УДК 53.089.6.001.24:629.7.05 Группа Д02

ОТРАСЛЕВОЙ СТАНДАРТ

ОСТ 1 00108-73

На 12 страницах

СИСТЕМА ЕДИНСТВА ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Аппроксимация градуировочных характеристик

Взамен 922АТ

ОКП 75 4330

Распоряжением Министерства от 27 декабря 1973 г. № 087-16

дата введения 1 июля 1974 г.

Настоящий стандарт устанавливает метод определения числа измерений при градуировке, оценки коэффициентов полинома, правильность выбора его степени для измерительных преобразователей, используемых при летных испытаниях летательных аппаратов.

Издание официальное ★ ГР 3035 от 06.02.74

Перепечатка воспрещена

Инв. № дубликата | Инв. № подлинника | 1671 | Лит.изм. 1 2 | № изв. 11002 12671

gost.e-ecolog.ru

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Градуировочная характеристика средства измерений, используемая при обработке результатов летных испытаний, должна иметь вид степенного полинома:

$$x = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + \ldots + a_K y^K ,$$

где x – входной сигнал средства измерений;

y – выходной сигнал средства измерений;

K – максимальная степень полинома, которым выражена градуировочная характеристика рассматриваемого средства измерений.

1.2. Градуировочная характеристика определяется оценкой неизвестных коэффициентов полинома $a_0, a_1, \ldots, a_K$ по методу наименьших квадратов на основании имеющихся значений x и y .

1.3. Оценка градуировочной характеристики производится при условии, что результаты прямых измерений входной величины имеют погрешности не более 0,3 от погрешности выходной величины.

Проверку соответствия результатов градуировки проводят на стадии аттестации средств измерений.

1.4. Максимальная степень полинома K определяется по результатам аппроксимации градуировочных характеристик 5–10 однотипных средств измерений.

1.5. При определении максимальной степени полинома градуировка производится для значений входной величины x , равномерно расположенных по диапазону измерения этой величины.

Число точек измерения принимается не менее 20.

1.6. При каждом значении входной величины x производится одно измерение выходной величины y.

1.7. Пример определения максимальной степени аппроксимирующего полинома приведен в справочном приложении 1 к настоящему стандарту.

1.8. Число измерений при построении индивидуальной градуировочной характеристики определяется по формуле:

$$n \geq (K+1)\left(\frac{S_{x_c}}{S_{\tilde{x}}}\right)^2, \quad S_{\tilde{x}} \leq S_{x_c} ,$$

где S_{x_c} – среднеквадратическая погрешность средства измерений;

$S_{\tilde{x}}$ – среднеквадратическая погрешность аппроксимации.

Лит. изм. № изв.
1671
Инв. № дубликата Инв. № подлинника

1.9. График зависимости отношения $\frac{S_{\tilde{x}}}{S_{x_c}}$ от числа измерений для полиномов различных степеней приведен в справочном приложении 2 к настоящему стандарту.

1.10. Градуировочные точки располагаются равномерно по рассматриваемому диапазону.

1.11. Погрешность оценки характеристик уменьшается, если градуировка производится в $(\kappa+1)$ точках и при таких значениях x_j, для которых значения y_j определяется по формуле:

$$y_j = \frac{t_j(y_n - y_1) + (y_n + y_1)}{2}, \quad j = 1, 2, \ldots, \kappa+1,$$

где t_j – значения корней полинома, представляющего собой коэффициент при z^κ в разложении $\sqrt{1-2tz+z^2}$ по степеням z.

Величина t_j для $\kappa = j = 2 \div 6$ принимает следующие значения:

$t_1 = -1$; $t_2 = 1$;

$t_1 = -1$; $t_2 = 0$; $t_3 = 1$;

$t_1 = -1$; $t_2 = -0{,}4472$; $t_3 = 0{,}4472$; $t_4 = 1$;

$t_1 = -1$; $t_2 = -0{,}6550$; $t_3 = 0$; $t_4 = 0{,}6550$; $t_5 = 1$;

$t_1 = -1$; $t_2 = -0{,}7650$; $t_3 = -0{,}2852$; $t_4 = 0{,}2852$; $t_5 = 0{,}7650$; $t_6 = 1$.

При каждом значении x_j или при близком к нему значении производится одно или более повторных измерений выходной величины y. Кроме того, для контроля правильности функционирования средства измерений в промежуточных точках производится несколько дополнительных измерений.

2. АППРОКСИМАЦИЯ ГРАДУИРОВОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

2.1. Аппроксимация градуировочной характеристики для постоянной по диапазону погрешности рассматриваемого средства измерений

2.1.1. Расчет ведется на основе имеющихся значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и $y_1, y_2, \ldots, y_n$, а также абсолютного значения среднеквадратической погрешности S_x градуировочных точек.

2.1.2. Значения исходных величин x и y приводятся (нормализуются) к диапазону измерения $[0, 1]$ по формулам:

$$\overset{o}{x}_j = \frac{x_j - x_1}{x_n - x_1}, \qquad \overset{o}{y}_j = \frac{y_j - y_1}{y_n - y_1},$$

где $\overset{o}{x}_j$ и $\overset{o}{y}_j$ – нормализованные значения величин x_j и y_j.

2.1.3. Среднеквадратическая погрешность нормализуется по формуле:

$$\overset{o}{S}_x = \frac{S_x}{|x_n - x_1|}.$$

Инв. № дубликата | Инв. № подлинника | 1671 | Лит.изм. | № изв.

2.1.4. Определение коэффициентов полинома $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \ldots, \tilde{a}_K$ для нормированных $\overset{\circ}{x}$ и $\overset{\circ}{y}$ производится по формуле:

$$\tilde{a} = (\overset{\circ}{y}{}^{T}\overset{\circ}{y})^{-1}\overset{\circ}{y}{}^{T}\overset{\circ}{x},$$

где $\overset{\circ}{y} = \begin{Vmatrix} 1, \overset{\circ}{y}_1, \overset{\circ}{y}_1^2, \ldots, \overset{\circ}{y}_1^K \\ 1, \overset{\circ}{y}_2, \overset{\circ}{y}_2^2, \ldots, \overset{\circ}{y}_2^K \\ \ldots\ldots\ldots \\ 1, \overset{\circ}{y}_n, \overset{\circ}{y}_n^2, \ldots, \overset{\circ}{y}_n^K \end{Vmatrix}$, $\overset{\circ}{x} = \begin{Vmatrix} \overset{\circ}{x}_1 \\ \overset{\circ}{x}_2 \\ \vdots \\ \overset{\circ}{x}_n \end{Vmatrix}$, $\tilde{a} = \begin{Vmatrix} \tilde{a}_0 \\ \tilde{a}_1 \\ \vdots \\ \tilde{a}_K \end{Vmatrix}$

Примечание: Символ T означает транспонирование матриц, а символ "-1" – их обращение.

2.1.5. Нормализованное значение погрешности $\overset{\circ}{S}_{\tilde{x}_j}$ определения величины x_j по полученной в результате аппроксимации градуировочной характеристике при заданном нормализованном значении $\overset{\circ}{y}_j$ находится по формуле:

$$S^2_{\tilde{x}_j} = \overset{\circ}{y}{}^{T}_j (\overset{\circ}{y}{}^{T}\overset{\circ}{y})^{-1}\overset{\circ}{y}_j S^2_x,$$

где $\overset{\circ}{y}_j = \begin{Vmatrix} 1 \\ \overset{\circ}{y}_j \\ \vdots \\ \overset{\circ}{y}_j^K \end{Vmatrix}$

2.2. Аппроксимация градуировочной характеристики для изменяющейся по диапазону погрешности рассматриваемого средства измерения

2.2.1. Расчет ведется на основе имеющихся значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и $y_1, y_2, \ldots, y_n$, а также абсолютных значений среднеквадратических погрешностей $S_{x_1}, S_{x_2}, \ldots, S_{x_n}$ градуировочных точек.

2.2.2. Определение коэффициентов полинома $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \ldots, \tilde{a}_K$ производится по формуле:

$$\tilde{a} = (\overset{\circ}{y}{}^{T} W^{-1} \overset{\circ}{y})^{-1}\overset{\circ}{y}{}^{T} W^{-1}\overset{\circ}{x},$$

где $W = \begin{Vmatrix} \overset{\circ}{S}^2_{x_1}, & 0, & \ldots, & 0 \\ 0, & \overset{\circ}{S}^2_{x_2}, & \ldots, & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0, & 0, & \ldots, & \overset{\circ}{S}^2_{x_n} \end{Vmatrix}$

Лит. изм. | № изв. | Инв. № дубликата | Инв. № подлинника | 1671

2.2.3. Нормализованное значение погрешности определения величины x_j по полученной оценке градуировочной характеристики при заданном нормализованном значении $\overset{o}{y}_j$ находится по формуле:

$$S^{o2}_{\tilde{x}_j} = \overset{o}{y}_j^{T} \left(\overset{o}{y}^{T} W^{-1} \overset{o}{y} \right)^{-1} \overset{o}{y}_j .$$

2.3. Определение степени полинома производится проверкой неравенства:

$$\left| \overset{o}{\tilde{x}}_j^{K} - \overset{o}{\tilde{x}}_j^{(K-1)} \right| \leq 2{,}5\, S^{o(K-1)}_{\tilde{x}_j},$$

где $\overset{o}{\tilde{x}}_j^{K}, \overset{o}{\tilde{x}}_j^{(K-1)}$ – оценки по полиномам степени K и $(K-1)$ значений величины $\overset{o}{x}_j$ при заданном $\overset{o}{y}_j$;

$S^{o(K-1)}_{\tilde{x}_j}$ – нормализованное значение среднеквадратической погрешности определения величины x_j по полиному степени $(K-1)$.

Первоначальное значение степени K не должно быть менее 7. Если неравенство не выполняется, то в качестве аппроксимирующего принимается полином степени K.

Если неравенство выполняется, то степень полинома уменьшается на единицу и неравенство проверяется для следующей пары полиномов, т.е. полиномов степени $(K-1)$ и $(K-2)$ и т.д.

2.3.1. Проверка прекращается, как только неравенство в какой-либо точке не выполнится. В качестве действительного принимается полином, степень которого в сравниваемой паре высшая.

2.3.2. Неравенство следует проверять в пяти-десяти точках характеристики, равномерно расположенных по диапазону выходной величины y.

2.4. Пересчет полученных коэффициентов полинома к значениям, соответствующим не нормализованным значениям величин x и y, осуществляется по формулам:

$$a_0 = \frac{1}{q}\left(-h + \sum_{i=0}^{K} \beta^{i} \tilde{a}_i\right); \quad a_\alpha = \frac{1}{q} \sum_{i=\alpha}^{K} c_i^{\alpha} \alpha^{\alpha} \beta^{(i-\alpha)} \tilde{a}_i; \quad \alpha = 1, 2, \ldots, K,$$

где $q = \frac{1}{x_n - x_1}$; $h = -\frac{x_1}{x_n - x_1}$; $\alpha = \frac{1}{y_n - y_1}$; $\beta = -\frac{y_1}{y_n - y_1}$; $c_i^{\alpha} = \frac{i!}{(i-\alpha)!\alpha!}$

Пример определения коэффициентов $a_0, a_1, \ldots, a_4$ для полинома 4-й степени приведен в справочном приложении 3 к настоящему стандарту.

2.5. Характеристикой рассеяния градуировочных точек относительно полученного аппроксимирующего полинома служит значение среднеквадратического отклонения, которое в единицах измерения входной величины определяется по формуле

$$S = |x_n - x_1| \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left[(\overset{o}{x}_i - \overset{o}{\tilde{x}}_i) \frac{\overset{o}{S}_{x_1}}{\overset{o}{S}_{x_i}} \right]^2}{n - K - 1}},$$

Инв. № дубликата | Инв. № подлинника | 1671 | Лит.изм. | № изв.

где $\overset{o}{x}_i$ – нормализованное значение входной величины x, полученное при градуировании;

$\overset{o}{\tilde{x}}_i$ – нормализованное значение входной величины x, оцененное по полиному.

2.6. Пример оценки индивидуальной градуировочной характеристики средств измерений приведен в справочном приложении 4 к настоящему стандарту.

Инв. № дубликата
Инв. № подлинника
1671
Лит. изм.
№ изв.

Справочное

Пример определения максимальной степени аппроксимирующего полинома

Для определения максимальной степени полинома градуировочная характеристика задана 21 парой значений x и y. Градуировочные точки располагались равномерно по диапазону величины x. Результаты полученных измерений приведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер измерения	Значение входной величины x	Значение выходной величины y	Номер измерения	Значение входной величины x	Значение выходной величины y
1	0,00	0,144	12	5,52	0,656
2	0,51	0,192	13	6,02	0,693
3	1,01	0,228	14	6,52	0,756
4	1,51	0,275	15	7,03	0,795
5	2,02	0,317	16	7,53	0,858
6	2,52	0,365	17	8,03	0,894
7	3,03	0,406	18	8,53	0,950
8	3,53	0,464	19	9,04	0,989
9	4,03	0,498	20	9,54	1,017
10	4,53	0,554	21	10,04	1,061
11	5,03	0,595			

В результате аттестации было установлено, что для средства измерений рассматриваемого типа погрешность постоянна по диапазону, а значение среднеквадратической погрешности градуировочных точек равно 0,06 ед.

В результате обработки данных было установлено, что рассматриваемая градуировочная характеристика может быть аппроксимирована полиномом 3-й степени со следующими значениями коэффициентов:

$a_0 = -2{,}110$; $a_1 = 15{,}366$; $a_2 = -8{,}686$; $a_3 = 4{,}667$.

Значение среднеквадратического отклонения равно 0,073 ед.

Степень полинома выбиралась на основании данных, приведенных в табл.2.

Таблица 2

y_i^0	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\delta_{i,7-6}$ %	1,324	0,586	0,548	0,558	0,603	1,305
$\delta_{i,6-5}$ %	1,370	0,687	0,678	0,694	0,700	1,349
$\delta_{i,5-4}$ %	1,122	0,660	0,508	0,512	0,678	1,081

Инв. № дубликата | Инв. № подлинника | 1671 | Лит.изм. | № изв.

Продолжение табл. 2

$\overset{\circ}{y}_j$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\delta_{j,4-3}$ %	0,425	0,164	0,263	0,281	0,164	0,384
$\delta_{j,3-2}$ %	-0,641	-0,343	-0,054	-0,096	-0,397	-0,610
$\delta_{j,2-1}$ %	0,293	0,449	0,166	0,160	0,433	0,308

Здесь $\overset{\circ}{y}_j$ - нормализованное значение выходной величины y в точке j ;

$$\delta_{j,\,k-(k-1)} = 2{,}5\,S^{\circ(k-1)}_{\tilde{x}_j} - \left|\tilde{\overset{\circ}{x}}{}^{k}_{j} - \tilde{\overset{\circ}{x}}{}^{(k-1)}_{j}\right|$$

Инв. № дубликата
Инв. № подлинника
1671
Лит.изм.
№ изв.

Справочное

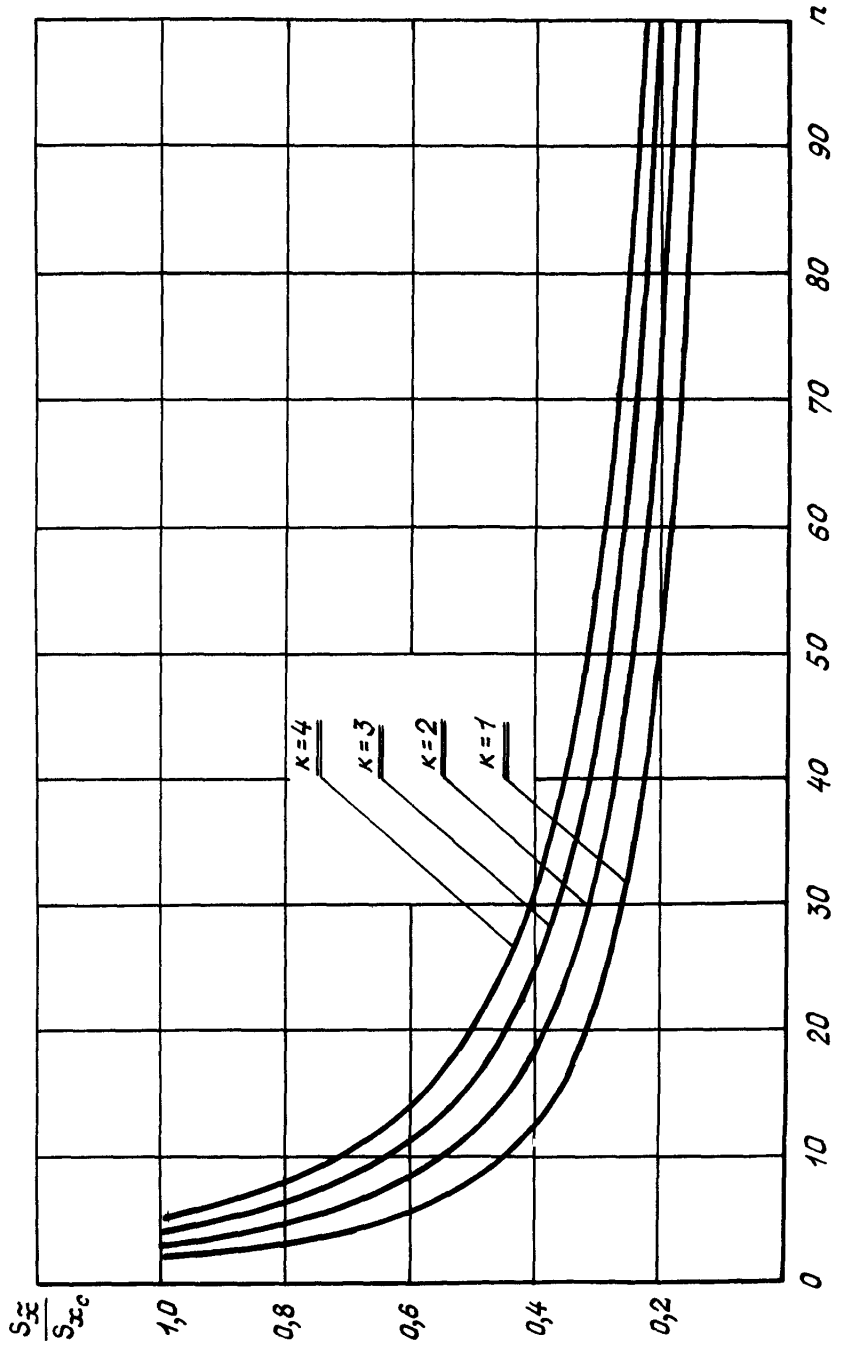

График зависимости отношения $\frac{\tilde{S}_x}{S_{xc}}$ от числа измерений для полиномов различных степеней

Инв. № дубликата
Инв. № подлинника 1671
Лит. изм.
№ изв.

Справочное

Пример определения коэффициентов для полинома 4-й степени

Для полинома 4-й степени коэффициенты определяются по формулам:

$$a_0 = (\tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 b + \tilde{a}_2 b^2 + \tilde{a}_3 b^3 + \tilde{a}_4 b^4 - h)\frac{1}{q},$$

$$a_1 = (\tilde{a}_1 + 2\tilde{a}_2 b + 3\tilde{a}_3 b^2 + 4\tilde{a}_4 b^3)\frac{\alpha}{q},$$

$$a_2 = (\tilde{a}_2 + 3\tilde{a}_3 b + 6\tilde{a}_4 b^2)\frac{\alpha^2}{q},$$

$$a_3 = (\tilde{a}_3 + 4\tilde{a}_4 b)\frac{\alpha^3}{q},$$

$$a_4 = \tilde{a}_4 \frac{\alpha^4}{q}$$

Инв. № дубликата
Инв. № подлинника
1671
Лит. изм.
№ изв.

Справочное

Пример оценки индивидуальной градуировочной характеристики

Градуировочные характеристики рассматриваемого типа средств измерений представляются полиномами с максимальной степенью, равной 3.

При построении индивидуальной градуировочной характеристики должно быть произведено не менее четырех измерений величин x и y (при $S_{\tilde{x}} = S_x$).

Градуировочная характеристика была задана 21 точкой. Точки равномерно расположены по диапазону величины x. Результаты градуировки приведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер измерения	Значение входной величины x	Значение выходной величины y	Номер измерения	Значение входной величины x	Значение выходной величины y
1	0,00	0,139	12	5,52	0,646
2	0,50	0,179	13	6,02	0,689
3	0,99	0,228	14	6,52	0,744
4	1,50	0,273	15	7,02	0,782
5	2,00	0,310	16	7,53	0,846
6	2,50	0,364	17	8,03	0,886
7	3,01	0,398	18	8,53	0,934
8	3,51	0,452	19	9,03	0,976
9	4,01	0,494	20	9,52	1,004
10	4,51	0,551	21	10,03	1,045
11	5,00	0,584			

Погрешность рассматриваемого средства измерений постоянна по всему диапазону, а величина среднеквадратической погрешности градуировочных точек равна 0,06 ед.

В результате обработки данных получены следующие значения коэффициентов полинома:

$$a_0 = -1{,}943; \quad a_1 = 14{,}590; \quad a_2 = -7{,}343; \quad a_3 = 4{,}094.$$

Значение среднеквадратического отклонения равно 0,071 ед.

Лит. изм. № изв. 1671 Инв. № ликата Инв. № линника
gost.e-ecolog.ru