

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕИВАНИЯ

ГОСТ 21406—75

Издание официальное

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР
Москва

gost.e-ecolog.ru

РАЗРАБОТАН Всесоюзным научно-исследовательским институтом стандартизации (ВНИИС)

Директор **А. В. Гличев**
Руководитель темы **А. М. Бендерский**
Исполнители: **Л. А. Шуленина, Ю. Д. Филиппов, Н. Г. Миронова, А. А. Богатырев, З. Н. Шкотт**

Всесоюзным научно-исследовательским институтом синтетических волокон (ВНИИСВ)

Директор **А. С. Чеголя**
Исполнители: **Э. Н. Шубина, В. Н. Гаврилец**

Всесоюзным научно-исследовательским институтом искусственного волокна (ВНИИВ)

Директор **И. Г. Шимко**
Исполнители: **С. И. Дивович, В. Н. Баукин**

Черкасским заводом химического волокна

Директор **И. В. Грицков**
Исполнитель **Т. Н. Смирнова**

ВНЕСЕН Всесоюзным научно-исследовательским институтом стандартизации (ВНИИС)

Директор **А. В. Гличев**

ПОДГОТОВЛЕН К УТВЕРЖДЕНИЮ Всесоюзным научно-исследовательским институтом стандартизации (ВНИИС)

Директор **А. В. Гличев**

УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 25 декабря 1975 г. № 4011

УДК 658.512:658.562.012.7(083.74) Группа Т59

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР

СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕИВАНИЯ

Statistical quality control cumulative sums control charts technique for sampling characteristics of variability

ГОСТ 21406—75

Постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 25 декабря 1975 г. № 4011 срок введения установлен

с 01.01.1977 г.

Настоящий стандарт распространяется на технологические процессы производства штучной и нештучной продукции, разладка которых проявляется в увеличении рассеивания контролируемого параметра продукции, и устанавливает правила статистического регулирования технологических процессов в случаях, когда контролируемым параметром продукции является непрерывная случайная величина, подчиняющаяся нормальному закону распределения с неизвестным рассеиванием.

На основе выбранных методов статистического регулирования и вида контрольной карты на предприятиях, в соответствии с требованиями настоящего стандарта, должны быть установлены планы контроля технологических процессов.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Статистическое регулирование технологических процессов методом кумулятивных сумм выборочных характеристик рассеивания (размахов, дисперсий) применяют в случаях, когда в ходе технологического процесса отмечается увеличение рассеивания значений его параметра.

1.2. Мерой рассеивания значений параметра технологического процесса является генеральное среднее квадратическое отклонение σ или его квадрат — дисперсия σ^2.

Для отлаженного процесса $\sigma=\sigma_0$, со временем под воздействием различных факторов σ возрастает; при $\sigma=\sigma_1$ ($\sigma_1>\sigma_0$) процесс перестает обеспечивать требуемое значение параметра продукции и считается разлаженным. Значения σ_0 и σ_1 зависят от

Издание официальное Перепечатка воспрещена

© Издательство стандартов, 1976

точности оборудования и требований к параметру продукции и их следует указывать в нормативно-технической документации на технологический процесс.

1.3. Величина σ в произвольный момент времени неизвестна и ее оценивают при помощи выборочных характеристик рассеивания, например:

выборочной дисперсии

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2,$$

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i;$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — результаты наблюдений в определенной выборке или размаха $R=x_{\max}-x_{\min}$.

Статистическое регулирование технологических процессов методом кумулятивных сумм выборочных характеристик рассеивания заключается в том, что в определенные моменты времени из потока продукции берут выборки, определяют выборочные характеристики рассеивания S_j^2 или R_j и по величине сумм $\sum_{j=1}^{m}S_j^2$ или $\sum_{j=1}^{m}R_j$ следует решить: $\sigma=\sigma_0$, т. е. процесс налажен или $\sigma=\sigma_1$, т. е. процесс разлажен.

Если принимается решение, что процесс разлажен ,то проводят его корректировку.

1.4. Для статистического регулирования технологических процессов методом кумулятивных сумм выборочных характеристик рассеивания пользуются контрольными картами кумулятивных сумм выборочных дисперсий и контрольными картами размахов. При пользовании контрольными картами кумулятивных сумм размахов не требуется сложных вычислений.

При работе с контрольными картами кумулятивных сумм выборочных дисперсий, кроме сложения, требуются вычисления средних значений квадратов отклонений результатов наблюдений от средних значений.

Объем работ при контроле с применением контрольных карт кумулятивных сумм размахов приблизительно в 1,5 раза меньше объема работ при контроле с применением контрольных карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий.

1.5. Контрольная карта кумулятивных сумм размахов представляет собой график, по горизонтальной оси которого откладывают порядковые номера выборок, а по вертикальной оси — значения кумулятивных сумм R_m (см. чертеж).

Значения кумулятивных сумм (R_m^*) вычисляют по формуле

$$R_m^*=\sum_{j=1}^{m}(R_j-k_R),$$

где R_j — размах j-й выборки;

$$R_j = x_{j\,\max} - x_{j\,\min};$$

$x_{j\max}$ — максимальное значение результата наблюдений в j-й выборке;

$x_{j\min}$ — минимальное значение результата наблюдений в j-й выборке;

k_R — величина, зависящая от σ_0 и σ_1, называемая предупредительным интервалом.

Контрольная карта кумулятивных сумм выборочных дисперсий представляет собой график, по горизонтальной оси которого откладывают номера выборок m, а по вертикальной — значения кумулятивных сумм S^*_m (см. чертеж).

Значения кумулятивных сумм S^*_m вычисляют по формуле

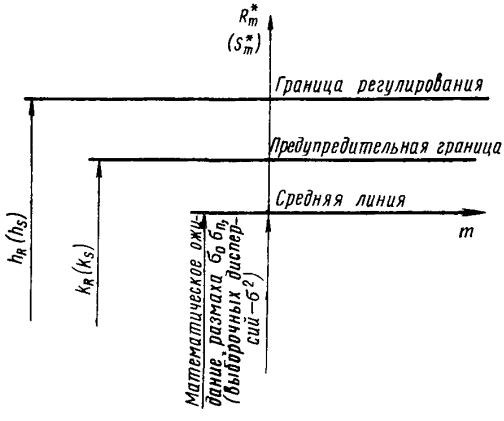
$$S^*_m = \sum_{j=1}^{m} (S_j^2 - k_S),$$

где

$$S_j^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^{n} (x_{ji} - \bar{x}_j)^2;$$

$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ji}$; S_j^2 и $\bar{x}_j$ — соответственно выборочная дисперсия и выборочное среднее j-й выборки $x_{j1}, \ldots, x_{jn}$ результатов наблюдения величины x;

k_S — предупредительный интервал.



1.6. Метод статистического регулирования технологических процессов при помощи кумулятивных сумм выборочных характеристик рассеивания применим к любому технологическому процессу, ко-

торый контролируется по одному нормально распределенному значению параметра продукции с неизвестной характеристикой рассеивания σ.

Предполагается, что величина математического ожидания μ в течение всего времени работы для определенных условий производства постоянная и неизвестна по результатам обработки накопленного статистического материала или результатам наблюдений в специально поставленном опыте и остается постоянной. При постоянном значении разладка процесса наступает в случайные моменты времени вследствие изменения характеристик рассеивания σ под воздействием неконтролируемых факторов. Контрольные карты кумулятивных сумм размахов и выборочных дисперсий позволяют в короткий срок обнаружить разладку процесса и принять меры к ее устранению. Наладка процесса осуществляется в соответствии с действующими на предприятии инструкциями.

1.7. Состояние технологического процесса оценивают по положению точки на контрольной карте, соответствующей значению кумулятивной суммы размахов (для карт размахов) или значений выборочных дисперсий (для карт дисперсий).

2. ВЫБОР ПЛАНА СТАТИСТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

2.1. Для контрольных карт кумулятивных сумм размахов устанавливают значения предупредительного интервала k_R и регулировочного интервала h_R. Аналогично для контрольных карт выборочных дисперсий устанавливают значения предупредительного интервала k_S и регулировочного интервала h_S. Соответственно этим интервалам на контрольные карты наносят предупредительную границу и границу регулирования (см. чертеж).

2.2. Предупредительные интервалы k_R и k_S, регулировочные интервалы h_R и h_S, а также объемы выборок или проб n устанавливают в зависимости от величин σ_0 и σ_1 и средних длин серий налаженного процесса L_0 или разлаженного процесса L_1. Величину σ_1 назначают из условия, что при этой характеристике рассеивания процесс является разлаженным и требует корректировки, так как образующаяся в этом случае доля брака является максимально допустимой.

Под средней длиной серий понимается среднее число выборок, после которого принимается решение о корректировке процесса при одном и том же среднем значении контролируемого параметра процесса. Среднюю длину серий разлаженного процесса желательно иметь минимальной, ее принимают равной 5—7, среднюю длину серий налаженного процесса желательно иметь максимальной и ее принимают равной 500—1000.

2.3. Величина предупредительного интервала контрольных карт кумулятивных сумм размахов назначается равной

$$k_R = W_k \sigma_0,$$

где W_k — коэффициент, определяемый по данным, приведенным в табл. 1.

2.4. Величина регулировочного интервала для контрольных карт кумулятивных сумм размахов равняется

$$h_R = -W_h \sigma_0.$$

Значения величины — W_h для различных значений риска излишней настройки α и различных отношений σ_1/σ_0 приведены в табл. 2.

2.5. Зависимость средней длины серии разлаженного процесса (L_1) для контрольных карт кумулятивных сумм размаха от риска излишней настройки α приведена в табл. 3.

2.6. Величину предупредительного интервала контрольных карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий (k_S) вычисляют по формуле

$$k_S = u_k \sigma_0^2,$$

где u_k — коэффициент, определяемый по данным, приведенным в табл. 4.

2.7. Величину регулировочного интервала для контрольных карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий (h_S) вычисляют по формуле

$$h_S = -u_h \sigma_0^2.$$

Значения величины — u_h приведены в табл. 5.

2.8. Зависимость средней длины серии разлаженного процесса для контрольных карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий от риска излишней настройки α приведена в табл. 3.

2.9. Период отбора выборок или проб устанавливается по результатам предварительного статистического анализа таким образом, чтобы величины выборочных средних соседних выборок были независимыми. При выполнении этого требования принимают во внимание организационные и технические условия протекания процесса и назначают период отбора выборок или проб, при котором получаются оптимальные значения рисков незамеченной разладки и излишней настройки.

3. РАБОТА С КОНТРОЛЬНЫМИ КАРТАМИ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕИВАНИЯ

3.1. После очередной подналадки технологического процесса, в соответствии с требованиями документации на этот процесс, берут выборку объемом n и фиксируются результаты наблюдений

$$x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n},$$

получаемые средством измерения с ценой деления меньше σ.

3.2. В случае применения контрольных карт размахов по результатам выборки вычисляют ее размах

$$R_1 = x_{1\max} - x_{1\min},$$

который сравнивают с величиной k_R. Если $R_1 > k_R$, то начинается образование кумулятивных сумм

$$R_m^* = \sum_{j=1}^{m} (R_j - k_R).$$

Процесс образования кумулятивной суммы продолжается до тех пор, пока одно из значений R_m^* окажется меньше или равным $c_n \sigma_0$ (значения коэффициентов c_n приведены в табл. 6), т. е. окажется ниже средней линии, либо R_m^* превысит h_R, т. е. выйдет за внешнюю границу регулирования. Если $R_m^* \leqslant c_n \sigma_0$, то образование кумулятивной суммы прекращается, процесс считается налаженным и следующую выборку рассматривают, как первую. Если $R_m^* \geqslant h_R$, то технологический процесс считается разлаженным и следует произвести его корректировку.

3.3. В случае применения контрольных карт выборочных дисперсий по результатам первой выборки (см. п. 3.1) вычисляют ее дисперсию

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} (x_{1j} - \bar{x}_1)^2,$$

где

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_{1j}.$$

Дисперсию сравнивают с величиной k_S. Если $S^2 > k_S$, то начинается образование кумулятивных сумм

$$S_m^* = \sum_{j=1}^{m} (S_j^2 - k_S).$$

Процесс образования кумулятивной суммы продолжается до тех пор, пока одно из значений S_m^* окажется меньше или равным σ_0^2, либо S_m^* превысит h_S, т. е. выйдет за внешнюю границу регулирования.

Если $S_m^* \leqslant \sigma_0^2$, то образование кумулятивной суммы прекращается, процесс считается налаженным и следующую выборку рассматривают, как первую.

Если $S_m^* \geqslant h_S$, то технологический процесс считается разлаженным и следует произвести его корректировку.

3.4. Образцы заполнения карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий и кумулятивных сумм размахов даны в справочном приложении 1.

В справочном приложении 2 приведены примеры применения контрольных карт кумулятивных сумм размахов и выборочных дисперсий.

В справочном приложении 3 рассмотрены контрольные карты кумулятивных сумм выборочных характеристик рассеивания без границ регулирования с применением шаблона. Примеры применения контрольных карт кумулятивных сумм размахов и выборочных дисперсий без границ регулирования даны в справочном приложении 4.

Теоретические основы стандарта изложены в справочном приложении 5.

Таблица 1

n	Значение W_k при σ_1/σ_0								
	1,2	1,3	1,4	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3	1,8463	1,9141	1,9988	2,0608	2,3480	2,5759	2,7912	2,9702	3,131
4	2,2439	2,3264	2,4290	2,5045	2,8536	3,1305	3,3922	3,6103	3,8051
5	2,5270	2,6200	2,7360	2,8205	3,2137	3,5256	3,8202	4,0660	4,3853
6	2,7643	2,8660	2,9926	3,0854	3,5155	3,8566	4,1789	4,4478	4,6877
7	2,9410	2,9480	3,1934	3,2826	3,7402	4,1033	4,4460	4,7321	4,9873
8	3,1010	3,2147	3,3570	3,4611	3,9436	4,3262	4,6878	4,9893	5,2585
9	3,2380	3,3573	3,5059	3,6146	4,1185	4,5181	4,8958	5,2107	5,4917
10	3,2890	3,4087	3,5605	3,6709	4,1827	4,5885	4,972	5,2919	5,5773

Примечание. Значение коэффициента W_k подсчитывают по формуле

$$W_k = \frac{\ln \sigma_1/\sigma_0}{1-\sigma_0/\sigma_1} c_n,$$

где c_n — коэффициент, определяемый по табл. 6.

Таблица 2

σ_1/σ_0	Значение коэффициента W_k при значениях α (объем выборки $n=3$)			
	$\alpha=0,001$	$\alpha=0,005$	$\alpha=0,01$	$\alpha=0,05$
1,2	139,91	107,37	93,27	60,39
1,3	100,78	77,31	67,18	42,97
1,4	82,07	63,24	54,63	35,58
1,5	70,21	53,85	46,80	30,49
2,0	46,80	35,89	31,20	20,33
2,5	38,84	29,79	25,89	16,87
3,0	35,10	26,92	23,40	15,24
3,5	32,75	25,12	21,83	14,23
4,0	31,20	23,93	20,80	13,56

Продолжение табл. 2

σ_1/σ_0	Значение коэффициента — W_h при значениях α (объем выборки n=4)			
	α=0,001	α=0,005	α=0,01	α=0,05
1,2	170,04	130,43	113,46	73,40
1,3	122,46	93,95	81,64	52,22
1,4	99,74	76,85	66,38	43,24
1,5	85,33	65,44	56,89	37,06
2,0	56,87	43,62	37,92	24,70
2,5	47,20	36,20	31,47	20,50
3,0	42,66	32,72	28,44	18,52
3,5	39,81	30,54	26,55	17,29
4,0	37,92	29,08	25,28	16,47

Продолжение табл. 2

σ_1/σ_0	Значение коэффициента — W_h при значениях α (объем выборки n=5)			
	α=0,001	α=0,005	α=0,01	α=0,05
1,2	191,50	146,88	127,66	82,66
1,3	137,65	105,82	91,96	58,82
1,4	112,34	86,57	74,77	48,70
1,5	96,09	73,70	64,06	41,73
2,0	64,05	49,13	42,71	27,82
2,5	53,16	40,77	35,44	23,08
3,0	48,04	36,85	32,03	20,86
3,5	44,86	34,39	29,89	19,47
4,0	42,70	32,75	28,47	18,55

Продолжение табл. 2

σ_1/σ_0	Значение коэффициента — W_h при значениях α (объем выборки n=6)			
	α=0,001	α=0,005	α=0,01	α=0,05
1,2	209,48	140,55	122,16	90,42
1,3	105,89	115,86	100,60	64,35
1,4	122,88	94,69	81,79	53,27
1,5	105,116	80,63	70,08	45,65
2,0	70,06	53,74	46,72	30,43
2,5	58,15	44,60	38,77	25,26
3,0	52,55	40,31	35,04	22,82
3,5	49,04	37,62	32,70	21,30
4,0	46,71	35,83	31,14	20,29

Продолжение табл. 2

σ_1/σ_0	Значение коэффициента — W_h при значениях α (объем выборки $n=7$)			
	$\alpha=0,001$	$\alpha=0,005$	$\alpha=0,01$	$\alpha=0,05$
1,2	222,87	170,95	148,85	96,20
1,3	155,21	119,07	103,47	66,18
1,4	131,21	101,04	87,28	56,84
1,5	111,83	83,45	72,53	47,25
2,0	74,54	57,18	49,70	32,38
2,5	61,87	47,45	41,25	26,87
3,0	55,91	42,88	37,27	24,28
3,5	52,18	40,02	34,79	22,66
4,0	49,70	38,12	33,135	21,58

Продолжение табл. 2

σ_1/σ_0	Значение коэффициента — W_h при значениях α (объем выборки $n=8$)			
	$\alpha=0,001$	$\alpha=0,005$	$\alpha=0,01$	$\alpha=0,05$
1,2	235,00	180,25	156,67	101,44
1,3	169,25	129,84	112,84	72,17
1,4	137,84	106,21	91,75	59,75
1,5	117,92	90,44	78,61	51,21
2,0	78,60	60,29	52,41	34,14
2,5	65,23	45,60	39,64	25,82
3,0	58,95	45,21	39,30	25,60
3,5	55,02	42,20	36,68	23,89
4,0	52,40	40,19	34,94	22,76

Продолжение табл. 2

σ_1/σ_0	Значение коэффициента — W_h при значениях α (объем выборки $n=9$)			
	$\alpha=0,001$	$\alpha=0,005$	$\alpha=0,01$	$\alpha=0,05$
1,2	245,38	188,209	163,58	105,92
1,3	176,76	135,601	117,84	75,37
1,4	143,95	110,93	95,82	62,405
1,5	123,15	94,45	82,10	53,48
2,0	82,02	62,96	54,73	35,65
2,5	68,12	52,25	45,42	29,58
3,0	61,57	47,22	41,05	26,74
3,5	57,46	44,07	38,31	24,95
4,0	54,72	41,97	36,49	23,77

Продолжение табл. 2

σ_1/σ_0	Значение коэффициента W_h при значениях α (объем выборки n=10)			
	α=0,001	α=0,005	α=0,01	α=0,05
1,2	249,24	191,73	166,16	107,58
1,3	179,99	138,08	119,99	76,75
1,4	140,37	108,17	93,43	60,85
1,5	125,06	95.92	83,38	54,71
2,0	83,36	63.94	55,58	36,21
2,5	69,18	53,06	46,12	30,04
3,0	62,52	47.95	41,68	27,15
3,5	58,35	44.76	38.90	25,34
4,0	55,58	42,63	37,05	24,14

Примечание. Значение коэффициента W_h подсчитывают по формуле

$$W_h = -W_k \frac{2 \ln \alpha}{\ln \sigma_1/\sigma_0} .$$

Таблица 3

Значение средней длины серии раздаженного процесса для карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий и размахов (L_{1S} и L_{1R})

σ_1/σ_0	n	α=0,05		α=0,01		α=0,005		α=0,001	
		Карты кумулятивных сумм							
		дисперсий	размахов	дисперсий	размахов	дисперсий	размахов	дисперсий	размахов
1,2	4	24,96	31,27	38,37	48,02	44,15	55,21	57,56	71,87
	6	14,98	19,16	23,03	29,74	26,49	33,85	41,67	43,75
	8	10,7	14,2	16.45	21,82	18,92	25	24,67	32,29
1,3	4	12,48	14,15	19,19	21,84	22,08	25,17	28,78	32,72
	6	7,49	8,7	11,51	13.33	13,25	15,37	17,27	10,07
	8	5.35	6,46	8,22	9,93	9,46	11,36	12,33	14,97
1,4	4	6,93	8,48	10,66	13,59	12,26	15,65	15,99	20,38
	6	4,16	5,42	6,39	8,31	7,36	9,56	9,59	12,5
	8	2,97	4,01	4,57	6.17	5,26	7,12	6.85	9,24
1,5	4	4,54	5,72	6,98	8,77	8,03	10,13	10,47	13,14
	6	2,72	3,5	4,19	5,38	4,82	6,19	6,28	8,09
	8	1.94	2,6	2.99	3,98	3,44	4,58	4,48	5.97
2,0	4	1,23	1,76	1,89	2,74	2,18	3,11	2,84	4,05
	6	0,74	1,08	1,14	1,65	1,31	1,91	1,70	2,58
	8	0,52	0,8	0,81	1.22	0,93	1,40	1,21	1,85

Продолжение табл. 3

Значение средней длины серии разлаженного процесса для карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий и размахов (L_{1S} и L_{1R})

σ_1/σ_0	n	α=0,05		α=0,01		α=0,005		α=0,001	
		Карты кумулятивных сумм							
		дисперсий	размахов	дисперсий	размахов	дисперсий	размахов	дисперсий	размахов
2,5	4	0,58	0,9	0,90	1,44	1,039	1,65	1,35	2,16
	6	0,35	0,57	0,54	0,88	0,62	1,02	0,81	1,33
	8	0,25	0,42	0,39	0 66	0,44	0,75	0,58	0,98
3,0	4	0,34	0,59	0,53	0,91	0,61	1,05	0,79	1,37
	6	0,21	0,36	0,32	0,56	0,36	0,64	0,48	0,83
	8	0,15	0,27	0,23	0,42	0,26	0,48	0,34	0,62
3,5	4	0,23	0,44	0,35	0,67	0,40	0,77	0,53	1,02
	6	0,14	0 27	0,21	0,41	0,24	0,47	0,32	0,62
	8	0,1	0,199	0,15	0,3	0,18	0,35	0,23	0,46
4,0	4	0,16	0,33	0,21	0,52	0,29	0,6	0,37	0,78
	6	0,098	0,20	0,15	0,31	0,17	0,37	0,23	0,47
	8	0,07	0,17	0,11	0,23	0,12	0,27	0,16	0,35

Примечание. Значения средних длин серий разлаженного процесса подсчитывают по формулам: для карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий

$$L_{1S}=-\frac{\ln\alpha}{(n-1)\{\frac{1}{2}[(\sigma_1/\sigma_2-1)]\ln(\sigma_1/\sigma_0)\}};$$

для карт кумулятивных сумм размахов

$$L_{1R}=\frac{d^*}{\nu'[(\sigma_1/\sigma_0)\cdot\mathrm{ctg}\,\Theta^*-1]}.$$

Таблица 4

σ_1/σ_0	u_k	σ_1/σ_0	u_k	σ_1/σ_0	u_k
1,2	1,0099	1,5	1,4609	3,0	2,4637
1,3	1,2109	2.0	1,8482	3,5	2,727
1,4	1,3729	2,5	2,1817	4,0	2,9574

Примечание. Значение коэффициента u_k подсчитывают по формуле

$$u_k=\frac{2\ln\sigma_1/\sigma_0}{1-(\sigma_0/\sigma_1)^2}.$$

Таблица 5

σ_1/σ_0	Значения u_h при значениях α			
	$\alpha=0{,}001$	$\alpha=0{,}005$	$\alpha=0{,}01$	$\alpha=0{,}05$
1,2	38,27	29,39	25,55	16,56
1,3	27,26	24,44	21,07	13,36
1,4	28,44	21,55	18,81	12,22
1,5	24,88	19,08	16,51	10,78
2,0	18,43	14,12	12,27	7,98
2,5	16,50	12,61	10,97	7,13
3,0	15,47	11,86	10,31	6,72
3,5	15,03	11,54	10,03	6,52
4,0	14,73	11,30	9,82	6,39

Примечание. Значения коэффициента u_h подсчитывают по формуле

$$u_h=-u_k\frac{\ln\alpha}{\ln\sigma_1/\sigma_0}.$$

Таблица 6

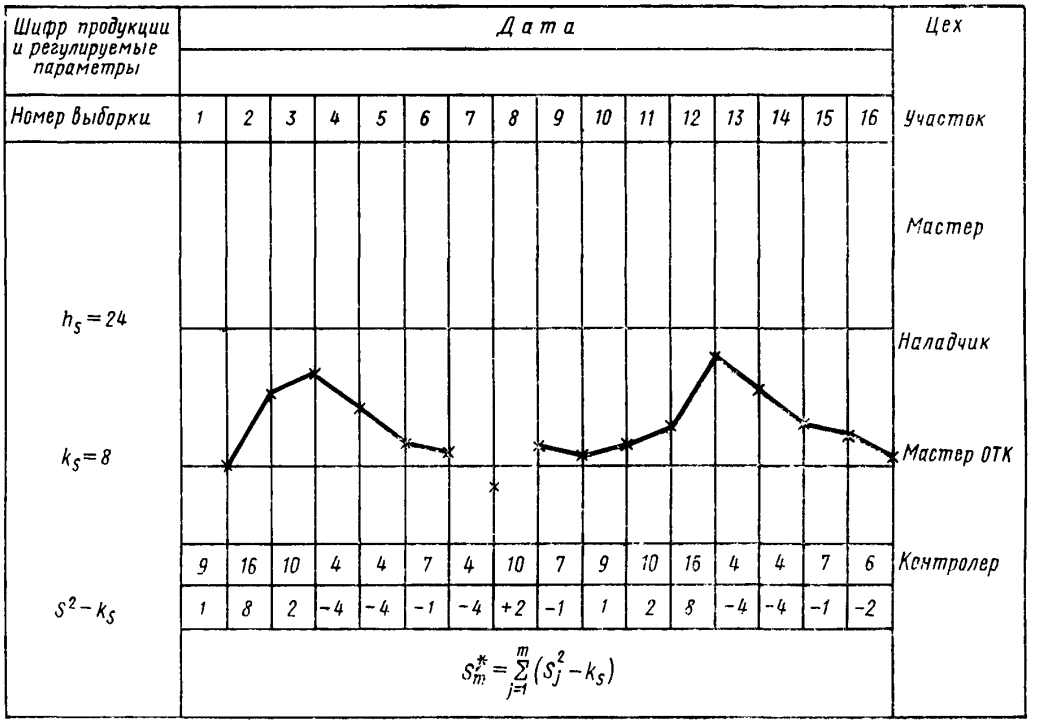
Объем выборки n	$c_n=c'\nu'$	Приближение χ^2		Объем выборки n	$c_n=c'\nu'$	Приближение χ^2	
		c'	ν'			c'	ν'
3	1,6939	0,233	7,27	7	2,6982	0,128	21,08
4	2,0586	0,188	10,95	8	2,8449	0,118	24,11
5	2,3184	0,160	14,49	9	2,9711	0,110	27,01
6	2,5361	0,142	17,86	10	3,0174	0,103	29,82

Примечание: ν' — число степеней свободы;
c' — нормирующий множитель;
c' и ν' протабулированы в зависимости от объема выборки n.

Величина $c_n\sigma_0=c'\nu'\sigma_0$ представляет собой математическое ожидание размаха R.

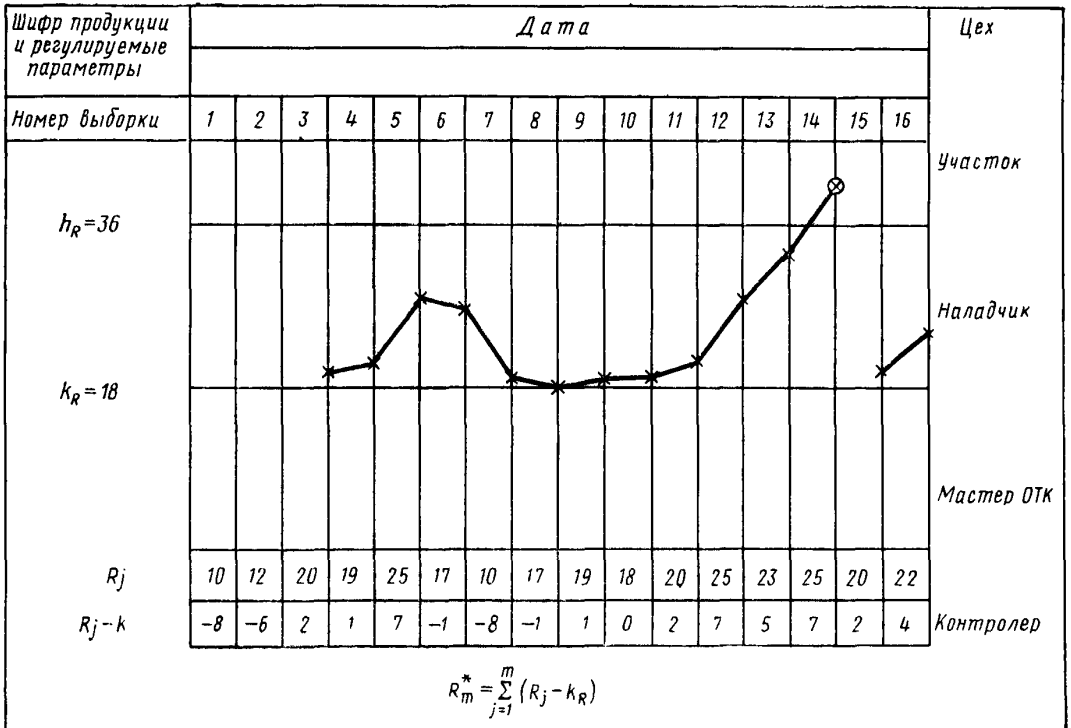
ПРИЛОЖЕНИЕ 1
Справочное

Образец заполнения карты кумулятивных сумм выборочных дисперсий



Черт. 1

Образец заполнения карты кумулятивных сумм размахов



Черт. 2

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
Справочное

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ РАЗМАХОВ И ВЫБОРОЧНЫХ ДИСПЕРСИЙ

Пример 1. Определение предупредительного и регулировочного интервалов

Технологический процесс предсозревания щелочной целлюлозы в двухтрубных аппаратах в налаженном состоянии характеризуется дисперсией $\sigma_0^2=9c^2$ и в разлаженном состоянии дисперсией $\sigma_1^2=36c^2$. Распределение контролируемого параметра x нормальное, поэтому поведение кумулятивных сумм выборочных дисперсий

$$S_j^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_j)^2,$$

при помощи которых оценивается состояние процесса, соответствует требованиям настоящего стандарта.

Надо определить предупредительный интервал k_S, регулировочный интервал h_S и объем выборки n для контрольных карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий при $L_0=1000$ и $L_1=2{,}0$.

Решение

Величину предупредительного интервала k_S определяют по формуле

$$k_S=u_k\sigma_0^2.$$

В табл. 4 настоящего стандарта находим коэффициент для отношения

$$\sigma_1/\sigma_0=\sqrt{\sigma_1^2/\sigma_0^2}=\sqrt{\frac{36}{9}}=2{,}0;$$

$$u_k=1{,}8482;$$

$$k_S=1{,}8482\cdot 9\approx 16{,}64.$$

Величину регулировочного интервала для контрольных карт выборочных дисперсий определяют по формуле

$$h_S=-u_h\sigma_0^2.$$

В табл. 5 настоящего стандарта находим коэффициент u_h при $\alpha=\frac{1}{L_0}=0{,}001$ и отношении $\sigma_1/\sigma_0=2{,}0$

$$u_h=18{,}43;$$

$$h_S=18{,}43\cdot 9=165{,}78.$$

Для определения объема выборки n пользуются данными, приведенными в табл. 3 настоящего стандарта, при $\sigma_1/\sigma_0=2$, $\alpha=0{,}001$ и $L_1=2$ и находим $n=5$.

Пример 2. Построение контрольной карты кумулятивных сумм размахов

Для технологического процесса, аналогичного рассмотренному в примере 1, получены значения размаха в 50 последовательных пробах объемом $n=5$, приведенные в таблице.

Значения размахов в последовательных пробах при контроле технологического процесса предсозревания щелочной целлюлозы

Номер выборки	Размах	Кумулятивная сумма	Номер выборки	Размах	Кумулятивная сумма	Номер выборки	Размах	Кумулятивная сумма
1	15	—	18	13	—	35	33,75	59,00
2	11	—	19	13	—	36	20,00	60,25
3	12	—	20	11	—	37	6,75	47,75
4	9	—	21	11,00	—	38	9,75	37,75
5	10	—	22	14,00	—	39	8,00	27,00
6	11	—	23	13,00	—	40	29,75	38,00
7	10	—	24	9,00	—	41	26,75	46,00
8	9	—	25	15,00	—	42	48,00	65,25
9	10	—	26	11,00	—	43	24,25	69,75
10	18	—	27	13,00	—	44	46,00	97,00
11	12	—	28	22,00	3,25	45	48,50	126,75
12	15	—	29	34,00	18,50	46	29,00	11,25
13	16	—	30	28,75	28,50	47	30,00	33,00
14	18	—	31	27,75	37,50	48	40,00	54,25
15	19	0,25	32	15,00	33,75	49	16,00	51,50
16	18	—	33	24,75	39,75	50	17,00	49,75
17	18	—	34	23,75	44,75			

Требуется определить предупредительный интервал k_R и регулировочный интервал h_R для $L_0=500$ и оценить среднюю длину серии L_1, если $\sigma_0=4$ с и $\sigma_1=16$ с.

Нанести на карту значения размахов и оценить поведение процесса.

Решение

Величина предупредительного интервала контрольных карт кумулятивных сумм размахов назначается равной

$$k_R=W_k\sigma_0,$$

где $W_k=4{,}6877$ — коэффициент, определяемый по данным, приведенным в табл. 1 настоящего стандарта при $\sigma_1/\sigma_0=4{,}0$ $n=6$;

$k_R=4{,}6877\cdot 4\approx 18{,}75$.

Величину регулировочного интервала определяют по формуле

$$h_R=W_h\sigma_0.$$

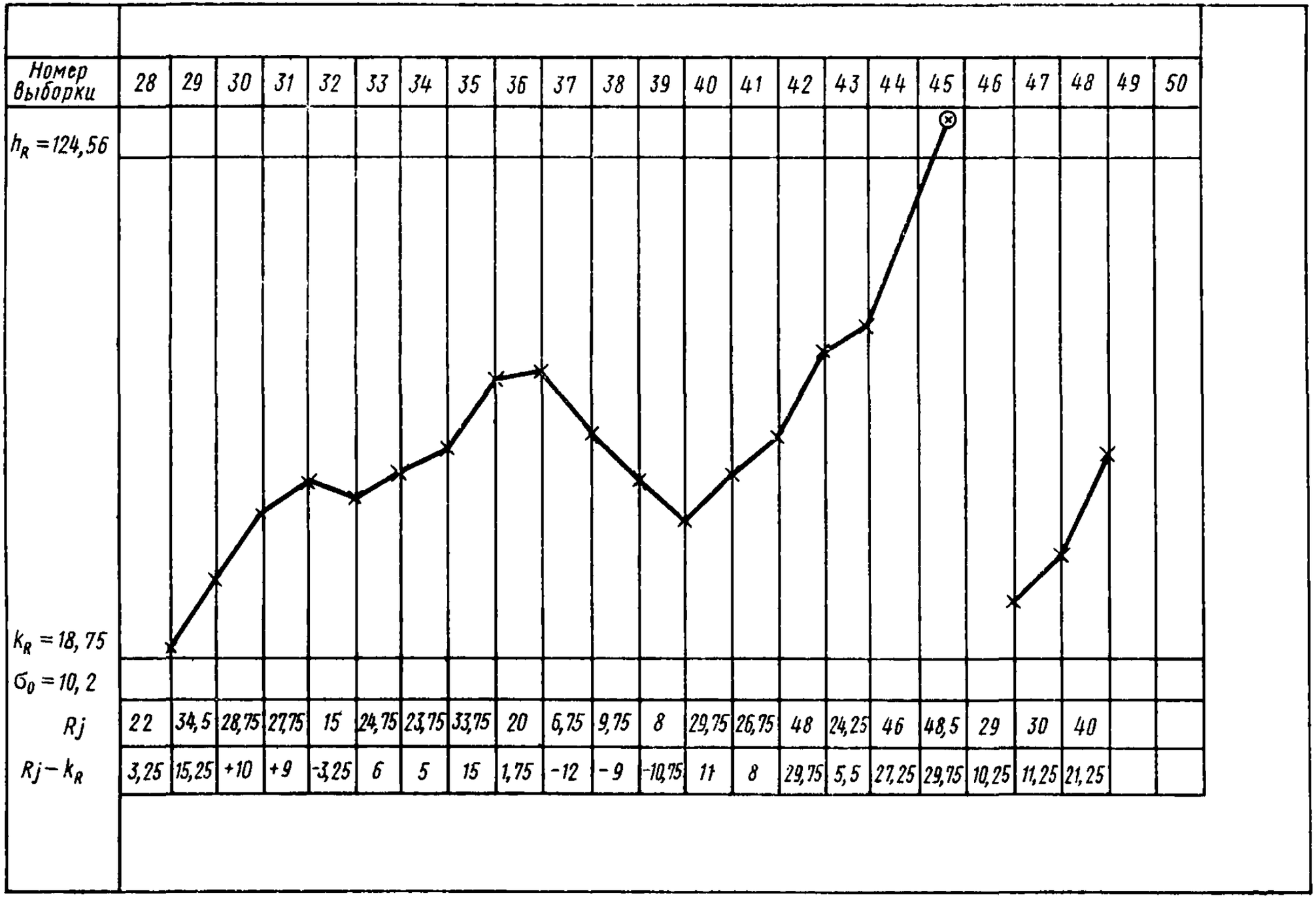
В табл. 2 настоящего стандарта для отношения $\sigma_1/\sigma_0=4{,}0$ $n=6$ при принятом риске излишней настройки при $\alpha=\frac{1}{L_0}=0{,}01$ находим значения $W_h=31{,}14$;

$h_R=31{,}14\cdot 4=124{,}56$.

Затем в табл. 3 настоящего стандарта при $\sigma_1/\sigma_0=4{,}0$ $n=6$ и $\alpha=0{,}01$ находим $L_1=0{,}31$.

В таблице приведены значения размахов в 50 последовательных выборках.

Из этой таблицы следует, что до выборки № 12 кумулятивные суммы не образуются, так как значения размахов не выходят за предупредительную границу k_R = 18,75. Значение размаха в выборке № 15 больше 18,75, однако в выборке № 20 $R—k_R$ = 0,75, т. е. значение R^*_m оказывается ниже предупредительной границы, поэтому образование кумулятивной суммы прекращается и возобновляется с выборки № 28, причем в выборке № 45 сумма $R^*_m > h_R$ (точка на контрольной карте кумулятивных сумм выходит за границу регулирования, как показано на чертеже), и принимается решение о корректировке процесса.



$$R^*_m = \sum_{j=1}^{m} (R_j - k_R)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3
Справочное

КОНТРОЛЬНЫЕ КАРТЫ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕИВАНИЯ БЕЗ ГРАНИЦ РЕГУЛИРОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ШАБЛОНА

1. Общие положения

1.1. Одновременно с контрольными картами кумулятивных сумм характеристик рассеивания с границами регулирования можно пользоваться контрольными картами кумулятивных сумм характеристик рассеивания без границ регулирования с применением шаблона. При надлежащем выборе характеристик выреза шаблона эти контрольные карты дают те же результаты, что и контрольные карты, приведенные в настоящем стандарте.

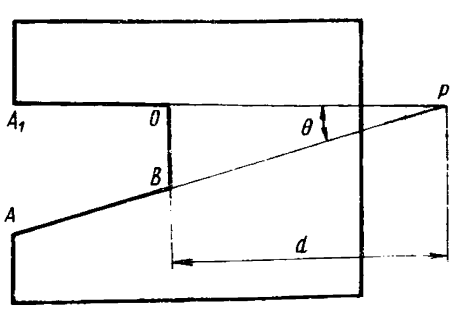
1.2. При пользовании контрольными картами без границ регулирования определение состояния процесса осуществляется при помощи наложения на контрольную карту кумулятивных сумм выборочных характеристик рассеивания специального шаблона с V-образным вырезом после нанесения на карту очередных точек $(m, R_1 + \ldots + R_m)$ или $(m, S_1^2 + \ldots + S_m^2)$. Если все ранее нанесенные на контрольной карте точки окажутся в V-образном вырезе, то считается, что процесс налажен и он продолжается без корректировки. Если хотя бы одна ранее нанесенная точка на контрольной карте окажется вне V-образного выреза, то процесс считается разлаженным и следует произвести его корректировку.

2. Построение шаблона с V-образным вырезом

2.1. Шаблон целесообразно изготавливать из листового плексигласа или другого прозрачного материала. Размеры прямоугольника, в котором делается V-образный вырез, принимаются примерно такими же, как и для рабочей части контрольной карты.

2.2. Для построения V-образного выреза необходимо знать угол Θ и расстояние d от вершины этого угла P до начала отсчета O (см. чертеж).

2.3. Предварительно устанавливают характеристики рассеивания, при которых технологический процесс считается налаженным: $R_0 = \sigma_0 c_n$ — для контрольных карт размахов и σ_0^2 — для контрольных карт дисперсий, а также характеристики рассеивания, при которых технологический процесс считается разлаженным: $R_1 = \sigma_1 c_n$ — для карт размахов и σ_1^2 — для карт дисперсий. Одновременно устанавливается значение риска излишней настройки α.



Назначение величин R_0, R_1, σ_0^2, σ_1^2 так же, как и объема выборки и периода отбора выборок производят на основании практического опыта разработчика или на основании экономических соображений по специальной методике.

В случае применения контрольных карт выборочных дисперсий значение параметров d_S и Θ_S определяют из табл. 1 по величинам a и σ_1/σ_0, а в случае применения контрольных карт размахов значения параметров d_R и Θ_R определяют из табл. 2 по величинам a и σ_1/σ_0.

2.4. Этот порядок определения d и Θ предполагает, что длине отрезка между соседними выборками на горизонтальной оси соответствует отрезок длиной $\sigma_0 c_n$ по вертикальной оси контрольной карты размахов и σ_0^2/n—1 по вертикальной оси контрольной карты выборочных дисперсий.

Если длине отрезка между соседними выборками на горизонтальной оси соответствует отрезок длиной σ_0^2 a/n—1 по вертикальной оси контрольной карты размахов или отрезок длиной σ_0^2 a/n—1 по вертикальной оси контрольной карты выборочных дисперсий, то величину Θ определяют по формулам:

для контрольных карт размахов

$$\Theta_R=\operatorname{arctg}\left[\frac{1}{a}\,\frac{\ln \sigma_1/\sigma_0}{1-\sigma_0/\sigma_1}\right],$$

для контрольных карт выборочных дисперсий

$$\Theta_S=\operatorname{arctg}\left[\frac{1}{a}\,\frac{2\ln \sigma_1/\sigma_0}{1-(\sigma_0/\sigma_1)^2}\right].$$

Пользоваться данными, приведенными в табл. 1 и 2, в данном случае нельзя.

2.5. Прямоугольную заготовку шаблона располагают в направлении осей контрольной карты и по левой стороне, отступив 15—20 мм от нижней и верхней стороны, наносят точки A и A_1 (см. чертеж).

Из точки A_1 проводят линию, параллельную горизонтальной стороне, а из точки A — линию под углом Θ к горизонтальной стороне. Эти линии пересекаются в точке P, которая может находиться на шаблоне или вне его.

От точки P откладывают отрезок d. В конце его делают надрез или керн и обозначают буквой O. Через точку O проводят вертикальную линию, после чего вырезают трапецию A_1OBA. Оставшаяся часть представляет собой шаблон для дальнейшего применения.

3. Работа с контрольными картами выборочных характеристик рассеивания

3.1. После очередной подналадки средств технического оснащения в соответствии с требованиями технической документации на этот процесс берут выборку объемом n и фиксируют результаты наблюдений

$$x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n},$$

полученные средством измерения с ценой деления меньше ожидаемого σ.

3.2. Для контрольных карт размахов вычисляют размах этой выборки

$$R_1=x_{1\max}-x_{1\min}$$

и на контрольную карту наносят точку $[1, R_1]$.

Для контрольных карт выборочных дисперсий вычисляют дисперсию этой выборки

$$S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{1i}-\bar{x}_1)^2;$$

$$\bar{x}_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{1i}.$$

Значения R_1 и S_1^2 должны удовлетворять требованиям нормативно-технической документации, в противном случае подналадку нельзя считать выполненной.

Спустя время, указанное в технологической документации — период отбора, берут вторую выборку и аналогично определяют ее размах и дисперсию соответственно для контрольных карт размахов и контрольных карт выборочных дисперсий:

$$R_2 = x_{2\max} - x_{2\min};$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_{2i} - \bar{x}_2)^2,$$

где

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{2i}.$$

После этого на контрольные карты размахов наносят точку $(2, R_1+R_2)$, а на контрольную карту выборочных дисперсий точку $(2, S_1^2 + S_2^2)$.

На контрольную карту накладывают шаблон таким образом, чтобы точка O шаблона совпала с точкой $(2, R_1+R_2)$ или $(2, S_1^2+S_2^2)$ на контрольной карте, а линия A_1O на шаблоне была бы параллельна горизонтальной оси контрольной карты.

Если точка $(1, R)$ или $(1, S^2)$ окажется в вырезе шаблона, то процесс считается налаженным, в противном случае разлаженным.

В дальнейшем в моменты времени, кратные периоду отбора выборок, извлекают выборки, определяют разладки или выборочные дисперсии и на контрольные карты наносят очередные точки $(m, R_1+R_2+\ldots+R_m)$ или $(m, S_1^2 + S_2^2+\ldots+S_m^2)$.

Сразу же после нанесения на контрольные карты очередных точек $(m, R_1+R_2+\ldots+R_m)$ или $(m, S_1^2+S_2^2+\ldots+S_m^2)$ на них накладывается шаблон так, чтобы его точка O совпала с точкой $(m, R_1+\ldots+R_m)$ или $(m, S_1^2+S_2^2+\ldots+S_m^2)$ и линия OP была бы параллельна горизонтальной оси контрольной карты. Решение о состоянии процесса принимается на основании требований, приведенных в разд. 1.

Таблица 1

σ_1/σ_0	Θ_S	d_S			
		$\alpha=0{,}05$	$\alpha=0{,}01$	$\alpha=0{,}005$	$\alpha=0{,}001$
1,2	50°02′	16,4	25,3	29,1	37,9
1,3	52°5′	11,03	17,4	20,18	22,51
1,4	52°37′	8,9	13,7	15,7	20,5
1,5	55°35′	7,38	11,3	13,06	17,03
2,0	61°35′	4,32	6,64	7,64	9,97
2,5	65°23′	3,27	5,03	5,78	7,54
3,0	67°57′	2,73	4,19	4,82	6,29
3,5	69°52′	2,39	3,68	4,23	5,51
4,0	71°19′	2,16	3,32	3,82	4,98

Примечание. Значения d_S и Θ_S подсчитывают по формулам:

$$d_S = -\frac{\ln \alpha}{\ln \sigma_1/\sigma_0};$$

$$\Theta_S = \operatorname{arctg}\left[\frac{2\ln(\sigma_1/\sigma_0)}{1-(\sigma_0/\sigma_1)^2}\right].$$

Таблица 2

σ_1/σ_0	Θ_R	n	d_R			
			α=0,05	α=0,01	α=0,005	α=0,001
1,2	45°15′	4	3,00	4,61	5,2	6,9
		6	1,84	2,83	3,25	4,2
		8	1,36	2,10	2,4	3,1
1,3	48°35′	4	2,08	3,21	3,7	4,81
		6	1,28	1,96	2,26	2,95
		8	0,95	1,46	1,67	2,2
1,4	49°45′	4	1,63	2,5	2,88	3,75
		6	0,99	1,53	1,76	2,3
		8	0,74	1,14	1,31	1,7
1,5	50°30′	4	1,35	2,07	2,39	3,1
		6	0,83	1,27	1,46	1,91
		8	0,61	0,94	1,08	1,41
2,0	54°5′	4	0,79	1,23	1,40	1,82
		6	0,48	0,74	0,86	1,16
		8	0,36	0,55	0,63	0,83
2,5	56°45′	4	0,6	0,92	1,06	1,38
		6	0,37	0,56	0,65	0,85
		8	0,27	0,42	0,48	0,63
3,0	58°30′	4	0,50	0,76	0,88	1,15
		6	0,30	0,47	0,54	0,70
		8	0,23	0,35	0,40	0,52
3,5	60°20′	4	0,44	0,67	0,77	1,01
		6	0,27	0,41	0,47	0,62
		8	0,20	0,3	0,35	0,46
4,0	61°30′	4	0,39	0,61	0,70	0,91
		6	0,24	0,37	0,43	0,56
		8	0,17	0,27	0,32	0,41

Примечание. Значения d_R и Θ_R подсчитывают по формулам:

$$d_R = -\frac{2\ln\alpha}{\nu' \cdot \ln\sigma_1/\sigma_0};$$

$$\Theta_R = \operatorname{arctg}\frac{\ln\sigma_1/\sigma_0}{1-\sigma_0/\sigma_1}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4
Справочное

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ ВЫБОРОЧНЫХ ДИСПЕРСИЙ И РАЗМАХОВ БЕЗ ГРАНИЦ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Пример 1. Построение шаблона с V-образным вырезом

Требуется определить форму выреза шаблона для контрольных карт выборочных дисперсий при заданных $\sigma_0=0{,}005$ мм; $\sigma_1=0{,}007$ мм; $\alpha=0{,}01$.

Решение

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_0}=\frac{0{,}007}{0{,}005}=1{,}4.$$

В табл. 1 приложения 3 при $\sigma_1/\sigma_0=1{,}4$ и $\alpha=0{,}01$ находят $\Theta_S=52°37'$ и $d_S=13{,}7$.

Пример 2. Построение шаблона с V-образным вырезом для разных масштабов на осях контрольной карты кумулятивных сумм размахов

Заданы $\sigma_0=0{,}5$; $\sigma_1=2{,}0$; $a=1{,}8$; $\alpha=0{,}005$; $n=6$.

Решение

Находим отношение $\sigma_1/\sigma_0=2{,}0/0{,}5=4{,}0$.

В табл. 2 приложения 3 при $\sigma_1/\sigma_0=4{,}0$ $\alpha=0{,}005$ и $n=6$ находим $\Theta_R=61°30'$ и $d_R=0{,}43$.

С изменением масштаба $d^*=d$ не меняется

$$\Theta_R^*=\operatorname{arctg}\frac{1}{a}\frac{\ln\sigma_1/\sigma_0}{1-\sigma_0/\sigma_1}=\operatorname{arctg}\frac{1}{1{,}8}\frac{\ln 2{,}0/2{,}5}{(1-0{,}5/2)}=\operatorname{arctg}1{,}026=45°41';$$

$$d^*=0{,}43.$$

Пример 3. С помощью шаблона определить состояние технологического процесса

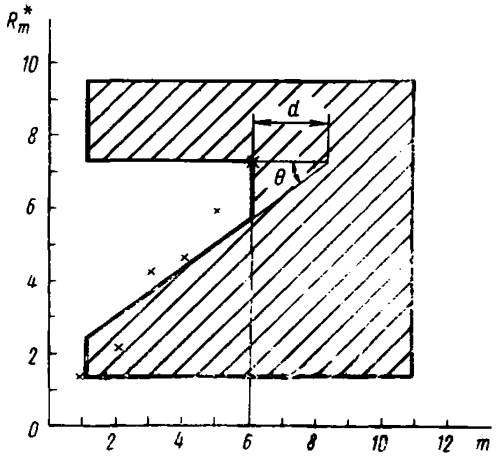
Прочность стальных образцов после термообработки контролировалась через определенное время выборкой объемом $n=6$.

По результатам контроля оценивалось рассеивание по размахам выборок. В соответствии с требованиями нормативно-технической документации на технологический процесс термообработки $\sigma_0=0{,}50$ при налаженном состоянии и для разлаженного состояния $\sigma_1=0{,}70$; риск излишней настройки $\alpha=0{,}001$.

Результаты контроля прочности приведены в таблице.

Номер выборки	R_i	$\sum_{i=1}^{16} R_i$	Номер выборки	R_i	$\sum_{i=1}^{16} R_i$
1	1,4	1,4	9	1,0	11,4
2	0,8	2,2	10	2,1	13,5
3	2,0	4,2	11	2,0	15,5
4	0,4	4,6	12	0,7	16,2
5	1,3	5,9	13	1,8	18,0
6	1,3	7,2	14	2,5	20,5
7	1,2	8,2	15	2,3	22,8
8	2,0	10,4	16	2,8	25,6

Для построения контрольной карты было принято отношение масштабов вертикальной и горизонтальной осей; единичному отрезку на горизонтальной оси соответствует отрезок $\sigma_0 c_n$, из табл. 6 настоящего стандарта находим $c_n \approx \approx 2{,}54$.



Решение

При объеме выборки $n=6$, отношении $\sigma_1/\sigma_0=\frac{0{,}7}{0{,}5}\approx 1{,}4$ и $\alpha=0{,}001$ в табл. 2 приложения 3 находим значения $d_R=2{,}3$ и $\Theta_R=49°45'$.

Последовательное наложение шаблона показывает, что технологический процесс находится в налаженном состоянии до выборки 6, а при выборке 6 условие не выполняется (первая точка оказалась за вырезом шаблона) и принимается решение о корректировке процесса (см. чертеж).

ПРИЛОЖЕНИЕ 5
Справочное

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАНДАРТА

1. Предполагается, что технологический процесс в налаженном состоянии, если его генеральная дисперсия σ_0^2 и в разлаженном состоянии, если его генеральная дисперсия σ_1^2 ($\sigma_1^2 > \sigma_0^2$).

Генеральная дисперсия неизвестна и оценивается по выборочной дисперсии

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})$$

или размаху $R=x_{max}-x_{min}$,

где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — выборка результатов наблюдений над контролируемым параметром X;

n — объем выборки.

2. Кумулятивная сумма выборочных дисперсий образуется как

$$S_m^*=\sum_{j=1}^{m}(S_j^2-k_S),$$

где $m=1, 2, 3, \ldots$

В этом случае при риске излишней настройки α и риске незамеченной разладки β получается следующее выражение критерия последовательного отношения вероятностей

$$\frac{\beta}{1-\alpha}<\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right)^{m(n-1)}\cdot\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_1^2}-\frac{1}{\sigma_0^2}\right)\times\sum_{j=1}^{m}S_j^2\right]<\frac{1-\beta}{\alpha}.$$

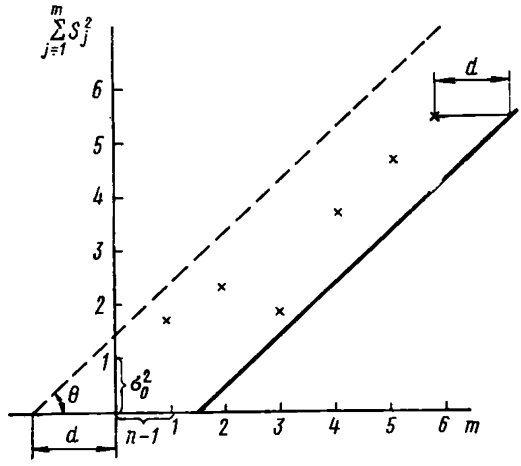
Поскольку нижней границы регулирования для дисперсий нет, определяется только верхняя граница регулирования

$$\sum_{j=1}^{m}S_j^2=+\frac{2}{1/\sigma_0^2-1/\sigma_1^2}\cdot\ln\frac{1-\beta}{\alpha}+\frac{2\ln\sigma_1/\sigma_0}{1/\sigma_0^2-1/\sigma_1^2}m(n-1).$$

Контрольная карта кумулятивных сумм выборочных дисперсий строится так, чтобы по оси абсцисс откладывались величины $m(n-1)$ или в масштабе $n-1$ величины m, а по оси ординат величины

$$S_m^*=\sum_{i=1}^{m}S_i^2-mk_S,$$

тогда при применении шаблона рассматривают $\sum_{j=1}^{m}S_j^2$ и условная граница регулирования — прямая линия, наклоненная к оси m под углом Θ (черт. 1).



Черт. 1

$$d_S = \frac{\ln\frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln \sigma_1/\sigma_0}; \tag{1}$$

$$\Theta_S = \operatorname{arctg}\left[\frac{2 \ln \sigma_1/\sigma_0}{1-(\sigma_0/\sigma_1)^2}\right]. \tag{2}$$

Для малых значений β, что обычно имеет место, можно писать

$$d \cong -\frac{\ln \alpha}{\ln \sigma_1/\sigma_0}. \tag{3}$$

3. Кумулятивная сумма размахов образуется как

$$R_m^* = \sum_{j=1}^{m} R_j - mk_R.$$

Э. С. Пирсон предложил применять для распределения нормированного размаха $\frac{R}{\sigma_0\, c'}$-выборки из нормальной совокупности приближенного распределения χ^2 с ν' степенями свободы. Он протабулировал величины c' и ν' в зависимости от объема выборки n (см. табл. 6 настоящего стандарта).

Поэтому контрольными картами кумулятивных сумм размахов можно пользоваться аналогично применению выборочных дисперсий.

При применении шаблона по оси абсцисс контрольной карты откладывают величину m, а по оси ординат — величину $\sum_{j=1}^{m} R_j$, значения d и Θ определяют по формулам

$$d_R = -\frac{2 \ln \alpha}{\nu' \ln(\sigma_1/\sigma_0)}; \tag{4}$$

$$\Theta_R = \operatorname{arctg}\frac{\ln \sigma_1/\sigma_0}{1-(\sigma_0/\sigma_1)}. \tag{5}$$

Из сравнения формул (3) и (4), (2) и (5) следует, что (4) из (3) и (5) из (2) получаются заменой $\ln(\sigma_1/\sigma_0)$ на $\frac{1}{2}\ln(\sigma_1/\sigma_0)$ и учетом числа степеней свободы ν'.

Следовательно, для определения d и Θ к контрольным картам кумулятивных сумм размахов надо:

по табл. 6 настоящего стандарта определить ν';

по табл. 2 приложения 3 определить d_R и Θ_R, а для выборочных дисперсий d_S и Θ_S определить по табл. 1 приложения 3.

4. Переход от параметров шаблона d и Θ к предупредительным интервалам k_R или k_S и регулировочным интервалам h_R или h_S осуществляется в порядке, указанном на черт. 2.

Для удобства обозначают y размах R для контрольных карт размахов и выборочную дисперсию S^2 для контрольных карт выборочных дисперсий.

Пусть образование кумулятивной суммы на контрольной карте с границами регулирования начинается с $N-r+1$-й выборки и из-за выхода за пределы регулировочного интервала заканчивается на N-й выборке. Тогда должно быть

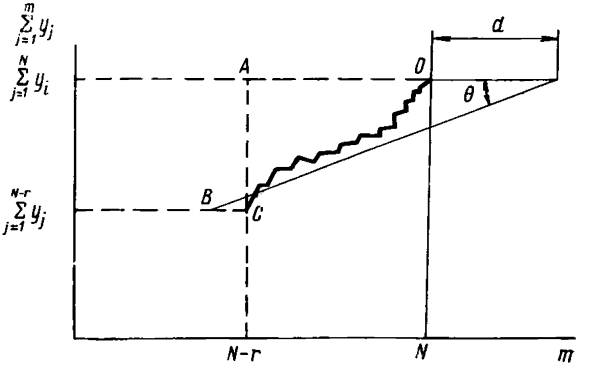
$$\sum_{j=N-r+1}^{N}(y_i-k)=\sum_{j=1}^{N}(y_j-k)>\sum_{j=1}^{N-r}(y_j-k)\geqslant h-k.$$

С другой стороны (черт. 2) при обнаружении разладки процесса с помощью шаблона с V-образным вырезом должно быть

$$\sum_{j=N-r+1}^{N} y_i \geqslant (r+d)\cdot\operatorname{tg}\Theta$$

или

$$\sum_{j=N-r+1}^{N}(y_j-\operatorname{tg}\Theta)\geqslant d\cdot\operatorname{tg}\Theta.$$



Черт. 2

Отсюда следует, что при $\operatorname{tg}\Theta=k$ и $d\cdot\operatorname{tg}\Theta=d_k=h$ выполняются требования, предусмотренные в контрольных картах с границами регулирования при условии, что и для контрольных карт размахов отрезку ν' по горизонтальной оси соответствует отрезок $\sigma_0 c'$ по вертикальной оси и, аналогично, для контрольных карт выборочных дисперсий отрезку $n-1$ по горизонтальной оси соответствует отрезок σ_0^2 по вертикальной оси.

Если это требование не выполнено, то масштаб учитывается по формулам, приведенным в приложении 3 настоящего стандарта.

В соответствии с указанными зависимостями между d, Θ и k, h были вычислены значения, приведенные в таблицах 7 и 8 настоящего стандарта.

5. Средняя длина серий для контрольных карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий и размахов в случае, когда генеральная дисперсия принимает значение σ_1^2, приблизительно равна

$$L_{1S}=-\frac{\ln\alpha}{(n-1)\left\{\frac{1}{2}[(\sigma_1/\sigma_0)^2-1]-\ln(\sigma_1/\sigma_0)\right\}};$$

$$L_{1R}=\frac{d^*}{\sqrt{(\sigma_1/\sigma_0\cdot\operatorname{ctg}\Theta^*-1)}}.$$

Подсчитанные по этим формулам значения среднего числа контролируемых изделий для контрольных карт кумулятивных сумм выборочных дисперсий и размахов приведены в табл. 3 настоящего стандарта.

Сравнение этих значений со средними числами контролируемых изделий обычных контрольных карт показывает, что при $\alpha=0{,}001$ во всех случаях применение контрольных карт кумулятивных сумм требует в среднем меньшего числа контролируемых изделий при $\alpha=0{,}005$, объемах выборки n и отношениях $\sigma_1/\sigma_0<1{,}4$. Применение обычных контрольных карт выборочных дисперсий и размахов в этом отношении предпочтительнее, чем применение контрольных карт кумулятивных сумм.

Редактор *И. И. Топильская*
Технический редактор *О. Н. Никитина*
Корректор *О. В. Тучанская*

Сдано в набор 24.02.76 Подп. в печ. 25.05.76 1,75 п. л. Тир. 16000 Цена 9 коп.

Ордена «Знак Почета» Издательство стандартов. Москва, Д-557, Новопресненский пер., 3
лужская типография стандартов, ул. Московская, 256. Зак. 634

gost.e-ecolog.ru