ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

# НАДЕЖНОСТЬ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

## СИСТЕМА СБОРА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ НАБЛЮДЕНИЙ

ГОСТ 17509—72

Цена 17 коп.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР
Москва

gost.e-ecolog.ru

УДК 002.6 : 62-192(083.74) Группа Т51

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР

# НАДЕЖНОСТЬ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

## Система сбора и обработки информации.

## Методы определения точечных оценок показателей надежности по результатам наблюдений

Reliability of engineering products. System of collecting and selection the information. Methods definition of point estimatins for reliability indices by observation results

**ГОСТ 17509—72**

**Постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 15/I 1972 г. № 263 срок введения установлен**

**с 1/I 1973 г.**

**Несоблюдение стандарта преследуется по закону**

Стандарт устанавливает определение точечных оценок показателей надежности по параметрам наиболее распространенных законов распределения (экспоненциального, Вейбулла, нормального, логарифмически-нормального) методом максимального правдоподобия в зависимости от плана наблюдений в условиях эксплуатации.

Стандарт является составной частью комплекса государственных стандартов по сбору и обработке информации о надежности изделий машиностроения.

На основе настоящего стандарта допускается разрабатывать отраслевые стандарты или руководящие материалы применительно к специфике отрасли.

## 1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

1.1. Под оценками показателей надежности понимают числовые значения показателей, определяемые по результатам наблюдений за изделиями в условиях эксплуатации. За числовое значение показателя принимают точечную оценку или доверительные границы интервала, который с заданной доверительной вероятностью покрывает истинное значение показателя. Точечную оценку принимают за приближенное значение неизвестного показателя.

1.2. Работа по определению оценок показателей надежности должна выполняться по программе и методике, согласованной с головной организацией по сбору и обработке информации о надежности.

**Издание официальное** **Перепечатка воспрещена**

★

*Переиздание. Март 1973 г.*

© Издательство стандартов, 1974

1.3. В методике по каждому конкретному виду продукции или группе изделий должны быть указаны:

номенклатура показателей надежности изделий и их элементов;

доверительная вероятность, с которой должны находиться доверительные границы для показателей надежности;

критерии отказов;

законы распределения случайных величин: наработки до первого отказа, ресурса, срока службы, срока сохраняемости, времени восстановления;

план наблюдений по ГОСТ 17510—72.

1.4. Законы распределения случайных величин при необходимости уточняют перед проведением работ по определению оценок показателей надежности.

1.5. Для получения доверительных границ для показателей надежности следует использовать доверительные вероятности 0,80; 0,90; 0,95; 0,99, выбираемые в зависимости от типа изделия, его назначения и устанавливаемые в соответствующих методиках.

1.6. Для показателей надежности, определяемых по результатам наблюдений в условиях эксплуатации с целью их последующего включения в нормативно-техническую документацию, должны быть указаны точечные оценки показателей надежности, их доверительные границы с указанием принятой доверительной вероятности.

1.7. Обозначения, используемые в стандарте, даны в приложении 5.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧЕЧНОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

2.1. **Оценка параметров экспоненциального закона распределения**

2.1.1. Функция плотности вероятности задана в виде:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ при } t \geqslant 0; \qquad (1)$$

точечную оценку $\hat{\lambda}$ для параметра $\lambda$ вычисляют по формулам табл. 1.

Пример определения точечной оценки параметра $\lambda$ дан в приложении 4 (пример 1).

2.2. **Оценка параметров закона распределения Вейбулла**

2.2.1. Функция плотности вероятности задана в виде:

$$f(t) = b\lambda t^{b-1} e^{-\lambda t^b} \text{ при } t \geqslant 0; \qquad (2)$$

точечную оценку $\lambda$ и $b$ для параметров $\lambda$ и $b$ вычисляют по формулам табл. 2.

2.2.2. Формулы табл .2 обычно решают графическим способом.

Таблица 1

| Планы наблюдений | Формулы для определения точечных оценок $\hat{\lambda}$ |
|---|---|
| $[N,U,N]$ | $\frac{N}{\sum\limits_{i=1}^{N} t_i}$ |
| $[N,U,T]$ | $\frac{d}{\sum\limits_{i=1}^{d} t_i+(N-d)\,T}$ |
| $[N,U,r]$ | $\frac{r-1}{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i+(N-r)t_r}$ |
| $[N,R,T]$ | $\frac{d}{NT}$ |
| $[N,R,r]$ | $\frac{r-1}{Nt_r}$ |

Пример определения точечных оценок $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$ графическим способом приведен в приложении 4 (пример 2).

2.3. **Оценка параметров нормального закона распределения**

2.3.1. Функция плотности вероятности задана в виде:

$$f(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{при } t\geqslant 0; \tag{3}$$

точечную оценку параметров $a$ и $\sigma$ вычисляют соответственно по формулам табл. 3.

2.3.2. Значения $f_1(k)$, используемые в формулах табл. 3 и 4, находят по табл. 3 приложения 3.

Коэффициент $k$ определяют по формулам табл. 4.

Таблица 2

| Планы наблюдений | Формулы для определения точечных оценок $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$ |
|---|---|
| $[N,U,N]$ | $\hat{\lambda}=\frac{N}{\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}}}$; $\left(\frac{N}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{N}\ln t_i\right)\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}}-N\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}}\ln t_i=0$ |

*Продолжение*

| Планы наблюдений | Формулы для определения точечных оценок $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$ |
|---|---|
| $[N,U,T]$ | $$\hat{\lambda}=\frac{d}{\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}+(N-d)T^{\hat{b}}};$$ $$\left(\frac{d}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{d}\ln t_i\right)\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}+(N-d)T^{\hat{b}}\right]-d\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+(N-d)T^{\hat{b}}\ln T\right]=0$$ |
| $[N,U,r]$ | $$\hat{\lambda}=\frac{r}{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}+(N-r)t_r^{\hat{b}}};$$ $$\left(\frac{r}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i\right)\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}+(N-r)t_r^{\hat{b}}\right]-r\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+(N-r)t_r^{\hat{b}}\ln t_r\right]=0$$ |
| $[N,R,T]^*$ | $$\hat{\lambda}=\frac{d}{N\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}}\right]};$$ $$\left(\frac{d}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{d}\ln t_i\right)\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}}\right]-d\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}}\ln\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]=0$$ |
| $[N,R,r]^*$ | $$\hat{\lambda}=\frac{r}{N\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}};$$ $$\left(\frac{r}{\hat{b}}+\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i\right)\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}-r\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i=0$$ |

* В формулах $t_i$ — наработки между отказами.

Пример определения точечных оценок параметров нормального закона распределения и их односторонних и двусторонних доверительных границ с вероятностью $\beta$ дан в приложении 4 (пример 3).

Таблица 3

| Планы наблюдений | Формулы для определения точечных оценок $\hat{a},\hat{\sigma}$ | |
|---|---|---|
| | параметра $a$ | параметра $\sigma$ |
| $[N,U,N]$ | $\frac{\sum_{i=1}^{N} t_i}{N}$ | $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(t_i-\hat{a})^2}{N-1}}$ |
| $[N,U,T]$ | $k\hat{\sigma}+T$ | $\frac{T-\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} t_i}{\frac{N-d}{d}f_1(k)-k}$ |
| $[N,U,r]$ | $k\hat{\sigma}+t_r$ | $\frac{t_r-\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} t_i}{\frac{N-r}{r}f_1(k)-k}$ |

Таблица 4

| Планы наблюдений | Формулы для определения коэффициента $k$ |
|---|---|
| $[N,U,T]$ | $\frac{\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} t_i^2-(\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} t_i)^2}{(T-\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d} t_i)^2}=\frac{1+\frac{N-d}{d}kf_1(k)-\left(\frac{N-d}{d}\right)^2 f_1^2(k)}{\left[\frac{N-d}{d}f_1(k)-k\right]^2}$ |
| $[N,U,r]$ | $\frac{\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} t_i^2-\left(\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} t_i\right)^2}{(t_r-\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} t_i)^2}=\frac{1+\frac{N-r}{r}kf_1(k)-\left(\frac{N-r}{r}\right)^2 f_1^2(k)}{\left[\frac{N-r}{r}f_1(k)-k\right]^2}$ |

2.4. **Оценка параметров логарифмически-нормального закона распределения**

2.4.1. Функция плотности вероятности задана в виде:

$$f(t)=\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln t-a_{\ln t})^2}{2\sigma^2_{\ln t}}} \quad \text{при } t>0; \qquad (4)$$

точечную оценку параметров $a_{\ln t}$ и $\sigma_{\ln t}$ вычисляют по формулам табл. 5.

2.4.2. В табл. 5 и 6 $f_1(k)$ находят по табл. 3 приложения 3.

Коэффициент $k$ в табл. 5 находят по формулам табл. 6.

Таблица 5

| Планы наблюдений | Формулы для определения точечных оценок $\hat{a}_{\ln t}$, $\hat{\sigma}_{\ln t}$ | |
|---|---|---|
| | параметра $a_{\ln t}$ | параметра $\sigma_{\ln t}$ |
| $[N,U,N]$ | $\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} \ln t_i}{N}$ | $\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} (\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})^2}{N-1}}$ |
| $[N,U,T]$ | $k\hat{\sigma}_{\ln t} + \ln T$ | $\frac{\ln T - \frac{1}{d}\sum\limits_{i=1}^{d} \ln t_i}{\frac{N-d}{d} f_1(k) - k}$ |
| $[N,U,r]$ | $k\hat{\sigma}_{\ln t} + \ln t_r$ | $\frac{\ln t_r - \frac{1}{r}\sum\limits_{i=1}^{r} \ln t_i}{\frac{N-r}{r} f_1(k) - k}$ |

Таблица 6

| Планы наблюдений | Формулы для определения коэффициента $k$ |
|---|---|
| $[N,U,T]$ | $\frac{\frac{1}{d}\sum\limits_{i=1}^{d} \ln^2 t_i - \left(\frac{1}{d}\sum\limits_{i=1}^{d} \ln t_i\right)^2}{(\ln T - \frac{1}{d}\sum\limits_{i=1}^{d} \ln t_i)^2} = \frac{1 + \frac{N-d}{d} k f_1(k) - (\frac{N-d}{d})^2 f_1^2(k)}{\left[\frac{N-d}{d} f_1(k) - k\right]^2}$ |
| $[N,U,r]$ | $\frac{\frac{1}{r}\sum\limits_{i=1}^{r} \ln^2 t_i - (\frac{1}{r}\sum\limits_{i=1}^{r} \ln t_i)^2}{(\ln t_r - \frac{1}{r}\sum\limits_{i=1}^{r} \ln t_i)^2} = \frac{1 + \frac{N-r}{r} k f_1(k) - (\frac{N-r}{r})^2 f_1^2(k)}{\left[\frac{N-r}{r} f_1(k) - k\right]^2}$ |

Пример определения точечных оценок параметров логарифмически-нормального закона распределения дан в приложении 4 (пример 4).

2.5. Точечные оценки параметров законов распределения являются случайными величинами и должны оцениваться на досто-

верность доверительными границами с заданной доверительной вероятностью. Методы расчета доверительных границ для параметров законов распределения даны в рекомендуемом приложении 1.

Примечание. Определение точечных оценок методом максимального правдоподобия для планов [$N$, $R$, **Т**], [$N$, $R$, $r$] для нормального и логарифмически-нормального законов распределения стандартом не предусматривается. Определение точечных оценок для планов [$N$, $R$, **Т**], [$N$, $R$, $r$] для этих законов может быть проведено другими методами (моментов, квантилей, графическим и т. п.).

## 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧЕЧНЫХ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

3.1. Точечные оценки показателей надежности рассчитывают по формулам табл. 7 по точечным оценкам параметров законов распределения в зависимости от закона распределения случайной величины: наработки до отказа, ресурса, срока службы, срока сохраняемости, времени восстановления.

3.2. Номенклатура показателей надежности выбрана в соответствии с ГОСТ 16503—70.

3.3. Для неремонтируемых изделий показатель средней наработки до первого отказа равнозначен показателям средней наработки до отказа, среднему сроку службы, а также среднему ресурсу, если за предельное состояние принимается отказ изделия.

3.4. Для определения точечных оценок среднего времени восстановления, вероятности восстановления, интенсивности восстановления может быть использован любой из планов наблюдений по ГОСТ 17510—72, но параметры законов рассчитывают по формулам для плана [$N$, $U$, $N$].

3.5. Значения $e^{x}$; $e^{-x}$; $\Gamma(x)$; $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-x}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$;

$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ даны соответственно в табл. 5—8 приложения 3.

3.6. В табл. 7 один и тот же параметр закона распределения обозначает различные величины в зависимости от того, в выражение какого показателя надежности он входит.

3.7. Точечные оценки показателей надежности являются случайными величинами и должны оцениваться на достоверность по доверительным границам с заданной доверительной вероятностью. Методы расчета доверительных границ для показателей надежности даны в рекомендуемом приложении 2.

Примеры определения точечных оценок показателей надежности даны в приложении 4.

| Закон распределения | Формулы для | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | средней наработки до первого отказа | среднего ресурса | среднего срока службы | среднего срока сохраняемости | среднего времени восстановления | гамма-процентного срока службы | гамма-процентного срока сохраняемости | гамма-процентного ресурса |
| Экспоненциальный | $\frac{1}{\hat{\lambda}}$ | | | | | $\frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$ | | |
| Вейбулла | $\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\hat{b}}\right)}{\hat{\lambda}^{\frac{1}{\hat{b}}}}$ | | | | | $\left[\frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)\right]^{\frac{1}{\hat{b}}}$ | | |
| Нормальный | $\hat{a}$ | | | | | $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\hat{t}_\gamma-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)=\frac{\gamma}{100}$ | | |
| Логарифмически-нормальный | $e^{\hat{a}_{\ln t}+\frac{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}{2}}$ | | | | | $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\ln\hat{t}_\gamma-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)=\frac{\gamma}{100}$ | | |

Примечание. $t_\gamma$ обозначает гамма-процентный ресурс, гамма-процент

Таблица 7

| определения вероятности безотказной работы до первого отказа | вероятности восстановления | интенсивности отказов | интенсивности восстановления |
|---|---|---|---|
| $e^{-\hat{\lambda}t}$ | $1-e^{-\hat{\lambda}t}$ | $\hat{\lambda}$ | |
| $e^{-\hat{\lambda}t^{\hat{b}}}$ | $1-e^{-\hat{\lambda}t^{\hat{b}}}$ | $\hat{b}\hat{\lambda}t^{\hat{b}-1}$ | |
| $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)$ | $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)$ | $\frac{\frac{1}{\hat{\sigma}}f_0\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)}{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)}$ | |
| $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)$ | $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)$ | $\frac{\frac{1}{t\hat{\sigma}_{\ln t}}f_0\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)}{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)}$ | |

ный срок службы или гамма-процентный срок сохраняемости.

*ПРИЛОЖЕНИЕ 1 к ГОСТ 17509—72*
*Рекомендуемое*

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

## 1. Доверительные границы для параметров экспоненциального закона распределения

1.1. По табл. 1 и 2 определяют двусторонние и односторонние доверительные границы для $\lambda$ с вероятностью $\beta$.

1.2. Значения $\chi^2_{P,n}$, используемые в формулах табл. 1 и 2, находят по табл. 1 приложения 3 в зависимости от найденных вероятностей $P$ и числа степеней свободы $n$.

Таблица 1

| Планы наблюдений | Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра $\lambda$ с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $\lambda_н$ | Верхняя граница $\lambda_в$ |
| $[N,U,N]$ | $\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2N}}{2N}$ | $\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2N}}{2N}$ |
| $[N,U,T]$ | $\dfrac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}\right)}$ | $\dfrac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2d+2}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2d+2}\right)}$ |
| $[N,U,r]$ | $\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2r}}{2(r-1)}$ | $\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2r}}{2(r-1)}$ |
| $[N,R,T]$ | $\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}}{2d}$ | $\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2d}}{2d}$ |
| $[N,R,r]$ | $\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2r}}{2(r-1)}$ | $\dfrac{\hat{\lambda}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2r}}{2(r-1)}$ |

1.2.1. Вероятность $P$ с учетом значений табл. 1 и 2 принимает вид:

$$\beta;\ 1-\beta;\ \frac{1+\beta}{2};\ \frac{1-\beta}{2}.$$

1.2.2. Число $n$ с учетом формул табл. 1, 2 принимает значения: $2N$, $2d$, $2r$, $2d+2$.

Таблица 2

| Планы наблюдений | Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра $\lambda$ с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $\lambda_{\text{о.н}}$ | Верхняя граница $\lambda_{\text{о.в}}$ |
| $[N,U,N]$ | $\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2N}}{2N}$ | $\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2N}}{2N}$ |
| $[N,U,T]$ | $\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{1-\beta,2d+2}}{d(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{1-\beta,2d+2})}$ | $\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\beta,2d+2}}{d(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\beta,2d+2})}$ |
| $[N,U,r]$ | $\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2r}}{2(r-1)}$ | $\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2r}}{2(r-1)}$ |
| $[N,R,T]$ | $\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2d+2}}{2d}$ | $\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2d+2}}{2d}$ |
| $[N,R,r]$ | $\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2r}}{2(r-1)}$ | $\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2r}}{2(r-1)}$ |

**2. Доверительные границы для параметров закона распределения Вейбулла**

2.1. По табл. 3 и 4 определяют двусторонние и односторонние доверительные границы для параметров $\lambda$ и $b$ с вероятностью $\beta$.

2.2. Значения $u_\beta$ и $z_\beta$, используемые в формулах табл. 3 и 4, находят по табл. 2 приложения 3. $u_\beta$ и $z_\beta$ находят по формулам

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u_\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}dx=\beta;\quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-z_\beta}^{z_\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}dx=\beta;\quad u_{1-\beta}=-u_\beta.$$

Таблица 3

| Планы наблюдений | Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметров $\lambda$ и $b$ с вероятностью $\beta$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Нижняя граница $\lambda_н$ | Верхняя граница $\lambda_в$ | Нижняя граница $b_н$ | Верхняя граница $b_в$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{\lambda}-z_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda})}$ | $\hat{\lambda}+z_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda})}$ | $\hat{b}-z_\beta\sqrt{D(\hat{b})}$ | $\hat{b}+z_\beta\sqrt{D(\hat{b})}$ |
| $[N,U,T]$ | | | | |
| $[N,U,r]$ | | | | |
| $[N,R,T]$ | | | | |
| $[N,R,r]$ | | | | |

Таблица 4

| Планы наблюдений | Формулы для определения односторонних доверительных границ параметров $\lambda$ и $b$ с вероятностью $\beta$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Нижняя граница $\lambda_{о.н}$ | Верхняя граница $\lambda_{о.в}$ | Нижняя граница $b_{о.н}$ | Верхняя граница $b_{о.в}$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{\lambda}-u_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda})}$ | $\hat{\lambda}+u_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda})}$ | $\hat{b}-u_\beta\sqrt{D(\hat{b})}$ | $\hat{b}+u_\beta\sqrt{D(\hat{b})}$ |
| $[N,U,T]$ | | | | |
| $[N,U,r]$ | | | | |
| $[N,R,T]$ | | | | |
| $[N,R,r]$ | | | | |

2.3. Формулы для определения дисперсий $D(\hat{\lambda})$ и $D(\hat{b})$ точечных оценок соответственно $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$ даны в табл. 5.

2.4. Табл. 3, 4 и 5 составлены в предположениях:

оценки $\hat{\lambda}$, $\hat{b}$ параметров $\lambda$, $b$ определены методом максимального правдоподобия по большому числу наблюдений;

метод максимального правдоподобия дает ассимптотически-нормальные оценки.

Таблица 5

| Планы наблюдений | Дисперсии точечных оценок | Формулы для определения дисперсий точечных оценок параметров $\lambda$ и $b$ |
|---|---|---|
| $[N,U,N]$ | $D(\hat{\lambda})$ | $\dfrac{\dfrac{N}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i}{\dfrac{N}{\hat{\lambda}^2}\left(\dfrac{N}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i\right)-\left(\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i\right)^2}$ |
| | $D(\hat{b})$ | $\dfrac{\dfrac{N}{\hat{\lambda}^2}}{\dfrac{N}{\hat{\lambda}^2}\left(\dfrac{N}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i\right)-\left(\sum\limits_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i\right)^2}$ |
| $[N,U,T]$ | $D(\hat{\lambda})$ | $\dfrac{\dfrac{d}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i+(N-d)T^{\hat{b}} \ln^2 T\right]}{\dfrac{d}{\hat{\lambda}^2}\left\{\dfrac{d}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i+(N-d)T^{\hat{b}} \ln^2 T\right]\right\}-\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln t_i+(N-d)T^{\hat{b}} \ln T\right]^2}$ |
| | $D(\hat{b})$ | $\dfrac{\dfrac{d}{\hat{\lambda}^2}}{\dfrac{d}{\hat{\lambda}^2}\left\{\dfrac{d}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i+(N-d)T^{\hat{b}} \ln^2 T\right]\right\}-\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln t_i+(N-d)T^{\hat{b}} \ln T\right]^2}$ |

*Продолжение*

| Планы наблюдений | Дисперсии точечных оценок | Формулы для определения дисперсий точечных оценок параметров $\lambda$ и $b$ |
|---|---|---|
| $[N,U,r]$ | $D(\hat{\lambda})$ | $\dfrac{\dfrac{r}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i+(N-r)\, t_r^{\hat{b}} \ln^2 t_r\right]}{\dfrac{r}{\hat{\lambda}^2}\left\{\dfrac{r}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i+(N-r) t_r^{\hat{b}} \ln^2 t_r\right]\right\}-\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln t_i+(N-r)\, t_r^{\hat{b}} \ln t_r\right]^2}$ |
| | $D(\hat{b})$ | $\dfrac{\dfrac{r}{\hat{\lambda}^2}}{\dfrac{r}{\hat{\lambda}^2}\left\{\dfrac{r}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i+(N-r) t_r^{b} \ln^2 t_r\right]\right\}-\left[\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln t_i+(N-r) t_r^{\hat{b}} \ln t_r\right]^2}$ |
| $[N,R,T]$ | $D(\hat{\lambda})$ | $\dfrac{\dfrac{d}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}N\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}} \ln^2\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]}{\dfrac{d^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2}+\dfrac{dN}{\hat{\lambda}}\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}} \ln^2\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]-N^2\left[\sum\limits_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln t_i+\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)^{\hat{b}} \ln\left(T-\sum\limits_{i=1}^{d} t_i\right)\right]^2}$ |

| Планы наблюдений | Дисперсии точечных оценок | Формулы для определения дисперсий точечных оценок параметров $\lambda$ и $b$ |
|---|---|---|
| $[N,R,T]$ | $D(\hat{b})$ | $$\frac{\frac{d}{\hat{\lambda}^2}}{\frac{d^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2}+\frac{dN}{\hat{\lambda}}\left[\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i + (T-\sum_{i=1}^{d} t_i)^{\hat{b}} \ln^2(T-\sum_{i=1}^{d} t_i)\right]-N^2\left[\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln t_i+(T-\sum_{i=1}^{d} t_i)^{\hat{b}} \ln(T-\sum_{i=1}^{d} t_i)\right]^2}$$ |
| $[N,R,r]$ | $D(\hat{\lambda})$ | $$\frac{\frac{r}{\hat{b}^2}+\hat{\lambda}N\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i}{\frac{r^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2}+\frac{rN}{\hat{\lambda}}\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i- N^2\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln t_i\right)^2}$$ |
| | $D(\hat{b})$ | $$\frac{\frac{r}{\hat{\lambda}^2}}{\frac{r^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2}+\frac{rN}{\hat{\lambda}}\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i -N^2(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln t_i)^2}$$ |

### 3. Доверительные границы для параметров нормального закона распределения

3.1. По табл. 6—9 определяют двусторонние и односторонние доверительные границы для параметров $a$ и $\sigma$ с вероятностью $\beta$.

3.2. Значения $t_{P,n}$, используемые в формулах табл. 6 и 7, находят по табл. 4 приложения 3 в зависимости от найденных вероятностей $P$ и числа степеней свободы $n$.

3.2.1. Вероятность $P$ с учетом формул табл. 6 и 7 принимает вид:

$$\beta;\ \frac{1+\beta}{2};\ n=N-1.$$

3.3. Значения $f_2(k)$ и $f_3(k)$, используемые в формулах табл. 6—9, находят по табл. 3 приложения 3.

Таблица 6

| Планы наблюдений | Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра $a$ с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $a_н$ | Верхняя граница $a_в$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{a}-t_{\frac{1+\beta}{2},n}\cdot\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$ | $\hat{a}+t_{\frac{1+\beta}{2},n}\cdot\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$ |
| $[N,U,T]$ | $\hat{a}-z_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$ | $\hat{a}+z_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f^2(k)}$ |
| $[N,U,r]$ | | |

Таблица 7

| Планы наблюдений | Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра $a$ с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|
| | *Нижняя граница* $a_{о.н}$ | Верхняя граница $a_{о.в}$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{a}-t_{\beta,n}\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$ | $\hat{a}+t_{\beta,n}\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$ |
| $[N,U,T]$ | $\hat{a}-u_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$ | $\hat{a}+u_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_2(k)}$ |
| $[N,U,r]$ | | |

3.4. Значения $u_\beta$ и $z_\beta$, используемые в формулах табл. 6—9, находят по табл. 2 приложения 3.

3.5. Значения $\chi^2_{P,n}$, используемые в формулах табл. 8 и 9, находят по табл. 1 приложения 3.

3.5.1. Вероятность $P$ с учетом формул табл. 8 и 9 принимает вид:

$$\beta;\ 1-\beta;\ \frac{1-\beta}{2};\ \frac{1+\beta}{2};\ n=N-1.$$

Таблица 8

| Планы наблюдений | Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра σ с вероятностью β | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $\sigma_н$ | Верхняя граница $\sigma_в$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{\sigma}\sqrt{\frac{N-1}{\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},n}}}$ | $\hat{\sigma}\sqrt{\frac{N-1}{\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},n}}}$ |
| $[N,U,T]$ | $\hat{\sigma}-z_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$ | $\hat{\sigma}+z_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$ |
| $[N,U,r]$ | | |

Таблица 9

| Планы наблюдений | Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра σ с вероятностью β | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $\sigma_{о.н}$ | Верхняя граница $\sigma_{о.в}$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{\sigma}\sqrt{\frac{N-1}{\chi^2_{\beta,n}}}$ | $\hat{\sigma}\sqrt{\frac{N-1}{\chi^2_{1-\beta,n}}}$ |
| $[N,U,T]$ | $\hat{\sigma}-u_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$ | $\hat{\sigma}+u_\beta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$ |
| $[N,U,r]$ | | |

## 4. Доверительные границы для параметров логарифмически-нормального закона распределения

4.1. По табл. 10—13 определяют двусторонние и односторонние доверительные границы для $a_{\ln t}$, $\sigma_{\ln t}$ с вероятностью $\beta$.

4.2. Значения $f_2(k)$ и $f_3(k)$, используемые в формулах табл. 10—13, находят по табл. 3 приложения 3.

4.3. Значения $t_{P,n}$, используемые в формулах табл. 10, 11, находят по табл. 4 приложения 3.

4.4. Значения $u_\beta$, $z_\beta$, используемые в формулах табл. 11—13, находят по табл. 2 приложения 3.

4.5. Значения $\chi^2_{P,n}$, используемые в формулах табл. 12, 13 находят по табл. 1 приложения 3.

4.6. Вероятность $P$ с учетом формул табл. 10—13 принимает вид:

$$\beta;\ 1-\beta;\ \frac{1+\beta}{2};\ \frac{1-\beta}{2};\ n=N-1.$$

Таблица 10

| Планы наблюдений | Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра $a_{\ln t}$ с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $a_{\ln t\,н}$ | Верхняя граница $a_{\ln t в}$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{a}_{\ln t} - t_{\frac{1+\beta}{2},n} \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}$ | $\hat{a}_{\ln t} + t_{\frac{1+\beta}{2},n} \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}$ |
| $[N,U,T]$ / $[N,U,r]$ | $\hat{a}_{\ln t} - z_\beta \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}} \sqrt{f_2(k)}$ | $\hat{a}_{\ln t} + z_\beta \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}} \sqrt{f_2(k)}$ |

Таблица 11

| Планы наблюдений | Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра $a_{\ln t}$ с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $a_{\ln t\,о\,н}$ | Верхняя граница $a_{\ln t\,о.в}$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{a}_{\ln t} - t_{\beta,n} \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}$ | $\hat{a}_{\ln t} + t_{\beta,n} \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}$ |
| $[N,U,T]$ / $[N,U,r]$ | $\hat{a}_{\ln t} - u_\beta \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}} \sqrt{f_2(k)}$ | $\hat{a}_{\ln t} + u_\beta \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}} \sqrt{f_2(k)}$ |

Таблица 12

| Планы наблюдений | Формулы для определения двусторонних доверительных границ параметра $\sigma_{\ln t}$ с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $\sigma_{\ln t н}$ | Верхняя граница $\sigma_{\ln t в}$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{\sigma}_{\ln t} \sqrt{\frac{N-1}{\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},n}}}$ | $\hat{\sigma}_{\ln t} \sqrt{\frac{N-1}{\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},n}}}$ |
| $[N,U,T]$ / $[N,U,r]$ | $\hat{\sigma}_{\ln t} - z_\beta \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}} \sqrt{f_3(k)}$ | $\hat{\sigma}_{\ln t} + z_\beta \frac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}} \sqrt{f_3(k)}$ |

Таблица 13

| Планы наблюдений | Формулы для определения односторонних доверительных границ параметра $\sigma_{\ln t}$ с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|
| | Нижняя граница $\sigma_{\ln t\ \text{о.н}}$ | Верхняя граница $\sigma_{\ln t\ \text{о.в}}$ |
| $[N,U,N]$ | $\hat{\sigma}_{\ln t}\sqrt{\dfrac{N-1}{\chi^2_{\beta,n}}}$ | $\hat{\sigma}_{\ln t}\sqrt{\dfrac{N-1}{\chi^2_{1-\beta,n}}}$ |
| $[N,U,T]$<br>$[N,U,r]$ | $\hat{\sigma}_{\ln t}-u_\beta\dfrac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$ | $\hat{\sigma}_{\ln t}+u_\beta\dfrac{\hat{\sigma}_{\ln t}}{\sqrt{N}}\sqrt{f_3(k)}$ |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 2 к ГОСТ 17509—72*
*Рекомендуемое*

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

1. Доверительные границы для показателей надежности, являющихся монотонной функцией одного параметра, находят путем подстановки в выражение для показателей надежности значений верхней или нижней границ соответствующего параметра.

1.1. Формулы для определения доверительных границ для показателей надежности в случае экспоненциального закона распределения даны в табл. 1.

1.1.2. $\hat{\lambda}$ определяют по формулам табл. 1 настоящего стандарта; $\lambda_н$, $\lambda_в$, $\lambda_{о.н}$, $\lambda_{о.в}$ — по табл. 1, 2 приложения 1.

1.1.3. Значения $e^{-x}$ находят по табл. 5 приложения 3; $\gamma$ принимает значения от 0 до 100%.

2. Для приближенного расчета по формулам табл. 2 доверительных границ для показателей надежности, являющихся функцией более одного неизвестного параметра, обязательно выполнение следующих условий:

оценки параметров законов распределения должны быть определены методом максимального правдоподобия;

оценки показателей надежности, как функции параметров законов распределения, должны быть оценками максимального правдоподобия;

метод максимального правдоподобия должен давать асимптотически-нормальные оценки;

выражения связи показателей надежности с параметрами законов распределения должны являться дифференцируемыми функциями и иметь производные первого и второго порядков.

2.1. Значения $z_\beta$, $u_\beta$ даны в табл. 2 приложения 3. $z\beta$, $u_\beta$ находят по формулам

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-z_\beta}^{z_\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx=\beta;\quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u_\beta} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx=\beta;\quad u_{1-\beta}=-u_\beta.$$

2.2. Формулы для определения дисперсии точечных оценок показателей надежности для закона распределения Вейбулла даны в табл. 3.

2.2.1. В табл. 3 дисперсии $D(\hat{\lambda})$, $D(\hat{b})$ находят по формулам табл. 5 приложения 1, $\operatorname{cov}(\hat{\lambda},\hat{b})$ — по табл. 4 в зависимости от плана наблюдений, по которому определены оценки параметров $\hat{\lambda}$, $\hat{b}$.

2.3. В случае нормального закона распределения доверительные границы для $t_{ср}$ равнозначны доверительным границам для $a$ и определяются по табл. 6 и 7 приложения 1; дисперсии точечных оценок остальных показателей даны в табл. 5 для плана $[N, U, N]$.

2.3.1. Значения $f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ даны в табл. 8 приложения 3.

2.4. Формулы для определения дисперсии точечных оценок показателей надежности для логарифмически-нормального закона распределения даны в табл. 6,

где $k=\dfrac{\hat{a}_{\ln t}-\ln t}{\hat{\sigma}_{\ln t}}$, а значения $f_1(k)$ взяты из табл. 3 приложения 3.

Таблица 1

## Экспоненциальный закон распределения

| Наименования показателей надежности | Точечная оценка показателя надежности | Формулы для определения двусторонних доверительных границ показателей надежности с вероятностью $\beta$ | | Формулы для определения односторонних доверительных границ показателей надежности с вероятностью $\beta$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Нижняя граница | Верхняя граница | Нижняя граница | Верхняя граница |
| Средняя наработка до первого отказа<br>Средний ресурс<br>Средний срок службы<br>Средний срок сохраняемости<br>Среднее время восстановления | $\frac{1}{\hat{\lambda}}$ | $\frac{1}{\lambda_{в}}$ | $\frac{1}{\lambda_{н}}$ | $\frac{1}{\lambda_{о.в}}$ | $\frac{1}{\lambda_{о.н}}$ |
| Гамма-процентный ресурс<br>Гамма-процентный срок службы<br>Гамма-процентный срок сохраняемости | $\frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$ | $\frac{1}{\lambda_{в}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$ | $\frac{1}{\lambda_{н}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$ | $\frac{1}{\lambda_{о.в}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$ | $\frac{1}{\lambda_{о.н}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)$ |
| Вероятность безотказной работы | $e^{-\hat{\lambda}t}$ | $e^{-\lambda_{в}t}$ | $e^{-\lambda_{н}t}$ | $e^{-\lambda_{о.в}t}$ | $e^{-\lambda_{о.н}t}$ |
| Вероятность восстановления | $1-e^{-\hat{\lambda}t}$ | $1-e^{-\lambda_{н}t}$ | $1-e^{-\lambda_{в}t}$ | $1-e^{-\lambda_{о.н}t}$ | $1-e^{-\lambda_{о.в}t}$ |
| Интенсивность отказов<br>Интенсивность восстановления | $\hat{\lambda}$ | $\lambda_{н}$ | $\lambda_{в}$ | $\lambda_{о.н}$ | $\lambda_{о.в}$ |

Примечание. Параметр $\lambda$ обозначает интенсивность отказов или интенсивность восстановления.

Таблица 2

**Определение доверительных границ для показателей надежности для двухпараметрических законов распределения**

| Наименования показателей надежности | Двусторонние доверительные границы с вероятностью β | | Односторонние доверительные границы с вероятностью β | |
|---|---|---|---|---|
| | Нижняя граница | Верхняя граница | Нижняя граница | Верхняя граница |
| Средняя наработка до первого отказа<br>Средний ресурс<br>Средний срок службы<br>Средний срок сохраняемости<br>Среднее время восстановления | $\hat{t}_{ср}-z_\beta\sqrt{D(\hat{t}_{ср})}$ | $\hat{t}_{ср}+z_\beta\sqrt{D(\hat{t}_{ср})}$ | $\hat{t}_{ср}-u_\beta\sqrt{D(\hat{t}_{ср})}$ | $\hat{t}_{ср}+u_\beta\sqrt{D(\hat{t}_{ср})}$ |
| Гамма-процентный ресурс<br>Гамма-процентный срок службы<br>Гамма-процентный срок сохраняемости | $\hat{t}_\gamma-z_\beta\sqrt{D(\hat{t}_\gamma)}$ | $\hat{t}_\gamma+z_\beta\sqrt{D(\hat{t}_\gamma)}$ | $\hat{t}_\gamma-u_\beta\sqrt{D(\hat{t}_\gamma)}$ | $\hat{t}_\gamma+u_\beta\sqrt{D(\hat{t}_\gamma)}$ |
| Вероятность безотказной работы<br>Вероятность восстановления | $\hat{P}_0(t)-z_\beta\sqrt{D(\hat{P}_0(t))}$ | $\hat{P}_0(t)+z_\beta\sqrt{D(\hat{P}_0(t))}$ | $\hat{P}_0(t)-u_\beta\sqrt{D(\hat{P}_0(t))}$ | $\hat{P}_0(t)+u_\beta\sqrt{D(\hat{P}_0(t))}$ |
| Интенсивность отказов<br>Интенсивность восстановления | $\hat{\lambda}_0(t)-z_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda}_0(t))}$ | $\hat{\lambda}_0(t)+z_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda}_0(t))}$ | $\hat{\lambda}_0(t)-u_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda}_0(t))}$ | $\hat{\lambda}_0(t)+u_\beta\sqrt{D(\hat{\lambda}_0(t))}$ |

Примечание. $t_{ср}$ обозначает точечные оценки средней наработки до первого отказа, среднего ресурса, среднего срока службы, среднего срока сохраняемости или среднего времени восстановления; $\hat{t}_\gamma$ обозначает оценки гамма-процентного ресурса, гамма-процентного срока службы или гамма-процентного срока сохраняемости; $\hat{\lambda}_0(t)$ обозначает оценки интенсивности отказов или интенсивности восстановления; $\hat{P}_0(t)$ обозначает оценки вероятности безотказной работы или вероятности восстановления.

2.4.1 Значения дисперсии $D(\hat{a}_{\ln t})$, $D(\hat{\sigma}_{\ln t})$ и ковариации $\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t}, \hat{\sigma}_{\ln t})$ находят по табл. 7 в зависимости от плана наблюдений для определения точечных оценок $\hat{a}_{\ln t}$, $\hat{\sigma}_{\ln t}$.

2.4.2. Значения $\det A$, $\det B$, $\det C$, $\xi(k)$, $\eta(k)$, $\zeta(k)$ из табл. 7 определяют по формулам:

$$\det A = \frac{2N^2}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}};$$

$$\det B = \frac{3d}{\hat{\sigma}^6_{\ln t}} S_2 + \xi(k)\frac{N-d}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left(\frac{3}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} S_2 - d\right) - \frac{d^2}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}} -$$

$$-\zeta(k)\frac{N-d}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}[d+(N-d)\xi(k)] - \frac{4}{\hat{\sigma}^6_{\ln t}} S_1^2 - \eta(k)\frac{N-d}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left[(N-d)\eta(k) - \frac{4S_1}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right];$$

$$\det C = \frac{3r}{\hat{\sigma}^6_{\ln t}} S_2 + \xi(k)\frac{N-r}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left(\frac{3}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} S_2 - r\right) - \frac{r^2}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}} -$$

$$-\zeta(k)\frac{N-r}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left[r+(N-r)\xi(k)\right] - \frac{4}{\hat{\sigma}^6_{\ln t}} S_1^2 - \eta(k)\frac{N-r}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}}\left[(N-r)\eta(k) - \frac{4S_1}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right];$$

$$\xi(k) = f_1^2(k)\left(\frac{k}{f_1(k)} + 1\right);$$

$$\eta(k) = f_1(k)\left[kf_1(k)\left(\frac{k}{f_1(k)} + 1\right) - 1\right];$$

$$\zeta(k) = kf_1(k)\left[2 - Kf_1(k)\left(\frac{k}{f_1(k)} + 1\right)\right].$$

2.4.3 Значения $S_1$, $S_2$ из табл. 7 определяют по формулам табл. 8.

Таблица 3

**Закон распределения Вейбулла**

| Дисперсии точечных оценок показателей надежности | Формулы для определения дисперсий точечных оценок показателей надежности |
|---|---|
| $D(\hat{t}_\gamma)$ | $\left(\frac{\hat{t}_\gamma}{\hat{b}}\right)^2\left[\frac{1}{\hat{\lambda}^2} D(\hat{\lambda}) + (\ln \hat{t}_\gamma)^2 D(\hat{b}) + 2\frac{\ln \hat{t}_\gamma}{\hat{\lambda}} \operatorname{cov}(\hat{\lambda}, \hat{b})\right]$ |
| $D(\hat{P}_0(t))$ | $t^{2\hat{b}} e^{-2\hat{\lambda} t^{\hat{b}}} [D(\hat{\lambda}) + \hat{\lambda}^2 (\ln t)^2 D(\hat{b}) + 2\hat{\lambda} \ln t \operatorname{cov}(\hat{\lambda}, \hat{b})]$ |
| $D(\hat{\lambda}_0(t))$ | $t^{2(\hat{b}-1)} [\hat{b}^2 D(\hat{\lambda}) + \hat{\lambda}^2 (1+\hat{b}\ln t)^2 D(\hat{b}) + 2\hat{\lambda}\hat{b}(1+\hat{b}\ln t)\operatorname{cov}(\hat{\lambda}, \hat{b})]$ |

Таблица 4

| Планы наблюдений | Формулы для определения cov $(\hat{\lambda},\hat{b})$ |
|---|---|
| $[N,U,N]$ | $\dfrac{\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i}{\left(\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i\right)^2 - \dfrac{N}{\hat{\lambda}^2}\left(\dfrac{N}{\hat{b}^2} + \hat{\lambda}\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i\right)}$ |
| $[N,U,T]$ | $\dfrac{\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln t_i + (N-d)\, T^{\hat{b}} \ln T}{\left\{\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln t_i + (N-d)\, T^{\hat{b}} \ln T\right\}^2 - \dfrac{d}{\hat{\lambda}^2}\left\{\dfrac{d}{\hat{b}^2} + \hat{\lambda}\left[\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i + (N-d) T^{\hat{b}} \ln^2 T\right]\right\}}$ |
| $[N,U,r]$ | $\dfrac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln t_i + (N-r) t_r^{\hat{b}} \ln t_r}{\left\{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln t_i + (N-r) t_r^{\hat{b}} \ln t_r\right\}^2 - \dfrac{r}{\hat{\lambda}^2}\left\{\dfrac{r}{\hat{b}^2} + \hat{\lambda}\left[\sum_{i=1}^{r} t_i^{b} \ln^2 t_i + (N-r) t_r^{\hat{b}} \ln^2 t_r\right]\right\}}$ |

| Планы наблюдений | Формулы для определения cov $(\hat{\lambda},\hat{b})$ |
|---|---|
| $[N,R,T]$ | $$\frac{N\left[\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln t_i + \left(T-\sum_{i=1}^{d} t_i\right)\hat{b}\ln\left(T-\sum_{i=1}^{d} t_i\right)\right]}{N^2\left[\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln t_i + \left(T-\sum_{i=1}^{d} t_i\right)\hat{b}\ln\left(T-\sum_{i=1}^{d} t_i\right)\right]^2 - \frac{d^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2} - \frac{dN}{\hat{\lambda}}\left[\sum_{i=1}^{d} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i + \left(T-\sum_{i=1}^{d} t_i\right)\hat{b}\ln^2\left(T-\sum_{i=1}^{d} t_i\right)\right]}$$ |
| $[N,R,r]$ | $$\frac{N\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln t_i}{N^2\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i\right)^2 - \frac{r^2}{\hat{\lambda}^2\hat{b}^2} - \frac{rN}{\hat{\lambda}}\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln^2 t_i}$$ |

Таблица 5

## Нормальный закон распределения

| Дисперсии точечных оценок показателей надежности | Формулы для определения дисперсий точечных оценок показателей надежности |
|---|---|
| $D(\hat{t}_\gamma)$ | $\frac{\hat{\sigma}^2}{N}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{t}_\gamma-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)^2\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{2N}}\right]$ |
| $D(\hat{P}_0(t))$ | $\frac{f_0^2\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)}{N}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)^2\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{2N}}\right]$ |
| $D(\hat{\lambda}_0(t))$ | $\frac{f_0^2\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\left[\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\hat{P}_0(t)-f_0\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\right]^2}{N\hat{\sigma}^2[\hat{P}_0(t)]^4}+$ $+\frac{\left\{\hat{P}_0(t)f_0\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\left[\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)^2-1\right]-f_0^2\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\left(\frac{t-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)\right\}^2}{(2N-3)\hat{\sigma}^2[P_0(t)]^4}$ |

Таблица 6

## Логарифмически-нормальный закон распределения

| Дисперсии точечных оценок показателей надежности | Формулы для определения дисперсий точечных оценок показателей надежности |
|---|---|
| $D(\hat{t}_{ср})$ | $e^{2\hat{a}_{\ln t}+\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\left[ D(\hat{a}_{\ln t})+\hat{\sigma}^2_{\ln t}D(\hat{\sigma}_{\ln t})+2\hat{\sigma}_{\ln t}\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t},\hat{\sigma}_{\ln t}) \right]$ |
| $D(\hat{t}_\gamma)$ | $\hat{t}^2_\gamma\left[ D(\hat{a}_{\ln t})+\left(\frac{\ln\hat{t}_\gamma-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)^2 D(\hat{\sigma}_{\ln t})+2\frac{\ln\hat{t}_\gamma-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t},\hat{\sigma}_{\ln t}) \right]$ |
| $D(\hat{P}_0(t))$ | $f_0^2\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}_{\ln t}}\right)\left[\frac{1}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}D(\hat{a}_{\ln t})+\left(\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}\right)^2 D(\hat{\sigma}_{\ln t})+2\frac{\ln t-\hat{a}_{\ln t}}{\hat{\sigma}^3_{\ln t}}\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t},\hat{\sigma}_{\ln t}) \right]$ |
| $D(\hat{\lambda}_0(t))$ | $\frac{f_1^2(k)}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}t^2}\left\{ f_1^2(k)\left(\frac{k}{f_1(k)}+1\right)^2 D(\hat{a}_{\ln t})+\left[1-kf_1(k)\left(\frac{k}{f_1(k)}+1\right)\right]^2 D(\hat{\sigma}_{\ln t})+2f_1(k)\left(\frac{k}{f_1(k)}+1\right)\left(1-kf_1(k)-k^2\right)\operatorname{cov}(\hat{a}_{\ln t},\hat{\sigma}_{\ln t}) \right\}$ |

Таблица 7

| Планы наблюдений | Формулы для определения дисперсий точечных оценок $\hat{a}_{\ln t}, \hat{\sigma}_{\ln t}$ и их ковариации cov $(\hat{a}_{\ln t}, \hat{\sigma}_{\ln t})$ | | |
|---|---|---|---|
| | $D(\hat{a}_{\ln t})$ | $D(\hat{\sigma}_{\ln t})$ | cov $(\hat{a}_{\ln t}, \hat{\sigma}_{\ln t})$ |
| $[N, U, N]$ | $\dfrac{\dfrac{2N}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}}{\det A}$ | $\dfrac{\dfrac{N}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}}}{\det A}$ | 0 |
| $[N, U, T]$ | $\dfrac{\dfrac{3}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}} S_2 - \dfrac{d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} - \dfrac{N-d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} \zeta(k)}{\det B}$ | $\dfrac{\dfrac{d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} + \dfrac{N-d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} \xi(k)}{\det B}$ | $\dfrac{\dfrac{N-d}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} \eta(k) - \dfrac{2}{\hat{\sigma}^3_{\ln t}} S_1}{\det B}$ |
| $[N, U, r]$ | $\dfrac{\dfrac{3}{\hat{\sigma}^4_{\ln t}} S_2 - \dfrac{r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} - \dfrac{N-r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} \zeta(k)}{\det C}$ | $\dfrac{\dfrac{r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} + \dfrac{N-r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} \xi(k)}{\det C}$ | $\dfrac{\dfrac{N-r}{\hat{\sigma}^2_{\ln t}} \eta(k) - \dfrac{2}{\hat{\sigma}^3_{\ln t}} S_1}{\det C}$ |

Таблица 8

| Планы наблюдений | Формулы для определения | |
|---|---|---|
| | $S_1$ | $S_2$ |
| $[N,U,N]$ | 0 | $N\hat{\sigma}^2_{\ln t}$ |
| $[N,U,T]$ | $\sum_{i=1}^{d} (\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})$ | $\sum_{i=1}^{d} (\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})^2$ |
| $[N,U,r]$ | $\sum_{i=1}^{r} (\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})$ | $\sum_{i=1}^{r} (\ln t_i - \hat{a}_{\ln t})^2$ |

## ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Значения $\chi^2_{P,n}$ удовлетворяющие условию $P(\chi^2 \leq \chi^2_{P,n} = \int_0^{\chi^2_{P,n}} f(\chi^2) d\chi^2 = P$

Таблица 1

| Число степеней свободы $n$ | $P$ | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,200 | 0,800 | 0,900 | 0,950 | 0,975 | 0,990 | 0,995 |
| 1 | $0,39 \cdot 10^{-4}$ | $0,16 \cdot 10^{-3}$ | $0,98 \cdot 10^{-3}$ | $0,39 \cdot 10^{-2}$ | 0,016 | 0,064 | 1,64 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 7,88 |
| 2 | 0,010 | 0,020 | 0,051 | 0,103 | 0,211 | 0,446 | 3,22 | 4,61 | 5,98 | 7,38 | 9,21 | 10,60 |
| 3 | 0,072 | 0,115 | 0,216 | 0,352 | 0,584 | 1,000 | 4,64 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,30 | 12,80 |
| 4 | 0,207 | 0,297 | 0,484 | 0,711 | 1,060 | 1,650 | 5,99 | 7,78 | 9,49 | 11,10 | 13,30 | 14,90 |
| 5 | 0,412 | 0,554 | 0,831 | 1,150 | 1,610 | 2,340 | 7,29 | 9,24 | 11,10 | 12,80 | 15,10 | 16,70 |
| 6 | 0,676 | 0,872 | 1,240 | 1,640 | 2,200 | 3,070 | 8,56 | 10,60 | 12,60 | 14,40 | 16,80 | 18,50 |
| 7 | 0,989 | 1,240 | 1,690 | 2,170 | 2,830 | 3,820 | 9,80 | 12,00 | 14,10 | 16,00 | 18,50 | 20,30 |
| 8 | 1,340 | 1,650 | 2,180 | 2,730 | 3,490 | 4,590 | 11,00 | 13,40 | 15,50 | 17,50 | 20,10 | 22,00 |
| 9 | 1,730 | 2,090 | 2,700 | 3,330 | 4,170 | 5,380 | 12,20 | 14,70 | 16,90 | 19,00 | 21,70 | 23,60 |
| 10 | 2,160 | 2,560 | 3,250 | 3,940 | 4,870 | 6,180 | 13,40 | 16,00 | 18,30 | 20,50 | 23,20 | 25,20 |
| 11 | 2,600 | 3,050 | 3,820 | 4,570 | 5,580 | 6,990 | 14,60 | 17,30 | 19,70 | 21,90 | 24,70 | 26,80 |
| 12 | 3,070 | 3,570 | 4,400 | 5,230 | 6,300 | 7,810 | 15,80 | 18,50 | 21,00 | 23,30 | 26,20 | 28,30 |
| 13 | 3,570 | 4,110 | 5,010 | 5,890 | 7,040 | 8,630 | 17,00 | 19,80 | 22,40 | 24,70 | 27,70 | 29,80 |
| 14 | 4,070 | 4,660 | 5,630 | 6,570 | 7,790 | 9,470 | 18,20 | 21,10 | 23,70 | 26,10 | 29,10 | 31,30 |
| 15 | 4,600 | 5,230 | 6,260 | 7,260 | 8,560 | 10,300 | 19,30 | 22,30 | 25,00 | 27,50 | 30,60 | 32,80 |
| 16 | 5,140 | 5,810 | 6,910 | 7,960 | 9,310 | 11,200 | 20,50 | 23,50 | 26,30 | 28,80 | 32,00 | 34,30 |
| 18 | 6,260 | 7,010 | 8,230 | 9,390 | 10,900 | 12,900 | 22,80 | 26,00 | 28,90 | 31,50 | 34,80 | 37,20 |

*Продолжение*

| Число степеней свободы $n$ | $P$ | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,200 | 0,800 | 0,900 | 0,950 | 0,975 | 0,990 | 0,995 |
| 20 | 7,43 | 8,26 | 9,59 | 10,9 | 12,4 | 14,6 | 25,0 | 28,4 | 31,4 | 34,2 | 37,6 | 40,0 |
| 22 | 8,64 | 9,54 | 11,00 | 12,3 | 14,0 | 16,3 | 27,3 | 30,8 | 33,9 | 36,8 | 40,3 | 42,8 |
| 24 | 9,89 | 10,90 | 12,40 | 13,8 | 15,7 | 18,1 | 29,6 | 33,2 | 36,4 | 39,4 | 43,0 | 45,6 |
| 26 | 11,20 | 12,20 | 13,80 | 15,4 | 17,3 | 19,8 | 31,8 | 35,6 | 38,9 | 41,9 | 45,6 | 48,3 |
| 28 | 12,50 | 13,60 | 15,30 | 16,9 | 18,9 | 21,6 | 34,0 | 37,9 | 41,3 | 44,5 | 48,3 | 51,0 |
| 30 | 13,80 | 15,00 | 16,80 | 18,5 | 20,6 | 23,4 | 36,3 | 40,3 | 43,8 | 47,0 | 50,9 | 53,7 |
| 35 | 17,20 | 17,50 | 20,60 | 22,5 | 24,8 | 27,8 | 41,8 | 46,1 | 49,9 | 53,2 | 57,3 | 60,3 |
| 40 | 20,70 | 22,20 | 24,40 | 26,5 | 29,1 | 32,3 | 47,3 | 51,8 | 55,8 | 59,3 | 63,7 | 66,8 |
| 45 | 24,30 | 25,90 | 28,40 | 30,6 | 33,4 | 36,9 | 52,7 | 57,5 | 61,7 | 65,4 | 70,0 | 73,2 |
| 50 | 28,00 | 29,70 | 32,40 | 34,8 | 37,7 | 41,8 | 58,2 | 63,2 | 67,5 | 71,4 | 76,2 | 79,5 |
| 55 | 31,70 | 33,60 | 36,40 | 39,0 | 42,1 | 46,0 | 63,6 | 68,8 | 73,3 | 77,4 | 82,3 | 85,7 |
| 60 | 35,50 | 37,50 | 40,50 | 43,2 | 46,5 | 50,6 | 69,0 | 74,4 | 79,1 | 83,3 | 88,4 | 92,0 |
| 65 | 39,40 | 41,40 | 44,60 | 47,4 | 50,9 | 55,3 | 74,4 | 80,0 | 84,8 | 89,2 | 94,4 | 98,1 |
| 70 | 43,30 | 45,40 | 48,80 | 51,7 | 55,3 | 59,9 | 79,7 | 85,5 | 90,5 | 95,0 | 100,4 | 104,2 |
| 75 | 47,20 | 49,50 | 52,90 | 56,1 | 59,8 | 64,5 | 85,1 | 91,1 | 96,2 | 100,8 | 106,4 | 110,3 |
| 80 | 51,20 | 53,50 | 57,20 | 60,4 | 64,3 | 69,2 | 90,4 | 96,6 | 101,9 | 106,6 | 112,3 | 116,3 |
| 85 | 55,20 | 57,60 | 61,40 | 64,7 | 68,8 | 73,9 | 95,7 | 102,1 | 107,5 | 112,4 | 118,2 | 122,3 |
| 90 | 59,90 | 61,80 | 65,60 | 69,1 | 73,3 | 78,6 | 101,1 | 107,6 | 112,1 | 118,1 | 124,1 | 128,3 |
| 95 | 63,20 | 65,90 | 69,90 | 73,5 | 77,8 | 83,2 | 106,4 | 113,0 | 118,8 | 123,9 | 130,0 | 134,2 |
| 100 | 67,30 | 70,10 | 74,20 | 77,9 | 82,4 | 87,9 | 111,7 | 118,5 | 124,3 | 129,6 | 135,8 | 140,2 |

Таблица 2

**Квантили нормального распределения**

| $\beta$ | $u_\beta$ | $z_\beta$ | $\beta$ | $u_\beta$ | $z_\beta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,50 | 0 | 0,674 | 0,82 | 0,915 | 1,341 |
| 0,51 | 0,025 | 0,690 | 0,83 | 0,954 | 1,372 |
| 0,52 | 0,050 | 0,706 | 0,84 | 0,994 | 1,405 |
| 0,53 | 0,075 | 0,722 | 0,85 | 1,036 | 1,440 |
| 0,54 | 0,100 | 0,739 | 0,86 | 1,080 | 1,476 |
| 0,55 | 0,126 | 0,755 | 0,87 | 1,126 | 1,514 |
| 0,56 | 0,151 | 0,772 | 0,88 | 1,175 | 1,555 |
| 0,57 | 0,176 | 0,789 | 0,89 | 1,227 | 1,598 |
| 0,58 | 0,202 | 0,806 | 0,90 | 1,282 | 1,645 |
| 0,59 | 0,228 | 0,824 | 0,91 | 1,341 | 1,695 |
| 0,60 | 0,253 | 0,842 | 0,92 | 1,405 | 1,751 |
| 0,61 | 0,279 | 0,860 | 0,925 | 1,440 | 1,780 |
| 0,62 | 0,305 | 0,878 | 0,93 | 1,476 | 1,812 |
| 0,63 | 0,332 | 0,896 | 0,94 | 1,555 | 1,881 |
| 0,64 | 0,358 | 0,915 | 0,95 | 1,645 | 1,960 |
| 0,65 | 0,385 | 0,935 | 0,96 | 1,751 | 2,054 |
| 0,66 | 0,412 | 0,954 | 0,97 | 1,881 | 2,170 |
| 0,67 | 0,440 | 0,974 | 0,975 | 1,960 | 2,241 |
| 0,68 | 0,468 | 0,994 | 0,980 | 2,054 | 2,326 |
| 0,69 | 0,496 | 1,015 | 0,990 | 2,326 | 2,576 |
| 0,70 | 0,524 | 1,036 | 0,991 | 2,366 | 2,612 |
| 0,72 | 0,563 | 1,080 | 0,993 | 2,457 | 2,697 |
| 0,73 | 0,613 | 1,103 | 0,994 | 2,512 | 2,748 |
| 0,74 | 0,643 | 1,126 | 0,995 | 2,576 | 2,807 |
| 0,75 | 0,674 | 1,150 | 0,996 | 2,652 | 2,878 |
| 0,76 | 0,706 | 1,175 | 0,997 | 2,748 | 2,968 |
| 0,77 | 0,738 | 1,200 | 0,9975 | 2,807 | 3,024 |
| 0,78 | 0,772 | 1,227 | 0,9980 | 2,878 | 3,090 |
| 0,79 | 0,806 | 1,254 | 0,9990 | 3,090 | 3,290 |
| 0,80 | 0,842 | 1,282 | 0,9995 | 3,291 | 3,480 |
| 0,81 | 0,878 | 1,311 | 0,9999 | 3,719 | 3,885 |

Таблица 3

| $k$ | $f_1(k)$ | $f_2(k)$ | $f_3(k)$ |
|---|---|---|---|
| —2,0 | 2,373 | 1,003 | 0,519 |
| —1,9 | 2,285 | 1,004 | 0,524 |
| —1,8 | 2,197 | 1,005 | 0,530 |
| —1,7 | 2,110 | 1,006 | 0,537 |
| —1,6 | 2,024 | 1,009 | 0,546 |
| —1,5 | 1,939 | 1,011 | 0,556 |
| —1,4 | 1,854 | 1,015 | 0,568 |
| —1,3 | 1,770 | 1,019 | 0,583 |
| —1,2 | 1,688 | 1,025 | 0,600 |
| —1,1 | 1,606 | 1,032 | 0,620 |
| —1,0 | 1,525 | 1,042 | 0,643 |
| —0,9 | 1,446 | 1,054 | 0,671 |
| —0,8 | 1,376 | 1,069 | 0,702 |
| —0,7 | 1,290 | 1,089 | 0,740 |
| —0,6 | 1,215 | 1,114 | 0,783 |
| —0,5 | 1,141 | 1,147 | 0,833 |
| —0,4 | 1,069 | 1,189 | 0,891 |
| —0,3 | 0,998 | 1,243 | 0,959 |
| —0,2 | 0,929 | 1,312 | 1,039 |
| —0,1 | 0,868 | 1,401 | 1,132 |
| 0 | 0,790 | 1,517 | 1,241 |
| 0,1 | 0,735 | 1,667 | 1,370 |
| 0,2 | 0,675 | 1,863 | 1,523 |
| 0,3 | 0,617 | 2,119 | 1,704 |
| 0,4 | 0,562 | 2,458 | 1,919 |
| 0,5 | 0,509 | 2,898 | 2,178 |
| 0,6 | 0,459 | 3,473 | 2,488 |
| 0,7 | 0,412 | 4,241 | 2,863 |
| 0,8 | 0,368 | 5,261 | 3,319 |
| 0,9 | 0,326 | 6,623 | 3,876 |
| 1,0 | 0,288 | 8,448 | 4,561 |
| 1,1 | 0,252 | 10,900 | 5,408 |
| 1,2 | 0,219 | 14,220 | 6,462 |
| 1,3 | 0,190 | 18,730 | 7,780 |
| 1,4 | 0,163 | 24,890 | 9,442 |
| 1,5 | 0,139 | 33,340 | 11,550 |
| 1,6 | 0,117 | 44,990 | 14,240 |
| 1,7 | 0,098 | 61,130 | 17,240 |
| 1,8 | 0,082 | 83,640 | 22,190 |
| 1,9 | 0,068 | 115,200 | 28,050 |
| 2,0 | 0,055 | 159,700 | 35,740 |

Таблица 4

**Значения $t$, удовлетворяющие условию $P(t \leqslant t_{P,n}) = \int_{-\infty}^{t_{P,n}} S(t)dt = P$**

| Число степеней свободы $n$ | $P$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,990 | 0,995 |
| 1 | 0,325 | 0,727 | 1,375 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 |
| 2 | 0,289 | 0,617 | 1,061 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 |
| 3 | 0,277 | 0,584 | 0,978 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 |
| 4 | 0,271 | 0,569 | 0,941 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 |
| 5 | 0,267 | 0,559 | 0,920 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 |
| 6 | 0,265 | 0,553 | 0,906 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 |
| 7 | 0,263 | 0,549 | 0,896 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 |
| 8 | 0,262 | 0,546 | 0,889 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 |
| 9 | 0,261 | 0,543 | 0,883 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 |
| 10 | 0,260 | 0,542 | 0,879 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 |
| 11 | 0,260 | 0,540 | 0,876 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 |
| 12 | 0,259 | 0,539 | 0,873 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 |
| 13 | 0,259 | 0,538 | 0,870 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 |
| 14 | 0,258 | 0,537 | 0,868 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 |
| 15 | 0,258 | 0,536 | 0,866 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 |
| 16 | 0,258 | 0,535 | 0,865 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 |
| 17 | 0,257 | 0,534 | 0,863 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 |
| 18 | 0,257 | 0,534 | 0,862 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 |
| 19 | 0,257 | 0,533 | 0,861 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 |
| 20 | 0,257 | 0,533 | 0,860 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 |
| 21 | 0,257 | 0,532 | 0,859 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 |
| 22 | 0,256 | 0,532 | 0,858 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 |
| 23 | 0,256 | 0,532 | 0,858 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 |
| 24 | 0,256 | 0,531 | 0,857 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 |
| 25 | 0,256 | 0,531 | 0,856 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 |
| 26 | 0,256 | 0,531 | 0,856 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 |
| 27 | 0,256 | 0,531 | 0,855 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 |
| 28 | 0,256 | 0,530 | 0,855 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 |
| 29 | 0,256 | 0,530 | 0,854 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 |
| 30 | 0,256 | 0,530 | 0,854 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 |
| 40 | 0,255 | 0,529 | 0,851 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 |
| 60 | 0,254 | 0,527 | 0,848 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 |
| 120 | 0,254 | 0,526 | 0,845 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 |
| $\infty$ | 0,253 | 0,524 | 0,842 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 |

Таблица 5

| $x$ | $e^x$ | $e^{-x}$ | $x$ | $e^x$ | $e^{-x}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,0000 | 1,0000 | 0,51 | 1,6653 | 0,6005 |
| 0,01 | 1,0050 | 0,9900 | 0,52 | 1,6820 | 0,5945 |
| 0,02 | 1,0202 | 0,9802 | 0,53 | 1,6989 | 0,5836 |
| 0,03 | 1,0305 | 0,9704 | 0,54 | 1,7160 | 0,5827 |
| 0,04 | 1,0408 | 0,9608 | 0,55 | 1,7333 | 0,5769 |
| 0,05 | 1,0513 | 0,9512 | 0,56 | 1,7507 | 0,5712 |
| 0,06 | 1,0618 | 0,9418 | 0,57 | 1,7683 | 0,5655 |
| 0,07 | 1,0725 | 0,9324 | 0,58 | 1,7860 | 0,5599 |
| 0,08 | 1,0833 | 0,9231 | 0,59 | 1,8040 | 0,5543 |
| 0,09 | 1,0942 | 0,9139 | 0,60 | 1,8221 | 0,5488 |
| 0,10 | 1,1052 | 0,9048 | 0,61 | 1,8404 | 0,5434 |
| 0,11 | 1,1163 | 0,8958 | 0,62 | 1,8589 | 0,5379 |
| 0,12 | 1,1275 | 0,8869 | 0,63 | 1,8776 | 0,5326 |
| 0,13 | 1,1388 | 0,8781 | 0,64 | 1,8965 | 0,5273 |
| 0,14 | 1,1503 | 0,8694 | 0,65 | 1,9155 | 0,5220 |
| 0,15 | 1,1618 | 0,8601 | 0,66 | 1,9348 | 0,5169 |
| 0,16 | 1,1735 | 0,8521 | 0,67 | 1,9542 | 0,5117 |
| 0,17 | 1,1853 | 0,8437 | 0,68 | 1,9739 | 0,5066 |
| 0,18 | 1,1972 | 0,8353 | 0,69 | 1,9937 | 0,5016 |
| 0,19 | 1,2092 | 0,8270 | 0,70 | 2,0138 | 0,4966 |
| 0,20 | 1,2214 | 0,8167 | 0 71 | 2,0340 | 0,4916 |
| 0,21 | 1,2337 | 0,8106 | 0,72 | 2,0544 | 0,4868 |
| 0,22 | 1,2461 | 0,8025 | 0,73 | 2,0751 | 0,4819 |
| 0,23 | 1,2586 | 0,7943 | 0,74 | 2,0959 | 0,4771 |
| 0,24 | 1,2712 | 0,7866 | 0,75 | 2,1170 | 0,4724 |
| 0,25 | 1,2840 | 0,7788 | 0,76 | 2,1383 | 0,4677 |
| 0,26 | 1,2969 | 0,7711 | 0,77 | 2,1598 | 0,4630 |
| 0,27 | 1,3100 | 0,7634 | 0,78 | 2,1815 | 0,4584 |
| 0,28 | 1,3231 | 0,7558 | 0,79 | 2,2034 | 0,4538 |
| 0,29 | 1,3364 | 0,7483 | 0,80 | 2,2255 | 0,4493 |
| 0,30 | 1,3499 | 0,7408 | 0,81 | 2,2479 | 0,4449 |
| 0,31 | 1,3634 | 0,7334 | 0,82 | 2,2705 | 0,4404 |
| 0,32 | 1,3771 | 0,7261 | 0,83 | 2,2933 | 0,4360 |
| 0,33 | 1,3910 | 0,7189 | 0,84 | 2,3164 | 0,4317 |
| 0,34 | 1,4049 | 0,7118 | 0,85 | 2,3396 | 0,4274 |
| 0,35 | 1,4191 | 0,7047 | 0,86 | 2,3632 | 0,4232 |
| 0,36 | 1,4333 | 0,6977 | 0,87 | 2,3869 | 0,4190 |
| 0,37 | 1,4477 | 0,6907 | 0,88 | 2,4109 | 0,4148 |
| 0,38 | 1,4623 | 0,6839 | 0,89 | 2,4351 | 0,4107 |
| 0,39 | 1,4770 | 0,6771 | 0,90 | 2,4596 | 0,4066 |
| 0,40 | 1,4918 | 0,6703 | 0,91 | 2,4843 | 0.4025 |
| 0,41 | 1,5068 | 0,6637 | 0,92 | 2,5093 | 0,3985 |
| 0,42 | 1,5220 | 0,6570 | 0,93 | 2,5345 | 0,3946 |
| 0,43 | 1,5379 | 0,6505 | 0,94 | 2,5600 | 0,3906 |
| 0,44 | 1,5527 | 0,6440 | 0,95 | 2,5857 | 0,3867 |
| 0,45 | 1,5683 | 0,6376 | 0,96 | 2,6117 | 0,3829 |
| 0,46 | 1,5841 | 0,6313 | 0,97 | 2,6379 | 0,3791 |
| 0,47 | 1,6000 | 0,6250 | 0,98 | 2,6645 | 0,3753 |
| 0,48 | 1,1661 | 0,6188 | 0,99 | 2,6912 | 0,3716 |
| 0,49 | 1,6323 | 0,6126 | 1,00 | 2,7183 | 0,3679 |
| 0,50 | 1,6487 | 0,6065 | 1,01 | 2,7456 | 0,3642 |

*Продолжение*

| $x$ | $e^x$ | $e^{-x}$ | $x$ | $e^x$ | $e^{-x}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1,02 | 2,7732 | 0,3606 | 1,54 | 4,6646 | 0,2144 |
| 1,03 | 2,8011 | 0,3570 | 1,55 | 4,7115 | 0,2122 |
| 1,04 | 2,8292 | 0,3535 | 1,56 | 4,7588 | 0,2101 |
| 1,05 | 2,8577 | 0,3499 | 1,57 | 4,8066 | 0,2080 |
| 1,06 | 2,8864 | 0,3465 | 1,58 | 4,8550 | 0,2060 |
| 1,07 | 2,9154 | 0,3430 | 1,59 | 4,9037 | 0,2039 |
| 1,08 | 2,9447 | 0,3396 | 1,60 | 4,9530 | 0,2019 |
| 1,09 | 2,9743 | 0,3362 | 1,65 | 5,2070 | 0,1920 |
| 1,10 | 3,0042 | 0,3329 | 1,70 | 5,4739 | 0,1827 |
| 1,11 | 3,0344 | 0,3296 | 1,75 | 5,7546 | 0,1738 |
| 1,12 | 3,0649 | 0,3263 | 1,80 | 6,0496 | 0,1653 |
| 1,13 | 3,0957 | 0,3230 | 1,85 | 6,3598 | 0,1572 |
| 1,14 | 3,1268 | 0,3198 | 1,90 | 6,6859 | 0,1496 |
| 1,15 | 3,1582 | 0,3166 | 1,95 | 7,0287 | 0,1423 |
| 1,16 | 3,1899 | 0,3185 | 2,00 | 7,3891 | 0,1353 |
| 1,17 | 3,2220 | 0,3140 | 2,05 | 7,7679 | 0,1287 |
| 1,18 | 3,2544 | 0,3073 | 2,10 | 8,1662 | 0,1226 |
| 1,19 | 3,2871 | 0,3042 | 2,15 | 8,5849 | 0,1165 |
| 1,20 | 3,3201 | 0,3012 | 2,20 | 9,0250 | 0,1108 |
| 1,21 | 3,3535 | 0,2982 | 2,25 | 9,4877 | 0,1054 |
| 1,22 | 3,3872 | 0,2952 | 2,30 | 9,9742 | 0,10026 |
| 1,23 | 3,4212 | 0,2923 | 2,35 | 10,4860 | 0,09537 |
| 1,24 | 3,4556 | 0,2894 | 2,40 | 11,0230 | 0,09072 |
| 1,25 | 3,4903 | 0,2865 | 2,45 | 11,588 | 0,08629 |
| 1,26 | 3,5254 | 0,2837 | 2,50 | 12,182 | 0,08208 |
| 1,27 | 3,5609 | 0,2808 | 2 55 | 12,807 | 0,07808 |
| 1,28 | 3,5966 | 0,2780 | 2,60 | 13,464 | 0,07427 |
| 1,29 | 3,6328 | 0,2753 | 2,65 | 14,154 | 0,07065 |
| 1,30 | 3,6693 | 0,2725 | 2,70 | 14,880 | 0,06721 |
| 1,31 | 3,7062 | 0,2698 | 2,75 | 15,643 | 0,06393 |
| 1,32 | 3,7434 | 0,2671 | 2,80 | 16,445 | 0,06081 |
| 1,33 | 3,7810 | 0,2645 | 2,85 | 17,288 | 0,05784 |
| 1,35 | 3,8574 | 0,2592 | 2,90 | 18,174 | 0,05502 |
| 1,36 | 3,8962 | 0,2567 | 2,95 | 19,106 | 0,05234 |
| 1,37 | 3,9354 | 0,2541 | 3,00 | 20,086 | 0,04979 |
| 1,38 | 3,9749 | 0,2516 | 3,05 | 21,115 | 0,04736 |
| 1,39 | 4,0149 | 0,2490 | 3,10 | 22,198 | 0,04505 |
| 1,40 | 4,0552 | 0,2466 | 3,15 | 23,336 | 0,04285 |
| 1,41 | 4,0960 | 0,2441 | 3,20 | 24,533 | 0,04076 |
| 1,42 | 4,1371 | 0,2417 | 3,25 | 25,790 | 0,03877 |
| 1,43 | 4,1787 | 0,2393 | 3,30 | 27,113 | 0,03688 |
| 1,44 | 4,2207 | 0,2369 | 3,35 | 28,503 | 0,03508 |
| 1,45 | 4,2631 | 0,2346 | 3,40 | 29,964 | 0,03337 |
| 1,46 | 4,3060 | 0,2322 | 3,45 | 31,500 | 0,03175 |
| 1,47 | 4,3492 | 0,2299 | 3,50 | 33,115 | 0,03020 |
| 1,48 | 4,3929 | 0,2276 | 3,55 | 34,813 | 0,02872 |
| 1,49 | 4,4371 | 0,2254 | 3,60 | 36,598 | 0,02732 |
| 1,50 | 4,4817 | 0,2231 | 3,65 | 38,475 | 0,02599 |
| 1,51 | 4,5267 | 0,2209 | 3,70 | 40,447 | 0,02472 |
| 1,52 | 4,5722 | 0,2187 | 3,75 | 42,521 | 0,02352 |
| 1,53 | 4,6182 | 0,2165 | 3,80 | 44,701 | 0,02237 |

*Продолжение*

| $x$ | $e^x$ | $e^{-x}$ | $x$ | $e^x$ | $e^{-x}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 3,85 | 46,993 | 0,00128 | 6,50 | 665,140 | 0,001503 |
| 3,90 | 49,402 | 0,02024 | 7,00 | 1096,600 | 0,000912 |
| 3,95 | 51,935 | 0,01925 | 7,50 | 1808,000 | 0,000558 |
| 4,00 | 54,598 | 0,01832 | 8,00 | 2981,000 | 0,000335 |
| 4,50 | 90,017 | 0,01111 | 8,50 | 4914,800 | 0,000203 |
| 5,00 | 148,410 | 0,00674 | 9,00 | 8103,100 | 0,000123 |
| 5,50 | 244,690 | 0,00409 | 9,50 | 13360,000 | 0,000075 |
| 6,00 | 403,430 | 0,002479 | 10,00 | 22026,000 | 0,000045 |

## Значения гамма-функции

Таблица 6

| $x$ | $\Gamma(x)$ | $x$ | $\Gamma(x)$ | $x$ | $\Gamma(x)$ | $x$ | $\Gamma(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,00 | 1,0000 | 1,28 | 0,9007 | 1,56 | 0,8896 | 1,84 | 0,9426 |
| 1,01 | 0,9943 | 1,29 | 0,8990 | 1,57 | 0,8905 | 1,85 | 0,9456 |
| 1,02 | 0,9888 | 1,30 | 0,8975 | 1,58 | 0,8914 | 1,86 | 0,9487 |
| 1,03 | 0,9835 | 1,31 | 0,8960 | 1,59 | 0,8924 | 1,87 | 0,9518 |
| 1,04 | 0,9784 | 1,32 | 0,8946 | 1,60 | 0,8935 | 1,88 | 0,9551 |
| 1,05 | 0,9735 | 1,33 | 0,8934 | 1,61 | 0,8947 | 1,89 | 0,9584 |
| 1,06 | 0,9687 | 1,34 | 0,8922 | 1,62 | 0,8959 | 1,90 | 0,9618 |
| 1,07 | 0,9642 | 1,35 | 0,8912 | 1,63 | 0,8972 | 1,91 | 0,9652 |
| 1,08 | 0,9597 | 1,36 | 0,8902 | 1,64 | 0,8986 | 1,92 | 0,9688 |
| 1,09 | 0,9555 | 1,37 | 0,8893 | 1,65 | 0,9001 | 1,93 | 0,9724 |
| 1,10 | 0,9514 | 1,38 | 0,8885 | 1,66 | 0,9017 | 1,94 | 0,9761 |
| 1,11 | 0,9474 | 1,39 | 0,8879 | 1,67 | 0,9033 | 1,95 | 0,9799 |
| 1,12 | 0,9436 | 1,40 | 0,8873 | 1,68 | 0,9050 | 1,96 | 0,9837 |
| 1,13 | 0,9399 | 1,41 | 0,8868 | 1,69 | 0,9068 | 1,97 | 0,9877 |
| 1,14 | 0,9364 | 1,42 | 0,8864 | 1,70 | 0,9086 | 1,98 | 0,9917 |
| 1,15 | 0,9330 | 1,43 | 0,8860 | 1,71 | 0,9106 | 1,99 | 0,9958 |
| 1,16 | 0,9298 | 1,44 | 0,8858 | 1,72 | 0,9126 | 2,0 | 1,0000 |
| 1,17 | 0,9267 | 1,45 | 0,8857 | 1,73 | 0,9147 | 2,5 | 1,3294 |
| 1,18 | 0,9237 | 1,46 | 0,8856 | 1,74 | 0,9168 | 3,0 | 2,0000 |
| 1,19 | 0,9209 | 1,47 | 0,8856 | 1,75 | 0,9191 | 3,5 | 3,3233 |
| 1,20 | 0,9182 | 1,48 | 0,8857 | 1,76 | 0,9214 | 4,0 | 6,0000 |
| 1,21 | 0,9156 | 1,49 | 0,8859 | 1,77 | 0,9238 | 4,5 | 11,632 |
| 1,22 | 0,9131 | 1,50 | 0,8862 | 1,78 | 0,9262 | 5,0 | 24,000 |
| 1,23 | 0,9108 | 1,51 | 0,8866 | 1,79 | 0,9288 | 5,5 | 52,342 |
| 1,24 | 0,9085 | 1,52 | 0,8870 | 1,80 | 0,9314 | 6,0 | 120,000 |
| 1,25 | 0,9064 | 1,53 | 0,8876 | 1,81 | 0,9341 | 6,6 | 287,88 |
| 1,26 | 0,9044 | 1,54 | 0,9882 | 1,82 | 0,9368 | 7,0 | 270,00 |
| 1,27 | 0,9025 | 1,55 | 0,8889 | 1,83 | 0,9397 | 7,5 | 1871,20 |
| | | | | | | 8,0 | 5040,00 |

Таблица 7

## Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,0000 | 0,0080 | 0,0159 | 0,0239 | 0,0319 | 0,0399 | 0,0478 | 0,0558 | 0,0638 | 0,0717 |
| 0,1 | 0797 | 0876 | 0955 | 1034 | 1113 | 1192 | 1271 | 1350 | 1428 | 1507 |
| 0,2 | 1585 | 1663 | 1741 | 1819 | 1897 | 1974 | 2051 | 2128 | 2205 | 2282 |
| 0,3 | 2358 | 2434 | 2510 | 2586 | 2661 | 2737 | 2812 | 2886 | 2960 | 3035 |
| 0,4 | 3108 | 3182 | 3255 | 3328 | 3401 | 3473 | 3545 | 3616 | 3688 | 3759 |
| 0,5 | 3829 | 3900 | 3969 | 4039 | 4108 | 4177 | 4245 | 4313 | 4381 | 4448 |
| 0,6 | 4515 | 4581 | 4647 | 4713 | 4778 | 4843 | 4908 | 4971 | 5035 | 5098 |
| 0,7 | 5161 | 5223 | 5385 | 5346 | 5407 | 5468 | 5527 | 5587 | 5646 | 4705 |
| 0,8 | 5763 | 5821 | 5878 | 5935 | 5991 | 6047 | 6102 | 6157 | 6211 | 6265 |
| 0,9 | 6319 | 6372 | 6424 | 6476 | 6528 | 6579 | 6629 | 6680 | 6729 | 6778 |
| 1,0 | 6827 | 6875 | 6923 | 6970 | 7017 | 7063 | 7109 | 7154 | 7199 | 7243 |
| 1,1 | 7287 | 7330 | 7373 | 7415 | 7457 | 7499 | 7539 | 7580 | 7620 | 7660 |
| 1,2 | 7699 | 7737 | 7775 | 7812 | 7850 | 7887 | 7923 | 7959 | 7994 | 8030 |
| 1,3 | 8064 | 8098 | 8132 | 8165 | 8197 | 8230 | 8262 | 8293 | 8324 | 8355 |
| 1,4 | 8385 | 8415 | 8444 | 8473 | 8501 | 8529 | 8557 | 8584 | 8611 | 8638 |
| 1,5 | 8664 | 8689 | 8715 | 8740 | 8764 | 8789 | 8812 | 8836 | 8859 | 8882 |
| 1,6 | 8904 | 8926 | 8948 | 8969 | 8990 | 9011 | 9031 | 9051 | 9070 | 9090 |
| 1,7 | 0,91087 | 0,91273 | 0,91457 | 0,91637 | 0,91714 | 0,91988 | 0,92159 | 0,92327 | 0,92492 | 0,92655 |
| 1,8 | 2814 | 2970 | 3124 | 3275 | 3423 | 3569 | 3711 | 3852 | 3989 | 4124 |
| 1,9 | 4257 | 4387 | 4514 | 4639 | 4762 | 4882 | 5000 | 5116 | 5230 | 5341 |
| 2,0 | 5450 | 5557 | 5662 | 5764 | 5865 | 5964 | 6060 | 6155 | 6247 | 6338 |
| 2,1 | 6427 | 6514 | 6599 | 6683 | 6765 | 6844 | 6923 | 6999 | 7074 | 7148 |
| 2,2 | 7219 | 7289 | 7358 | 7425 | 7491 | 7555 | 7619 | 7679 | 7739 | 7798 |
| 2,3 | 7855 | 7911 | 7966 | 8019 | 8072 | 8123 | 8172 | 8221 | 8269 | 8315 |
| 2,4 | 8360 | 8405 | 8448 | 8490 | 8531 | 8571 | 8611 | 8649 | 8686 | 8723 |

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,5 | 0,98758 | 0,98793 | 0,98826 | 0,98859 | 0,98891 | 0,98923 | 0,98953 | 0,98983 | 0,99012 | 0,99040 |
| 2,6 | 9068 | 9095 | 9121 | 9146 | 9171 | 9195 | 9219 | 9241 | 9263 | 9285 |
| 2,7 | 9307 | 9327 | 9347 | 9367 | 9386 | 9404 | 9422 | 9439 | 9456 | 9473 |
| 2,8 | 9489 | 9505 | 9520 | 9535 | 9549 | 9563 | 9576 | 9590 | 9602 | 9615 |
| 2,9 | 9627 | 9639 | 9650 | 9661 | 9672 | 9682 | 9692 | 9702 | 9712 | 9721 |
| 3,0 | 9730 | 9739 | 9747 | 9755 | 9763 | 9771 | 9779 | 9786 | 9793 | 9800 |
| 3,1 | 9806 | 9813 | 9819 | 9825 | 9831 | 9837 | 9842 | 9848 | 9853 | 9858 |
| 3,2 | 9863 | 9867 | 9872 | 9876 | 9880 | 9885 | 9889 | 9892 | 9896 | 9900 |
| 3,3 | 9903 | 9907 | 9910 | 9912 | 9916 | 9919 | 9922 | 9925 | 9928 | 9930 |
| 3,4 | 9933 | 9935 | 9937 | 9940 | 9942 | 9944 | 9946 | 9948 | 9950 | 9952 |
| 3,5 | 9953 | 9955 | 9957 | 9958 | 9960 | 9961 | 9963 | 9964 | 9966 | 9967 |
| 3,6 | 9968 | 9969 | 9971 | 9972 | 9973 | 9974 | 9975 | 9976 | 9977 | 9978 |
| 3,7 | 9978 | 9979 | 9980 | 9981 | 9982 | 9982 | 9983 | 9984 | 9984 | 9985 |
| 3,8 | 9986 | 9986 | 9987 | 9987 | 9988 | 9988 | 9989 | 9989 | 9990 | 9990 |
| 3,9 | 0,999904 | 0,999908 | 0,999911 | 0,999915 | 0,999919 | 0,999922 | 0,999925 | 0,999928 | 0,999931 | 0,999934 |
| 4,0 | 9937 | 9939 | 9942 | 9944 | 9946 | 9949 | 9951 | 9953 | 9955 | 9957 |
| 4,1 | 9959 | 9960 | 9962 | 9964 | 9965 | 9967 | 9968 | 9969 | 9971 | 9972 |
| 4,2 | 9973 | 9974 | 9976 | 9977 | 9978 | 9979 | 9980 | 9980 | 9981 | 9982 |
| 4,3 | 9983 | 9984 | 9984 | 9985 | 9986 | 9986 | 9987 | 9988 | 9988 | 9989 |

Таблица 8

Плотность вероятности нормального распределения $f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,3989 | 0,3989 | 0,3989 | 0,3988 | 0,3966 | 0,3984 | 0,3982 | 0,3980 | 0,3977 | 0,3973 |
| 0,1 | 3970 | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3945 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2 | 3910 | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3868 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0,3 | 3814 | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4 | 3683 | 3668 | 3653 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5 | 3521 | 3503 | 3485 | 3467 | 3448 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3392 |
| 0,6 | 3332 | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7 | 3123 | 3101 | 3079 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8 | 2897 | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9 | 2661 | 2637 | 2613 | 2589 | 2565 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0 | 2420 | 2396 | 2371 | 2347 | 2323 | 2299 | 2245 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1,1 | 2179 | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2 | 1942 | 1919 | 1895 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1736 |
| 1,3 | 1714 | 1691 | 1669 | 1647 | 1626 | 1604 | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1,4 | 1497 | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1294 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5 | 1295 | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1124 |
| 1,6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1,9 | 0656 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |

*Продолжение*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,0 | 0,0540 | 0,0529 | 0,0519 | 0,0508 | 0,0498 | 0,0488 | 0,0478 | 0,0468 | 0,0459 | 0,0449 |
| 2,1 | 0440 | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2,2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0297 | 0290 |
| 2,3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2,5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6 | 0136 | 0132 | 0125 | 0125 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3,0 | 0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 4 к ГОСТ 17509—72*
*Справочное*

## ПРИМЕРЫ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

**Пример 1.** *Экспоненциальный закон распределения. План [N, U, T]*

Под наблюдение было поставлено 20 изделий. После отказа изделия не заменялись новыми. Наблюдения проводились в течение 2000 ч. За это время отказало 8 изделий, т. е. $N=20$, $T=2000$, $d=8$.

Наработки каждого изделия до отказа следующие:

| $d$ | $t_i$ |
|---|---|
| 1 | 100 |
| 2 | 170 |
| 3 | 250 |
| 4 | 400 |
| 5 | 520 |
| 6 | 680 |
| 7 | 1200 |
| 8 | 1500 |

Известно, что наработки до отказа подчинены экспоненциальному закону распределения. Принимая отказ за предельное состояние, можно вместо наработки до отказа говорить о ресурсе.

Требуется определить оценки показателей надежности изделия: среднего ресурса, вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч, интенсивности отказов, гамма-процентного ресурса при $\gamma=90\%$.

1. По формулам табл. 1 для плана $[N, U, T]$ имеем

$$\hat{\lambda}=\frac{d}{\sum\limits_{i=1}^{d} t_i+(N-d)T}=\frac{8}{4820+(20-8)2000}=0{,}00028.$$

По табл. 1 приложения 2 можно найти доверительные двусторонние границы с доверительной вероятностью $\beta=0{,}90$, используя табл. 1 приложения 3.

$$\lambda_{\text{н}}=\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2d}\right)}=\frac{0{,}00028\cdot 20\cdot 7{,}96}{8\left(2\cdot 20-8+\frac{1}{2}\cdot 7{,}96\right)}=0{,}00015;$$

$$\lambda_{\text{в}}=0{,}00044.$$

Итак $0{,}00015<\lambda<0{,}00044$.

Таким образом интервал (0,00015—0,00044) с вероятностью 0,90 покрывает неизвестный параметр $\lambda$.

2. По формулам табл. 2 приложения 1 для плана $[N, U, T]$, используя табл. 1 приложения 3, находим односторонние доверительные границы с доверительной вероятностью $\beta=0{,}90$.

$$\lambda_{\text{о.н}}=\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{1-\beta,\,2d+2}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\chi^2_{1-\beta,2d+2}\right)}=\frac{0{,}00028\cdot 20\cdot 10{,}9}{8\left(2\cdot 20-8+\frac{1}{2}\cdot 10{,}9\right)}=0{,}00020.$$

Итак $\hat{\lambda}>0{,}00020$, т. е. интервал (0,0002—$\infty$) с вероятностью 0,90 покрывает неизвестный параметр $\lambda$

$$\lambda_{\text{о.в}}=\frac{\hat{\lambda}N\chi^2_{\beta,\,2d+2}}{d\left(2N-d+\frac{1}{2}\,\chi^2_{\beta,2d+2}\right)}=\frac{0{,}00028\cdot 20\cdot 26{,}0}{8\left(2\cdot 20-8+\frac{1}{2}\cdot 26{,}0\right)}=0{,}00040.$$

$\hat{\lambda}<0{,}00040$, т. е. интервал (0—0,00040) с вероятностью 0,90 покрывает неизвестный параметр $\lambda$.

3. По табл. 7 настоящего стандарта находим оценки показателей надежности изделия и их доверительные границы по табл. 1 приложения 2, используя результаты п. 1 настоящего приложения:

$$T_{\text{р.ср}}=\frac{1}{\hat{\lambda}}=\frac{1}{0{,}00028}=3571;$$

$$T_{\text{р.ср.н}}=\frac{1}{\lambda_{\text{в}}}=\frac{1}{0{,}00044}=2272;$$

$$T_{\text{р.ср.в}}=\frac{1}{\lambda_{\text{н}}}=\frac{1}{0{,}00015}=6667.$$

Таким образом интервал (2272—6667) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение среднего ресурса:

$$2272<T_{\text{р. ср}}<6667.$$

Для односторонних границ для $T_{\text{р.ср}}$ имеем

$$T_{\text{р.ср.о.н}}=\frac{1}{\lambda_{\text{о.в}}}=\frac{1}{0{,}00040}=2500.$$

Таким образом $\hat{T}_{\text{р.ср}}>2500$, т. е. интервал (2500—$\infty$) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение среднего ресурса

$$T_{\text{р.ср.о.в}}=\frac{1}{\lambda_{\text{о.н}}}=\frac{1}{0{,}00020}=5000.$$

$\hat{T}_{\text{р.ср}}<5000$, т. е. интервал (0—5000) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение среднего ресурса.

4. Находим оценку вероятности безотказной работы изделия за время $t=500$ ч по табл. 1 приложения 2. Имеем, используя табл. 4 приложения 1:

$$\hat{P}(500)=e^{-0{,}00028\cdot 500}=0{,}87;$$

$$P_{\text{н}}(500)=e^{-0{,}00044\cdot 500}=0{,}80;$$

$$P_{\text{в}}(500)=e^{-0{,}00015\cdot 500}=0{,}92.$$

Следовательно, вероятность безотказной работы изделия приблизительно равна 0,87, а интервал (0,80—0,92) покрывает ее истинное значение с вероятностью 0,90.

Аналогично получаем для односторонних границ

$$P_{\text{о.н}}(500)=e^{-0{,}00040\cdot 500}=0{,}82,$$

т. е. интервал (0,82—1,00) покрывает с вероятностью 0,90 истинное значение вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч:

$$P_{\text{о.в}}(500)=e^{-0{,}00020\cdot 500}=0{,}90,$$

т. е. интервал (0—0,90) покрывает с вероятностью 0,90 истинное значение вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч.

5. Для оценки интенсивности отказов получаем

$$\hat{\lambda}(t) = \hat{\lambda} = 0{,}00028,$$

т. е. для экспоненциального закона распределения интенсивность отказов постоянна и не зависит от времени. Используя данные примера 1, аналогичным образом получаем для $\lambda(t)$ двусторонние и односторонние доверительные границы.

6. Для оценки 90%-ного ресурса находим

$$\hat{T}_{p.\gamma} = \frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00028}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 376.$$

Таким образом можно утверждать, что 90% изделий имеет ресурс более 376 ч.

Для двусторонних и односторонних доверительных границ с вероятностью 0,90 будем иметь:

$$T_{\text{р.}\gamma\text{н}} = \frac{1}{\lambda_{\text{в}}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00044}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 240,$$

$$T_{\text{р.}\gamma\text{в}} = \frac{1}{\lambda_{\text{н}}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00015}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 730.$$

Итак, с вероятностью 0,90 интервал (240—730) покрывает истинное значение 90%-ного ресурса.

$$T_{\text{р.}\gamma\text{о.н}} = \frac{1}{\lambda_{\text{о.в}}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00040}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 263,$$

т. е. с вероятностью 0,9 90% изделий имеют ресурс не менее 263 ч;

$$T_{\text{р.}\gamma_{\text{о.в}}} = \frac{1}{\lambda_{\text{о.н}}}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right) = \frac{1}{0{,}00020}\left(-\ln\frac{90}{100}\right) = 527,$$

т. е. с вероятностью 0,90 90% изделий имеют ресурс не более 527 ч.

**Пример 2.** *Закон распределения Вейбулла.*

*План* [*N, U, N*].

Используем данные примера 1. Известно, что сроки службы изделий подчинены закону распределения Вейбулла и что $N=8$; определить параметры этого закона $\lambda$ и $b$, их доверительные границы при $\beta=0{,}90$, а также оценки показателей надежности изделия: среднего срока службы, вероятности безотказной работы за время $t=200$ ч, интенсивности отказов за то же время и 90%-ного срока службы.

1. По формулам табл. 2 настоящего стандарта для плана [*N, U, N*] находим $\hat{\lambda}$ и $\hat{b}$. Воспользуемся графическим методом (см. чертеж) решения. Перепишем вторую формулу в виде:

$$\frac{N}{\hat{b}} + \sum_{i=1}^{N} \ln t_i = \frac{N\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i}{\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}}} \qquad (1)$$

и обозначим:

$$\frac{N}{\hat{b}} + \sum_{i=1}^{N} \ln t_i = y_1(b); \qquad (2)$$

$$\frac{N\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}} \ln t_i}{\sum_{i=1}^{N} t_i^{\hat{b}}} = y_2(b). \qquad (3)$$

Оценка $\hat{b}$ параметра $b$ находится на пересечении графиков, записанных уравнениями (2) и (3).

Подставляя в формулы (2) и (3) различные значения $\hat{b}$, будем иметь

$$b=0,5;\ y_1(0,5)=\frac{8}{0,5}+48,43=64,43;$$

$$b=1;\ y_1(1)=56,43;\ y_2(1)=52,2;$$

$$b=1,5;\ y_1(1,5)=53,76;\ y_2(1,5)=55;$$

$$b=2;\ y_1(2)=52,43;\ y_2(2)=55,9$$

и т. д.

Графики $y_1(b)$ и $y_2(b)$ пересекаются в точке, абсцисса которой соответствует приблизительно $\hat{b}=1,3$.

По первой формуле из табл. 2 настоящего стандарта для плана $[N, U, N]$ теперь можно определить $\hat{\lambda}$. Оно при $\hat{b}=1,3$ равно 0,00021.

Таким образом имеем

$$\hat{\lambda}=0,00021;$$

$$\hat{b}=1,3.$$

2. Для определения доверительных интервалов для $\lambda$ и $b$ воспользуемся табл. 3, 4, 5 приложения 1.

По табл. 5 для плана $[N, U, N]$ находим

$$D(\hat{\lambda})=\frac{\frac{8}{1,69}+0,00021\cdot 1798937,4248}{\frac{8}{0,00021}\left[\frac{8}{1,69}+0,00021\cdot 1798937,4248\right]-260928,5978^2}=0,00000026;$$

$$D(\hat{b})=\frac{\frac{8}{0,00021^2}}{\frac{8}{0,00021^2}\left[\frac{8}{1,69}+0,00021\cdot 1798937,4248\right]-260928,5978^2}=0,1242.$$

По табл. 2 приложения 3 при $\beta=0,90$ находим

$$z_\beta=1,645;\ u_\beta=1,282.$$

Используя табл. 3 приложения 1, находим двусторонние доверительные границы

$$\lambda_н=0,00021-1,645\cdot 0,0005=-0,00061;$$

$$\lambda_в=0,00021+1,645\cdot 0,0005=0,00103.$$

Таким образом интервал (—0,00061—0,00103) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение параметра $\lambda$. По физическому смыслу $\lambda>0$, поэтому нижнюю границу $\lambda$ следует принять равной 0. Аналогично получим для $b$:

$$b_н=1,3-1,645\cdot 0,35=0,614;$$

$$b_в=1,3+1,645\cdot 0,35=1,986.$$

Для односторонних доверительных границ будем иметь по табл. 4 приложения 1:

$$\lambda_{о.н}=0,00021-1,282\cdot 0,0005=-0,00044$$
$$\lambda_{о.в}=0,00021+1,282\cdot 0,0005=0,00086.$$

Так как $\lambda>0$, то следует принять $\lambda_{о.н}=0$.

Аналогично для $b$:

$$b_{о.н}=1,3-1,282\cdot 0,35=0,8487;$$
$$b_{о.в}=1,3+1,282\cdot 0,35=1,7513.$$

3. Зная оценки параметров $\lambda$ и $b$, можно найти оценки для показателей надежности по формулам табл. 7 настоящего стандарта:

$$\hat{T}_{сл.\,ср}=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right)}{\hat{\lambda}^{1/\hat{b}}}=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{1,3}\right)}{(0,00021)^{1/1,3}}=387;$$

$$\hat{P}(200)=e^{-0,00021\cdot 200^{1,3}}=0,81,$$

т. е. вероятность безотказной работы за 200 ч равна приблизительно 0,81:

$$\hat{\lambda}(200)=1,3\cdot 0,00021\cdot 200^{1,3-1}=0,001337.$$

90%-ный срок службы определяем по формуле:

$$\hat{P}(T_{сл.90\%})=\frac{90}{100};\quad e^{-0,00021T_{сл.90\%}^{1,3}}=0,9,$$

откуда

$$\hat{T}_{сл.90\%}=120.$$

**Пример 3.** *Нормальный закон распределения.*

План [$N$, $U$, $T$].

Используем данные примера 1. Известно, что сроки службы изделий подчинены нормальному закону распределения; определить оценки показателей надежности прибора: средней наработки до отказа, вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч, интенсивности отказов за то же время, 90%-ного ресурса.

1. По формулам табл. 4 настоящего стандарта, используя табл. 2 настоящего стандарта, находим $K=0,1$.

2. По формулам табл. 3 настоящего стандарта и по табл. 3 приложения 3 имеем

$$\hat{\sigma}=\frac{2000-\frac{1}{8}\cdot 3470}{\frac{20-8}{8}0,735-0,1}=1562;$$

$$\hat{a}=0,1\cdot 1562+2000=2156.$$

3. По формулам табл. 6 приложения 1 и по табл. 2 и 3 приложения 3 имеем

$$a_н=2156-1,645\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,667}=1414;$$

$$a_в=2156+1,645\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1,667}=2998,$$

т. е. интервал (1414—2998) покрывает с вероятностью 0,90 истинное значение $a$.

4. По табл. 7 приложения 1 имеем, используя табл 2 и 3 приложения 3:

$$a_{\text{о.н}}=2156-1{,}282\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1{,}667}=1578;$$

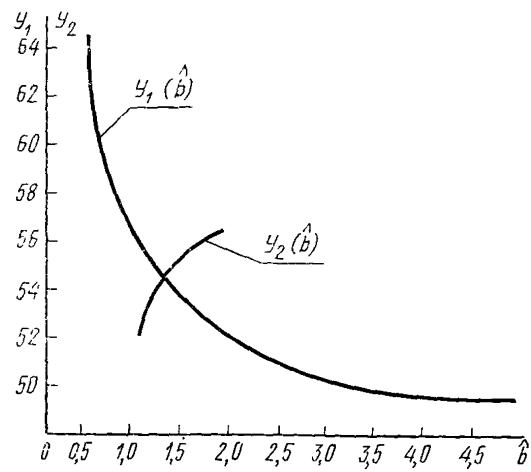
$$a_{\text{о.в}}=2156+1{,}282\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1{,}667}=2736.$$

5. По табл 8 приложения 1 находим двусторонние доверительные границы для истинного значения $\sigma$ , используя табл. 2 и 3 приложения 3:

$$\sigma_{\text{н}}=1562-1{,}645\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1{,}370}=890;$$

$$\sigma_{\text{в}}=1562+1{,}645\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1{,}370}=2235.$$

т. е. интервал (890—2235) покрывает с вероятностью 0,90 истинное значение $\sigma$.




По табл. 9 приложения 1 для односторонних доверительных границ имеем, используя данные табл. 2 и 3 приложения 3:

$$\sigma_{\text{о.н}}=1562-1{,}282\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1{,}370}=1038;$$

$$\sigma_{\text{о.в}}=1562+1{,}282\cdot\frac{1562}{\sqrt{20}}\sqrt{1{,}370}=2087.$$

6. Зная параметры нормального закона распределения, нетрудно найти оценки для показателей надежности по формулам табл. 7 настоящего стандарта;

$$\hat{T}_{\text{ср}}=2156.$$

Вероятность безотказной работы за время $t=500$ ч с учетом табл. 7 приложения 3 будет

$$\hat{P}(500)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{500-2156}{1562}\right)=0{,}86.$$

Интенсивность отказов за время $t=500$ ч с учетом данных табл. 8 приложения 3 будет

$$\hat{\lambda}(500)=\frac{\frac{1}{1562}f_0\left(\frac{500-2156}{1562}\right)}{0,86}=0,000017.$$

**Пример 4.** *Логарифмически-нормальный закон распределения.*

*План* [*N, U, T*].

Используем данные примера 1. Известно, что сроки службы изделий подчинены логарифмически-нормальному закону распределения. Определить параметры этого закона $a_{\ln t}$, $\sigma_{\ln t}$, их доверительные границы при $\beta=0,90$, а также оценки показателей надежности прибора: наработки до отказа, вероятности безотказной работы за время $t=500$ ч, интенсивности отказов за то же время и 90%-ного ресурса.

1. По формулам табл. 6 настоящего стандарта для плана [*N, U, T*] с использованием значений $f_1$ ($k$) по табл. 3 приложения 3 находим, что $k=0,3$.

2. По табл. 5 настоящего стандарта определяем

$$\hat{\sigma}_{\ln t}=\frac{7,6-\frac{1}{8}\cdot 48,4}{\frac{20-8}{8}\cdot 0,617-0,3}=2,47.$$

3. Зная $k$ и $\hat{\sigma}_{\ln t}$ по табл. 5 настоящего стандарта, находим

$$\hat{a}_{\ln t}=0,3\cdot 2,47+7,6=8,34.$$

4. Двусторонние доверительные границы с вероятностью 0,90 находим по табл. 10 приложения 1 с использованием табл. 2 приложения 3, по которой находим $z_{0,90}=1,645$, и табл. 3 приложения 3, по которой находим $f_2(0,3)=2,119$.

$$a_{\ln t_н}=8,34-1,645\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{2,119}=7,02;$$

$$a_{\ln t_в}=8,34+1,645\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{2,119}=9,67.$$

Следовательно, интервал (7,02—9,67) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение параметра $a_{\ln t}$.

Аналогично находим односторонние доверительные границы с вероятностью 0,90 по формулам табл. 11 приложения 1 с использованием табл. 2 приложения 3, по которой находим $u_{0,90}=1,282$, и табл. 3 приложения 3, по которой находим $f_2(0,3)=2,119$:

$$a_{\ln t_{о.н}}=8,34-1,282\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{2,119}=7,31;$$

$$a_{\ln t_{о.в}}=8,34+1,282\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{2,119}=9,37.$$

5. По табл. 12 приложения 1 находим двусторонние доверительные границы с вероятностью 0,90 для параметра $\sigma_{\ln t}$, используя табл. 2 приложения 3, по которой находим $z_{0,90}=1,645$, и табл. 3 приложения 3, по которой находим $f_3(0,3)=1,704$:

$$\sigma_{\ln t_н}=2,47-1,645\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{1,704}=1,29;$$

$$\sigma_{\ln t_в}=2,47+1,645\,\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{1,704}=3,66.$$

Аналогично находим односторонние доверительные границы:

$$\sigma_{\ln t_{о.н}}=2,47-1,28\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{1,704}=1,55;$$

$$\sigma_{\ln t_{о.в}}=2,47+1,28\cdot\frac{2,47}{\sqrt{20}}\sqrt{1,704}=3,40.$$

6. Определив параметры логарифмически-нормального закона распределения, можно найти оценки показателей надежности по табл. 7 настоящего стандарта:

$$\hat{T}_{ср}=e^{8,34+\frac{2,47^2}{2}}=587;$$

$$\hat{P}(500)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{6,22-8,34}{2,47}\right)=0,8;$$

$$\hat{\lambda}(500)=\frac{\frac{1}{2,47\cdot 500}f_0\left(\frac{6,22-8,34}{2,47}\right)}{0,8}=0,00028.$$

**Пример 5.** Под наблюдение было поставлено 20 изделий. Наблюдения велись до момента времени Т. После каждого отказа изделия ремонтировались (восстанавливались). Было отремонтировано 8 изделий. Время восстановления каждого изделия следующее:

| $N$ | $t_i$ |
|---|---|
| 1 | 100 |
| 2 | 170 |
| 3 | 250 |
| 4 | 400 |
| 5 | 520 |
| 6 | 680 |
| 7 | 1200 |
| 8 | 1500 |

Известно, что время восстановления подчинено экспоненциальному закону распределения.

Требуется определить оценки показателей надежности изделий: среднего времени восстановления, вероятности восстановления за время 200 усл. ед., интенсивности восстановления за то же время. По формулам табл. 1 настоящего стандарта для плана $[N, U, N]$ находим

$$\hat{\lambda}=\frac{8}{\sum\limits_{i=1}^{8}t_i}=\frac{8}{100+170+\ldots+1500}=0,00165.$$

По формулам табл. 1 приложения 2 с доверительной вероятностью $\beta=0,90$ находим нижнюю и верхнюю границы:

$$\lambda_н=\frac{\hat{\lambda}\,\chi^2_{\frac{1-\beta}{2},2N}}{2N}=\frac{0,00165\cdot 7,96}{16}=0,00082;$$

$$\lambda_в=\frac{\hat{\lambda}\,\chi^2_{\frac{1+\beta}{2},2N}}{2N}=\frac{0,00165\cdot 26,3}{16}=0,00280,$$

Таким образом, интервал (0,00082—0,00280) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение $\lambda$.

По формулам табл. 2 приложения 1 с доверительной вероятностью $\beta=0{,}90$ находим нижнюю и верхнюю односторонние границы:

$$\lambda_{\text{о н}}=\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\beta,2N}}{2N}=\frac{0{,}00165\cdot 9{,}31}{16}=0{,}00096;$$

$$\lambda_{\text{о.в}}=\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\beta,2N}}{2N}=\frac{0{,}00165\cdot 23{,}5}{16}=0{,}00242,$$

т. е. с вероятностью 0,90 истинное значение $\lambda>0{,}00096$ и с той же вероятностью меньше 0,00242.

По табл. 7 настоящего стандарта находим среднее время восстановления

$$\hat{T}_{\text{в}}=\frac{1}{\hat{\lambda}}=\frac{1}{0{,}00165}=606.$$

По табл. 1 приложения 2 находим с доверительной вероятностью 0,90 односторонние и двусторонние нижнюю и верхнюю границы:

$$T_{\text{в.н}}=\frac{1}{0{,}00280}=369;\quad T_{\text{в.в}}=\frac{1}{0{,}00082}=1219,$$

т. е. интервал (369—1219) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение $T_{\text{в}}$;

$$T_{\text{в. о. н}}=\frac{1}{0{,}00242}=413;\quad T_{\text{в. о. в}}=\frac{1}{0{,}00096}=1040,$$

т. е. с вероятностью 0,90 истинное значение $T_{\text{в}}>413$ и с той же вероятностью $T_{\text{в}}<1040$.

Вероятность того, что отказ будет обнаружен и устранен в течение 200 усл. ед. времени будет равен по формулам табл. 7 настоящего стандарта:

$$\hat{P}_{\text{в}}(200)=1-e^{-0{,}00165\cdot 200}=0{,}28.$$

По формулам табл. 1 приложения 2 находим с доверительной вероятностью $\beta=0{,}90$ двусторонние и односторонние нижнюю и верхнюю доверительные границы:

$$P_{\text{в.н}}(200)=1-e^{-0{,}00082\cdot 200}=0{,}15;$$

$$P_{\text{в.в}}(200)=1-e^{-0{,}00280\cdot 200}=0{,}42,$$

т. е. интервал (0,15—0,42) с вероятностью 0,90 покрывает истинное значение $P_{\text{в}}(200)$:

$$P_{\text{в. о. н}}(200)=1-e^{-0{,}00096\cdot 200}=0{,}17;$$

$$P_{\text{в. о. в}}(200)=1-e^{-0{,}00242\cdot 200}=0{,}38.$$

т. е. с вероятностью 0,90 истинное значение $P_{\text{в}}(200)>0{,}17$ и с той же вероятностью $P_{\text{в}}(200)<0{,}38$.

Интенсивность восстановления для экспоненциального распределения времени восстановления совпадает с параметром $\lambda$.

*ПРИЛОЖЕНИЕ 5 к ГОСТ 17509—72*
*Справочное*

## ПРИМЕНЯЕМЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$N$ — число изделий, поставленных под наблюдение;

$T$ — установленная продолжительность наблюдения;

$d$ — число отказов за время наблюдения $T$;

$r$ — число отказов, до получения которых проводятся наблюдения;

$t_r$ — наработка изделия до получения $r$ отказов.

$t_i$ — отдельные значения случайной величины (наработки до отказа, ресурса, времени восстановления, срока сохраняемости, срока службы);

$T_{ср}$ — средняя наработка до первого отказа;

$\hat{T}_{ср}$ — точечная оценка средней наработки до первого отказа;

$T_{р.ср}$ — средний ресурс;

$\hat{T}_{р.ср}$ — точечная оценка среднего ресурса;

$T_{сл.ср}$ — средний срок службы;

$\hat{T}_{сл.ср}$ — точечная оценка среднего срока службы;

$T_{с.ср}$ — средний срок сохраняемости;

$\hat{T}_{с.ср}$ — точечная оценка среднего срока сохраняемости;

$T_{в.ср}$ — среднее время восстановления;

$\hat{T}_{в.ср}$ — точечная оценка среднего времени восстановления;

$T_{р.\gamma}$ — гамма-процентный ресурс;

$\hat{T}_{р.\gamma}$ — точечная оценка гамма-процентного ресурса;

$T_{сл.\gamma}$ — гамма-процентный срок службы;

$\hat{T}_{сл.\gamma}$ — точечная оценка гамма-процентного срока службы;

$T_{с.\gamma}$ — гамма-процентный срок сохраняемости;

$\hat{T}_{с.\gamma}$ — точечная оценка гамма процентного срока сохраняемости;

$P(t)$ — вероятность безотказной работы за время $t$;

$\hat{P}(t)$ — точечная оценка вероятности безотказной работы за время $t$;

$P_в(t)$ — вероятность восстановления в заданное время $t$;

$\hat{P}_в(t)$ — точечная оценка вероятности восстановления в заданное время $t$;

$\lambda(t)$ — интенсивность отказов;

$\hat{\lambda}(t)$ — точечная оценка интенсивности отказов;

$\mu(t)$ — интенсивность восстановления;

$\hat{\mu}(t)$ — точечная оценка интенсивности восстановления;

$a$, $\sigma$ — параметры нормального закона распределения;

$\hat{a}$, $\hat{\sigma}$ — точечные оценки параметров нормального закона распределения;

$\lambda$ — параметр экспоненциального закона распределения и закона распределения Вейбулла;

$\hat{\lambda}$ — точечная оценка параметра экспоненциального закона и закона распределения Вейбулла;

$b$ — параметр закона распределения Вейбулла;

$\hat{b}$ — точечная оценка параметра закона распределения Вейбулла;

$a_{\ln t}$, $\sigma_{\ln t}$ — параметры логарифмически-нормального закона распределения;

$\hat{a}_{\ln t}$, $\hat{\sigma}_{\ln t}$ — точечные оценки параметров логарифмически-нормального закона распределения;

$u_\beta$ — квантиль нормального распределения;

$z_\beta$ — квантиль нормального распределения;

$\chi^2_{P,n}$ — квантиль $\chi^2$-распределения;

$t_{P,n}$ — квантиль распределения Стьюдента.

---

Редактор *В. С. Цепкина*
Технический редактор *А. М. Шкодина*
Корректор *М. Н. Гринвальд*

**Сдано в набор** 14. 05. 73 **Подп. в печ.** 29. 04. 74 3,25 п. л. **Тир.** 8000

**Издательство стандартов. Москва, Д-22, Новопресненский пер., 3.**
**Калужская типография стандартов, ул. Московская, 256. Зак. 1164**

gost.e-ecolog.ru