг, с равномерно распределенной массой в зависимости от параметров

$$u = \frac{K_x k_1 H}{FG\gamma_{пр}} \text{ и } v = \frac{K_\varphi k_1}{FG\gamma_{пр} H},$$

Для каменных зданий с ленточными фундаментами можно принять

$$u = 6\frac{C_z F_ф H}{FG\gamma_{пр}} \text{ и } v = 12\frac{C_z J_ф}{FG\gamma_{пр} H}$$

а — расчетная схема; *б* и *г* — графики коэффициента частоты α_1 для первого тона; *в* — график коэффициента частоты α_i для трех низших тонов; *д* — график коэффициента формы колебаний A_i для трех низших тонов; *е* — график коэффициента формы колебаний A_1 для первого тона

В случае, когда учитывается податливость основания системы, коэффициенты частоты α_i для двух низших тонов колебаний определяются по графикам на рис. 38.

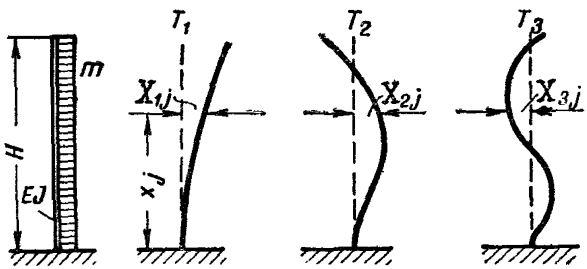


Рис. 37. Система, работающая на изгиб, с равномерно распределенной массой

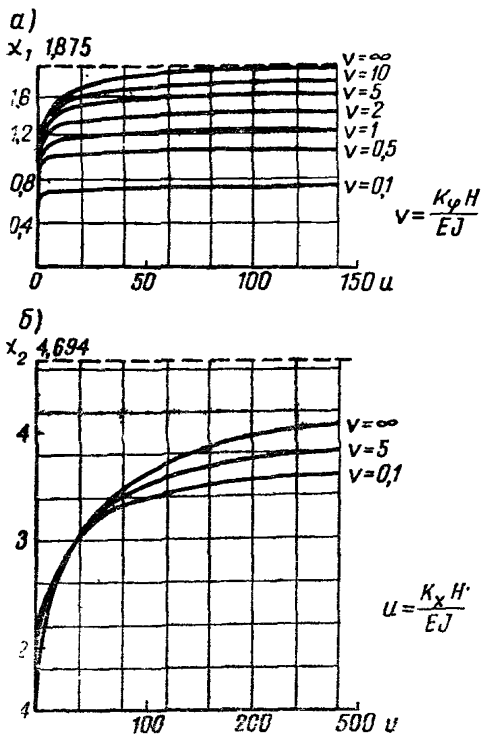


Рис. 38. Графики для определения коэффициента частоты двух низших тонов колебаний системы, работающей на изгиб, с равномерно распределенной массой

Если система с равномерно распределенной массой работает одновременно на сдвиг и изгиб, то периоды и формы ее свободных колебаний, считая заделку в основании абсолютно жесткой, определяются формулами:

$$T_i = \frac{2\pi H^2}{\alpha_i^2}\sqrt{\frac{m}{EJ}(1+\lambda\alpha_i^2)}; \qquad \text{(II. 10)}$$

$$X_i(x) = \sin\alpha_i\frac{x}{H} - B_i\left(\cos\alpha_i\frac{x}{H} - \operatorname{ch}\alpha_i'\frac{x}{H}\right) - D_i\operatorname{sh}\alpha_i'\frac{x}{H},$$

$$\lambda = \frac{EJk_1}{FG\gamma_{\text{пр}}H^2}; \quad \alpha_i' = \sqrt{\frac{\alpha_i^2}{1+\lambda\alpha_i^2}}, \qquad \text{(II. 11)}$$

значения коэффициентов B_i и D_i находятся по графикам на рис. 39, а коэффициент частоты α_i для двух низших тонов приближенно имеет значения: $\alpha_1 = 1{,}8$, $\alpha_2 = 4{,}6$.

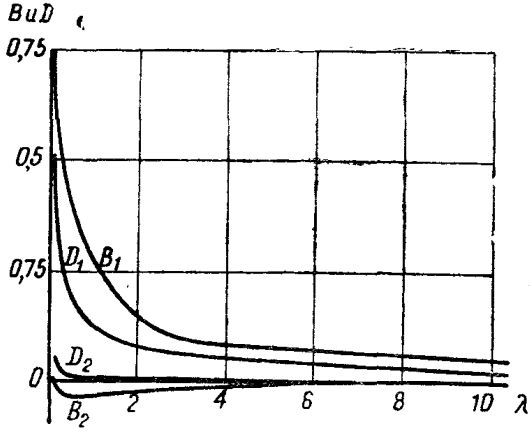


Рис. 39. График для определения коэффициентов формы колебаний системы, имеющей жесткое основание и равномерно распределенную массу, при учете деформаций сдвига и изгиба

B_1 и D_1 — для первого тона; B_2 и D_2 — для второго тона

Если расчетную схему сооружения представить как систему с одной степенью свободы (рис. 40), то период свободных колебаний определяется по формуле

$$T_1 = 2\pi\sqrt{m_1\delta_{11}}, \qquad \text{(II.12)}$$

а форма колебаний представляется постоянной величиной $X_1 = 1$.

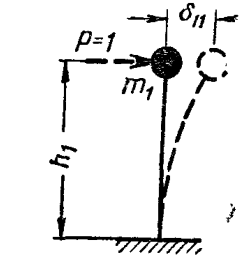


Рис. 40. Система с одной степенью свободы

2. Массивные сооружения

Если деформации сооружения малы по сравнению с перемещениями, вызванными податливостью основания, то его колебания можно рассматривать как колебания абсолютно

где Q—вес конструкций и нагрузка, расположенная в уровне р

жесткого тела на упругом основании. К таким сооружениям могут относиться отдельно стоящие устои, конструкции опор, монументы и др.

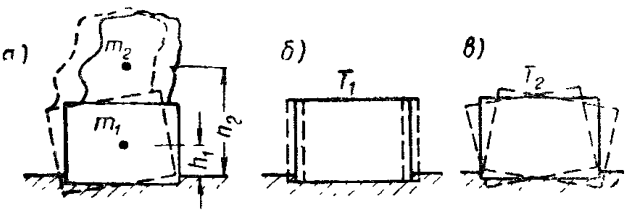


Рис. 41. Схема колебаний массивного сооружения (*а*), возникающих вследствие сдвига по основанию (*б*) и поворота относительно оси, проходящей через центр тяжести площади основания (*в*)

Допускается раздельно учитывать колебания вследствие сдвига и поворота сооружения на основании (рис. 41, *б* и *в*). Периоды и формы этих колебаний определяются формулами:

а) при сдвиге

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{K_x}}; \; X(x) = 1; \qquad \text{(II. 13)}$$

б) при повороте

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 h_1^2 + m_2 h_2^2}{K_\varphi}}; \; X(x) = x, \qquad \text{(II. 14)}$$

где m_1 и h_1 — масса сооружения и высота центра его тяжести над уровнем основания;

m_2 и h_2 — масса конструкции, опирающейся на сооружение, и высота центра ее тяжести над уровнем основания;

K_x и K_φ — жесткость основания сооружения при сдвиге и повороте.

Учитывая одновременно и сдвиг и поворот на основании, колебания низшего тона массивного сооружения можно представить как вращение его вокруг некоторой горизонтальной оси, расположенной ниже подошвы фундамента (рис. 42). В соответствии с такой расчетной схемой период свободных колебаний определяется формулой

$$T_1 = 2\pi\alpha \sqrt{\frac{m_1}{K_x}}, \qquad \text{(II. 15)}$$

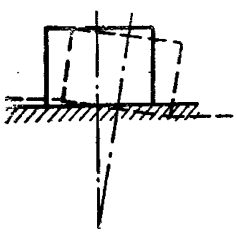


Рис. 42. Схема колебаний массивного сооружения, возникающих вследствие его вращения вокруг горизонтальной оси, расположенной ниже подошвы фундамента

в которой коэффициент α учитывает инерцию вращения сооружения. В зависимости от отношения высоты расположения центра тяжести сооружения над уровнем основания h_1 к ширине основания b, коэффициент частоты α вычисляется по формуле

$$\alpha = 1{,}12 + 0{,}41 \frac{h_1}{b}, \qquad \text{(II. 16)}$$

коэффициенты в которой получены с учетом

жёсткости основания при сдвиге и повороте. Формула (II.16) соответствует в основном прямоугольным сооружениям, для которых $\frac{h_1}{b}$ находится в интервале $0{,}12 < \frac{h_1}{b} < 1{,}25$. Форма колебаний в этом случае определяется следующей зависимостью:

$$X(x) = 1 + \frac{x}{8{,}3b - 4{,}7h_1}. \qquad \text{(II. 17)}$$

3. Здания с каменными стенами

Периоды и формы свободных колебаний зданий с несущими стенами высотой до шести этажей включительно рекомендуется определять по формулам (II.6) и (II.8), учитывающим деформации сдвига в стенах и податливость основания. Коэффициенты α_i и A_i в этих формулах определяются по графикам на рис. 36. Для основного тона коэффициент α_1 может быть найден также по графику на рис. 36,*г*, а коэффициент A_1—принят равным приблизительно 0,07.

При расчете невысоких зданий (высотой до пяти этажей), основанием которых являются очень плотные грунты, можно пользоваться более простыми формулами (II.6) и (II.7), не учитывающими податливость основания.

Периоды и формы свободных колебаний зданий с жесткой конструктивной схемой высотой более пяти этажей рекомендуется определять по формулам (II.10) и (II.11), учитывающим деформации сдвига и изгиба в стенах. Значение коэффициента частоты для первого тона может быть принято равным $\alpha_1 \approx 1{,}8$, для второго — $\alpha_2 \approx 4{,}6$.

Учитывая, что конструкция зданий с несущими стенами работает в основном на сдвиг (см. рис. 35), можно считать приближенно $T_2 \approx \frac{1}{3} T_1$.

4. Одноэтажные производственные здания

Периоды и формы свободных колебаний одноэтажных каркасных зданий или каркасов могут определяться как для системы с одной или двумя степенями свободы.

Система с одной степенью свободы (см. рис. 40) принимается в качестве расчетной схемы для зданий, покрытие которых расположено на одном уровне (см. п. 1 приложения 1). Период свободных колебаний в этом случае вычисляется по формуле (II.12). При расчете колебаний всего здания масса в формуле (II.12) определяется весом конструкций и нагрузкой, расположенными выше с горизонтальной плоскости, проведенной по середине высоты цеха; горизонтальное перемещение δ_{11} определяется общей жесткостью здания в уровне покрытия (I.12). Для конструкций, работающих на изгиб как консольная балка (например, рам с шарнирным опиранием ригелей), сосредоточенная на конце консоли масса m_1 определяется формулой

$$m_1 = \frac{Q}{g} + \frac{qH}{4g}, \qquad \text{(II. 18)}$$

где Q—вес конструкций и нагрузка, расположенная в уровне ригеля;

q — вес конструкций, равномерно распределенный по высоте сооружения;

H — высота сооружения.

Коэффициент формы колебаний для систем с одной степенью свободы равен единице ($\eta_1 = 1$).

Расчетной схемой каркасов и зданий, покрытие которых расположено в двух уровнях (см. рис. 26—29), является система с двумя степенями свободы. Периоды первого T_1 и второго T_2 тонов свободных колебаний в этом случае определяются формулами:

$$T_{1,2} = \frac{2\pi}{p_{1,2}}; \quad p^2_{1,2} = \frac{A \mp \sqrt{A^2 - 2B}}{B}, \qquad \text{(II. 19)}$$

где

$$A = \delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2 \text{ и } B = 2m_1 m_2 \left(\delta_{11}\delta_{22} - \delta^2_{12}\right).$$

Соответствующие формы колебаний вычисляются из выражения

$$X_{i2} = X_{i1} \frac{\delta_{21} m_1 p^2_{1,2}}{1 - \delta_{22} m_2 p^2_{1,2}}. \qquad \text{(II. 20)}$$

В этих формулах приняты следующие обозначения:

m_1 и m_2 — массы, сосредоточенные в уровнях нижнего и верхнего покрытий;

δ_{11}, δ_{12} и δ_{22} — горизонтальные перемещения системы от единичных сил, приложенных в уровнях сосредоточенных масс.

Величина массы m_2 определяется весом конструкций и временной нагрузкой, расположенными выше горизонтальной плоскости, проходящей по середине высоты h_2, величина массы m_1 — весом конструкций и временной нагрузкой, расположенными между двумя горизонтальными плоскостями, проходящими по середине высот h_1 и h_2. Перемещения δ_{11}, δ_{12} и δ_{22} определяются общей жесткостью конструкций по соответствующим формулам (I.13)—(I.16).

5. Каркасные многоэтажные сооружения

Расчетную схему каркасных зданий рекомендуется представлять как систему с массами m_k, сосредоточенными в уровнях перекрытий, и боковую жесткость определять с учетом совместной работы каркаса и стен. Вес каждой массы m_k равен весу конструкций и полезной нагрузке, расположенными в пределах половины высоты выше- и нижележащего этажей здания.

Приближенно период и форма основного тона свободных колебаний таких сооружений могут быть определены по формулам (II.4) и (II.5).

С большей степенью точности период и форма низшего тона свободных колебаний сооружения, а также периоды и формы колебаний более высоких тонов могут быть найдены исходя из системы уравнений (II.1).

Если каркасное здание имеет достаточно жесткое стеновое заполнение, незначительно изменяющееся по высоте, вследствие чего его деформативность близка к деформативности сооружений с

жесткой конструктивной схемой, то периоды и формы свободных колебаний такого здания, кроме указанных общих способов, могут быть определены как для зданий с несущими стенами по формулам (II.6)—(II.8) или (II.10) и (II.11).

При расчете каркасов и рам с жесткими узлами формы свободных колебаний можно найти, воспользовавшись системой уравнений (II.1), по формулам

$$X_{i1} = \frac{\delta_{1n}}{1 + p_i^2 m_1 (\delta_{1n} - \delta_{11})};$$

. . . . . .

$$X_{ik} = \frac{\delta_{kn} - p_i^2 \sum_{j=1}^{k-1} m_j X_{ij} (\delta_{kn} - \delta_{jn})}{1 + p_i^2 m_k (\delta_{kn} - \delta_{kk})}; \qquad \text{(II.21)}$$

. . . . . .

$$X_{in} = \delta_{nn} - p_i^2 \sum_{j=1}^{n-1} m_j X_{ij} (\delta_{nn} - \delta_{jn}),$$

где $p_i = \frac{2\pi}{T_i}$ — известная круговая частота определяемой формы колебаний i.

Если принять, что ригели являются абсолютно жесткими элементами (а это не приводит к большим погрешностям при вычислении периодов и форм свободных колебаний рам, у которых погонная жесткость ригелей превышает погонную жесткость стоек в 3 раза и более), то имеет место условие

$$\delta_{k,\,k+1} = \ldots = \delta_{kn} = \delta_{kk};$$

тогда уравнение (II.1) можно представить в следующем виде:

$$(\delta_{11} m_1 p_i^2 - 1) X_{i1} + \delta_{11} (m_2 p_i^2 X_{i2} + m_3 p_i^2 X_{i3} + \ldots + m_n p_i^2 X_{in}) = 0;$$

$$\delta_{11} m_1 p_i^2 X_{i1} + (\delta_{22} m_2 p_i^2 - 1) X_{i2} + \delta_{22} (m_3 p_i^2 X_{i3} + \ldots + m_n p_i^2 X_{in}) = 0;$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\delta_{11} m_1 p_i^2 X_{i1} + \delta_{22} m_2 p_i^2 X_{i2} + \delta_{33} m_3 p_i^2 X_{i3} + \ldots + (\delta_{nn} m_n p_i^2 - 1) X_{in} = 0.$$

Суммы в скобках $\sum_{j=k}^{n} m_j p_i^2 X_{ij}$ являются поперечной силой, вызванной силами инерции, в уровнях между $(k-1)$ и k-м этажами. Приравнивая ее к внутренним усилиям в этих уровнях $(X_{ik} - X_{i,k-1}) \times$

$\times \frac{12f_k}{h_k^2}$, получают следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&-m_1 X_{i1} p_i^2 + c_1 X_{i1} - c_2 (X_{i2} - X_{i1}) = 0;\\
&-m_2 X_{i2} p_i^2 + c_2 (X_{i2} - X_{i1}) - c_3 (X_{i3} - X_{i2}) = 0;\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&-m_{n-1} X_{i,n-1} p_i^2 + c_{n-1} (X_{i,n-1} - X_{i,n-2}) -\\
&\qquad - c_n (X_{in} - X_{i,n-1}) = 0;\\
&-m_n X_{in} p_i^2 + c_n (X_{in} - X_{i,n-1}) = 0,
\end{aligned}\right\} \quad \text{(II. 22)}$$

где c_1, c_2,..., c_n — жесткости отдельных ярусов, вычисленные в предположении абсолютно жесткого защемления стоек в конструкции перекрытий $\left(c_j = \frac{12f_j}{h_j^2}\right)$.

В случае примерно постоянной суммарной погонной жесткости стоек по этажам ($f_j \approx \text{const}$), исходя из уравнений (II.22), периоды свободных колебаний каркаса могут быть определены по формуле

$$T_i = \frac{2\pi h_{эт}}{\alpha_i} \sqrt{\frac{m}{12f}}, \qquad \text{(II. 23)}$$

для которой коэффициенты частоты α_i даны в табл. 7, а коэффициенты формы колебаний τ_{ik} — в табл. 8.

Таблица 7

Коэффициенты частоты свободных колебаний каркасов примерно постоянной жесткости по высоте

Тон	Количество этажей в здании				
	1	2	3	4	5
$i = 1$	1	0,62	0,446	0,348	0,09
$i = 2$	—	1,62	1,25	1	0,83
$i = 3$	—	—	1,81	1,53	1,29

6. Высокие гибкие сооружения типа башен и матч

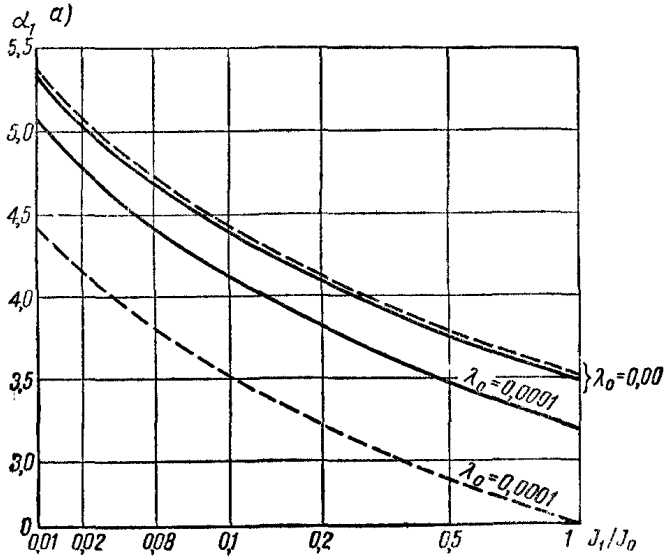
Периоды и формы свободных колебаний высоких сооружений со сравнительно небольшими размерами в плане $\left(\frac{H}{b} \gtrsim 5\right)$, у которых поперечное сечение и распределенная масса имеют приблизительно постоянное по высоте значение, могут определяться по формуле (II.9) и табл. 6.

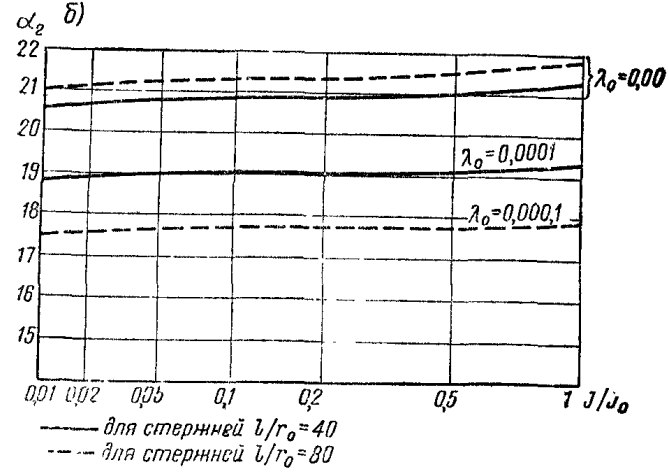
Многие высокие сооружения, основная масса которых сосредоточена в одной точке (например, водонапорная башня), могут быть рассчитаны как система с одной степенью свободы по формуле (II.12).

Таблица 8

Коэффициенты форм свободных колебаний каркасов примерно постоянной по высоте жесткости

Тон	Количество этажей в здании														
	1	2		3			4				5				
	η_{i1}	η_{i1}	η_{i2}	η_{i1}	η_{i2}	η_{i3}	η_{i1}	η_{i2}	η_{i3}	η_{i4}	η_{i1}	η_{i2}	η_{i3}	η_{i4}	η_{i5}
$i=1$	1	0,723	1,17	0,543	0,978	1,22	0,433	0,813	1,095	1,236	0,357	0,685	0,957	1,152	1,25
$i=2$	—	0,276	—0,17	0,353	0,160	—0,283	0,333	0,333	0	—0,333	0,298	0,392	0,217	—0,107	—0,365
$i=3$	—	—	—	0,106	—0,133	0,059	0,184	—0,063	—0,162	0,12	0,205	0,069	—0,182	0,131	0,162





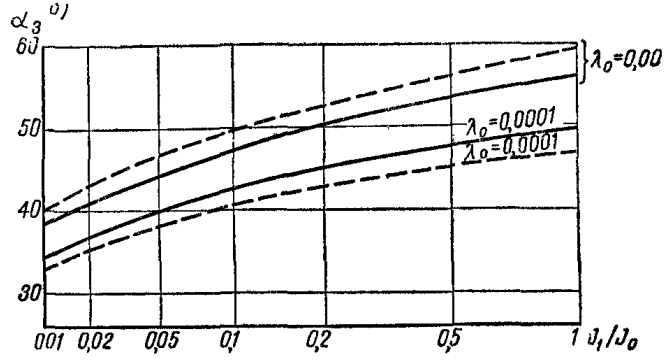
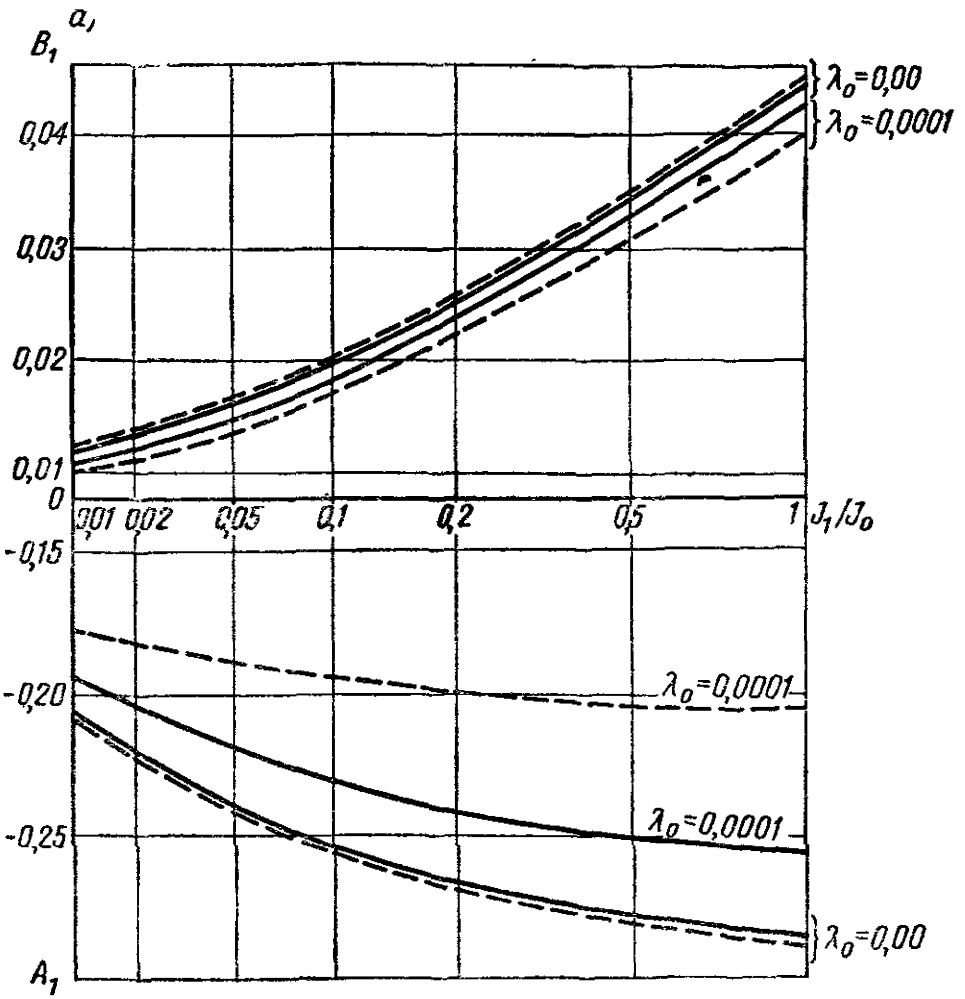
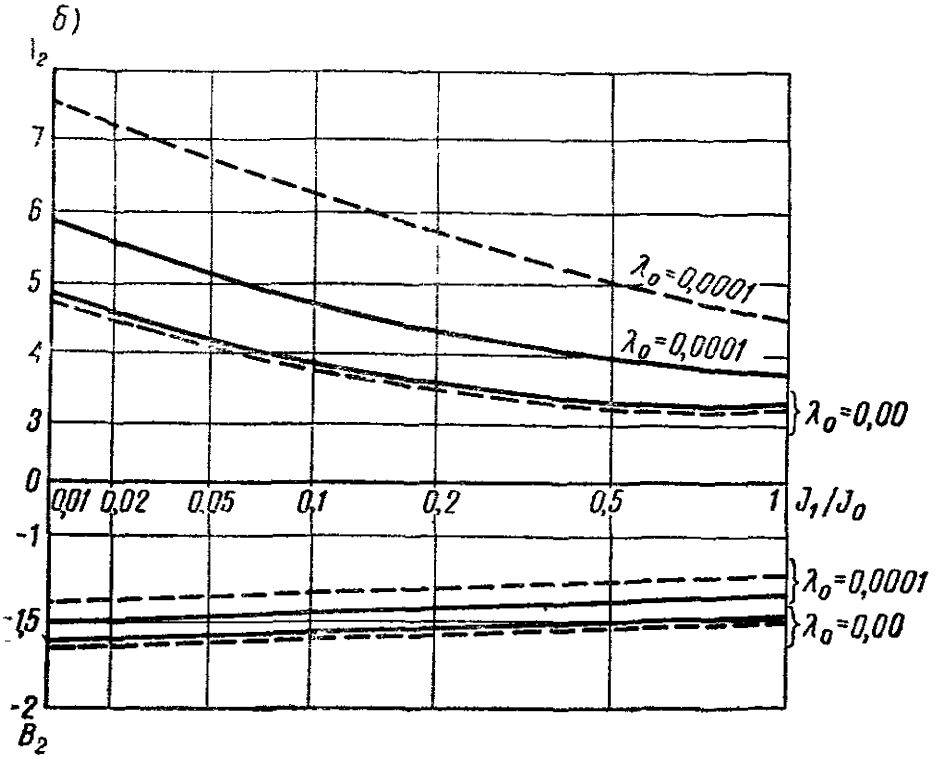


Рис. 43. Графики коэффициента частоты свободных колебаний дымовых труб для определения первого (*а*), второго (*б*) и третьего (*в*) тонов

(сплошными линиями даны кривые для труб с $H/r_0=40$, а пунктирными — для труб с $H/r_0=80$)


а)
B_1
0,04
0,03
0,02
0,01
0
0,01
0,02
0,05
0,1
0,2
0,5
1
J_1/J_0
$\lambda_0=0,00$
$\lambda_0=0,0001$
-0,15
-0,20
-0,25
$\lambda_0=0,0001$
$\lambda_0=0,0001$
$\lambda_0=0,00$
A_1


б)
I_2
7
6
5
4
3
0
-1
-2
0,01
0,02
0,05
0,1
0,2
0,5
1
J_1/J_0
$\lambda_0=0,0001$
$\lambda_0=0,0001$
$\lambda_0=0,00$
$\lambda_0=0,0001$
$\lambda_0=0,00$
B_2

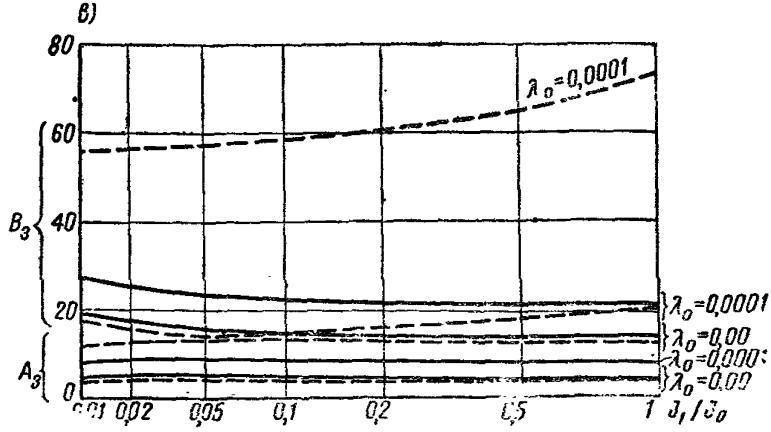


Рис. 44. Графики коэффициентов формы свободных колебаний дымовых труб для определения первого (*а*), второго (*б*) и третьего (*в*) тонов

(сплошными линиями даны кривые для труб с $H/r_0 = 40$, а пунктирными — для труб с $H/r_0 = 80$)

Периоды и формы трех низших тонов колебаний дымовых труб можно вычислить, воспользовавшись следующими формулами, учитывающими деформации изгиба и сдвига, а также податливость основания трубы:

$$T_i = \frac{2\pi}{\alpha_i} \cdot \frac{H^2}{r_0} \sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}; \qquad \text{(II.24)}$$

$$X_i(x) = \frac{1}{1 + \frac{k}{H} x} \left(\sin \frac{\pi}{2H} x + A_i \sin \frac{3\pi}{2H} x + B_i \sin \frac{5\pi}{2H} x \right), \qquad \text{(II.25)}$$

где

$$k = 0{,}75\left(\frac{J_1}{J_0} - 1\right) \text{ и } r_0 = \sqrt{\frac{J_0}{F_0}}.$$

Коэффициенты α_i, A_i и B_i для каждого тона колебаний определяются по графикам на рис. 43 и 44 в зависимости от параметров $\frac{J_1}{J_0}$, $\frac{H}{r_0}$ и $\lambda_0 = \frac{2EJ_0}{C_z F_\Phi H^3}$. В приведенных выражениях F_0 и r_0 — площадь и радиус инерции сечения основания ствола трубы; J_1 и J_0 — моменты инерции площади сечения ствола трубы наверху и в основании; γ — объемный вес материала трубы с учетом веса футеровки.

Графики для определения коэффициентов α_i, A_i и B_i вычислены применительно к расчету сравнительно высоких труб, поэтому

встречаются случаи, когда воспользоваться формулами (II.24) и (II.25) не представляется возможным. Период основного тона свободных колебаний труб в таких случаях может быть определен по следующей формуле:

$$T_1 = \frac{\alpha H^2}{r_0}\sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}, \qquad \text{(II. 26)}$$

которая не учитывает податливость основания, в связи с чем вычисляемые по ней периоды имеют значения, несколько уменьшенные по сравнению с действительными. Значения имеющегося в этой формуле коэффициента α в зависимости от отношения $\frac{h}{H+h}$ приведены в табл. 9. Период колебаний второго тона приближенно можно считать равным $T_2 \approx 0{,}257_1$. Формы свободных колебаний приближенно могут быть приняты по табл. 6 как формы колебаний консольного стержня постоянного сечения.

Таблица 9

Коэффициент частоты свободных колебаний труб в формуле (II. 26)

$\frac{h}{H+h}$	0 (конус)	0,264	0,501	0,754	1 (цилиндр)
	0,719	1,101	1,368	1,695	1,788

Высокие гибкие сооружения могут быть также рассчитаны как системы с сосредоточенными массами, для чего соответствующим образом должна быть выбрана их расчетная схема. Особенно простое решение с учетом трех низших форм колебаний может быть получено, если принять расчетной схемой систему с тремя степенями свободы

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

Пример 1.
Водонапорная башня

Определяется расчетная сейсмическая нагрузка на водонапорную металлическую башню высотой 20,5 *м* (рис. 45), которая строится в районе сейсмичностью 9 баллов. Вес бака с водой и вес утепляющей конструкции равны 14,6 *т*. Вес металлоконструкций башни 4 *т*. Грунт основания имеет расчетное сопротивление 2 *кг/см²*.

Расчетной схемой сооружения принимаем систему с одной степенью свободы (см. рис. 40), при этом массу будем считать сосредоточенной наверху, в уровне центра бака. Можно считать, что вес башни равномерно распределен по высоте и ее деформация близка к деформации изгибаемой консольной балки. Тогда, для того чтобы принятая за расчетную схему система с одной степенью свободы была динамически эквивалентна рассчитываемой башне[1], приведенная сосредоточенная масса должна быть определена по формуле (II.18)

$$m_1 = \frac{14{,}6}{9{,}81} + \frac{4}{4 \cdot 9{,}81} = 1{,}59 \ т\ сек^2/м,$$

чему соответствует приведенный вес

$$Q_1 = m_1 g = 1{,}59 \cdot 9{,}81 = 15{,}6 \ т.$$

Период свободных колебаний системы вычислим по формуле (II.12). Для этого необходимо найти прогиб башни под действием горизонтальной единичной силы $P = 1$ *т*. Нетрудно видеть, что деформативность конструкции башни во всех направлениях одинакова и определяется деформацией плоских ферм, составляющих башню. Пренебрегая их незначительным наклоном и считая, что каждая из ферм работает

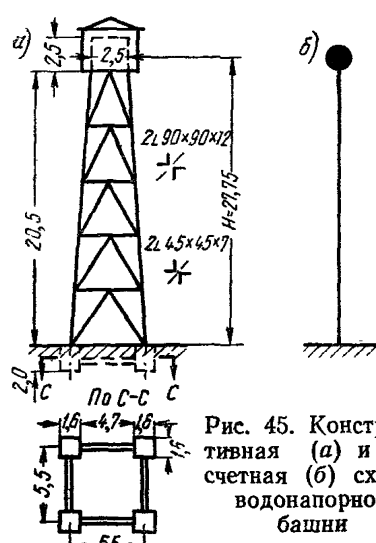


Рис. 45. Конструктивная (*а*) и расчетная (*б*) схемы водонапорной башни

[1] Две системы называются динамически эквивалентными, если они имеют одинаковые периоды свободных колебаний (см., например, Бернштейн С. А., «Основы динамики сооружений», 1941).

как плоская конструкция, по диаграмме Кремоны можно определить усилия в стержнях; далее, пользуясь формулой Мора, вычисляется перемещение на верху плоской фермы от приходящейся на одну ферму нагрузки $P=1/2$ *т*.

В результате этих вычислений перемещение верха фермы получается равным 0,235 *см*. Так как приведенная масса расположена несколько выше, по середине высоты жесткого бака, перемещение в этой точке δ_{11} приближенно найдем из пропорции

$$\frac{0,235}{20,5}=\frac{\delta_{11}}{21,75};\ \delta_{11}=0,235\,\frac{21,75}{20,5}=0,25\ см.$$

Таким образом, период свободных колебаний башни при условии абсолютно жесткого основания по формуле (II.12) равен

$$T_1=2\pi\sqrt{m_1\delta_{11}}=2\cdot 3,14\sqrt{1,59\cdot 0,25}=0,395\ \text{сек}.$$

Считая башню с точки зрения затухания колебаний гибким сооружением, коэффициент динамичности для определения расчетной сейсмической силы равен (см. п. 9)

$$\beta=1,5\,\frac{0,9}{T}=1,5\,\frac{0.9}{0,395}=3,42.$$

Приняв коэффициент формы колебаний равным единице, как для системы с одной степенью свободы, расчетная сейсмическая сила на башню, приложенная в центре бака, равна (1′)

$$S_1=Q_1K_c\beta\eta_1=15,6\cdot 0,1\cdot 3,42\cdot 1=5,34\ т,$$

где коэффициент сейсмичности K_c принят по табл. 2.

Далее, для оценки влияния податливости основания на период свободных колебаний башни и на величину расчетной сейсмической силы в расчете учтем деформативность грунта. С этой целью определим прогиб башни при учете ее упругого поворота на основании. Горизонтальное перемещение фундамента как величину, в данном случае заведомо малую, не принимаем во внимание. Жесткость основания при повороте K_φ характеризуется реакцией грунта при действии на фундамент единичного момента. Учитывая сжатие грунта под подошвой фундамента и трение о боковую поверхность, жесткость основания в данном случае определяем формулой

$$K_\varphi=F_{сж}a^2C_z u+F_{тр}a^2C_x u,$$

где $F_{сж}$ — площадь основания фундаментных столбов;
$F_{тр}$ — боковая площадь фундаментных столбов;
a — расстояние между их осями;
C_z и C_x — коэффициенты упругого равномерного сжатия и равномерного сдвига грунта;
u — коэффициент, повышающий характеристики жесткости грунта в связи с малыми размерами фундамента (учитывается при $F_\Phi<10$ $м^2$, см. СН 18—58); в нашем случае

$$u=\sqrt{\frac{10}{F_\Phi}}=\sqrt{\frac{10}{1,6\cdot 1,6}}=1,98.$$

Допускаемому давлению на грунт 2 *кг/см*^{2} соответствует значение $C_z = 4000$ *т/м*^{3}, при этом $C_x = 0{,}7\ C_z$ (см. СН 18—58). Определяя размеры фундамента по чертежу на рис. 45, найдем жесткость основания, согласно приведенной выше формуле:

$$K_\varphi = 4 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}6 \left(\frac{5{,}5}{2}\right)^2 4000 \cdot 1{,}98 + 4 \cdot 4 \cdot 1{,}62 \cdot 2 \left(\frac{5{,}5}{2}\right)^2 0{,}7 \times$$

$$\times 4000 \cdot 1{,}98 = 2{,}75 \cdot 10^6 \ тм.$$

Прогиб на верху башни при повороте фундамента под действием единичной силы, приложенной к сосредоточенной массе, равен

$$\delta^{осн} = \frac{H^2}{K_\varphi} = \frac{23.75^2}{2{,}75 \cdot 10^6} = 2{,}05 \cdot 10^{-4}\ м = 0{,}0205\ см.$$

Общее перемещение от деформации конструкции и податливости основания

$$\delta_{11}^{осн} = 0{,}25 + 0{,}0205 = 0{,}2705\ см.$$

Соответствующий период свободных колебаний (II.12)

$$T_1 = 2 \cdot 3{,}14 \sqrt{1{,}59 \cdot 0{,}2705} = 0{,}412 \text{ сек.}$$

Разница в периодах свободных колебаний, вычисленных без учета и с учетом податливости оснований, составляет величину порядка 5%, что практически не оказывает влияния на расчетную сейсмическую нагрузку.

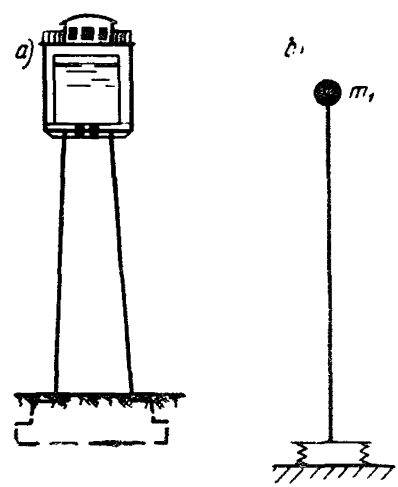


Рис. 46. Конструктивная схема башни (*а*) и расчетная схема (*б*), учитывающая податливость основания

Пример 2.

Водонапорная башня

Определяется величина расчетной сейсмической силы, действующей на водонапорную башню, схематически показанную на рис. 46. Башня предназначена для строительства в районе сейсмичностью 8 баллов. Расчет производится с учетом гидродинамического воздействия воды (п. 14). Радиус бака $R = 2{,}5$ *м*, высота воды в нем $h = 5$ *м*. Вес конструкций башни, отнесенный к уровню центра тяжести воды в баке, равен $Q_{bk} = 16$ *т*. Жесткость сооружения в этом уровне, вычисленная с учетом податливости основания, $c_1 = 425$ *т/м*.

По формуле (8) вес сосредоточенной массы равен

$$Q_k = Q_{k\text{к}} + k_1 Q_{k\text{ж}} = 16 + 0{,}78 \cdot 98 = 92{,}5 \ т,$$

где значение коэффициента k_1 при $h/R = 5/2{,}5 = 2$ найдено по графику на рис. 10, *а*.

Соответствующая масса и период свободных колебаний башни (II.12) равны

$$m_1 = \frac{Q}{q} = \frac{92{,}5}{9{,}81} = 9{,}4 \ т\,сек^2/м;$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{c_1}} = 2 \cdot 3{,}14 \sqrt{\frac{9{,}4}{425}} = 0{,}94 \text{ сек.}$$

Коэффициент динамичности сооружения

$$\beta = 1{,}5 \frac{0{,}9}{0{,}94} = 1{,}44.$$

Расчетная сейсмическая сила (1′)

$$S = 92{,}5 \cdot 0{,}05 \cdot 1{,}44 \cdot 1 = 6{,}66 \ т.$$

Высота волны в резервуаре (13)

$$H_{\text{в}} = RK_{\text{с}} \beta \eta_k = 2{,}5 \cdot 0{,}05 \cdot 1{,}34 \cdot 1 = 0{,}17 \ м.$$

Если производить расчет, не учитывая гидродинамическое действие воды, то расчетная сейсмическая нагрузка на башню оказывается большей и будет равна

$$Q_k = 98 + 16 = 114 \ т;$$

$$T = 2 \cdot 3{,}14 \sqrt{\frac{114}{9{,}81 \cdot 425}} = 1{,}04 \text{ сек.};$$

$$\beta = 1{,}5 \frac{0{,}9}{1{,}04} = 1{,}3;$$

$$S = 114 \cdot 0{,}05 \cdot 1{,}3 \cdot 1 = 7{,}42 \ т.$$

Пример 3.

Эстакада с резервуарами

Определяется сейсмическая нагрузка на двухэтажный рамный каркас, на котором располагаются два одинаковых резервуара с жидкостью (рис. 47). Сосредоточенные нагрузки на каждом ярусе приблизительно одинаковы и равны: вес жидкости 80 *т*, вес конструкций 60 *т*. Сооружение строится в районе сейсмичностью 9 баллов.

Расчетная схема сооружения представляется системой с двумя степенями свободы. Периоды и формы его свободных колебаний определяются формулами (II.19) и (II.20).

Сосредоточенная нагрузка на каждом ярусе с учетом гидродинамического воздействия жидкости (8) при коэффициенте $k_1 = 0{,}77$ (рис. 10, *а*) равна

$$Q_1 = Q_2 = 60 + 0{,}77 \cdot 80 = 121{,}6 \ т.$$

Величина соответствующих масс

$$m_1 = m_2 = \frac{121{,}6}{9{,}81} = 12{,}4 \ т\ сек^2/м.$$

Определяя свободные колебания, массу в каждом ярусе будем считать сосредоточенной в уровнях перекрытий, а не в центре тяжести. Такое предположение практически не отражается на результатах вычисления периода и формы колебаний, но значительно упрощает определение перемещений конструкций от единичных сил. Перемещения вычисляются по формулам (I.17) и при значении суммарных погонных жесткостей стоек $f_1 = f_2 = 3{,}55 \cdot 10^4$ *тм* и ригелей $r_1 = r_2 = 9{,}5 \cdot 10^4$ *тм* равны

$$\delta_{11} = 0{,}92 \cdot 10^{-4} \ м/т;$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = 1 \cdot 10^{-4} \ ,,$$

$$\delta_{22} = 2{,}07 \cdot 10^{-4} \ ,,.$$

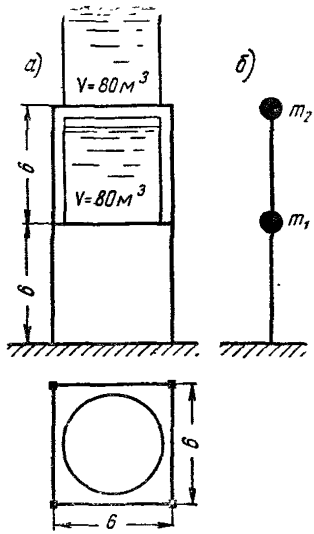


Рис. 47. Расчетная схема двухэтажного рамного каркаса, на котором установлены резервуары с жидкостью

Частоты свободных колебаний системы (II.19)

$$A = m_1 \delta_{11} + m_2 \delta_{22} = (12{,}4 \cdot 0{,}92 + 12{,}4 \cdot 2{,}07)\, 10^{-4} = 37{,}1 \cdot 10^{-4};$$

$$B = 2\, m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) = 2 \cdot 12{,}4 \cdot 12{,}4\, (0{,}92 \cdot 2{,}07 - 1^2) \times 10^{-8} = 280 \cdot 10^{-8};$$

$$p_{1,2}^2 = \frac{A \mp \sqrt{A^2 - 2B}}{B} = \frac{37{,}1 \cdot 10^{-4} \mp \sqrt{37{,}1^2 \cdot 10^{-8} - 2 \cdot 280 \cdot 10^{-8}}}{280 \cdot 10^{-8}} = \frac{(37{,}1 \mp 28{,}6) 10^{-4}}{280 \cdot 10^{-8}};$$

$$p_1 = 17{,}5 \ 1/сек., \quad p_2 = 48{,}5 \ 1/сек.$$

Соответствующие периоды

$$T_1 = \frac{2 \cdot 3{,}14}{17{,}5} = 0{,}36 \text{ сек.}; \quad T_2 = \frac{2 \cdot 3{,}14}{48{,}5} = 0{,}13 \text{ сек.}$$

Формы свободных колебаний (II.20):

первая

$$X_1 = 1;\ X_2 = \frac{\delta_{21} m_1 p_1^2}{1-\delta_{22} m_2 p_1^2} = \frac{1\cdot 10^{-4}\cdot 12{,}4\cdot 17{,}5^2}{1-2{,}07\cdot 10^{-4}\cdot 12{,}4\cdot 17{,}5^2} = 1{,}78;$$

вторая

$$X_1 = 1;\quad X_2 = \frac{1\cdot 10^{-4}\cdot 12{,}4\cdot 48{,}5^2}{1-2{,}07\cdot 10^{-4}\cdot 12{,}4\cdot 48{,}5^2} = -0{,}58.$$

Коэффициенты формы колебаний (2):

первой

$$\eta_{11} = 1\,\frac{1\cdot 121{,}6 + 1{,}78\cdot 121{,}6}{1^2\cdot 121{,}6 + 1{,}78^2\cdot 121{,}6} = 1\cdot 0{,}667 = 0{,}667;$$

$$\eta_{12} = 1{,}78\cdot 0{,}667 = 1{,}19;$$

второй

$$\eta_{11} = 1\,\frac{1\cdot 121{,}6 - 0{,}58\cdot 121{,}6}{1^2\cdot 121{,}6 + 0{,}58^2\cdot 121{,}6} = 0{,}314;$$

$$\eta_{12} = -0{,}58\cdot 0{,}314 = -0{,}182.$$

Расчетная сейсмическая нагрузка на сооружение:

а) сейсмические силы, соответствующие первой форме колебаний,

$$\beta = \frac{0{,}9}{T_1} = \frac{0{,}9}{0{,}36} = 2{,}5;$$

$$S_1 = Q_1 K_c \beta \eta_{11} = 121{,}6\cdot 0{,}1\cdot 2{,}5\cdot 0{,}667 = 20{,}3\ т;$$

$$S_2 = 121{,}6\cdot 0{,}1\cdot 2{,}5\cdot 1{,}19 = 36{,}2\ т;$$

б) сейсмические силы, соответствующие второй форме колебаний,

$$\beta = \frac{0{,}9}{0{,}13} = 6{,}9,\quad \text{принимаем}\quad \beta = 3;$$

$$S_1 = 121{,}6\cdot 0{,}1\cdot 3\cdot 0{,}314 = 11{,}5\ т;$$

$$S_2 = 121{,}6\cdot 0{,}1\cdot 3\,(-0{,}182) = -6{,}65\ т.$$

При расчете несущих конструкций сейсмические силы от собственного веса сооружения условно можно считать приложенными в уровнях перекрытий, а сейсмические силы от веса жидкости и резервуара — в центре тяжести жидкости. Так, сейсмическая нагрузка $S_1 = 20{,}3$ *т* представляется в виде силы, приложенной к середине высоты жидкости в баке,

$$S_{1ж} = \frac{20{,}3}{121{,}6}\cdot 0{,}77\cdot 80 = 10{,}3\ т;$$

и силы в уровне перекрытия, на котором располагается бак,

$$S_{1к} = \frac{20.3}{121,6} 60 = 10 \ т.$$

Пример 4.

Мельница. Здание со сложной конструктивной схемой

Определяется расчетная сейсмическая нагрузка на здание мельницы, проектируемое для района сейсмичностью 9 баллов. Основными несущими конструкциями здания являются выполняемые в монолитном железобетоне каркас, перекрытия, а также стенки силосов и бункеров; заполнение каркаса — кирпичные стены (рис. 48).

Как видно из плана и разрезов, здание мельницы имеет достаточно сложную конструктивную схему и вместе с тем является сравнительно жестким, так как деформативность его конструкций небольшая. Это разрешает предполагать, что период свободных колебаний здания будет порядка 0,3 сек. или даже меньше этого, а форма колебаний будет близка к прямолинейной. Поэтому, не затрудняясь точным определением периода и формы свободных колебаний этого сооружения, для определения сейсмической нагрузки на него примем $\beta = 3$ и коэффициент формы колебаний определим по упрощенной формуле (2′). Такая упрощенная методика определения расчетной сейсмической нагрузки для сложных жестких сооружений допускается СНиП (глава II-А.12-62).

В результате подсчета поэтажные веса здания мельницы равны

$$Q_1 = 455\,1 \ т;$$
$$Q_2 = 411,1 \ „;$$
$$Q_3 = 449,5 \ „;$$
$$Q_4 = 317,7 \ „;$$
$$Q_5 = 156,4 \ „.$$

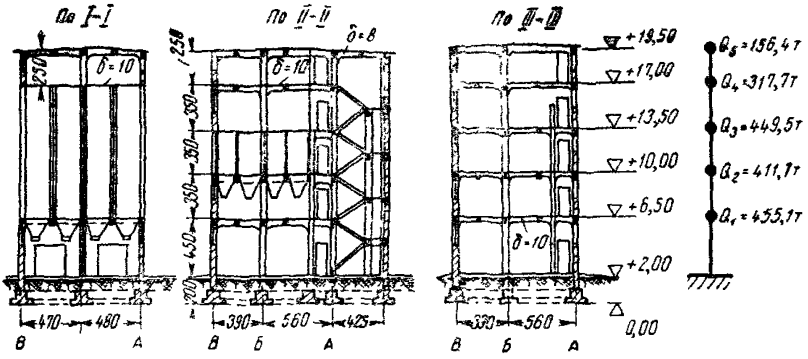
Для определения коэффициента η_{1k} вычисляем суммы

$$\sum_{j=1}^{5} Q_j x_j = 455,1 \cdot 4,5 + 411,1 \cdot 8 + 449,5 \cdot 11,5 +$$

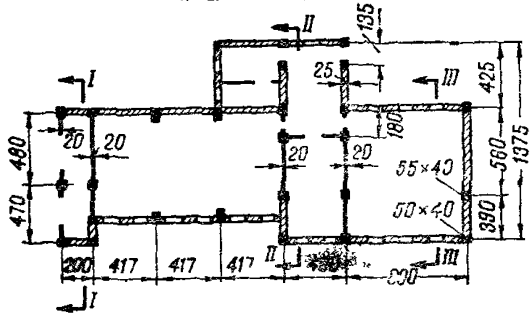
$$+ 317,7 \cdot 15 + 156,4 \cdot 17,5 = 1,8 \cdot 10^4;$$

$$\sum_{j=1}^{5} Q_j x_j^2 = 455,1 \cdot 4,5^2 + 411,1 + 8^2 + 449,5 \cdot 11,5^2 +$$

$$+ 317,7 \cdot 15^2 + 156,4 \cdot 17,5^2 = 21,46 \cdot 10^4,$$



План 1 этажа



План 3 этажа

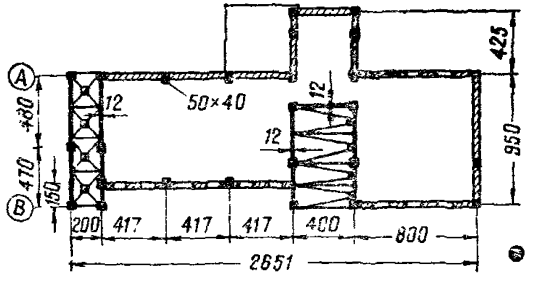


Рис. 48. Здание мельницы

тогда по формуле (2′)

$$\eta_1 = 4{,}5\frac{1{,}8\cdot 10^4}{21{,}46\cdot 10^4} = 4{,}5\cdot 0{,}084 = 0{,}378;$$

$$\eta_2 = 8\cdot 0{,}084 = 0{,}672;\quad \eta_3 = 11{,}5\cdot 0{,}084 = 0{,}97;$$

$$\eta_4 = 15\cdot 0{,}084 = 1{,}26;\quad \eta_5 = 17{,}5\cdot 0{,}084 = 1{,}47.$$

Расчетные сейсмические силы равны (1′)

$$S_1 = 455{,}1\cdot 0{,}1\cdot 3\cdot 0{,}378 = 51{,}8\ т;$$
$$S_2 = 411{,}1\cdot 0{,}1\cdot 3\cdot 0{,}672 = 83\ \text{„};$$
$$S_3 = 449{,}5\cdot 0{,}1\cdot 3\cdot 0{,}97 = 130\ \text{„};$$
$$S_4 = 317{,}7\cdot 0{,}1\cdot 3\cdot 1{,}26 = 120\ \text{„};$$
$$S_5 = 156{,}4\cdot 0{,}1\cdot 3\cdot 1{,}47 = 69\ \text{„}.$$

Пример 5.

Двухэтажное кирпичное здание

Определяется расчетная сейсмическая нагрузка на двухэтажное кирпичное здание общественного назначения, проектируемое для района сейсмичностью 9 баллов. Здание имеет совмещенную кровлю (рис. 49). Его перекрытия выполняются из сборных настилов с гоф-

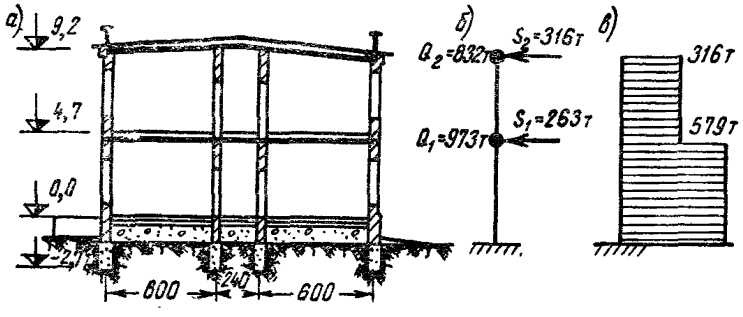


Рис. 49. Конструктивная (*а*) и расчетная (*б*) схемы двухэтажного каменного здания и эпюра поперечных сил от сейсмической нагрузки (*в*)

рированной боковой поверхностью, которые при монтаже замоноличиваются железобетонными монолитными обвязками, проходящими по периметру всех стен, а продольные швы между настилами заделываются раствором марки 100 на крупном песке. Поперечные стены здания располагаются приблизительно через 14 *м*.

Расчетной схемой здания считаем систему, вся масса которой сосредоточена в двух точках — в уровнях перекрытий (рис. 49,*б*). Веса этих масс с учетом полезной и снеговой нагрузок равны $Q_1 = 973$ *т* и $Q_2 = 832$ *т*.

Воспользовавшись табл. 4, в которой для зданий с несущими кирпичными стенами приведены значения произведения коэффициентов $\beta_1\eta_{1k}$, по формуле (1′) получаем расчетные сейсмические силы, действующие на здание в уровнях перекрытий:

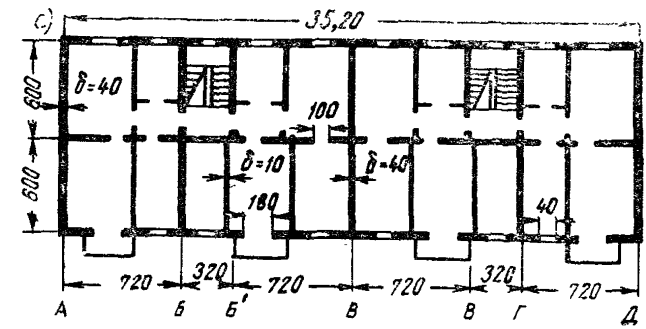
$$S_1 = 973 \cdot 0{,}1 \cdot 2{,}7 = 263 \ т;$$

$$S_2 = 832 \cdot 0{,}1 \cdot 3{,}8 = 316 \ „.$$

Пример 6.

Крупноблочный жилой дом

Определяется расчетная сейсмическая нагрузка на четырехэтажный крупноблочный жилой дом с подвалом, проектируемый для района сейсмичностью 8 баллов. План и разрез здания изображены на



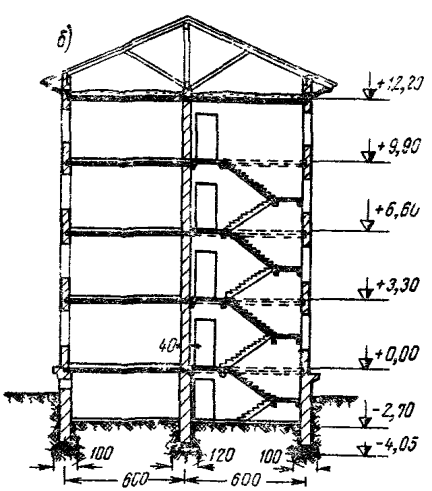




Рис. 50. План (*а*) и разрез (*б*) здания с несущими стенами и эпюра поперечных сил от сейсмической нагрузки (*в*)

рис. 50. Стены имеют четырехрядную разрезку и выполняются из бетонных блоков марки 75 на растворе марки 50. Перекрытия — сборные железобетонные; настилы с круглыми пустотами замоноличены с помощью шпонок и обвязок. Грунт основания (плотные суглинки с включениями гальки) имеет расчетное сопротивление $R_р = 3$ *кг/см²*.

Расчетную схему здания принимаем в виде системы, масса которой сосредоточена в уровнях этажных перекрытий. Подсчитанный вес каждой массы равен $Q_1 = 551$ *т*; $Q_2 = Q_3 = Q_4 = 526$ *т*; $Q_5 = 404$ *т*.

Вычислим сейсмические силы, воспользовавшись табл. 4, где даны расчетные значения произведения коэффициентов $\beta\eta_k$:

$$S_1 = 551 \cdot 0{,}05 \cdot 1 = 27.5 \text{ т};$$
$$S_2 = 526 \cdot 0{,}05 \cdot 1{,}3 = 34{,}2 \text{ „};$$
$$S_3 = 526 \cdot 0\,05 \cdot 2{,}4 = 63{,}1 \text{ „};$$
$$S_4 = 526 \cdot 0{,}05 \cdot 3{,}2 = 84 \text{ „};$$
$$S_5 = 404 \cdot 0{,}05 \cdot 3{,}4 = 68{,}6 \text{ „}.$$

На рис. 50,*в* построена соответствующая этим силам эпюра поперечных сил (пунктирная линия).

Сравним полученные сейсмические силы с силами, вычисленными с учетом динамических характеристик именно этого здания. Период свободных колебаний равен (II.6)

$$T_1 = \frac{2\pi H}{\alpha_1}\sqrt{\frac{mk_1}{FG\gamma_{пр}}} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 14{,}9}{1{,}25}\sqrt{\frac{16.3 \cdot 2.4}{69{,}65 \cdot 93\,700 \cdot 0{,}762}} =$$
$$= 0{,}211 \text{ сек.},$$

где $H = 14{,}9$ *м* — высота здания от пола подвала до уровня чердачного перекрытия;

$m = 16{,}3$ *т сек²/м* — средний вес 1 *пог. м* высоты здания;

$F = 69{,}65$ *м²* — площадь стен здания в плане;

$G = 0{,}25\ E_0$ — модуль упругости стен при сдвиге; $E_0 = 50 \cdot 750 = 37\,500$ *кг/см²*, $G = 0{,}25 \cdot 37\,500 = 93\,700$ *т/м²*;

$\gamma_{пр} = 0{,}762$ — коэффициент проемности стен, вычисленный по формуле (29) при $\nu = \frac{F_{пр}}{F_{ст}} = \frac{14\ 1}{69{,}65} = 0{,}202$;

$\alpha_1 = 1{,}25$ — коэффициент частоты, полученный по графику на рис. 36,*г* в зависимости от величины

$$v = \frac{12C_z J_ф k_1}{HFG\gamma_{пр}} = \frac{12 \cdot 5000 \cdot 2637{,}2}{14{,}9 \cdot 69{,}65 \cdot 93\,700 \cdot 0{,}762} = 2{,}13.$$

Форма свободных колебаний (II.8)

$$X_1 \sin\frac{1,25}{14,9}1 + 0,07\cos\frac{1,25}{14,9}1 = 0,0839 + 0,07\cdot 0,996 = 0,154;$$

$$X_2 \sin\frac{1,25}{14,9}4,3 + 0,07\cos\frac{1,25}{14,9}4,3 = 0,3522 + 0,07\times 0,936 = 0,419;$$

$$X_3 \sin\frac{1,25}{14,9}7,6 + 0,07\cos\frac{1,25}{14,9}7,6 = 0,595 + 0,07\times 0,804 = 0,652;$$

$$X_4 \sin\frac{1,25}{14,9}10,9 + 0,07\cos\frac{1,25}{14,9}10,9 = 0,791 + 0,07\times 0,611 = 0,834;$$

$$X_5 \sin\frac{1,25}{14,9}13,2 + 0,07\cos\frac{1,25}{14,9}13,2 = 0,896 + 0,07\times 0,445 = 0,928.$$

Для определения сейсмических сил коэффициент β_1 принимаем равным 3 (см. рис. 6). Вычислим значения коэффициента формы колебаний (2):

$$\eta_{i1} = 0,154\,\frac{551\cdot 0,154 + 526\,(0,419 + 0,652 + 0,834) + 404\cdot 0,928}{551\cdot 0,154^2 + 526\,(0,419^2 + 0,652^2 + 0,834^2) + 404\cdot 0,928^2} = 0,154\cdot 1,4 = 0,214;$$

$$\eta_{i2} = 0,419\cdot 1,4 = 0,585;\ \eta_{i3} = 0,652\cdot 1,4 = 0,91;$$

$$\eta_{i4} = 0,834\cdot 1,4 = 1,165;\ \eta_{i5} = 0,928\cdot 1,4 = 1,3.$$

Сейсмические силы (1′)

$$S_1 = 551\cdot 0,05\cdot 3\cdot 0,214 = 17,7\ т;$$
$$S_2 = 526\cdot 0,05\cdot 3\cdot 0,585 = 46,2\ „;$$
$$S_3 = 526\cdot 0,05\cdot 3\cdot 0,91 = 72\ „;$$
$$S_4 = 526\cdot 0,05\cdot 3\cdot 1,165 = 92\ „;$$
$$S_5 = 404\cdot 0,05\cdot 3\cdot 1,3 = 79\ „.$$

На рис. 50,*в* сплошной линией изображена эпюра соответствующих поперечных сил.

Сейсмические силы, вычисленные с учетом действительных динамических характеристик крупноблочного здания, оказались бо́льшими, чем полученные с помощью таблицы значения произведений $\beta\eta_{ik}$. Это объясняется тем, что последние ориентированы главным образом на здание с кирпичными стенами, жесткость которых меньше, чем крупноблочных, и поэтому для пятиэтажных зданий в таблице коэффициент β принят равным 2,4. Для рассчитываемого же

крупноблочного здания β оказалось равно 3. Кроме того, некоторое несоответствие в распределении сейсмических сил по высоте здания вытекает из различного характера формы колебаний, принимаемой в расчет: табличные значения коэффициента η_k получены в предположении, что здание имеет жесткую заделку в основании, а данный расчет выполнен с учетом податливости основания.

Пример 7.

Крупнопанельный дом

Определяется сейсмическая нагрузка и вызываемые ею усилия в панелях пятиэтажного крупнопанельного здания, проектируемого для района сейсмичностью 8 баллов. Панели размером на комнату изготавливаются из армированного бетона. Толщина наружных стеновых панелей 25 *см*. Панели внутренних одинарных стен имеют толщину 10 *см*, сдвоенных — 7 *см*. План торцовой секции с раскладкой панелей и разрез здания изображены на рис. 51. Между собой панели соединяются с помощью сварных стыков, расположенных по два с каждой стороны. Конструкция сварных соединений допускает развитие значительных пластических деформаций в непроваренном металле. Швы между панелями заделываются цементным раствором марки 100. В условиях малой ширины опорных площадок для лучшего замоноличивания края панелей перекрытий имеют шпоночные выступы.

Расчетную схему здания принимаем в виде системы с массами, сосредоточенными в уровнях перекрытий. Производится расчет одной рядовой секции, длина которой 19,4 *м*. Подсчитанные веса в уровнях междуэтажных перекрытий равны $Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = 137{,}71$ *т*, в уровне чердачного перекрытия — $Q_6 = 160{,}32$ *т*, а в уровне пола нижнего этажа — $Q_1 = 230{,}71$ *т*.

Вычислим сейсмическую нагрузку на здание, воспользовавшись значениями произведения $\beta\eta_k$, приведенными в табл. 4:

$$S_1 = 230{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 1 = 11{,}5 \text{ т};$$
$$S_2 = 137{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 1{,}3 = 8{,}7 \text{ „};$$
$$S_3 = 137{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 2{,}4 = 16{,}5 \text{ „};$$
$$S_4 = 137{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 3{,}2 = 22 \text{ „};$$
$$S_5 = 137{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 3{,}7 = 25{,}5 \text{ „};$$
$$S_6 = 160{,}32 \cdot 0{,}05 \cdot 3{,}8 = 30{,}4 \text{ „}.$$

Для сравнения определим сейсмическую нагрузку, вычислив периоды и формы свободных колебаний рассчитываемого здания в поперечном направлении. Воспользуемся формулами (II.6) и (II.8), учитывая при расчете податливость основания.

Приведя вес к равномерно распределенному, получим

$$q = \frac{160{,}32 + 4 \cdot 137{,}71 + 230{,}71}{15} = 62{,}8 \text{ т/м} = 628 \text{ кг/см};$$

$$m = \frac{628}{981} = 0{,}64 \text{ кг сек}^2/\text{см}^2.$$

Площадь стен в плане приближенно равна

$$F = 1120 \cdot 10 \cdot 8 + 1940\,(25 \cdot 2 + 14) = 21{,}37 \cdot 10^4 \ см^2.$$

Примем $\gamma_{пр} = 0{,}6$ и $G = 0{,}4\,E_б = 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 = 0{,}8 \times 10^5 \ кг/см^2$.

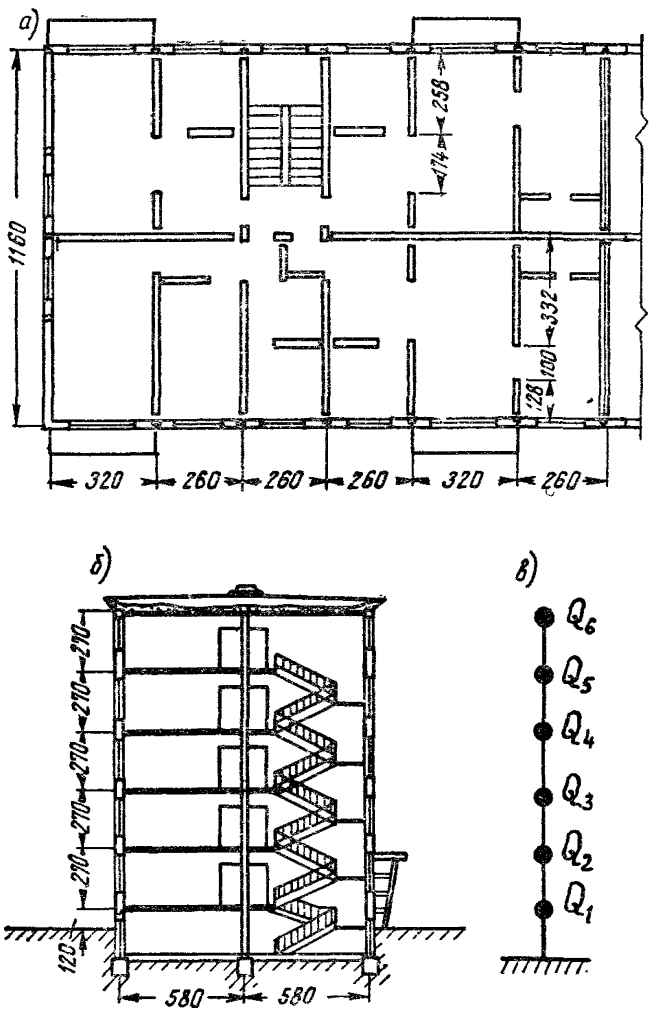


Рис. 51. План и разрез торцовой секции крупнопанельного дома

Для определения коэффициента α_1 вычислим значение

$$v = \frac{12\,C_z J_\phi}{FG\,\gamma_{пр} H} = \frac{12 \cdot 3 \cdot 22{,}5 \cdot 10^{10}}{21{,}37 \cdot 10^4 \cdot 0{,}8 \cdot 10^5 \cdot 0{,}6\ \ 1680} = 0{,}47,$$

тогда по графику на рис. 36,*г* $\alpha_1 = 0{,}7$. При вычислении v коэффициент равномерного упругого сжатия грунта C_z принят равным 3 *кг/см*^{3}, а момент инерции площади фундаментов подсчитан из условия, что ширина подошвы равна 100 *см*:

$$J_\phi = 1940 \cdot 100 \cdot 580^2 \cdot 2 + \frac{100 \cdot 1120^3}{12} 8 = 22{,}5 \cdot 10^{10}\ см^4.$$

Период свободных колебаний здания равен

$$T_1 = \frac{2\pi H}{\alpha_1} \sqrt{\frac{mk_1}{FG\,\gamma_{пр}}} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1680}{0{,}7} \sqrt{\frac{0{,}64 \cdot 2.4}{21{,}37 \cdot 10^4 \cdot 0{,}8 \cdot 10^5 \cdot 0{,}6}} =$$
$$= 0{,}186 \text{ сек}.$$

Форма свободных колебаний по (II.8) при $A_1 = 0{,}07$

$$X_1 = \sin 0{,}7 \cdot 0{,}149 + 0{,}07 \cos 0{,}7 \cdot 0{,}149 = 0.175;$$
$$X_2 = \sin 0{,}7 \cdot 0{,}31 \ + 0{,}07 \cos 0{,}7 \cdot 0{,}31 \ = 0.283;$$
$$X_3 = \sin 0{,}7 \cdot 0{,}47 \ + 0{,}07 \cos 0{,}7 \cdot 0{,}47 \ = 0{,}392;$$
$$X_4 = \sin 0{,}7 \cdot 0{,}632 + 0{,}07 \cos 0{,}7 \cdot 0{,}632 = 0{,}493;$$
$$X_5 = \sin 0{,}7 \cdot 0{,}805 + 0.07 \cos 0{,}7 \cdot 0{,}805 = 0{,}594;$$
$$X_6 = \sin 0{,}7 \cdot 0{,}97 \ + 0{,}07 \cos 0{,}7 \cdot 0{,}97 \ = 0{,}684.$$

Определим значение коэффициента формы колебаний по формуле (2):

$$\sum_{j=1}^{6} Q_j X_j = 230{,}71 \cdot 0{,}175 + 137{,}7\,(0{,}283 + 0{,}392 +$$
$$+ 0{,}493 + \ 0{,}594) + 160{,}3 \cdot 0{,}684 = 392{,}5;$$

$$\sum_{j=1}^{6} Q_j X_j^2 = 230{,}71 \cdot 0{,}175^2 + 137{,}7\,(0{,}283^2 + 0{,}392^2 +$$
$$+ 0{,}493^2 + 0{,}594^2) + 160{,}3 \cdot 0{,}684^2 = 196{,}06;$$

$$\eta_{i1} = 0{,}175 \frac{392{,}5}{196{,}06} = 0{,}175 \cdot 2 = 0{,}35; \quad \eta_{i4} = 0{,}493 \cdot 2 = 0{,}986;$$
$$\eta_{i2} = 0{,}283 \cdot 2 = 0{,}566; \quad \eta_{i5} = 0{,}594 \cdot 2 = 1{,}188;$$
$$\eta_{i3} = 0{,}392 \cdot 2 = 0{,}784; \quad \eta_{i6} = 0{,}684 \cdot 2 = 1{,}368.$$

Приняв значение $\beta = 3$, так как $T_1 = 0{,}186 < 0{,}3$ сек., вычисляем сейсмические силы:

$$S_1 = 230{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 3 \cdot 0{,}35 = 12{,}1 \text{ т};$$
$$S_2 = 137{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 3 \cdot 0{,}566 = 11{,}7 \text{ „};$$
$$S_3 = 137{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 3 \cdot 0{,}784 = 16{,}2 \text{ „};$$
$$S_4 = 137{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 3 \cdot 0{,}986 = 20{,}4 \text{ „};$$
$$S_5 = 137{,}71 \cdot 0{,}05 \cdot 3 \cdot 1{,}186 = 24{,}6 \text{ „};$$
$$S_6 = 160{,}3 \cdot 0{,}05 \cdot 3 \cdot 1{,}368 = 33 \text{ „}.$$

Эти сейсмические силы близки по значению к силам, вычисленным с помощью табличных значений произведения $\beta\eta_k$, приняв их за расчетную нагрузку, имеем следующую эпюру поперечных сил: $Q_{VI} = 33$ т; $Q_V = 57{,}6$ т; $Q_{IV} = 78$ т; $Q_{III} = 94{,}2$ т; $Q_{II} = 105{,}9$ т; $Q_I = 118$ т. Эта же сейсмическая нагрузка может быть принята при расчете секции в направлении продольной оси здания.

Принятый в проекте способ соединения панелей стены, по-видимому, не позволяет рассматривать стену как монолитную конструкцию — монолитность сравнительно жесткого и малопрочного растворного шва под действием горизонтальной нагрузки легко может быть нарушена, и тогда усилия, возникающие между панелями, будут передаваться через менее жесткие и более прочные сварные соединения. Это обстоятельство должно быть учтено как при распределении сейсмической нагрузки между стенами и панелями, так и при расчете панелей и сварных соединений на прочность.

Для расчета можно принять предпосылку, что панели соединяются между собой, во всяком случае в вертикальных швах, шарнирно в местах металлических стыков. Тогда, считая, что перекрытия являются жесткими дисками при работе в своей плоскости (для чего они должны быть соответствующим образом законструированы), горизонтальная нагрузка распределяется между отдельными панелями пропорционально их жесткости, а жесткость каждой стены в пределах этажа определяется суммарной жесткостью ее панелей.

Жесткость панели в своей плоскости характеризуется перемещением, которое она имеет, будучи закрепленной внизу, под действием приложенной в уровне ее верха единичной силы. Подсчитаем приближенно такое перемещение для каждой панели, считая, что глухие панели работают главным образом на сдвиг; деформации изгиба учитываются только в сравнительно узких панелях:

$$\delta_{в.с\,1} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 559 \cdot 7} = 0{,}995 \cdot 10^{-6} \text{ см/кг};$$

$$\delta_{в.с\,2} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 459 \cdot 10} = 0{,}84 \cdot 10^{-6} \text{ „};$$

$$\delta_{в.с\,3} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 439 \cdot 10} = 0{,}89 \cdot 10^{-6} \text{ „};$$

$$\delta_{в.с.\,4} = \frac{253 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 331 \cdot 10} + \frac{258^3 \cdot 12}{12 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 331^3} =$$
$$= 1{,}17 \cdot 10^{-6} + 0{,}237 \cdot 10^{-6} = 1{,}41 \cdot 10^{-6} \text{ см/кг};$$

$$\delta_{в.с\ 5} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 257 \cdot 10} + \frac{258^3 \cdot 12}{12 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 257^3} =$$

$$= 1{,}5 \cdot 10^{-6} + 0{,}5 \cdot 10^{-6} = 2 \cdot 10^{-6}\ см/кг;$$

$$\delta_{в.с\ 6} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 127 \cdot 10} + \frac{258^3 \cdot 12}{12 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 127^3} =$$

$$= 3{,}05 \cdot 10^{-6} + 4{,}2 \cdot 10^{-6} = 7{,}25 \cdot 10^{-6}\ см/кг;$$

$$\delta_{в.с\ 7} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 590 \cdot 7} = 0{,}94 \cdot 10^{-6} \quad „ ;$$

$$\delta_{в.с\ 8} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 486 \cdot 7} = 1{,}14 \cdot 10^{-6} \quad „ ;$$

$$\delta_{в.с\ 11} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 195 \cdot 25} + \frac{258^3 \cdot 12}{12 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot 195^3} =$$

$$= 0{,}79 \cdot 10^{-6} + 0{,}465 \cdot 10^{-6} = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\ см/кг;$$

$$\delta_{н.с\ 4} = \frac{258 \cdot 1{,}2}{0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 323 \cdot 25} + \frac{258^3 \cdot 12}{12 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot 323^3} =$$

$$= 0{,}48 \cdot 10^{-6} + 0{,}1 \cdot 10^{-6} = 0{,}58 \cdot 10^{-6}\ см/кг.$$

Жесткость наружных панелей с проемами можно определить как жесткость замкнутых рам. Построив для каждой из них эпюры от единичных сил по формуле

$$\delta_{п} = \sum_{u} \int_{l} \frac{M_u M_u^0}{EI_u}\, dx,$$

были вычислены соответствующие перемещения. Результаты этих вычислений следующие:

$$\delta_{н.с\ 1} = 99{,}4 \cdot 10^{-6}\ см/кг;$$

$$\delta_{н.с\ 3} = 12{,}3 \cdot 10^{-6} \quad „$$

$$\delta_{н.с\ 1-2} = 13{,}2 \cdot 10^{-6} \quad „$$

$$\delta_{н.с\ 2} = 92{,}5 \cdot 10^{-6} \quad „$$

Далее производится распределение сейсмической нагрузки между панелями. Распределим, например, между панелями поперечных стен первого этажа действующую в этом уровне поперечную силу $Q_{II} = 105{,}9$ *т*. Жесткость первого этажа в поперечном направлении как сумма жесткостей панелей поперечных стен равна (для средней секции)

$$c_{эт.\ 1} = \sum_{a} \frac{1}{\delta_a} = 4\,\frac{1}{\delta_{в.с\ 1}} + \frac{1}{\delta_{в.с\ 2}} + 2\,\frac{1}{\delta_{в.с\ 3}} + 4\,\frac{1}{\delta_{в.с\ 4}} +$$

$$+3\,\frac{1}{\delta_{в.с5}}+7\,\frac{1}{\delta_{в.с\,6}}+4\,\frac{1}{\delta_{в.с\,11}}=10^6\left(\frac{4}{0{,}995}+\frac{1}{0{,}84}+\right.$$

$$\left.+\frac{2}{0{,}89}+\frac{4}{1{,}41}+\frac{3}{2}+\frac{7}{7{,}29}+\frac{4}{1{,}26}\right)=$$

$$=15{,}92\cdot10^6\ кг/см.$$

Тогда по формуле

$$S_{1\,a}=\frac{Q_{II}}{c_{эт\,1}}\cdot\frac{1}{\delta_a}=\frac{105{,}9}{15{,}92\cdot10^6}\cdot\frac{1}{\delta_a}=\frac{6{,}63\cdot10^{-6}}{\delta_a}$$

вычисляем горизонтальную силу, действующую на панели поперечных стен в первом этаже:

$$S_{в.с\,1}=\frac{6{,}63\cdot10^{-6}}{0{,}995\cdot10^{-6}}=6{,}65\ т;$$

$S_{в.с\,4}=4{,}7$ т; $S_{в.с\,5}=3{,}32$ т;

$S_{в.с\,2}=7{,}9$ „; $S_{в.с\,6}=0{,}91$ „;

$S_{в.с\,3}=7{,}45$ „; $S_{в.с\,11}=5{,}25$ „.

Аналогично определяется расчетная горизонтальная сила для панелей продольных стен, а также в вышележащих этажах.

Распределив таким же путем сейсмические силы на каждом этаже и рассматривая отдельные участки стен на всю их высоту, определяются изгибающие моменты, действующие в панелях.

Прочность панелей определяется с учетом действия горизонтальной силы, изгибающего момента и вертикальной нагрузки. Прочность металлических стыков определяется сдвигающими и растягивающими усилиями, действующими в соединениях панелей.

Пример 8.

Элеватор

Определяется расчетная сейсмическая нагрузка в поперечном направлении на элеватор, проектируемый для района сейсмичностью 8 баллов. Основной несущей конструкцией сооружения являются железобетонные стенки толщиной 15 *см*. Внутренние стенки, пересекаясь, образуют силосы размером 3,2 × 3,2 *м*. Высота силосного корпуса 33 *м*, высота рабочей башни 42,2 *м*. Фундаментом элеватора является сплошная железобетонная плита. План и разрезы сооружения изображены на рис. 52 и 53. Марка бетона 200. Грунт основания имеет коэффициент упругого равномерного сжатия, равный $C_z=4000\ т/м^3$,

Выясним основные факторы деформации сооружения в поперечном направлении. Для этого сравним перемещения от единичной силы, вызванные сдвигом, изгибом и поворотом элеватора на основании, в уровне перекрытия над силосами. Приближенно площадь стен элеватора в плане и соответствующий ей момент инерции равны

$$F = (9 \cdot 16{,}35 + 3 \cdot 30{,}15 + 3 \cdot 25{,}25)\, 0{,}15 = 47 \approx 50 \ м^2;$$

$$J = \frac{0{,}15 \cdot 16{,}35^3}{12}\ 9 \cdot 1{,}1 + 18 \cdot 3 \cdot 0{,}15 \cdot 8^2 +$$

$$+ 16 \cdot 3 \cdot 0{,}15 \cdot 4{,}8^2 + 14 \cdot 3 \cdot 0{,}15 \cdot 1{,}6^2 = 1224 м^4.$$

Момент инерции площади фундамента

$$J_ф = \frac{30{,}8 \cdot 17{,}6^3}{12} = 14\,000 \ м^4.$$

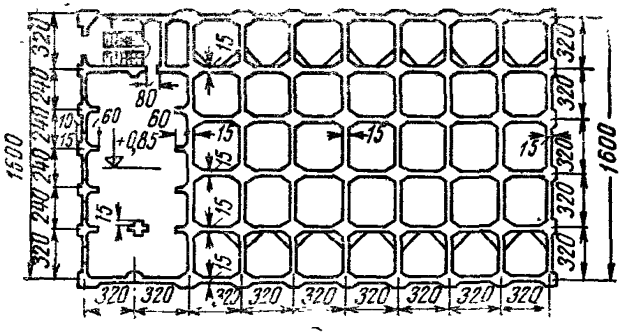


Рис. 52. План элеватора

Перемещение от сдвига

$$\delta_{сд} = \frac{(33{,}2 - 2{,}5 - 4{,}1)2{,}4}{50 \cdot 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1} + \frac{2{,}5 \cdot 2{,}4}{50 \cdot 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0{,}59} =$$

$$= 1{,}81 \cdot 10^{-6} \ м/т.$$

Перемещение от изгиба

$$\delta_{изг} = \frac{(33{,}2 - 4{,}1)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1224} = \frac{29{,}1^3}{7{,}34 \cdot 10^9} = 3{,}36 \cdot 10^{-6} \ м/т.$$

Перемещение от сдвига по основанию

$$\delta_x = \frac{1}{K_x} = \frac{1}{17{,}6 \cdot 30{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 4000} = 0{,}66 \cdot 10^{-6} \ м/т.$$

Перемещение от поворота сооружения

$$\delta_\varphi = \frac{H^2}{K_\varphi} = \frac{H^2}{J_ф C_\varphi} = \frac{(33{,}2 - 4{,}1)^2}{14 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 4000} = \frac{29{,}1^2}{1{,}12 \cdot 10^8} =$$

$$= 7{,}57 \cdot 10^{-6} \ м/т.$$

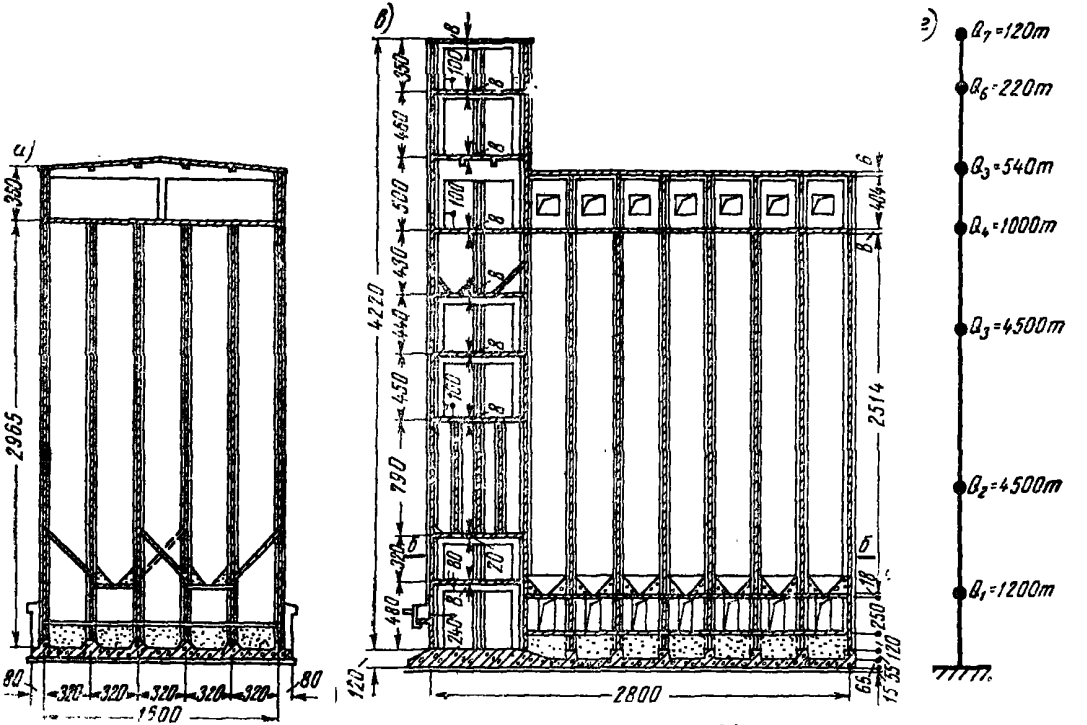


Рис. 53. Разрезы (*а* и *в*), расчетная схема (*г*) элеватора

Как показывают полученные цифры, основными факторами перемещений являются поворот сооружения и его изгиб. Кроме того, на низких уровнях будет существенным влияние сдвига.

Расчетную схему элеватора принимаем в виде системы с семью сосредоточенными массами (рис. 53,*г*). Вес каждой массы приведен в табл. 10. Период основного тона свободных колебаний определим по формуле (6), для чего предварительно необходимо вычислить соответствующую форму колебаний X_{1j}.

Таблица 10

Вычисление формы колебаний элеватора

№ массы	Вес массы Q_j в T	Уровень от основания h_j в $м$	Поперечная сила от веса Q_j в T	Момент от сил Q_j в $Тм$	Форма колебаний X_{1j}
7	120	43,4	120	0	$7{,}54\cdot10^{-2}$
6	220	39,9	340	$0{,}42\cdot10^{3}$	$6{,}95\cdot10^{-2}$
5	540	34,4	880	$2{,}29\cdot10^{3}$	$5{,}98\cdot10^{-2}$
4	1000	30,3	1 880	$5{,}9\cdot10^{3}$	$5{,}2\cdot10^{-2}$
3	4500	23,3	6 380	$19{,}08\cdot10^{3}$	$4{,}1\cdot10^{-2}$
2	4500	12,3	10 880	$87{,}72\cdot10^{3}$	$2{,}07\cdot10^{-2}$
1	1200	5,1	12 080	$167{,}65\cdot10^{3}$	$0{,}81\cdot10^{-2}$
0	—	—	12 080	$229{,}36\cdot10^{3}$	—

Форма колебаний находится по формуле (5) как результат сложения перемещений от поворота сооружения, а также деформаций изгиба и сдвига в его конструкциях под действием сил Q_j.

Поворот

$$\delta_{\varphi 7} = h_7 \frac{M_0}{K_\varphi} = 43{,}4 \frac{229{,}36\cdot10^{3}}{1{,}12\cdot10^{8}} = 43{,}4\cdot2{,}04\cdot10^{-3} = 8{,}85\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{\varphi 6} = 39{,}9\cdot2{,}04\cdot10^{-3} = 8{,}16\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{\varphi 5} = 34{,}4\cdot2{,}04\cdot10^{-3} = 7{,}05\cdot10^{-2}\ „;$$

$$\delta_{\varphi 4} = 30{,}3\cdot2{,}04\cdot10^{-3} = 6{,}2\cdot10^{-2}\ „;$$

$$\delta_{\varphi 3} = 23{,}3\cdot2{,}04\cdot10^{-3} = 4{,}76\cdot10^{-2}\ „;$$

$$\delta_{\varphi 2} = 12{,}3\cdot2{,}04\cdot10^{-3} = 2{,}52\cdot10^{-2}\ „;$$

$$\delta_{\varphi 1} = 5{,}1\cdot2{,}04\cdot10^{-3} = 1{,}04\cdot10^{-2}\ „.$$

Деформации изгиба вычислены по формуле

$$\delta_k = \frac{h_k^3}{3EJ}\left[\sum_{j=k}^{7} Q_j + \frac{1{,}5}{h_k}\sum_{j=k+1}^{7} Q_j (h_j - h_k)\right] +$$

$$+\sum_{j=1}^{k-1}\frac{Q_j h_j^3}{3EJ}\left(1+1{,}5\,\frac{h_k-h_j}{h_j}\right);$$

$$\delta_{изг,\,1}=\frac{5{,}1^3}{7{,}34\cdot10^9}\left(12\,080+\frac{1{,}5}{5{,}1}\,167{,}65\cdot10^3\right)=$$

$$=0{,}11\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{изг\ 2}=\frac{12{,}3^3}{7{,}34\cdot10^9}\left(10\,880+\frac{1{,}5}{12{,}3}\,89{,}22\cdot10^3\right)+$$

$$+\frac{1200\cdot5{,}1^3}{7{,}34\cdot10^9}\left(1+1{,}5\,\frac{7{,}2}{5{,}1}\right)=0{,}559\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{изг\ 3}=\frac{23{,}3^3}{7{,}34\cdot10^9}\left(6380+\frac{1.5}{23{,}3}\,19{,}08\cdot10^3\right)+\frac{1200\cdot5{,}1^3}{7{,}34\cdot10^9}\times$$

$$\times\left(1+1{,}5\,\frac{18{,}2}{5{,}1}\right)+\frac{4500\cdot12{,}3^3}{7{,}34\cdot10^9}\left(1+1{,}5\,\frac{11}{12{,}3}\right)=$$

$$=1{,}532\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{изг\ 4}=\frac{30{,}3^3}{7{,}34\cdot10^9}\left(1880+\frac{1{,}5}{30{,}3}\ 5{,}9\cdot10^3\right)+\frac{140\cdot5{,}1^3}{7{,}34\cdot10^9}\left(1+\right.$$

$$\left.+1{,}5\frac{25{,}2}{5{,}1}\right)+\frac{4500\cdot12{,}3^3}{7{,}34\cdot10^9}\left(1+1{,}5\ \frac{8}{12{,}3}\right)+\frac{4500\cdot23{,}3^3}{7{,}34\cdot10^9}\times$$

$$\times\left(1+1{,}5\,\frac{7}{23{,}3}\right)=2{,}19\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{изг\ 5}=\delta_{изг\ 4}\left(1+1{,}5\,\frac{h_5-h_4}{h_4}\right)=1{,}18\cdot10^{-2}\left(1+1{,}5\,\frac{4{,}1}{30{,}1}\right)=$$

$$=2{,}64\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{изг\ 6}=1{,}18\cdot10^{-2}\left(1+1{,}5\ \frac{9{,}6}{30{,}3}\right)=3{,}23\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{изг\ 7}=1{,}18\cdot10^{-2}\left(1+1{,}5\,\frac{13{,}1}{30{,}3}\right)=3{,}62\cdot10^{-2}\ \ ,,.$$

Сдвиг

$$\delta_{сд\ 1}=\frac{12\,080\cdot3{,}7\cdot2{,}4}{50\cdot0{,}4\cdot2\cdot10^6\cdot0{,}59}=\frac{12\,080\cdot3{,}7}{0{,}59}\quad6\cdot10^{-8}=$$

$$=0{,}453\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{сд\ 2}=0{,}453\cdot10^{-2}+10\,880\cdot7{,}2\cdot6\cdot10^{-8}=0{,}923\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{сд\ 3}=0{,}923\cdot10^{-2}+6380\cdot11\cdot6\cdot10^{-8}=1{,}344\cdot10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{сд\,4} = 1{,}344 \cdot 10^{-2} + 1880 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 10^{-8} = 1{,}423 \cdot 10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{сд\,5} = 1{,}423 \cdot 10^{-2} + \frac{880 \times}{12\left(\frac{0{,}15 \cdot 1{,}0^3}{12 \cdot 4{,}1}\,6 + \frac{0{,}45 \cdot 0{,}4^3}{12 \cdot 4{,}1}\,28\right) \times} \rightarrow$$

$$\leftarrow \frac{\times 4{,}1^2}{\times 2 \cdot 10^6 + 4{,}1 \cdot 0{,}83 \cdot 0{,}15 \cdot 2{,}8 \cdot 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 13} = 1{,}517 \cdot 10^{-2} м;$$

$$\delta_{сд\,6} = 1{,}517 \cdot 10^{-2} + \frac{340 \cdot 5{,}5}{0{,}83 \cdot 0{,}15 \cdot 29{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0{,}95} =$$

$$= 1{,}584 \cdot 10^{-2}\ м;$$

$$\delta_{сд\,7} = 1{,}584 \cdot 10^{-2} + \frac{120 \cdot 3{,}5}{0{,}83 \cdot 0{,}15 \cdot 29{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0{,}95} =$$

$$= 1{,}599 \cdot 10^{-2}\ м.$$

Форма свободных колебаний основного тона X_{1j}

$$X_1 = (1{,}04 + 0{,}11 + 0{,}453)\,10^{-2} = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\ м;$$

$$X_2 = (2{,}52 + 0{,}559 + 0{,}923)\,10^{-2} = 4 \cdot 10^{-2}\ „;$$

$$X_3 = (4{,}76 + 1{,}532 + 1{,}344)\,10^{-2} = 7{,}64 \cdot 10^{-2}\ „;$$

$$X_4 = (6{,}2 + 2{,}19 + 1{,}423)\,10^{-2} = 9{,}8 \cdot 10^{-2}\ „;$$

$$X_5 = (7{,}05 + 2{,}64 + 1{,}517)\,10^{-2} = 11{,}21 \cdot 10^{-2}\ „;$$

$$X_6 = (8{,}16 + 3{,}23 + 1{,}584)\,10^{-2} = 12{,}97 \cdot 10^{-2}\ „;$$

$$X_7 = (8{,}85 + 3{,}62 + 1{,}599)\,10^{-2} = 14{,}07 \cdot 10^{-2}\ „.$$

Для вычисления периода свободных колебаний по формуле (6) находим суммы:

$$\sum_{j=1}^{7} Q_j X_j^2 = (1200 \cdot 1{,}6^2 + 4500 \cdot 4^2 + 4500 \cdot 7{,}64^2 + 1000 \cdot 9{,}8^2 +$$

$$+ 540 \cdot 11{,}12^2 + 220 \cdot 12{,}97^2 + 120 \cdot 14{,}07^2)\,10^{-4} = 56{,}08;$$

$$\sum_{j=1}^{7} Q_j X_j = (1200 \cdot 1{,}6 + 4500 \cdot 4 + 4500 \cdot 7{,}64 + 1000 \cdot 9{,}8 +$$

$$+ 540 \cdot 11{,}12 + 220 \cdot 12{,}97 + 120 \cdot 14{,}07)\,10^{-2} = 747{,}1;$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_j Q_j X_{1j}^2}{g \sum_j Q_j X_{1j}}} = 2 \cdot 3{,}14 \sqrt{\frac{56{,}08}{9{,}81 \cdot 747{,}1}} = 0{,}55\ сек.$$

Воспользовавшись вычисленными выше суммами, находим коэффициент формы колебаний η_k по формуле (2):

$$\eta_1 = X_1 \frac{747,1}{56,08} = 1,6 \cdot 10^{-2} \cdot 13,3 = 0,213;$$

$$\eta_{12} = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 13,3 = 0,53; \quad \eta_5 = 11,21 \cdot 10^{-2} \cdot 13,3 = 1,49;$$

$$\eta_3 = 7,64 \cdot 10^{-2} \cdot 13,3 = 1,02; \quad \eta_6 = 12,97 \cdot 10^{-2} \cdot 13,3 = 1,72;$$

$$\eta_4 = 9,8 \cdot 10^{-2} \cdot 13,3 = 1,3; \quad \eta_7 = 14,07 \cdot 10^{-2} \cdot 13,3 = 1,87.$$

Расчетные сейсмические силы по формуле (1′) при $\beta = \frac{0,9}{0,55} = 1,63$

$$S_1 = 1200 \cdot 0,05 \cdot 0,213 \cdot 1,63 = 20,8 \text{ т};$$
$$S_2 = 4500 \cdot 0,05 \cdot 1,63 \cdot 0,53 = 194 \text{ „};$$
$$S_3 = 4500 \cdot 0,05 \cdot 1,63 \cdot 1,02 = 374 \text{ „};$$
$$S_4 = 1000 \cdot 0,05 \cdot 1.63 \cdot 1,3 = 106 \text{ „};$$
$$S_5 = 540 \cdot 0,05 \cdot 1,63 \cdot 1,49 = 65,6 \text{ „};$$
$$S_6 = 220 \cdot 0,05 \cdot 1,63 \cdot 1,72 = 30,8 \text{ „};$$
$$S_7 = 120 \cdot 0,05 \cdot 1,63 \cdot 1,87 = 18,3 \text{ „}.$$

Вычисления, связанные с определением формы колебаний, оказались довольно громоздкими.

Определим сейсмическую нагрузку упрощенным способом, приняв $\beta = 3$ и вычислив коэффициент η_k по формуле (2′):

$$\eta_1 = 5,1 \frac{1200 \cdot 5,1 + 4500 \cdot 12,3 + 4500 \cdot 23,3 + 1000 \cdot 30,3 + \rightarrow}{1200 \cdot 5,1^2 + 4500 \cdot 12,3^2 + 4500 \cdot 23,3^2 + 1000 \cdot 30,3^2} \times$$

$$\leftarrow + \frac{540 \cdot 34,4 + 220 \cdot 39,9 + 120 \cdot 43,4}{\times 540 \cdot 34,4 + 220 \cdot 39,9^2 + 120 \cdot 43,4^2} = 5,1 \cdot 0,0433 = 0,22;$$

$$\eta_2 = 12,3 \cdot 0,0433 = 0,532; \quad \eta_3 = 23,3 \cdot 0,0433 = 1,01;$$
$$\eta_4 = 30,3 \cdot 0,0433 = 1,31; \quad \eta_5 = 34,4 \cdot 0,0433 = 1,44;$$
$$\eta_6 = 39,9 \cdot 0,0433 = 1,73; \quad \eta_7 = 43,4 \cdot 0,0433 = 1,87.$$

Сейсмические силы

$$S_1 = 1200 \cdot 0,05 \cdot 3 \cdot 0,22 = 39,6 \text{ т};$$
$$S_2 = 4500 \cdot 0,05 \cdot 3 \cdot 0,532 = 359 \text{ „};$$
$$S_3 = 4500 \cdot 0,05 \cdot 3 \cdot 1,01 = 684 \text{ „};$$
$$S_4 = 1000 \cdot 0,05 \cdot 3 \cdot 1,31 = 197 \text{ „};$$
$$S_5 = 540 \cdot 0,05 \cdot 3 \cdot 1,44 = 117 \text{ „};$$

$$S_6 = 220 \cdot 0{,}05 \cdot 3 \cdot 1{,}73 = 57{,}3 \ т;$$
$$S_7 = 120 \cdot 0{,}05 \cdot 3 \cdot 1{,}87 = 33{,}7 \ „.$$

Результаты расчета приближенным и более точным способом отличаются между собой почти в 2 раза, что практически полностью может быть отнесено за счет коэффициента β. Значение же коэффициента формы колебаний η_k и в одном и в другом случаях очень близки между собой. Это свидетельствует о том, что вычисленная форма колебаний близка принятой прямолинейной. Поэтому определение формы колебаний элеватора с целью вычисления периода свободных колебаний и, следовательно, значения коэффициента β может быть выполнено достаточно просто, а именно: деформация от изгиба, сдвига и поворота X_k вычисляется только в одной точке, а не в семи, как это сделано выше; перемещения же в остальных точках X_j будут пропорциональны отношению высот:

$$X_j = X_k \frac{h_j}{h_k}.$$

Пример 9.

Одноэтажный цех

Определяется сейсмическая нагрузка на проектируемый для строительства в районе сейсмичностью 9 баллов одноэтажный каркасный двухпролетный производственный корпус, имеющий ширину 36 *м* и длину 73 *м* (см. рис. 54). Основной несущей конструкцией этого цеха являются сборные железобетонные стойки, на которые шарнирно опираются сегментные фермы. Покрытие выполняется из сборных плит ПКЖ с последующим замоноличиванием. Ограждающая конструкция — кирпичные самонесущие стены толщиной 38 *см*. Отметка верхнего обреза фундаментов — 1 *м*, отметка низа подкрановой балки +6 *м*, отметка опоры ферм +9 *м*. Сечение крайних стоек внизу 60×40 *см* и вверху 40×40, средних соответственно 80×40 и 50×40 *см*. По длине здание расчленяется деформационным швом на два одинаковых отсека.

Произведем расчет отсека в поперечном направлении. Расчетной схемой может быть принята система с одной степенью свободы (рис. 54,*в*). Вес сосредоточенной массы, подсчитанный в зависимости от веса конструкций, расположенных в пределах верхней половины высоты цеха, полезных нагрузок и снега, равен $Q_1 = 1090$ *т*. Определим жесткость конструкций, для чего прежде вычислим их перемещения от единичных сил в уровне опирания ферм.

Стойка крайнего ряда по формуле (I.4)

$$\delta_{кр} = \frac{1}{2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{7{,}2}{2{,}13} \cdot \frac{3^3}{3} + \frac{7^3}{3} + 3 \cdot 7^2 + 3^2 \cdot 7 \right) =$$

$= 23{,}4 \cdot 10^{-3}$ *м/т* и соответствующая жесткость $c_{кр} = 0{,}0428 \cdot 10^3$ *т/м*. Стойка среднего ряда

$$\delta_{ср} = \frac{1}{2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 17{,}1 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{17{,}1}{4{,}17} \cdot \frac{3^3}{3} + \frac{7^3}{3} + 3 \cdot 7^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \right) =$$

$= 10 \cdot 10^{-3}$ *м/т* и соответствующая жесткость $c_{ср} = 0{,}1 \times$ $\times 10^3$ *т/м*.

Участок продольной стены, равный ширине простенка, считая, что стена защемлена в уровне земли:

$$\delta_{пр} = \frac{9^3}{3 \cdot 2{,}4 \cdot 10^5 \cdot 1{,}15 \cdot 10^{-2}} = 116 \cdot 10^{-3} \text{ м/т}$$

и соответствующая жесткость $c_{пр} = 0{,}0086 \cdot 10^3$ *т/м*.

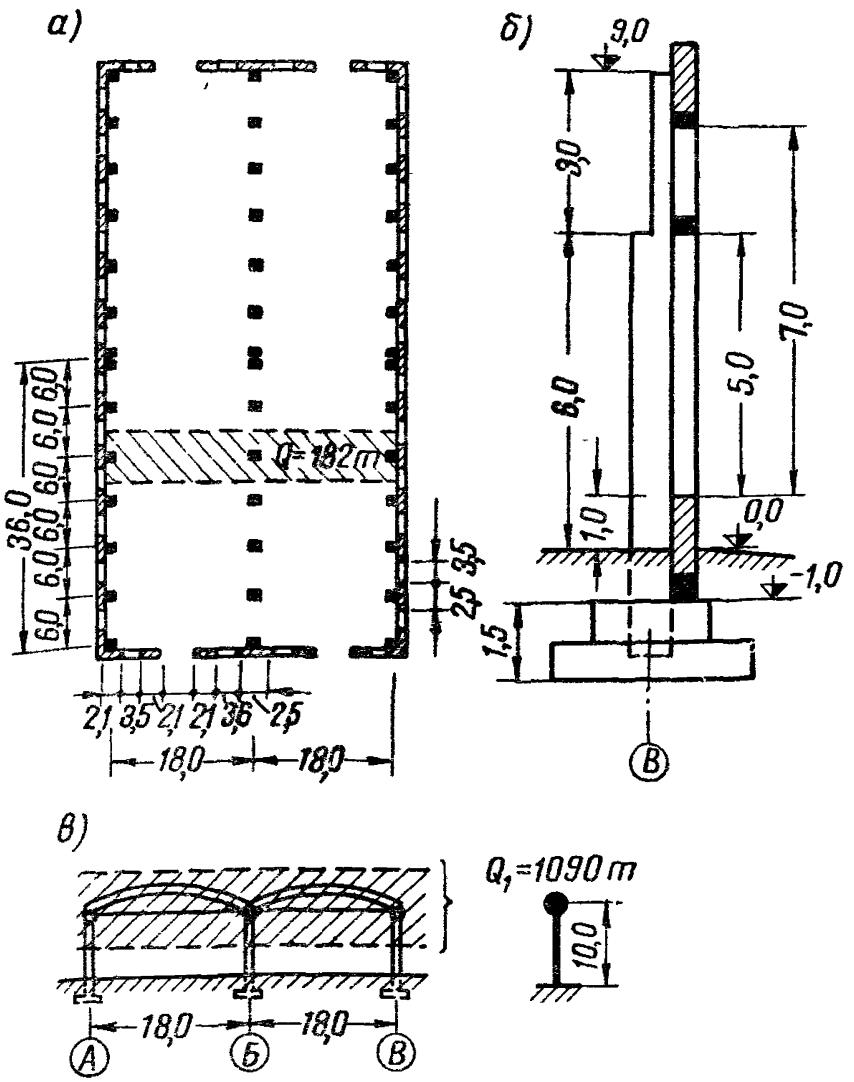


Рис. 54. Каркасный одноэтажный цех

а — план; *б* — деталь разреза; *в* — разрез и расчетная схема

Жесткость торцовой стены определяем по формуле (I.10), для чего по графику на рис. 24 предварительно найдем коэффициенты жесткости отдельных простенков:

$$\frac{h_{\text{пр}}}{b_{\text{пр}}} = \frac{5}{2{,}1} = 2{,}38;\ \mu_1 = 0{,}04;\quad \frac{5}{2{,}8} = 1{,}78;\ \mu_2 = 0{,}11;$$

$$c_{\text{т}} = \frac{EF_{\text{ст}} \sum\limits_a \mu_a}{l_{\text{ст}} + 4{,}8\,(h - h_{\text{пр}}) \sum\limits_a \mu_a} =$$

$$= \frac{37{,}4 \cdot 0{,}38\,(6 \cdot 0{,}04 + 0{,}11)\,2{,}4 \cdot 10^5}{37{,}4 + 4{,}8\,(9-5)\,(6 \cdot 0{,}04 + 0{,}11)} = 27 \cdot 10^3\ \text{т/м}.$$

По формуле (I.12) вычисляем общую жесткость отсека здания в поперечном направлении:

$$c_{\text{зд}} = (14 \cdot 0{,}0428 + 7 \cdot 0{,}1 + 14 \cdot 0{,}0086 + 27)\,10^3 =$$
$$= 28{,}42 \cdot 10^3\ \text{т/м}.$$

Таким образом, жесткость отсека почти полностью определяется жесткостью одной торцовой стены.

Период свободных колебаний отсека определяем по формуле (II. 12):

$$T = 2\pi \sqrt{m_1 \delta_{11}} = 2\pi \sqrt{\frac{Q_1}{g c_{\text{зд}}}} = 2 \cdot 3{,}14 \sqrt{\frac{1090}{9{,}81 \cdot 28{,}42 \cdot 10^3}} =$$
$$= 0{,}392\ \text{сек}.$$

Сейсмическая сила, действующая на отсек при $\beta = \frac{0{,}9}{0{,}392} = 2{,}3$,

$$S_1 = 1{,}09 \cdot 0{,}1 \cdot 2{,}3 = 250{,}5\ \text{т}.$$

Сейсмическая сила, приходящаяся на торцовую стену, определяется по формуле (19):

$$S_{\text{т}} = \frac{S_1}{c_{\text{зд}}}\, c_{\text{т}} = \frac{250{,}5}{28{,}42}\, 27 = 238\ \text{т}.$$

Для семи 2-метровых простенков, которые эту силу $S_{\text{т}}$ воспринимают, это очень большая нагрузка, и поэтому, не приводя расчетов на прочность, будем считать, что в кладке возможны повреждения. Тогда сейсмическая сила должна быть полностью воспринята каркасом. По формуле (28) нагрузка на каркас при повреждении стен равна

$$S'_{\text{к}} = (0{,}2 + 0{,}8 \cdot 0{,}35)\,233 = 114\ \text{т}.$$

Так как отношение жесткости отсека с поврежденной торцовой стеной $c_{\text{зд. повр}}=0{,}25\cdot 27\cdot 10^3+(28{,}42-27)10^3=8{,}17\cdot 10^3$ *т/м*, к жесткости отсека с неповрежденными конструкциями ($28{,}42\cdot 10^3$ *т/м*) меньше 0,35, то в формуле (28) значение этого отношения принято минимальным ($\lambda=0{,}35$).

Сейсмическая сила, приходящаяся на отдельные стойки каркаса, определяется по формуле (19):

стойка среднего ряда

$$S_{\text{ср}}=\frac{114}{14\cdot 0{,}0428+7\cdot 0{,}1}0{,}1=87{,}7\cdot 0{,}1=8{,}77\ т;$$

стойка крайнего ряда

$$S_{\text{кр}}=87{,}7\cdot 0{,}0428=3{,}75\ т.$$

Проверим, какая сейсмическая нагрузка будет приходиться на стойки, если жесткость стен не учитывать вообще. Для этого рассчитаем одну поперечную раму; ее расчетную схему примем такой же, как и для всего отсека,— систему с одной степенью свободы. Сосредоточенный вес $Q_{\text{р}}$, подсчитанный с полосы, равной шагу рам (рис. 54,*а*):

$$Q_{\text{р}}=\frac{1090}{6}=182\ т.$$

Жесткость рамы $(2\cdot 0{,}0428+0{,}1)10^3=0{,}1856\cdot 10^3$ *т/м*.
Период свободных колебаний отдельной рамы равен

$$T_1=2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{182}{9{,}81\cdot 0{,}1856\cdot 10^3}}=1{,}99\ \text{сек},$$

чему соответствует $\beta=0{,}6$ (так как $\frac{0{,}9}{1{,}99}<0{,}6$). Коэффициент 1,5 при определении величины β не учитываем, так как поврежденные стены, если даже мало влияют на жесткость конструкции, то являются фактором быстрого затухания ее колебаний.

Сейсмическая сила, действующая на поперечную раму,

$$S_{\text{р}}=182\cdot 0{,}1\cdot 0{,}6=10{,}9\ т.$$

Соответственно:

на стойку среднего ряда

$$S_{\text{ср}}=10{,}9\,\frac{0{,}1}{0{,}1856}=5{,}88\ т;$$

на стойку крайнего ряда

$$S_{\text{кр}}=10{,}9\,\frac{0{,}0428}{0{,}1856}=2{,}51\ т.$$

Вычисленная таким образом сейсмическая нагрузка на стойки каркаса меньше нагрузки, полученной по предыдущему расчету, которая и должна быть принята за расчетную. Следует заметить, что если бы рассчитываемый каркас не имел стеновой конструкции, то

значение β следовало бы принять с коэффициентом 1,5, тогда обе эти нагрузки были бы близки между собой.

Рассчитываемый отсек, благодаря наличию только одной торцовой стены, в поперечном направлении не симметричен по распределению жесткости конструкций. Вместе с тем его массу практически можно считать равномерно распределенной по длине и, следовательно, симметричной, так как вес торцовой стены составляет только около 7% от всего веса, сосредоточенного в уровне перекрытия. Вследствие эксцентрицитета между центром жесткости и центром массы под действием сейсмической нагрузки отсек будет не только поступательно перемещаться, но и испытывать вращение вокруг центра жесткости, что вызовет дополнительное воздействие на конструкции.

Считая, что центр тяжести отсека расположен посередине, на расстоянии 18 *м* от оси первой от торца рамы, определим местоположение от этой же оси центра жесткости конструкций (22):

$$x_{\text{ц.ж}} = \frac{0{,}1856 \cdot 10^3 (6+12+18+24+30+36) - 27 \cdot 10^3 \cdot 0{,}7}{(7 \cdot 0{,}1856 + 27) 10^3} = 0{,}16 \text{ м},$$

где $0{,}1856 \cdot 10^3$ — вычисленная выше жесткость поперечной рамы в *т/м*; $27 \cdot 10^3$ — жесткость торцовой стены в своей плоскости в *т/м*.

Таким образом, эксцентрицитет равен

$$d = 18 - 0{,}16 = 17{,}84 \text{ м}$$

Следовательно, величина крутящего момента равна

$$M_{\text{кр}} = 250{,}5 \cdot 17{,}85 = 4775 \text{ тм}.$$

Оценим, какое дополнительное сейсмическое воздействие от поворота отсека будет испытывать крайняя поперечная рама, расположенная у антисейсмического шва. Это дополнительное воздействие выражается вторым слагаемым в формуле (20). Вычислим угловую горизонтальную жесткость отсека в уровне покрытия, для чего прежде найдем жесткость продольных стен в своей плоскости. Определив по графику на рис. 24 коэффициент жесткости простенков μ'_z $\left(\frac{h_{\text{пр}}}{b_{\text{пр}}} = \frac{7}{2{,}5} = 2{,}8;\ \mu = 0{,}03\right)$ и считая эти простенки все одинаковыми, жесткость продольной стены найдем по формуле (I.10):

$$c_{\text{п.с}} = \frac{37{,}5 \cdot 0{,}38 \cdot 2{,}4 \cdot 10^5 \cdot 7 \cdot 0{,}03}{37{,}5 + 4{,}8\,(9-7)\,7 \cdot 0{,}03} = 18{,}10^3 \text{ т/м}.$$

Угловая жесткость сооружения K_φ определяется произведением жесткости отдельных конструкций на квадрат их расстояния до центра общей жесткости. Так как в рассматриваемом примере порядок всех этих величин известен, то, не производя вычислений, можно сказать, что угловая жесткость отсека зависит главным образом от жесткости продольных стен. Однако чтобы иметь конкретное представление, вычислим K_φ с учетом жесткости всех конструкций (поперечных и продольных рам, а также торцовой и продольных стен):

$$K_\varphi = 0{,}1856 \cdot 10^3 (5{,}84^2 + 11{,}84^2 + 17{,}84^2 + 29{,}84^2 + 35{,}84^2) + 14 \cdot 0{,}02 \cdot 10^3 \cdot 18^2 + 27 \cdot 10^3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 18 \cdot 18{,}5^2 \cdot 10^3 =$$
$$= (498 + 90{,}5 + 27 + 12\,300)\,10^3 = 13 \cdot 10^6 \ тм.$$

Дополнительная сила, действующая на крайнюю поперечную раму, вследствие поворота отсека равна по формуле (20):

$$Sd \frac{l_a c_a}{K_\varphi} = \frac{250{,}5 \cdot 17{,}84 \cdot 35{,}84 \cdot 0{,}1856 \cdot 10^3}{13 \cdot 10^6} = 2{,}29 \ т.$$

и, будучи распределена между отдельными стойками, увеличивает нагрузку на них приблизительно на 15%. Увеличение нагрузки, вызванное поворотом, на другие рамы будет еще меньшим, так как к центру жесткости они расположены ближе. Незначительным будет также снижение нагрузки на торцовую стену, а именно:

$$\frac{250{,}5 \cdot 17{,}84 \cdot 1 \cdot 27 \cdot 10^3}{13 \cdot 10^6} = 9{,}3 \ т,$$

что составляет 3,9% по отношению к вычисленной выше силе (238 *т*), действующей на эту стену.

Пример 10.

Трехэтажное каркасное здание фабрики

Определяется расчетная сейсмическая нагрузка на каркасное здание фабрики, построенное в районе сейсмичностью 9 баллов. Каркас здания выполнен из монолитного железобетона марки 200. Здание не имеет внутренних стен. Наружной ограждающей конструкцией является заполнение каркаса в виде кирпичной кладки с большими оконными проемами (рис. 55). Температурным деформационным швом здание в плане расчленено на два отсека. Грунт основания — плотный галечник.

Расчет производим в поперечном направлении. Все поперечные рамы здания одинаковы. Поэтому, пренебрегая тем, что заполнение придает торцовой раме несколько бо́льшую жесткость, можно рассчитывать не отсек в целом, а отдельную поперечную раму, нагрузка на которую принята с полосы, равной шагу рам.

Расчетная схема здания представляет собой систему с тремя степенями свободы. В результате подсчета нагрузки, сосредоточенные в уровнях перекрытий, равны

$$Q_1 = 282{,}9 \ т;$$
$$Q_2 = 276{,}65 \ „;$$
$$Q_3 = 150{,}98 \ „.$$

Им соответствуют массы

$$m_1 = \frac{Q_1}{g} = \frac{282{,}9}{9{,}81} = 28{,}8 \text{ т сек}^2/\text{м};$$

$$m_2 = 28{,}2 \text{ т сек}^2/\text{м};$$

$$m_3 = 15{,}4 \quad \text{„}.$$

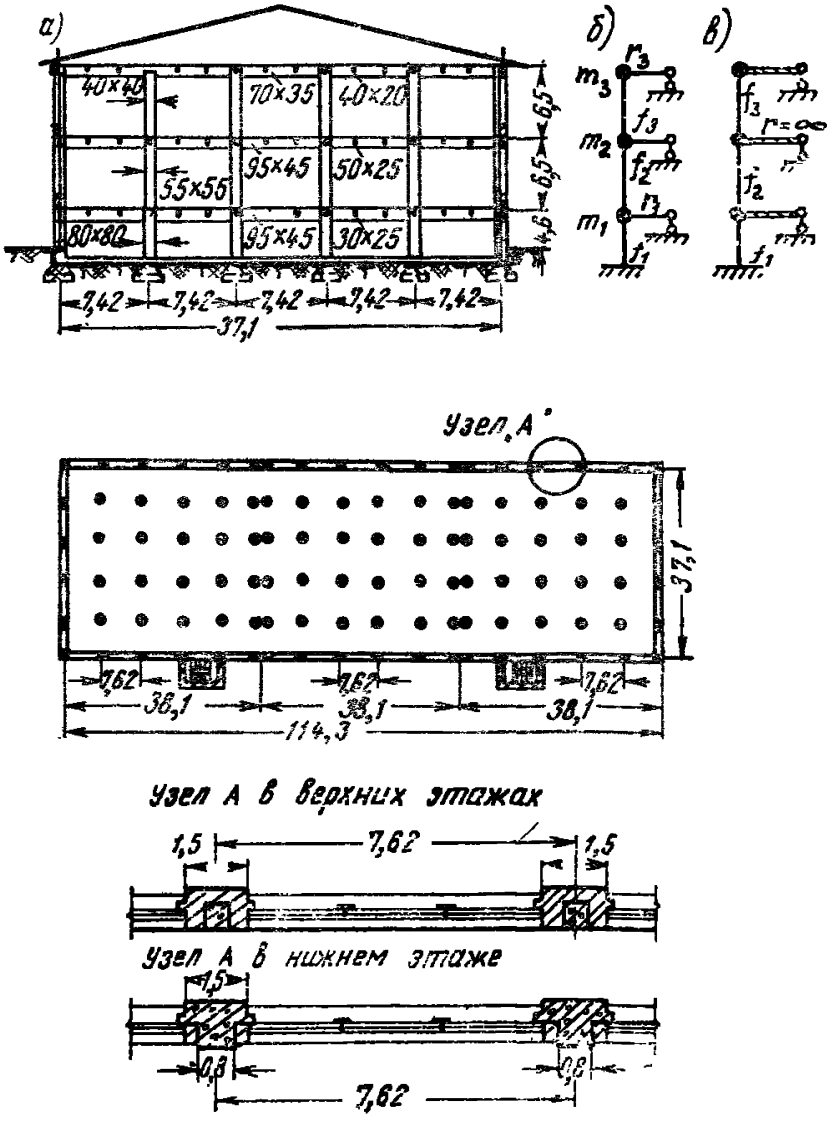


Рис. 55. Трехэтажное каркасное здание фабрики

а — план, разрез и деталь заполнения каркаса; *б* — расчетная схема, учитывающая деформативность ригелей; *в* — расчетная схема, где ригели приняты абсолютно жесткими

Для определения частот и форм свободных колебаний конструкции составим и решим систему уравнений (III). Ее перемеще-

ния от единичных сил, необходимые для вычисления коэффициентов в этих уравнениях, найдем по формулам (I.17). Предварительно вычислим суммарные погонные жесткости стоек и ригелей рамы.

Первый этаж

Погонная жесткость средней стойки

$$\frac{J_c E}{h_1} = \frac{80 \cdot 80^3 \cdot 2\ 4 \cdot 10^5}{12 \cdot 460} = 1{,}78 \cdot 10^9\ кгсм = 1{,}78 \cdot 10^4\ тм.$$

Погонная жесткость крайней стойки (см. рис. 55)

$$\frac{J_к E}{h_1} = \frac{6{,}47 \cdot 10^6 \cdot 2{,}4 \cdot 10^5}{460} = 3{,}38 \cdot 10^9\ кгсм = 3{,}38 \cdot 10^4\ тм,$$

где

$$J_к = \frac{80 \cdot 62^3}{12} + \frac{150 \cdot 28^3}{12} + 80 \cdot 62 \cdot 20{,}62^2 + 150 \cdot 28 \cdot 24{,}38^2 =$$

$$= 6{,}42 \cdot 10^6\ см,$$

положение центра тяжести сечения

$$a_ц = \frac{80 \cdot 62 \cdot 59 + 150 \cdot 28 \cdot 14}{80 \cdot 62 + 150 \cdot 28} = 38{,}38\ см.$$

Суммарная погонная жесткость стоек

$$f_1 = 4 \cdot 1{,}78 \cdot 10^4 + 2 \cdot 3{,}38 \cdot 10^4 = 13{,}84 \cdot 10^4\ тм.$$

Суммарная погонная жесткость ригелей

$$r_1 = 5\,\frac{J_р E}{l} = 5\,\frac{8{,}11 \cdot 10^6 \cdot 2{,}4 \cdot 10^5}{742} = 2{,}62 \cdot 10^9 \cdot 5 =$$

$$= 13{,}1 \cdot 10^4\ тм,$$

где

$$J_р = \frac{762 \cdot 10^3}{12} + \frac{45 \cdot 85^3}{12} + 762 \cdot 10 \cdot 15{,}9^2 + 45 \cdot 85 \cdot 31{,}6^2 =$$

$$= 8{,}11 \cdot 10^6\ кгсм,$$

положение центра тяжести сечения

$$a_ц = \frac{762 \cdot 10 \cdot 90 + 85 \cdot 45 \cdot 42{,}5}{762 \cdot 10 + 85 \cdot 45} = 74{,}1\ см.$$

Второй этаж

Суммарная погонная жесткость стоек

$$f_2 = 6\,\frac{55 \cdot 55^3 \cdot 2{,}4 \cdot 10^5}{12 \cdot 650} = 1{,}69 \cdot 10^4\ тм.$$

Суммарная погонная жесткость ригелей такая же, как и на первом этаже ($r_2 = 13{,}1 \cdot 10^4$ *тм*).

Третий этаж

Суммарная погонная жесткость стоек

$$f_3 = 6\frac{40\cdot 40^3\cdot 2{,}4\cdot 10^5}{12\cdot 650} = 0{,}474\cdot 10^4 \ тм.$$

Суммарная погонная жесткость ригелей

$$r_3 = 5\ \frac{3{,}29\cdot 10^6\cdot 2{,}4\cdot 10^5}{742} = 5{,}32\cdot 10^4 \ тм,$$

$$J_р = \frac{762\cdot 8^3}{12} + \frac{35\cdot 67^3}{12} + 762\cdot 8\cdot 10{,}5^2 + 35\cdot 67\cdot 27^2 = $$

$$= 3{,}29\cdot 10^6 \ см^4,$$

положение центра тяжести сечения

$$a_ц = \frac{762\cdot 8\cdot 71 + 67\cdot 35\cdot 33{,}5}{762\cdot 8 + 67\cdot 35} = 60{,}5 \ см.$$

Вычислим величины P_k, R_k и $\frac{h_k^2}{4r_k}$ по формуле (I. 17)

$$P_1 = \frac{h_1^2}{f_1} + \frac{4{,}6^2}{13{,}84\cdot 10^4} = 1{,}53\cdot 10^{-4};$$

$$P_2 = P_1 + \frac{h_2^2}{f_2} = 1{,}53\cdot 10^{-4} + \frac{6{,}5^2}{1{,}69\cdot 10^4} = 26{,}43\cdot 10^{-4}.$$

$$P_3 = P_2 + \frac{h_3^2}{f_3} = 26{,}43\cdot 10^{-4} + \frac{6{,}5^2}{0{,}474\cdot 10^4} = 115{,}63\cdot 10^{-4}.$$

$$\sum_k P_k = 143{,}59\cdot 10^{-4}$$

$$R_1 = \frac{h_1^2}{4r_1 + 0{,}33 f_1} = \frac{4{,}6^2}{4\cdot 13{,}1\cdot 10^4 + 0{,}33\cdot 13{,}84\cdot 10^4} =$$

$$= 0{,}372\cdot 10^{-4};$$

$$R_2 = \frac{(h_1 + h_2)^2}{4r_1 + 0{,}33 f_1} = \frac{(4{,}6 + 6{,}5)^2}{4\cdot 13{,}1\cdot 10^4 + 0{,}33\cdot 13{,}84\cdot 10^4} = 2{,}17\cdot 10^{-4}.$$

$$R_3 = R_2 + \frac{(h_2 + h_3^2)}{4r_2} = 2{,}17\cdot 10^4 + \frac{(6{,}5 + 6{,}5)^2}{4\cdot 13{,}1\cdot 10^4} = 5{,}4\cdot 10^{-4}.$$

$$\sum_k R_k = 7{,}942\cdot 10^{-4}$$

$$\frac{h_1^2}{4r_1} = \frac{4{,}6^2}{4 \cdot 13{,}1 \cdot 10^4} = 0{,}405 \cdot 10^{-4};$$

$$\frac{h_2^2}{4r_2} = \frac{6{,}5^2}{4 \cdot 13{,}1 \cdot 10^4} = 0{,}805 \cdot 10^{-4};$$

$$\frac{h_3^2}{4r_3} = \frac{6{,}5^2}{4 \cdot 5{,}32 \cdot 10^4} = 1{,}98 \cdot 10^{-4}.$$

$$\sum_k \frac{h_k^2}{4r_k} = 3{,}19 \cdot 10^{-4}$$

Находим перемещения от единичных сил:

$$\delta_{11} = \frac{1}{12}(P_1 + R_1) = \frac{1{,}53 \cdot 10^{-4} + 0{,}372 \cdot 10^{-4}}{12} =$$

$$= 0{,}158 \cdot 10^{-4} \text{ м/т};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{12}\left(P_2 + R_2 + \frac{h_2^2}{4r_2}\right) =$$

$$= \frac{26{,}43 \cdot 10^{-4} + 2{,}17 \cdot 10^{-4} + 0{,}805 \cdot 10^{-4}}{12} = 2{,}45 \cdot 10^{-4} \text{ м/т}.$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{12}\left(P_3 + R_3 + \frac{h_3^2}{4r_3}\right) =$$

$$= \frac{115{,}63 \cdot 10^{-4} + 5{,}4 \cdot 10^{-4} + 1{,}98 \cdot 10^{-4}}{12} = 10{,}25 \cdot 10^{-4} \text{ м/т}.$$

$$\sum_k \delta_{kk} = 12{,}858 \cdot 10^{-4}$$

Проверка:

$$\frac{1}{12}\left(\sum_k P_k + \sum_k R_k + \sum_k \frac{h_k^2}{4r_k}\right) = \sum_k \delta_{kk};\ \frac{10^{-4}}{12}(143{,}59 + 7{,}942 +$$

$$+ 3{,}19) = 12{,}89 \cdot 10^{-4} \approx 12{,}858 \cdot 10^{-4}.$$

Таким образом, вычисление перемещения выполнено правильно:

$$\delta_{12} = \delta_{13} = \delta_{21} = \delta_{31} = \delta_{11} + \frac{h_1 h_2}{48r_1 + 4f_1} = 0{,}158 \cdot 10^{-4} +$$

$$+ \frac{4{,}6 \cdot 6{,}5}{48 \cdot 13{,}1 \cdot 10^4 + 4 \cdot 13{,}84 \cdot 10^4} = 0{,}202 \cdot 10^{-4} \text{ м/т}.$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \delta_{22} + \frac{h_2 h_3}{48 r_2} = 2{,}45 \cdot 10^{-4} + \frac{6{,}5 \cdot 6{,}5}{48 \cdot 13{,}1 \cdot 10^4} =$$

$$= 2{,}52 \cdot 10^{-4}\ м/т.$$

Частоты свободных колебаний системы определяются детерминантом системы уравнений (II.1). Развернув детерминант, для случая системы с тремя степенями свободы получаем частотное уравнение

$$\frac{1}{p_i^6} + A\,\frac{1}{p_i^4} + B\,\frac{1}{p_i^2} + D = 0,$$

где

$$A = -(m_1 \delta_{11} + m_2 \delta_{22} + m_3 \delta_{33});$$

$$B = m_1 m_2 (\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2) + m_1 m_3 (\delta_{11}\delta_{33} - \delta_{13}^2) +$$

$$+ m_2 m_3 (\delta_{22}\delta_{33} - \delta_{23}^2);$$

$$D = m_1 m_2 m_3 (\delta_{11}\delta_{23}^2 + \delta_{22}\delta_{13}^2 + \delta_{33}\delta_{12}^2 - \delta_{11}\delta_{22}\delta_{33} - 2\delta_{12}\delta_{13}\delta_{23}).$$

Вычислим коэффициенты частотного уравнения:

$$A = -(28{,}8 \cdot 0{,}158 \cdot 10^{-4} + 28{,}2 \cdot 2{,}45 \cdot 10^{-4} + 15{,}4 \cdot 10{,}25 \times$$

$$\times 10^{-4}) = -231{,}65 \cdot 10^{-4};$$

$$B = 28{,}8 \cdot 28{,}2\,(0{,}158 \cdot 2{,}45 \cdot 10^{-8} - 0{,}202^2 \cdot 10^{-8}) + 28{,}8 \times$$

$$\times 15{,}4\,(0.158 \cdot 10{,}25 \cdot 10^{-8} - 0{,}202^2 \cdot 10^{8}) + 28{,}2 \times$$

$$\times 15{,}4\,(2{,}45 \cdot 10{,}25 \cdot 10^{-8} - 2{,}52^2 \cdot 10^{-8}) = 0{,}927 \cdot 10^{-4};$$

$$D = 28{,}8 \cdot 28{,}2 \cdot 15{,}4\,(0{,}158 \cdot 2{,}52^2 \cdot 10^{-12} + 2{,}45 \cdot 0{,}202^2 \times$$

$$\times 10^{-12} + 10{,}25 \cdot 0{,}202^2 \cdot 10^{-12} - 0{,}158 \cdot 2{,}45 \cdot 10{,}25 \times$$

$$\times 10^{-12} - 2 \cdot 0{,}202 \cdot 0{,}202 \cdot 2{,}52 \cdot 10^{-12}) = -0{,}000343 \cdot 10^{-4}$$

и запишем само уравнение

$$\frac{1}{p_i^6} - 231{,}65 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{p_i^4} + 0{,}927 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{p_i^2} - 0{,}000343 \times$$

$$\times 10^{-4} = 0.$$

Умножим все члены этого уравнения на 10^{12} и, обозначив $\frac{10^4}{p_i^2} = k$, получаем уравнение с коэффициентами, удобными для вычислений:

$$k^3 - 231{,}65\,k^2 + 9270\,k - 34\,300 = 0.$$

Решение этого кубического уравнения произведем с помощью

вспомогательной таблицы (см. И. И. Бронштейн и К. А. Семендяев, «Справочник по математике», изд. 1959 г., стр. 138—139, 3-й способ). Вводится новая переменная $y = k + \frac{b}{3a}$ и тогда наше уравнение принимает вид $y^3 + 3py + 2q = 0$,
где

$$2q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} = \frac{2(-231{,}65)^3}{27 \cdot 1^3} - \frac{(-231{,}65)\,9270}{3 \cdot 1^2} + \frac{-34\,300}{1} = -252\,810;$$

$$3p = \frac{3ac - b^2}{3a^2} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 9270 - (-231{,}65)^2}{3 \cdot 1^2} = -8870;$$

$$y^3 - 8870\,y - 252\,810 = 0;$$

$$(q^3 + p^2) = \left(-\frac{252\,810}{2}\right)^2 + \left(-\frac{8870}{3}\right)^3 = 160 \cdot 10^8 - 259 \times 10^8 < 0.$$

Так как дискриминант меньше нуля, то уравнение имеет три действительных различных корня

$$p < 0 \text{ и } q^2 + p^3 < 0, \text{ тогда } \cos\varphi = \frac{2}{r^3} = \frac{252\,810}{2 \cdot 54{,}4^3} = 0{,}788,$$

$$\text{где } r = -\sqrt{|p|} = -\sqrt{\frac{8870}{3}} = -54{,}4;\ \varphi = 38°.$$

По таблице корни переменной y равны

$$y_1 = -2r\cos\varphi/3 = -2(-54{,}4)\cos 12°\,40' = 106;$$

$$y_2 = 2r\cos(60° - \varphi/3) = 2(-54{,}4)\cos(60° - 12°40') = -73{,}7;$$

$$y_3 = 2r\cos(60° + \varphi/3) = 2(-54{,}4)\cos(60° + 12°\,40') = -32{,}4.$$

Тогда корни переменной k будут равны

$$k_1 = y_1 - \frac{b}{3a} = 106 - \frac{-231{,}65}{3 \cdot 1} = 183{,}2;$$

$$k_2 = y_2 - \frac{b}{3a} = -73{,}7 + 77{,}2 = 3{,}5;$$

$$k_3 = y_3 - \frac{b}{3a} = -32{,}4 + 77{,}2 = 44{,}8.$$

Частоты и периоды свободных колебаний системы

$$p_1^2 = \frac{10^4}{k_1} = \frac{10^4}{183{,}2} = 54{,}6;\ p_1 = 7{,}4\ \textit{рад/сек};$$

$$T_1 = \frac{2 \cdot 3{,}14}{7{,}4} = 0{,}85\ \text{сек.};$$

$$p_2^2 = \frac{10^4}{k_3} = \frac{10^4}{44{,}8} = 223;\ p_2 = 14{,}96\ \textit{рад/сек};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 3{,}14}{14{,}96} = 0{,}42\ \text{сек.};$$

$$p_3^2 = \frac{10^4}{k_2} = \frac{10^4}{3{,}5} = 2860;\ p_3 = 53{,}5\ \textit{рад/сек};$$

$$T_3 = \frac{2 \cdot 3{,}14}{53{,}5} = 0{,}117\ \text{сек.}$$

Формы свободных колебаний определим из совместного решения двух первых уравнений системы (II.1), приняв $X=1$:

$$\left(0{,}158 \cdot 10^{-4} \cdot 28{,}8 p_i^2 - 1\right) + 0{,}202 \cdot 10^{-4} \cdot 28{,}2\, p_i^2 X_2 + 0{,}202 \cdot 10^{-4} \cdot 15{,}4\, p_i^2 X_3 = 0;$$

$$0{,}202 \cdot 10^{-4} \cdot 28{,}8\, p_i^2 + \left(2{,}45 \cdot 10^{-4} \cdot 28{,}2\, p_i^2 - 1\right) X_2 + 2{,}52 \cdot 10^{-4} \cdot 15{,}4\, p_i^2 X_3 = 0.$$

Первый тон

$$-0{,}975 + 0{,}031 X_2 = 0{,}0168 X_3 = 0;$$

$$0{,}0316 - 0{,}624 X_2 + 0{,}21 X_3 = 0.$$

Из первого равенства

$$X_2 = \frac{0{,}975 - 0{,}0168 X_3}{0{,}031}$$

подставляем во второе и получаем $X_3=35{,}7$; затем из предыдущего выражения вычисляем $X_2=12{,}1$.

Второй тон

$$-0{,}897 + 0{,}131 X_2 + 0{,}0715 X_3 = 0;$$

$$0{,}134 + 1{,}582 X_2 + 2{,}49 X_3 = 0.$$

Из первого равенства

$$X_2 = \frac{0{,}897 - 0{,}0715 X_3}{0{,}131}$$

подставляем во второе и получаем $X_3=-6{,}72$; затем из предыдущего выражения вычисляем $X_2=10{,}5$.

Третий тон

$$0{,}134 + 1{,}446\,X_2 + 0{,}79\,X_3 = 0;$$
$$1{,}477 + 15{,}994\,X_2 + 9{,}56\,X_3 = 0.$$

Из первого равенства

$$X_2 = \frac{-0{,}134 - 0{,}79\,X_3}{1{,}446}$$

подставляем во второе и получаем X_3=0,0061; затем из предыдущего выражения вычисляем X_2=—0,096.

Вычисляем расчетные сейсмические силы.

При колебаниях, соответствующих первой форме (4):

$$\beta_1 = \frac{0{,}9}{T_1} = \frac{0{,}9}{0{,}85} = 1{,}06;$$

коэффициенты формы колебаний (2)

$$\eta_{j1} = 1\,\frac{282{,}9\cdot 1 + 276{,}65\cdot 12{,}1 + 150{,}98\cdot 35{,}7}{282{,}9\cdot 1^2 + 276{,}65\cdot 12{,}1^2 + 150{,}98\cdot 35{,}7^2} = 0{,}0387;$$
$$\eta_{j2} = 12{,}1\cdot 0{,}0387 = 0{,}468;$$
$$\eta_{j3} = 35{,}7\cdot 0{,}0387 = 1{,}38;$$

сейсмические силы (1′)

$$S_1 = 282{,}9\cdot 0{,}1\cdot 1{,}06\cdot 0{,}0387 = 1{,}16\ т;$$
$$S_2 = 276{,}65\cdot 0{,}1\cdot 1{,}06\cdot 0{,}468 = 13{,}7\ »$$
$$S_3 = 150{,}98\cdot 0{,}1\cdot 1{,}06\cdot 1{,}38 = 22\ »$$

При колебаниях, соответствующих второй форме:

$$\beta_2 = \frac{0{,}9}{0{,}42} = 2{,}14;$$

коэффициенты формы колебаний

$$\eta_{j1} = 1\,\frac{282{,}9\cdot 1 + 276{,}65\cdot 10{,}5 - 150{,}98\cdot 6{,}7}{282{,}9\cdot 1^2 + 276{,}65\cdot 10{,}5^2 + 150{,}98\,(-6{,}7)^2} = 0{,}0575;$$
$$\eta_{j2} = 10{,}5\cdot 0{,}0575 = 0{,}605;$$
$$\eta_{j3} = -6{,}7\cdot 0{,}0575 = -0{,}385;$$

сейсмические силы

$$S_1 = 282{,}9\cdot 0{,}1\cdot 2{,}14\cdot 0{,}0575 = 3{,}45\ т;$$
$$S_2 = 276{,}65\cdot 0{,}1\cdot 2{,}14\cdot 0{,}605 = 35{,}6\ »;$$
$$S_3 = 150{,}98\cdot 0{,}1\cdot 2{,}14\,(-0{,}385) = -12{,}47\ ».$$

При колебаниях, соответствующих третьей форме:

$$\beta_3 = \frac{0{,}9}{0{,}117} = 7{,}1 > 3,\ \text{принимаем}\ \beta_3 = 3;$$

коэффициенты формы колебаний

$$\gamma_{11} = 1\ \frac{282{,}9\cdot 1 - 276{,}65\cdot 0{,}096 + 150{,}98\cdot 0{,}0061}{282{,}9\cdot 1^2 + 276{,}65\,(-0{,}096)^2 + 150{,}98\cdot 0{,}0061^2} = 0{,}91;$$

$$\gamma_{12} = -0{,}096\cdot 0{,}91 = -0{,}0856;\quad \gamma_{13} = 0{,}0061\cdot 0{,}91 = 0{,}0055;$$

сейсмические силы

$$S_1 = 282{,}9\cdot 0{,}1\cdot 3\cdot 0{,}91 = 77\ т;$$

$$S_2 = 276{,}65\cdot 0{,}1\cdot 3\,(-0{,}0856) = -7{,}1\ т;$$

$$S_3 = 150{,}98\cdot 0{,}1\cdot 3\cdot 0{,}0055 = 0{,}25\ т.$$

На рис. 56 построены соответствующие этим трем формам колебаний эпюры изгибающих моментов и эпюра расчетных усилий, вычисленных по формуле (7). Большие сейсмические усилия внизу

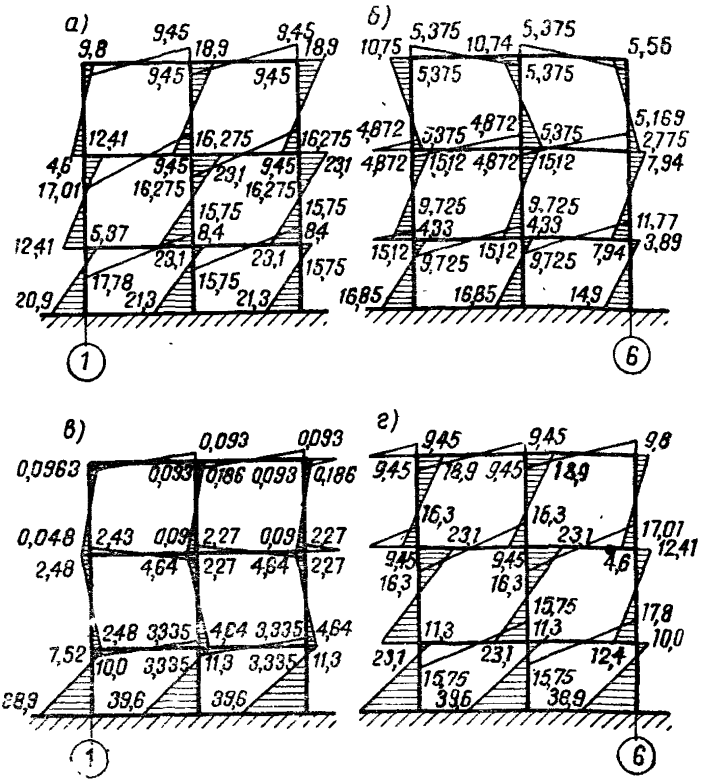


Рис. 56. Эпюры моментов в поперечной раме здания фабрики от сейсмической нагрузки, соответствующей первой (*а*), второй (*б*) и третьей (*в*) формам свободных колебаний, их огибающая эпюра (*г*)

сооружения, отвечающие третьей форме колебаний, являются результатом большей жесткости первого этажа по сравнению с жесткостью вышерасположенных этажей (погонная жесткость стоек первого этажа почти в 30 раз превышает погонную жесткость стоек верхнего этажа). В сооружениях, жесткость которых по высоте изменяется незначительно (не более чем в несколько раз), обычно максимальные значения сейсмических усилий определяются первой (внизу) и второй (вверху) формами колебаний.

Пример 10а.

Раму, рассчитанную в предыдущем примере, рассчитаем в предположении, что она имеет абсолютно жесткие ригели (рис. 55,*в*), и тем самым выясним ошибку, вносимую этой предпосылкой.

Перемещения от единичных сил вычисляем по формуле (I.18):

$$\delta_{11} = \delta_{12} = \delta_{13} = \frac{4{,}6^2}{12 \cdot 13{,}84 \cdot 10^4} = 0{,}127 \cdot 10^{-4}\ м/т;$$

$$\delta_{22} = \delta_{23} = 0{,}127 \cdot 10^{-4} + \frac{6{,}5^2}{12 \cdot 1{,}69 \cdot 10^4} = 2{,}21 \cdot 10^{-4}\ м/т;$$

$$\delta_{33} = 2{,}21 \cdot 10^{-4} + \frac{6{,}5^2}{12 \cdot 0{,}474 \cdot 10^4} = 9{,}63 \cdot 10^{-4}\ \text{»}.$$

Коэффициент частотного уравнения

$$A = -(28{,}8 \cdot 0{,}127 \cdot 10^{-4} + 28{,}2 \cdot 2{,}21 \cdot 10^{-4} + 15{,}4 \cdot 9{,}63 \cdot 10^{-4}) = -214{,}28 \cdot 10^{-4};$$

$$B = 28{,}8 \cdot 28{,}2\,(0{,}127 \cdot 2{,}21 \cdot 10^{-8} - 0{,}127^2 \cdot 10^{-8}) + 28{,}8 \cdot 15{,}4 \cdot (0{,}127 \cdot 9{,}63 \cdot 10^{-8} - 0{,}127^2 \cdot 10^{-8}) + 28{,}2 \cdot 15{,}4(2{,}21 \cdot 9{,}63 \cdot 10^{-8} - 2{,}21^2 \cdot 10^{-8}) = 0{,}788 \cdot 10^{-4};$$

$$D = 28{,}8 \cdot 28{,}2 \cdot 15{,}4\,(0{,}127 \cdot 2{,}21^2 \cdot 10^{-12} + 2{,}21 \cdot 0{,}127^2 \times 10^{-12} + 9{,}63 \cdot 0{,}127^2 \cdot 10^{-12} - 0{,}127 \cdot 2{,}21 \cdot 9{,}63 \cdot 10^{-12} - 2 \cdot 0{,}127^2 \cdot 2{,}21 \cdot 10^{-12}) = 0{,}000258 \cdot 10^{-4}.$$

Уравнение частот

$$\frac{1}{p_i^6} - 214{,}28 \cdot 10^{-4} \frac{1}{p_i^4} + 0{,}788 \cdot 10^{-2} \frac{1}{p_i^2} - 0{,}000258 \cdot 10^{-4} = 0$$

Приняв $\frac{10^4}{p_i^2} = k$, получаем уравнение

$$k^3 - 214{,}28\,k^2 + 7880\,k - 25\,800 = 0.$$

Подбором получаем один из корней $k=170$; два других определим из системы уравнений [1]

$$k'k'' = \frac{25\,800}{170} = 152;$$

$$k' + k'' = 214{,}28 - 170 = 44{,}28,$$

которая дает

$$(k'')^2 - 44{,}28\,k'' + 152 = 0,$$

откуда

$$k'' = 40{,}54 \text{ и } k' = 3{,}74.$$

Соответствующие этим корням частоты

$$p_i^2 = \frac{10^4}{k};\ p_1^2 = 58{,}8;\ p_2^2 = 247;\ p_3^2 = 2670$$

и периоды свободных колебаний

$$T_i = \frac{2\pi}{p_i};\ T_1 = 0{,}815 \text{ сек.};\ T_2 = 0{,}4 \text{ сек.};\ T_3 = 0{,}121 \text{ сек.}$$

Таким образом, периоды свободных колебаний, вычисленные по упрощенной расчетной схеме (рис. 55,*в*), только примерно на 5% отличаются от периодов, вычисленных по более точной схеме (рис. 55,*б*). Такого же порядка будет разница и между величинами расчетных сейсмических сил. Это достаточно хорошее совпадение результатов, и, следовательно, упрощенная схема вполне приемлема для расчета.

Пример 11.

Дымовая труба

Определяется расчетная сейсмическая нагрузка для железобетонной дымовой трубы высотой $H=180$ *м*, строящейся в районе сейсмичностью 7 баллов. Ствол трубы выполняется из бетона марки 250 ($E_н=2{,}8\cdot 10^6$ *т/м*^{2}). Футеровка выкладывается из лекального диатомового кирпича. В пространство между стволом трубы и футеровкой закладываются минераловатные маты. Головка трубы высотой 10 *м* выполняется из кислотоупорного кирпича на кислотоупорном растворе и армируется вертикальной арматурой, соединенной с выпусками из железобетонной части ствола. Снаружи головка охвачена металлическими стяжными кольцами. Конструктивная схема трубы показана на рис. 57. Грунт основания трубы — плотный гравелистый суглинок с коэффициентом упругого равномерного сжатия $C_z=6000$ *т/м*^{3}. Фундамент — железобетонный круглый диаметром 28 *м*.

Для определения сейсмических сил, действующих на трубу, расчленим ее по высоте на девять участков и вес каждого участка примем сосредоточенным по середине его высоты. Для удобства вычислений границы участков назначены в уровнях изменения укло-

[1] Здесь пользуемся известными свойствами корней кубического уравнения: $k_1 k_2 k_3 = -\frac{d}{a}$ и $k_1 + k_2 + k_3 = -\frac{b}{a}$.

на ствола. В графе 4 табл. 11 приведены длины отдельных участков, а в графе 5 — высоты x_j от уровня основания ствола трубы до точек, где принят сосредоточенным их вес Q_j. Веса трубы подсчитаны с учетом футеровки (см. графу 7).

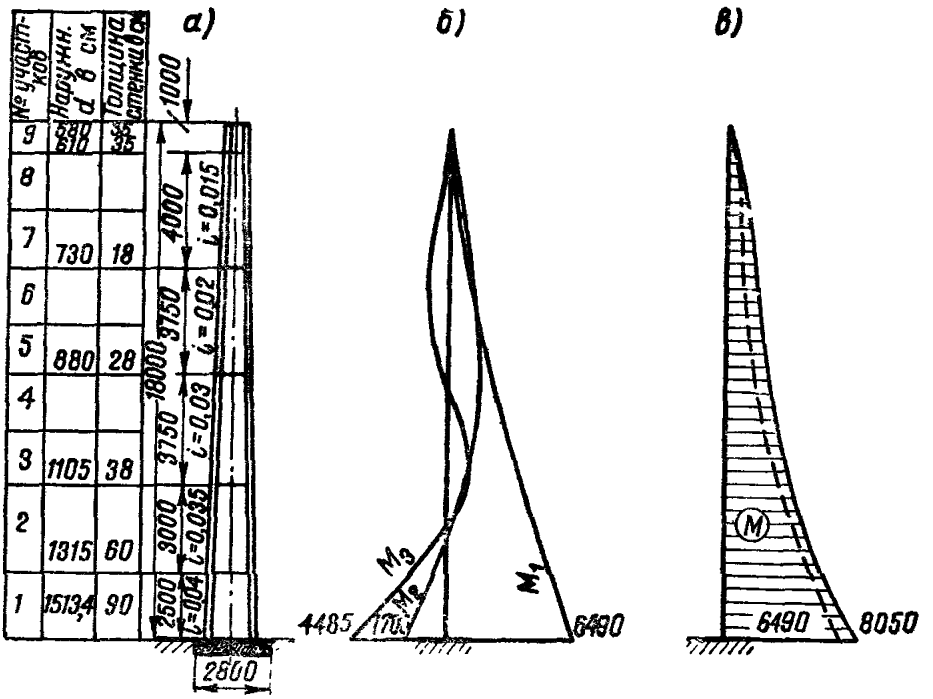


Рис. 57. Железобетонная дымовая труба

а — конструктивная схема; *б* — эпюры моментов, соответствующие отдельным формам свободных колебаний; *в* — огибающая эпюра (пунктирная линия) и вычисленная как среднеквадратичное значение (сплошная линия)

Периоды и формы свободных колебаний определим по формулам (II.24) и (II.25) Принимая во внимание конструкцию футеровки, считаем, что она не влияет на жесткость ствола трубы, и учитываем ее только как фактор, увеличивающий массу.

Вычислим некоторые геометрические характеристики, необходимые для пользования формулами (II.24) и (II.25).

Площадь поперечного сечения ствола трубы вверху и соответствующий момент инерции

$$F_1 = \frac{3,14}{4}(5,8^2 - 5,4^2) = 3,53 \text{ м}^2;$$

$$J_1 = \frac{3,14}{64}(5,8^4 - 5,4^4) = 13,73 \text{ м}^4.$$

То же, внизу

$$F_0 = \frac{3,14}{4}(15,13^2 - 13,33^2) = 40,1 \text{ м}^2;$$

Таблица 11

Расчет дымовой трубы

№ участка	Наружный диаметр D в *м*	Толщина стенки ствола d в *см*	Длина участка l в *м*	Высота от основания до центра тяжести x_j в *м*	Относительная высота $\frac{x_j}{H}$	Вес участка Q_j в *т*	Формы колебаний: первая: вычисленные ординаты X_{1j}	первая: коэффициент формы колебаний η_{1j}	первая: сейсмическая сила S_{1j} в *т*	первая: изгибающий момент M_j в *тм*	вторая: вычисленные ординаты X_{2j}	вторая: коэффициент формы колебаний η_{2j}	вторая: сейсмическая сила S_{2j} в *т*	вторая: изгибающий момент M_j в *тм*	третья: вычисленные ординаты X_{3j}	третья: коэффициент формы колебаний η_{3j}	третья: сейсмическая сила S_{3j} в *т*	третья: изгибающий момент M_j в *тм*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
9	5,8	35	10	175	0,973	114	4,3	2,14	5,49	0	−22.2	−1,56	−7,81	0	63,5	1,14	10,7	0
8	6,1	35	20	160	0,89	283	3,42	1,71	10,88	83	−14,9	−1,05	−13,1	−117	30,3	0,55	12,7	160
7	6,7	18	20	140	0,778	306	2,44	1,22	8,45	413	−4,03	−0,28	−3,76	−535	−20,55	−0,37	−9,9	629
6	7,3	18	18,75	120,63	0,67	355	1,71	0,85	6,78	892	4.05	0,29	4,54	−1015	−44,2	−0.8	−23,9	903
5	8,05	26	18.75	101,87	0,565	496	0,91	0,45	5.01	1481	8.04	0,56	12.2	−1390	−36,05	−0,65	−26,4	729
4	8,8	28	18,75	83,13	0,462	560	0,76	0,38	4,78	2085	9,36	0,66	16,3	−1500	−6,05	−0,11	−5,05	156
3	9,8	34	18,75	64,37	0,357	785	0,46	0,23	4,04	2955	7,81	0,55	18,9	−1385	25,9	0,47	31,5	−609
2	11,05	38	30	40	0,222	1850	0,218	0.11	4,32	4060	4,65	0.33	26,9	−740	42	0,76	115	−950
1	13,15	60	25	12,5	0,0695	3090	0,054	0,027	1,87	5230	1,26	0,09	12,2	774	18	0,33	83,6	1920
Осн.	15,13	90	—	—	—	—	—	—	—	6075	—	—	—	1600	—	—	—	4200

$$J_0 = \frac{3,14}{64}(15,13^4 - 13,33^4) = 1020\ м^4.$$

Площадь основания фундамента

$$F_ф = \frac{3,14 \cdot 28^2}{4} = 615\ м^2.$$

Радиус инерции площади поперечного сечения ствола трубы у основания

$$r_0 = \sqrt{\frac{J_0}{F_0}} = \sqrt{\frac{1020}{40,1}} = 5,04\ м.$$

Таблица 12

Расчетные коэффициенты частоты и формы свободных колебаний трубы

Тон колебаний	Коэффициент частоты α_i	Коэффициенты формы	
		A_i	B_i
Первый	4,9	—0,197	0,011
Второй	18,7	5,8	—1,5
Третий	35	9,5	27

Значения коэффициентов α_i, A_i и B_i, приведенные в табл. 12, определяем по графикам на рис. 43 и 44 в зависимости от величин

$$\frac{J_1}{J_0} = \frac{13,73}{1020} = 0,0135;\quad \frac{H}{r_0} = \frac{180}{5,04} = 35,8;$$

$$\lambda_0 = \frac{2EJ_0}{C_z F_ф H^3} = \frac{2 \cdot 2,8 \cdot 10^6 \cdot 1020}{6000 \cdot 615 \cdot 180^3} = 0,000266.$$

Полученная величина λ_0 выходит за пределы, для которых построены графики ($\lambda_0 = 0 \div 0,0001$), но воспользоваться ими возможно; в этом случае придется принять расчетное значение $\lambda_0 = 0,0001$ меньше вычисленного $\lambda_0 = 0,000266$, а это равносильно тому, что основание трубы причимается более жестким, следовательно, расчетные периоды колебаний будут меньшими, чем действительные. Это приведет к несколько завышенной сейсмической нагрузке, т. е. расчет будет произведен в запас прочности.

Фиктивный объемный вес ствола трубы с учетом футеровки равен

$$\gamma = \gamma_{ст} + \gamma_{фут}\frac{F_{фут}}{F_{ст}} = 2,4 + 1,4\frac{5,2}{6,56} = 3,51\ т/м^3.$$

Периоды свободных колебаний трубы (II.24)

$$T_1 = \frac{2\pi H^2}{\alpha_1 r_0}\sqrt{\frac{\gamma}{Eg}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 180^2}{4,9 \cdot 5,04}\sqrt{\frac{3,51}{2,8 \cdot 10^6 \cdot 9,81}} =$$

$$= \frac{14,4}{4,9} = 2,95 \text{ сек.};$$

$$T_2 = \frac{14,4}{18.7} = 0,77 \text{ сек.};$$

$$T_3 = \frac{14,4}{35} = 0,412 \text{ » .}$$

Вычислим значение коэффициента k в формуле (II.25):

$$k = 0,75\ (0,0138 - 1) = -\ 0,74.$$

Формы свободных колебаний трубы, соответствующие полученным выше периодам, вычисляются по формулам (II.27) при подстановке в них значений $\frac{x_j}{H}$ из графы 6 табл. 11.

Первая форма

$$X_{1j} = \frac{1}{1 - 0,74\ \frac{x_i}{H}} \left(\sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} - 0,197 \sin \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} + \right.$$

$$\left. + 0,11 \sin \frac{5\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} \right).$$

Вторая форма

$$X_{2j} = \frac{1}{1 - 0,74\ \frac{x_j}{H}} \left(\sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} + 5,8 \sin \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} - \right.$$

$$\left. - 1,5 \sin \frac{5\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} \right).$$

Третья форма

$$X_{3j} = \frac{1}{1 - 0,74\ \frac{x_j}{H}} \left(\sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} + 9,5 \sin \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} + 27 \sin \frac{5\pi}{2} \cdot \frac{x_j}{H} \right).$$

Например, для верхней точки при первой форме колебаний имеем

$$X_{19} = \frac{1}{1 - 0,74 \cdot 0,973} \left(\sin \frac{3,14}{2}\ 0,973 - 0,197 \sin \frac{3 \cdot 3,14}{2} \times \right.$$

$$\left. \times 0,973 + 0,011 \sin \frac{5 \cdot 3,14}{2}\ 0,073 \right) = 3,57\ (0,999 + 0,195 +$$

$$+ 0,0107) = 4,3.$$

Результаты вычислений по всем формам сведены в табл. 11 (графы 8, 12 и 16).

Далее по формуле (2)

$$\eta_{ik} = X_{ik} \frac{\sum\limits_j Q_j X_{ij}}{\sum\limits_j Q_j X_{ij}^2}$$

вычислены коэффициенты формы колебаний, помещенные в графах 9, 13 и 17 табл. 11. При этом отношение сумм равно:

для первой формы колебаний

$$\frac{\sum\limits_j Q_j X_{1j}}{\sum\limits_j Q_j X_{1j}^2} = \frac{114 \cdot 4{,}3 + 283 \cdot 3{.}42 + 306 \cdot 2{,}44 + 355 \cdot 1{,}71 + \rightarrow}{114 \cdot 4{,}3^2 + 283 \cdot 3{,}42^2 + 306 \cdot 2{,}44^2 + 355 \cdot 1{,}71^2 + \rightarrow}$$

$$\leftarrow \frac{+496 \cdot 0{,}91 + 560 \cdot 0{.}76 + 785 \cdot 0{,}46 + 1850 \cdot 0{.}218 + 3090 \cdot 0{,}054}{+496 \cdot 0{,}91^2 + 560 \cdot 0{,}76^2 + 785 \cdot 0{,}46^2 + 1850 \cdot 0{,}218^2 + 3900 \cdot 0{,}054^2} =$$

$$= \frac{4620}{9264} = 0{,}499;$$

для второй формы колебаний

$$\frac{\sum\limits_j Q_j X_{2i}}{\sum\limits_j Q_j X_{2j}^2} = \frac{144 (-22{,}2) + 283 (-14{,}9) + 306 (-4{,}03) + 355 \cdot 4{.}05 + \rightarrow}{144 \cdot 22{,}2^2 + 283 \cdot 14{,}9^2 + 306 \cdot 4{,}03^2 + 355 \cdot 4{,}05^2 + \rightarrow}$$

$$\leftarrow \frac{+496 \cdot 8{\ }04 + 560 \cdot 9{,}36 + 785 \cdot 7{,}81 + 1850 \cdot 4{,}65 + 3090 \cdot 1{,}26}{+496 \cdot 8{,}04^2 + 560 \cdot 9{,}36^2 + 785 \cdot 7{,}81^2 + 1850 \cdot 4{,}65^2 + 3090 \cdot 1{,}26^2} =$$

$$= \frac{21\,305}{303\,700} = 0{,}07;$$

для третьей формы колебаний

$$\frac{\sum\limits_j Q_j X_{3j}}{\sum\limits_j Q_j X_{3j}} = \frac{144 \cdot 63{,}5 + 283 \cdot 30{,}3 + 306 (-20{,}55) + 355 (-44{.}2) + \rightarrow}{144 \cdot 63{,}5^2 + 283 \cdot 30{,}3^2 + 306 (-20{,}55)^2 + 355 (-44{,}2)^2 + \rightarrow}$$

$$\leftarrow \frac{+496 (36{,}05) + 560 (-6{,}05) + 785 \cdot 25{,}9 + 1850 \cdot 42 + 3090 \cdot 18}{+496 (-36{,}05)^2 + 560 (-6{,}05)^2 + 785 \cdot 25{,}9^2 + 1850 \cdot 42^2 + 3090 \cdot 18^2} =$$

$$= \frac{126\,190}{6{,}97 \cdot 10^6} = 0{,}0181.$$

По формуле (1′) вычисляются сейсмические силы при значении произведения $K_c \beta_i$:

для первой формы

$$K_c \beta_1 = 0{,}025 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}6 = 0{,}0225$$

$\left(\beta_1 \text{ принято равным } 0{,}6, \text{ так как } \dfrac{0{,}9}{T} = \dfrac{0{,}9}{2{,}95} < 0{,}6\right)$;

для второй формы

$$K_c \beta_2 = 0{,}025 \cdot 1{,}5 \frac{0{,}9}{0{,}77} = 0{,}044;$$

для третьей формы

$$K_c \beta_3 = 0{,}025 \cdot 1{,}5 \frac{0\ 9}{0.412} = 0{,}082.$$

Вычисленные расчетные сейсмические силы помещены в графах 10, 14 и 18 табл 11, а в графах 11, 15 и 19 — соответствующие им изгибающие моменты.

Исходя из полученных моментов, по формуле (7) вычисляем их расчетные значения:

$$M_8 = \sqrt{160^2 + 0{,}5\,(117^2 + 83{,}7^2)} = 196.5 \text{ тм};$$

$$M_7 = \sqrt{629^2 + 0.5\,535^2 + 413^2)} = 830 \text{ »}.$$

Аналогично вычисляются моменты в других сечениях. Их эпюра изображена на рис. 57 сплошной линией. Пунктирной линией на этом рисунке изображена соответствующая огибающая эпюра моментов.

Пример 12.

Вертикальный аппарат химического производства

Определяются расчетная сейсмическая нагрузка и соответствующие ей изгибающие моменты в конструкции вертикального аппарата, применяемого в химическом производстве Аппарат представляет собой тонкостенный пустотелый металлический цилиндр с горизонтальными свободно опирающимися дырчатыми тарелками (рис. 58), не оказывающими заметного влияния на жесткость кон-

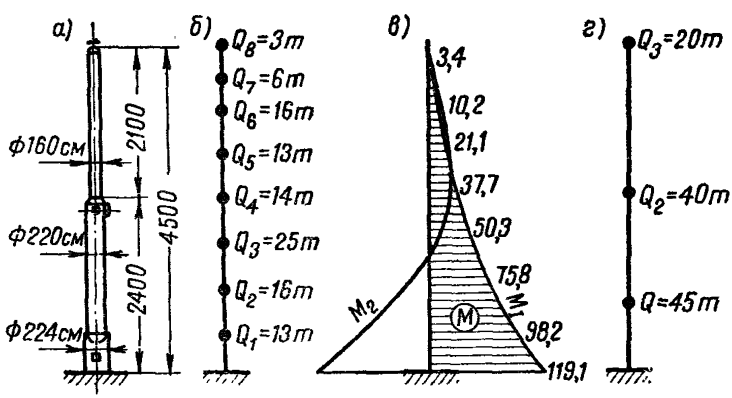


Рис. 58. Вертикальный цилиндрический аппарат

а — конструктивная схема; *б* и *г* — расчетные схемы; *в* — эпюра изгибающих моментов

Таблица 1

Расчет вертикального аппарата

№ точек	Вес сосредоточенной массы Q_j в T	Высота от основания x_j в $м$	Относительная высота $\frac{x_j}{H}$	Форма свободных колебаний: первая: табличные ординаты X^T_{1j}	первая: условная горизонтальная нагрузка $P_j=Q_jX^T_{1j}$	первая: коэффициент формы колебаний η_{1j}	первая: сейсмическая сила S_{1j} в T	первая: момент от сейсмических сил M_j в $тм$	вторая: табличные ординаты X^T_{2j}	вторая: условная горизонтальная нагрузка $P_j=Q_jX^T_{2j}$	вторая: коэффициент формы колебаний η_{2j}	вторая: сейсмическая сила S_{2j} в T	вторая: момент от сейсмических сил M_j в $тм$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	3	45	1	1	3	1,7	0,27	0	—1	—3	—1,17	—0,7	0
7	6	40,5	0,9	0,86	5,18	1,47	0,46	1,2	—0,53	—3,18	—0,62	—0,74	—3,2
6	16	36	0,8	0,73	11,6	1,25	1,05	4,4	—0,07	—1,12	—0,08	—0,25	—9,6
5	13	30	0,67	0,55	7,12	0,94	0,64	15,1	0,42	5,46	0,49	1,27	—19,9
4	14	24	0,53	0,38	5,3	0,65	0,48	29,6	0,69	9,65	0,81	2,26	—22,4
3	25	18	0,4	0,23	5,75	0,39	0,51	47	0,68	17	0,8	4	—11,4
2	16	11	0,24	0,09	1,5	0,16	0,13	71	0,41	6,56	0,48	1,53	29,4
1	13	5	0,11	0,02	0,27	0,034	0,02	91,6	0,11	1,42	0,13	0,34	71,6
Осн.	—	—	—	—	—	—	—	111	—	—	—	—	112

струкции. Внутренний диаметр аппарата в верхнем сечении равен 160 *см*, в нижнем — 200 *см*. Опорная обечайка имеет диаметр, больший на толщину стенки (224 *см*). Толщина стенок равна 1,2 *см* вверху и 1,8 *см* внизу. Полная высота аппарата H=45 *м*, высота нижней утолщенной части 24 *м*. Сейсмичность пункта строительства 8 баллов.

Пренебрегая небольшой разницей в диаметрах опорной обечайки и нижней части аппарата, примем сечение конструкции на высоте 24 *м* постоянным; при этом вычисленный момент инерции нижнего сечения равен $J_1=8{,}36\cdot10^6$ *см*^{4}, момент инерции верхнего сечения — $J_2=2{,}2\cdot10^6$ *см*^{4}.

Расчетную схему аппарата принимаем как систему с восемью сосредоточенными массами. Для этого аппарат по высоте расчленяем на отдельные участки и считаем вес каждого из них сосредоточенным в его центре. Вес верхнего участка распределяем поровну между верхней точкой аппарата и точкой расположения нижележащей массы (рис. 58). Веса масс Q_j приведены в графе 2 табл. 13, а соответствующие им уровни от основания x_j — в графе 3. В графе 4 вычислена относительная высота расположения сосредоточенных масс x_i/H.

Периоды свободных колебаний аппарата определим по формуле (8) «Указаний по определению сейсмической нагрузки для вертикальных аппаратов» (Госстройиздат, М., 1961):

$$T_i = 2\pi \sqrt{\frac{f_{ik}}{X^{\tau}_{ik} g}},$$

где f_{ik} — статическое перемещение одной из точек (k), в которой принята сосредоточенная нагрузка, под действием горизонтальных сил $P_{ij}=Q_i X^{\tau}_{ij}$;

X^{τ}_{ij} — форма свободных колебаний аппарата, принимаемая по табл. 6;

X^{τ}_{kj} — ордината формы свободных колебаний в точке k.

а) Сейсмические силы и изгибающие моменты, соответствующие первой форме свободных колебаний

По относительной высоте $\frac{x_j}{H}$ из табл. 6 путем интерполяции определяются ординаты первой формы свободных колебаний (графа 5 табл. 13). Далее в точках сосредоточенных масс вычисляется условная горизонтальная нагрузка P_j как произведение веса массы Q_j на соответствующую ей ординату X^{τ}_{1j} (графа 6 табл. 13).

Статическое перемещение f_k от сил P_j вычисляем в точке расположения нижней массы

$$f_1 = \frac{x_1^3}{3EJ}\left[\sum_{j=1}^{8} P_j + \frac{1{,}5}{x_1}\sum_{j=2}^{8} P_j (x_j - x_1)\right] =$$

$$= \frac{500^3}{3\cdot2\cdot10^6\cdot8{,}36\cdot10^6}\Big[(0{,}27 + 1{,}5 + 5{,}75 + 5{,}3 + 7{,}12 +$$

$$+11{,}6+5{,}18+3)\,10^3+\frac{1{,}5}{500}(1{,}5\cdot 6+5{,}75\cdot 13+5{,}3\cdot 19+$$

$$+7{,}12\cdot 25+11{,}6\cdot 31+5{,}18\cdot 35{,}5+3\cdot 40)10^5]=0{,}865\ см.$$

Период основного тона свободных колебаний

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{f_1}{X_1^T g}}=2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0.865}{0{,}02\cdot 981}}=1{,}29\ \text{сек}.$$

По форме (4) определяем коэффициент динамичности

$$\beta_1=1{,}5\frac{0{,}9}{T_1}=1{,}5\,\frac{0{,}9}{1{,}29}=1{,}045.$$

Для определения коэффициента η_{1k} вычисляются суммы

$$\sum_{j=1}^{8} Q_j X_{1j}=(13\cdot 0{,}02+16\cdot 0{,}09+25\cdot 0{,}23+14\cdot 0{,}38+$$

$$+13\cdot 0{,}55+16\cdot 0{,}73+6\cdot 0{,}86+3\cdot 1)\,10^3=39{,}6\cdot 10^3;$$

$$\sum_{j=1}^{8} Q_j X_{1j}^2=(13\cdot 0{,}02^2+16\cdot 0{,}09^2+25\cdot 0{,}23^2+14\cdot 0{,}38^2+$$

$$+13\cdot 0{,}55^2+16\cdot 0{,}73^2+6\cdot 0{,}86^2+3\cdot 1{,}0^2)\,10^3=23{,}2\cdot 10^3.$$

Вычисленные по формуле (2) значения коэффициента формы колебаний η_{1j}, соответствующие первому тону, приведены в графе 7 табл. 13. Сейсмические силы S_{1jc} определены по формуле (17) в графе 8, при этом произведение $K\beta_1$ равно $0{,}05\cdot 1{,}045=0{,}0523$. Вычисленные от этих сил изгибающие моменты приведены в графе 9.

б) Сейсмические силы и изгибающие моменты, соответствующие второй форме свободных колебаний

Расчет производится в той же последовательности, что и для первой формы колебаний, и приведен в этой же табл. 13.

Определив по табл. 6 ординаты второй формы свободных колебаний и затем условные горизонтальные силы (графы 10 и 11 табл. 13), вычисляем статическое перемещение в точке расположения нижней массы:

$$f_1=\frac{500^3}{3\cdot 2\cdot 10^6\cdot 8{,}36\cdot 10^6}\Big[(1{,}42+6{,}56+17+9{,}65+5{,}46-$$

$$-1{,}12-3{,}18-3)10^3+\frac{1{,}5\cdot 10^5}{500}(6{,}56\cdot 6+17\cdot 13+9{,}65\cdot 19+$$

$$+5{,}46\cdot 25-1{,}12\cdot 31-3{,}18\cdot 35{,}5-3\cdot 40)\Big]=0{,}318\ см.$$

Период, соответствующий второй форме свободных колебаний:

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{f_1}{X_1^T g}}=2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}318}{0{,}11\cdot 981}}=0{,}34\ \text{сек}.$$

Коэффициент динамичности β_2 равен

$$\beta_2 = 1{,}5\frac{0{,}9}{0{,}34} = 3{,}98.$$

В графе 12 табл. 13 приведены коэффициенты формы колебаний, вычисленные по формуле (2) при значениях

$$\sum_{j=1}^{8} Q_j X_{2j} = (13\cdot 0{,}11 + 16\cdot 0{,}41 + 25\cdot 0{,}68 + 14\cdot 0{,}69 +$$
$$+ 13\cdot 0{,}42 - 16\cdot 0{,}07 - 6\cdot 0{,}53 - 3\cdot 1)\,10^3 = 32{,}8\cdot 10^3;$$
$$\sum_{j=1}^{8} Q_j X_{2j}^2 = [13\cdot 0{,}11^2 + 16\cdot 0{,}41^2 + 25\cdot 0{,}68^2 + 14\cdot 0{,}69^2 +$$
$$+ 13\cdot 0{,}42^2 + 16\,(-0{,}07)^2 + 6\,(-0{,}53)^2 + 3\,(-1)^2]\,10^3 =$$
$$= 28{,}1\cdot 10^3.$$

Вычисляются сейсмические силы, соответствующие второй форме колебаний (графа 13), при этом произведение $K_{c_1 2}$ равно $0{,}05\cdot 3{,}98 = 0{,}198$. В графе 14 выписаны изгибающие моменты от этих сил.

На рис. 58,в изображены эпюры изгибающих моментов, соответствующие первой и второй формам колебаний аппарата. Расчетные значения моментов должны быть вычислены по формуле (7).

Пример 12а.

Расчетную систему аппарата, рассмотренного в предыдущем примере, рассчитаем как систему с тремя степенями свободы. Для этого одну из масс примем сосредоточенной на уровне 10 *м*, где обычно сосредоточена нагрузка от продукта переработки, вторую — на уровне перехода сечения и третью — на верху аппарата (рис. 58,*г*).

Подсчитанные веса равны $Q_1 = 46$ *т*; $Q_2 = 40$ *т*; $Q_3 = 20$ *т*. Соответствующие им массы

$$m_1 = \frac{46\,000}{981} = 47 \text{ кг сек}^2/\text{см};$$
$$m_2 = 40{,}7 \text{ кг сек}^2/\text{см};$$
$$m_3 = 20{,}4 \quad »,$$

В уровнях сосредоточенных масс определим перемещения конструкции от единичных сил как консоли с двумя участками разной жесткости (I.13):

$$\delta_{11} = \frac{1000^3}{3\cdot 2\cdot 10^6\cdot 8{,}36\cdot 10^6} = 1{,}99\cdot 10^{-5} \text{ см/кг};$$
$$\delta_{13} = \delta_{31} = 1{,}99\cdot 10^{-5}\left(1 + 1{,}5\,\frac{4500-1000}{1000}\right) =$$
$$= 12{,}4\cdot 10^{-5} \text{ см/кг};$$
$$\delta_{22} = \frac{2400^3}{3\cdot 2\cdot 10^6\cdot 8{,}36\cdot 10^6} = 27{,}6\cdot 10^{-5} \text{ см/кг};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = 27{,}6 \cdot 10^{-5}\left(1 + 1{,}5\,\frac{4500 - 2400}{2400}\right) =$$

$$= 64 \cdot 10^{-5}\ см/кг;$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{2 \cdot 10^6 \cdot 8{,}36 \cdot 10^6}\left(\frac{8{,}36}{2{,}2} \cdot \frac{2100^3}{3} + \frac{2400^3}{3} + \right.$$

$$\left. + 2400^2 \cdot 2100 + 2400 \cdot 2100^2\right) = 240 \cdot 10^{-5}\ см/кг;$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = 1{,}99 \cdot 10^{-5}\left(1 + 1{,}5\,\frac{2400 - 1000}{1000}\right) =$$

$$= 6{,}17 \cdot 10^{-5}\ см/кг.$$

Составляем систему канонических уравнений (II.1):

$$\left(1{,}99 \cdot 10^{-5} \cdot 47\,p_i^2 - 1\right) X_{i1} + 26{,}17 \cdot 10^{-5} \cdot 40{,}7\,p_i^2 X_{i2} +$$

$$+ 12{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot 20{,}4\,p_i^2 X_{i3} = 0;$$

$$6{,}17 \cdot 10^{-5} \cdot 47\,p_i^2 X_{i1} + \left(27{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 40{,}7\,p_i^2 - 1\right) X_{i2} +$$

$$+ 64 \cdot 10^{-5} \cdot 20{,}4\,p_i^2 X_{i3} = 0;$$

$$12{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot 47\,p_i^2 X_{i1} + 64 \cdot 10^{-5} \cdot 40{,}7\,p_i^2 X_{i2} +$$

$$+ \left(240 \cdot 10^{-5} \cdot 20{,}4\ \ p_i^2 - 1\right)\ X_{i3} = 0$$

и вычисляем коэффициенты частотного уравнения (см. стр. 107):

$$A = -(47 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{-5} + 40{,}7 \cdot 27{,}6 \cdot 10^{-5} + 20{,}4 \cdot 240 \times$$

$$\times 10^{-5}) = -6133{,}6 \cdot 10^5;$$

$$B = 47 \cdot 40{,}7\,(1{,}99 \cdot 27{,}6 \cdot 10^{-10} - 6{,}17^2 \cdot 10^{-10}) + 47 \cdot 20{,}4\,(1{,}99 \times$$

$$\times 240 \cdot 10^{-10} - 12{,}4^2 \cdot 10^{-10}) + 40{,}7 \cdot 20{,}4\,(27{,}6 \cdot 240 \cdot 10^{-10} -$$

$$- 62^2 \cdot 10^{-10}) = 24{,}165 \cdot 10^{-5};$$

$$D = 47 \cdot 40{,}7 \cdot 20{,}4\,(1{,}99 \cdot 64^2 \cdot 10^{-15} + 27{,}6 \cdot 12{,}4^2 \cdot 10^{-15} +$$

$$+ 240 \cdot 6{,}17^2 \cdot 10^{-15} - 1{,}99 \cdot 27{,}6 \cdot 240 \cdot 10^{-15} - 2 \cdot 6{,}17 \cdot 12{,}4 \times$$

$$\times 64 \cdot 10^{-15}) = -0{,}0057 \cdot 10^{-5}.$$

Полученные значения коэффициентов подставляем в частное уравнение (см. стр. 107):

$$\frac{1}{p_i^6} - 6113{,}6 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{p_i^4} + 24{,}165 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{p_i^2} -$$

$$- 0{,}0057 \cdot 10^{-5} = 0.$$

Умножив все члены этого уравнения на 10^6 и обозначив $\frac{10^2}{p_i^2} = k$, получаем уравнение с коэффициентами, удобными для вычислений: $k^3 - 6{,}1\,k^2 + 2{,}4\,k - 0{,}057 = 0$.

Подберем значение корня, соответствующее основному тону свободных колебаний. Предположим, что период основного тона колебаний аппарата равен 1 сек. Этому значению соответствует круговая частота $p = \frac{2\pi}{1} = 6{,}28$, и, следовательно, при нашем предположении k равно $\frac{10^2}{6{,}28^2} = 2{,}54$. Подставив в уравнение это значение k, в правой части получаем $-16{,}9$, что далеко от нуля. Возьмем $k=4$, тогда в правой части получим $-23{,}96$. Следовательно, чтобы приблизиться к нулю, необходимо значение k взять меньше 2,54. Возьмем $k=1$, в правой части получим $-2{,}76$. Сделав еще две-три подстановки, получим значение $k=0{,}395$, которое в правой части дает нуль с ошибкой в сотых знаках — это вполне достаточная точность.

Два других корня найдем из системы уравнений (см. стр. 113)

$$k'\,k'' = \frac{0{,}057}{0{,}395} = 0{,}128;$$

$$k' + k'' = 6{,}1 - 0{,}395 = 5{,}705,$$

которая дает

$$(k'')^2 - 5{,}705\,k'' + 0{,}128 = 0,$$

откуда $k'' = 5{,}75$ и $k' = 0{,}023$.

Соответствующие этим корням частоты

$$p_i^2 = \frac{10^2}{k_i};\quad p_1^2 = 17{,}4\ \text{1/сек.}^2;\quad p_2^2 = 25{,}4\ \text{1/сек.}^2,$$

$$p_3^2 = 4350\ \text{1/сек.}^2.$$

Периоды свободных колебаний (II.2)

$$T_1 = 1{,}5\ \text{сек.};\ T_2 = 0{,}395\ \text{сек.};\ T_3 = 0{,}095\ \text{сек.}$$

Формы свободных колебаний определим, подставив значения квадрата частоты в первые два из составленных выше канонических уравнений и решив их совместно.

Форма первого тона при $X_1 = 1$

$$-0{,}984 + 0{,}0438X_2 + 0{,}0443\,X_3 = 0;$$

$$0{,}0508 - 0{,}803\,X_2 + 0{,}228X_3 = 0.$$

Из первого уравнения

$$X_2 = \frac{0{,}984 - 0{,}0443\,X_3}{0{,}0438}$$

подставляем во второе и получаем $X_3 = 17{,}3$; затем из предыдущего выражения вычисляем $X_2 = 5{,}0$.

Форма второго тона при $X_1=1$

$$-0{,}762+0{,}638X_2+0{,}645X_3=0;$$

$$0{,}735+1{,}85X_2+3{,}32X_3=0.$$

Из первого уравнения

$$X_2=\frac{0{,}762-0{,}645X_3}{0{,}638}$$

подставляем во второе и получаем $X_3=-2{,}03$; затем из предыдущего выражения вычисляем $X_2=3{,}25$.

Расчетные сейсмические силы и моменты

При первой форме $\beta_1=1{,}5\,\frac{0{,}9}{1{,}5}=0{,}9$;

$$\eta_1=1\,\frac{46\cdot1+40\cdot5+20\cdot17{,}3}{46\cdot1^2+40\cdot5^2+20\cdot17{,}3^2}=0{,}084;$$

$$\eta_2=5\cdot0{,}084=0{,}42;$$

$$\eta_3=17{,}3\cdot0{,}084=1{,}45.$$

Сейсмические силы

$$S_1=0{,}17\ т;\quad S_2=0{,}755\ т;\quad S_3=1{,}3\ т.$$

Изгибающий момент в основании

$$M_0=0{,}17\cdot10+0{,}755\cdot24+1{,}3\cdot45=78{,}3\ тм,$$

При второй форме $\beta_2=1{,}5\,\frac{0{,}9}{0{,}395}=3{,}42$:

$$\eta_1=1\,\frac{46\cdot1+40\cdot3{,}25-20\cdot2{,}03}{46\cdot1^2+40\cdot3{,}25^2+20\,(-2{,}03)^2}=0{,}245;$$

$$\eta_2=3{,}25\cdot0{,}245=0{,}797;$$

$$\eta_3=-2{,}03\cdot0{,}245=-0{,}498.$$

Сейсмические силы

$$S_1=1{,}92\ т;\ S_2=5{,}45\ т;\ S_3=-1{,}7\ т.$$

Изгибающий момент в основании

$$M_0=1{,}95\cdot10+5{,}45\cdot24-1{,}7\cdot45=74\ тм\ .$$

Сравнивая результаты расчета этого и предыдущего примеров, можно сделать заключение, что периоды свободных колебаний аппарата, вычисленные по одной и по другой расчетной схеме, близки между собой. Несколько большие значения периодов во втором случае объясняется, по-видимому, тем, что третья масса отнесена к самому верху сооружения, в то время как в действительности она располагается несколько ниже. Но совершенно недопустимо оказывается систему с тремя степенями свободы использовать для определения напряжений в конструкции, так как в этом случае максимальный изгибающий момент в наиболее ответственном сечении

оказался заниженным почти на 40%. Таким образом, можно сделать вывод, что для определения напряжений в сооружениях, основная нагрузка в которых является равномерно распределенной, количество точек с сосредоточенными массами должно приниматься не меньшим 5—6, так как в противном случае можно получить грубую ошибку.

В заключение, учитывая сравнительно небольшое изменение сечения аппарата по сравнению с его высотой, вычислим периоды свободных колебаний по формуле (II.9) как системы с равномерно распределенной массой и постоянным сечением. Если принять среднее значение равномерно распределенной массы равным

$$\frac{47+40{,}7+20{,}4}{4500}=0{,}024\ кг\ сек^2/см^2,$$

то периоды свободных колебаний двух низших тонов будут следующие:

$$T_1=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 4500^2}{1{,}875^2}\sqrt{\frac{0{,}024}{2\cdot 10^6\cdot 8{,}36\cdot 10^6}}=1{,}37\ сек.;$$

$$T_2=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 4500^2}{4{,}694^2}\sqrt{\frac{0{,}024}{2\cdot 10^6\cdot 8{,}36\cdot 10^6}}=0{,}22\ \ ».$$

Как видно, период основного тона дает хорошее согласование с предыдущими расчетами, а второй тон получается более высоким, так как на нем более существенно сказывается неучитываемое изменение сечения и массы.

Соответствующий первому тону изгибающий момент в основании при такой расчетной схеме равен 116 *тм*.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение	3
Принятые обозначения	11
Сейсмическая нагрузка	14
А. Общие положения	—
Б. Нагрузка на сооружения	16
В. Расчет соединений и неосновных конструкций	31
Особенности расчета на действие сейсмических сил	33
Приложение I. Вычисление перемещений и жесткости конструкций в горизонтальном направлении	46
Приложение II. Определение периодов и форм свободных колебаний сооружений	57
Приложение III. Примеры расчета	73
1. Водонапорная башня	—
2. Водонапорная башня	75
3. Эстакада с резервуарами	76
4. Мельница. Здание со сложной конструктивной схемой	79
5. Двухэтажное кирпичное здание	81
6. Крупноблочный жилой дом	82
7. Крупнопанельный дом	85
8. Элеватор	90
9. Одноэтажный цех	97
10. Трехэтажное каркасное здание фабрики	102
11. Дымовая труба	113
12. Вертикальный аппарат химического производства	119

АСиА ЦНИИСК
АН Грузинской ССР

Институт строительной механики и сейсмостойкости
«ИНСТРУКЦИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАСЧЕТНОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ДЛЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ»

Госстройиздат
Москва, Третьяковский проезд, д. 1

* * *

Редактор издательства Г. А. Ифтинка
Технический редактор В. М. Родионова
Корректор Г. А. Лебедева

Сдано в набор 29.VIII 1962 г. Подписано к печати 6.XII 1962 г.
Бумага 84×108¹/₃₂ 2,0 бум. л.—6,56 усл. печ. л. (6,9 уч.-изд. л.).
Тираж 17 000 экз. Изд. № XII—7156. Зак. № 612. Цена 35 коп.

Типография Госстройиздата № 4, г. Подольск, ул. Кирова, д. 25.

gost.e-ecolog.ru