

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

НАДЕЖНОСТЬ В ТЕХНИКЕ

# МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО ЦЕНЗУРИРОВАННЫМ ВЫБОРКАМ

## ГОСТ 27.504—84

Издание официальное

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО СТАНДАРТАМ
Москва

gost.e-ecolog.ru

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

НАДЕЖНОСТЬ В ТЕХНИКЕ

# МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО ЦЕНЗУРИРОВАННЫМ ВЫБОРКАМ

## ГОСТ 27.504—84

Издание официальное

МОСКВА — 1984

**РАЗРАБОТАН Государственным комитетом СССР по стандартам**

**ИСПОЛНИТЕЛИ:**

**А. И. Кубарев, И. З. Аронов, Е. И. Бурдасов, Н. И. Федорова, Е. Н. Агафонова, Н. А. Сачкова, А. И. Кусков, В. Ю. Мордвинов, А. Б. Ческис, А. Л. Раскин, Н. О. Демидович, А. Г. Спиридонова, А. С. Агапов, В. Г. Никифоров, В. П. Важдаев, З. Г. Баталова, В. И. Черепанова, В. М. Скрипник, Ю. Г. Приходько, А. А. Симаков, Ф. И. Фишбейн, И. В. Корольков, Л. И. Королькова, В. П. Тюрин, П. П. Лезин, С. Г. Бабаев, Э. К. Шахбазов**

**ВНЕСЕН Государственным комитетом СССР по стандартам**

**УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 30.01.84 № 385**

© Издательство стандартов, 1984

УДК 62—192:002:006.354 Группа Т51

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР

Надежность в технике

# МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО ЦЕНЗУРИРОВАННЫМ ВЫБОРКАМ

Industrial Product Dependability. Methods of Reliability Indexes Estimation from Censored Samples

ОКСТУ 0027

**ГОСТ 27.504—84**

**Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 30 января 1984 г. № 385 срок введения установлен**

**с 01.07.85**

Настоящий стандарт устанавливает непараметрические и параметрические методы оценки единичных показателей надежности изделий машиностроения и приборостроения по результатам испытаний или эксплуатационных наблюдений при многократно цензурированных справа выборках.

Термины, применяемые в стандарте, и пояснения к ним приведены в справочном приложении 1.

Обозначения, применяемые в стандарте, приведены в справочном приложении 2.

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Для определения показателей надежности применяют два метода:

непараметрический — при неизвестном виде закона распределения наработки до отказа* (ресурса, срока службы, срока сохраняемости), который включает непосредственную оценку показателей надежности по выборочным данным;

параметрический — при известном виде закона распределения, который включает оценку параметров закона распределения, входящих в расчетную формулу определяемого показателя надежности, и оценку показателя надежности по вычисленным оценкам параметров закона распределения.

* Далее — закон распределения.

**Издание официальное** **Перепечатка воспрещена**

★

1.2. Методы определения оценок показателей надежности по оценкам параметров распределения применимы для обработки многократно цензурированных выборок из генеральных совокупностей, подчиняющихся одному из законов распределения: экспоненциальному, Вейбулла, нормальному и логарифмически нормальному.

1.3. Методы определения оценок показателей надежности при однократно цензурированных выборках — по ГОСТ 27.503—81.

## 2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

2.1. Исходными данными для оценки показателей надежности являются:

выборочные значения наработки до отказа

$$t_1, t_2, \ldots, t_r;$$

выборочные значения наработки до цензурирования

$$\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n;$$

число наработок до отказа $r$;

число наработок до цензурирования $n$;

объем выборки $N=r+n$;

вид закона распределения (параметрический метод).

2.2. Вид закона распределения из перечисленных в п. 1.2 выбирают на основе анализа физики отказов изделий и (или) опыта обработки информации о надежности изделий.

При отсутствии необходимой информации для выбора вида закона распределения следует использовать непараметрический метод оценки показателей надежности.

Если вид закона распределения отличен от перечисленных в п. 1.2, оценку показателей надежности вычисляют по соответствующим отраслевым методикам.

2.3. Проверка статистической гипотезы о согласии выбранного закона распределения с опытными данными при использовании параметрического метода приведена в рекомендуемом приложении 3.

## 3. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

3.1. Точечные оценки показателей надежности вычисляют при $r>5$. При $r\leqslant 5$ используют нижние доверительные границы показателей надежности.

3.2. Порядок оценки показателей надежности приведен в пп. 3.2.1—3.2.4.

3.2.1. Наработки до отказа и наработки до цензурирования выстраивают в вариационный ряд в порядке неубывания. Если

отдельные значения наработки до отказа равны некоторым значениям наработки до цензурирования, то в вариационном ряду сначала указывают наработки до отказа, затем наработки до цензурирования.

3.2.2. По построенному вариационному ряду определяют количество интервалов наблюдения $m$.

Для каждого интервала наблюдения подсчитывают число наработок до отказа $r_i$ $(i=\overline{1,m})$, число наработок до цензурирования $n_{i-1}$, лежащих между $i$—1 и $i$-тым интервалами наблюдений. Совокупность этих значений должна удовлетворять условиям:

$$\sum_{i=0}^{m} n_i=n, \qquad \sum_{i=1}^{m} r_i=r.$$

Если вариационный ряд начинается с наработки до отказа, то $n_0=0$, а если он заканчивается наработкой до отказа, то $n_m=0$.

3.2.3. Для каждого интервала наблюдения $i(i=\overline{1,\ m-1})$ вычисляют величину $N_{э\,i+1}$ :

$$N_{э\,i+1}=N_{э\,i}\left[1-\frac{n_i}{N-\sum\limits_{j=0}^{i-1} n_j-\sum\limits_{j=1}^{i} r_j}\right],$$

где $N_{э1}=N-n_0$.

3.2.4. Вычисляют эмпирическую функцию распределения, соответствующую каждой наработке до отказа в исходном вариационном ряду:

если $l$-я наработка до отказа принадлежит первому интервалу наблюдения, то

$$\hat{F}(t_{(l)})=\frac{l-n_0}{N_{э1}};$$

если $l$-я наработка до отказа принадлежит $i$-му $(i=\overline{2,m})$ интервалу наблюдения, то

$$\hat{F}(t_{(l)})=\sum_{j=1}^{i-1}\frac{r_j}{N_{эj}}+\frac{l-\sum\limits_{j=0}^{i-1} n_j-\sum\limits_{j=1}^{i-1} r_j}{N_{эi}}.$$

3.3. Точечную оценку вероятности безотказной работы за наработку $t_0$ $(t_0<t_{(N-n_m)})$ вычисляют по формуле

$$\hat{P}(t_0)=1-[d_1\cdot\hat{F}(t_{(l)})+(1-d_1)\cdot\hat{F}(t_{(l-1)})],$$

где

$$d_1=\frac{t_0-t_{(l-1)}}{t_{(l)}-t_{(l-1)}},$$

$t_{(l-1)}$, $t_{(l)}$ — наработки до отказа, между которыми лежит наработка $t_0$.

3.4. Точечную оценку средней наработки до отказа вычисляют по формуле

$$\bar{t}=\sum_{i=1}^{m}\frac{\sum_{t=p_{i+1}}^{q_i} t_{(t)}}{N_{\text{э}i}}+[1-\hat{F}(t_{(N-n_m)})]\cdot t_{(N-n_m)},$$

где

$$p_i=n_0+\sum_{j=1}^{i-1}(n_j+r_j),$$

$$q_i=p_i+r_i.$$

3.5. Точечную оценку гамма-процентной наработки $t_{\gamma\%}$ до отказа вычисляют по формуле

$$\hat{t}_{\gamma\%}=(1-d_2)t_{(l-1)}+d_2t_{(l)},$$

где $t_{(l-1)}$ и $t_{(l)}$ — наработки до отказа, для которых выполняется условие:

$$\hat{F}(t_{(l-1)})<1-\frac{\gamma\%}{100}<\hat{F}(t_{(l)}),$$

а $d_2$ вычисляют по формуле:

$$d_2=\frac{\frac{100-\gamma\%}{100}-\hat{F}(t_{(l-1)})}{\hat{F}(t_{(l)})-\hat{F}(t_{(l-1)})}.$$

Если выполнено одно из условий

$$1-\frac{\gamma\%}{100}=\hat{F}(t_{(l-1)})$$

или

$$1-\frac{\gamma\%}{100}=\hat{F}(t_{(l)}),\ \text{то}$$

$\hat{t}_{\gamma\%}=t_{(l-1)}$ или $\hat{t}_{\gamma\%}=t_{(l)}$.

3.6. Приближенные значения доверительных границ вероятности безотказной работы для доверительной вероятности $\gamma$ вычисляют по формулам:

$$P_{\text{н}}(t_0)=\hat{P}(t_0)-U_\beta\,\sigma_l,$$

$$P_{\text{в}}(t_0)=\hat{P}(t_0)+U\,\sigma_l,$$

$$\sigma_l=P(t_{(l-1)})\sqrt{\sum_{i=1}^{j}\frac{r_i}{(N-p_i)(N-q_i)}},$$

где $U_\beta$ — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности $\beta$;

$\beta=\begin{cases}\gamma & \text{— при вычислении нижней (верхней) односторонней доверительной границы,}\\ \frac{1+\gamma}{2} & \text{— при вычислении нижней (верхней) двусторонней доверительной границы}\end{cases}$

$j$ — номер интервала наблюдения, на котором лежит $l$ — 1-й член вариационного ряда.

Квантиль нормального распределения $U_\beta$ определяют по ГОСТ 27.503—81 в зависимости от значения $\beta$.

## 4. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

4.1. Точечные оценки параметров законов распределения вычисляют методом максимального правдоподобия в следующих случаях:

$$6<N<10,\ \frac{r}{N}\geqslant 0{,}5;$$

$$10\leqslant N<20,\ \frac{r}{N}\geqslant 0{,}3;$$

$$20\leqslant N<50,\ \frac{r}{N}\geqslant 0{,}2;$$

$$50\leqslant N<100,\ \frac{r}{N}\geqslant 0{,}1;$$

$$100\leqslant N<400,\ \frac{r}{N}\geqslant 0{,}05;$$

$$N\geqslant 400,\ \frac{r}{N}\geqslant 0{,}01.$$

В остальных случаях необходимо вычислять только нижние доверительные границы показателей надежности.

4.2. Точечную оценку параметра экспоненциального распределения $\hat{\lambda}$ вычисляют по формуле

$$\hat{\lambda}=\frac{r}{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i+\sum\limits_{j=1}^{n}\tau_j}.$$

4.3. Точечные оценки параметров распределения Вейбулла $\hat{a}$ и $\hat{b}$ вычисляют по уравнениям:

$$\left(\frac{r}{\hat{b}}+\sum_{i=1}^{r}\ln t_i\right)\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}+\sum_{j=1}^{n}\tau_j^{\hat{b}}\right)-r\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}\ln t_i+\sum_{j=1}^{n}\tau_j^{\hat{b}}\ln\tau_j\right)=0,$$

$$\hat{a}=\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}}+\sum\limits_{j=1}^{n}\tau_j^{\hat{b}}}{r}\right)^{1/\hat{b}}.$$

4.3.1. Последовательность вычисления оценок $\hat{a}$ и $\hat{b}$ приведена в рекомендуемом приложении 4.

4.3.2. Для $N \leqslant 6$ точечные оценки параметров распределения Вейбулла вычисляют методом линейного оценивания по формулам:

$$\hat{b} = \frac{1-L}{\sum\limits_{i=1}^{r} C_i \ln t_{(i)}};$$

$$\hat{a} = \exp\left( \sum_{i=1}^{r} A_i \ln t_{(i)} + \frac{P}{1-L} \sum_{i=1}^{r} C_i \ln t_{(i)} \right).$$

Коэффициенты $A_i$, $C_i$, $P$, $L$ приведены в справочном приложении 5 табл. 1 в зависимости от чередования отказов и цензурирований и объема выборки $N$.

Порядок чередования отказов и цензурирований:

наработки до отказа и до цензурирования выстраивают в общий вариационный ряд по возрастанию наработок; каждому отказу присваивают символ 0;

каждое цензурирование совмещают с ближайшим предшествующим в вариационном ряду отказом;

группе цензурирований (одному или нескольким), совмещенных с рассматриваемым отказом, присваивают символ 1, ..., 5, равный числу цензурирований;

последовательность символов 0 и 1, ..., 5 образует чередование отказов и цензурирований.

4.4. Точечные оценки параметров нормального распределения $\hat{a}$ и $\hat{\sigma}$ вычисляют по уравнениям:

$$\sum_{i=1}^{r} \frac{t_i - \hat{a}}{\hat{\sigma}} + \sum_{f=1}^{n} \frac{f\left(\frac{\hat{a}-\tau_f}{\hat{\sigma}}\right)}{\Phi\left(\frac{\hat{a}-\tau_f}{\hat{\sigma}}\right)} = 0;$$

$$r - \sum_{i=1}^{r} \left(\frac{t_i - \hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)^2 + \sum_{f=1}^{n} \left(\frac{\hat{a}-\tau_f}{\hat{\sigma}}\right) \frac{f\left(\frac{\hat{a}-\tau_f}{\hat{\sigma}}\right)}{\Phi\left(\frac{\hat{a}-\tau_f}{\hat{\sigma}}\right)} = 0.$$

Последовательность вычисления оценок $\hat{a}$ и $\hat{\sigma}$ приведена в рекомендуемом приложении 6.

4.5. Точечные оценки параметров логарифмически нормального распределения $\hat{a}$ и $\hat{\sigma}$ вычисляют по формулам п. 4.4 с заменой значений наработок на их натуральные логарифмы.

4.6. Точечные оценки единичных показателей надежности рассчитывают по оценкам параметров соответствующих законов распределения по ГОСТ 27.503—81.

4.7. Приближенные значения доверительных границ показателей надежности для доверительной вероятности $\gamma$ вычисляют по формулам:

$$R_{в}=\hat{R}+U_{\beta}\sqrt{D(\hat{R})}\ ;$$

$$R_{н}=\hat{R}-U_{\beta}\sqrt{D(\hat{R})}\ ;$$

где $R_{в}$, $R_{н}$ — соответственно верхняя и нижняя доверительная граница показателя надежности $R$;

$\hat{R}$ — точечная оценка показателя надежности $R$;

$D(\hat{R})$ — дисперсия оценки показателя надежности $R$.

4.8. Порядок вычисления дисперсий оценок показателей надежности $D(\hat{R})$ приведен в справочном приложении 7.

4.9. При распределении Вейбулла и $10 \leqslant N \leqslant 400$ определение двусторонних доверительных границ средней наработки до отказа и гамма-процентной наработки приведено в рекомендуемом приложении 8.

4.10. Примеры вычисления оценок показателей надежности приведены в справочном приложении 9.

4.11. Теоретические основы стандарта приведены в справочном приложении 10.

*ПРИЛОЖЕНИЕ 1*
*Справочное*

## ТЕРМИНЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В СТАНДАРТЕ, И ПОЯСНЕНИЯ К НИМ

| Термин | Пояснение |
|---|---|
| 1. Цензурирование справа<br>Цензурирование | Событие, приводящее к прекращению испытаний или эксплуатационных наблюдений объекта до наступления отказа (предельного состояния) изучаемого характера.<br>Примечание. Причинами цензурирования являются:<br>разновременность начала и (или) окончания испытаний или эксплуатации изделий;<br>снятие с испытаний или эксплуатации некоторых изделий по организационным причинам или из-за отказов составных частей, надежность которых не исследуется;<br>перевод изделий из одного режима применения в другой в процессе испытаний или эксплуатации;<br>необходимость оценки надежности до наступления отказов всех испытываемых изделий |
| 2. Наработка до цензурирования | Наработка объекта от начала испытаний или эксплуатационных наблюдений до наступления цензурирования |
| 3. Цензурированная выборка | Выборка, элементами которой являются значения наработки до отказа и наработки до цензурирования |
| 4. Однократно цензурированная выборка | Цензурированная выборка, в которой значения всех наработок до цензурирования равны между собой и не меньше наибольшей наработки до отказа |
| 5. Многократно цензурированная выборка | Цензурированная выборка, в которой значения наработок до цензурирования не равны между собой |
| 6. Интервал наблюдений | Отрезок вариационного ряда, состоящий только из наработок до отказа, первой из которых предшествует, а за последней из которых следует наработка до цензурирования |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 2*

*Справочное*

## ОБОЗНАЧЕНИЯ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В СТАНДАРТЕ

$N$ — число испытуемых (наблюдаемых) изделий,

$T$ — установленная продолжительность испытаний (наблюдений),

$r$ — число отказов за время испытаний (наблюдений),

$n$ — число цензурирований справа за время испытаний (наблюдений),

$t_i$ — отдельные значения случайной величины (наработки до отказа, ресурса, срока службы, срока сохраняемости),

$\tau_j$ — отдельные значения наработки до цензурирования,

$t_{(i)}$ — значения наработки в вариационном ряду,

$\lambda$ — параметр экспоненциального распределения,

$\hat{\lambda}$ — оценка параметра $\lambda$,

$a$, $b$ — параметры распределения Вейбулла,

$\hat{a}$, $\hat{b}$ — соответственно оценки параметров $a$ и $b$,

$a$, $\sigma$ — параметры нормального распределения,

$\hat{a}$, $\hat{\sigma}$ — соответственно оценки параметров $a$ и $\sigma$,

$\gamma$ %/100 — регламентированная вероятность,

$\overline{t}$ — оценка средних показателей надежности,

$\hat{t}_\gamma$ % — оценка гамма-процентных показателей надежности,

$\hat{P}(t_0)$ — оценка вероятности безотказной работы за наработку $t_0$,

$A_i$, $C_i$, $P$, $L$ — коэффициенты для линейного оценивания параметров закона распределения Вейбулла,

$m$ — число интервалов наблюдений,

$r_i$ — число наработок до отказа на $i$-м интервале наблюдения,

$n_i$ — число наработок до цензурирования на $i$-м интервале наблюдения,

$\hat{F}(t)$ — значение эмпирической функции распределения,

$U_\beta$ — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности $\beta$,

$\gamma$ — доверительная вероятность,

$R$ — оцениваемый показатель надежности,

$\hat{R}$ — точечная оценка показателя надежности,

$R_в(R_н)$ — верхняя (нижняя) доверительная граница показателя надежности $R$,

$\hat{D}(\hat{R})$ — дисперсия оценки показателя надежности $R$,

$\theta_1$, $\theta_2$ — параметры закона распределения,

$\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ — оценки параметров закона распределения,

$L$ — функция правдоподобия,

$\hat{v}$ — оценка коэффициента вариации наработки (ресурса, срока службы, срока сохраняемости),

$\alpha$ — уровень значимости,

$f(...)$ — плотность функции нормального распределения,

$\Phi(...)$ — функция нормального распределения, центрированная и нормированная,

$t_{(N-n_m)}$ — максимальное наблюдаемое значение наработки до отказа в вариационном ряду.

---

*ПРИЛОЖЕНИЕ 3*
*Рекомендуемое*

## ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ГИПОТЕЗЫ О СОГЛАСИИ ВЫБРАННОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ОПЫТНЫМИ ДАННЫМИ

1. В соответствии с разд. 4 настоящего стандарта определяют точечные оценки параметров выбранного закона распределения $\hat{\Theta}_1$ и $\hat{\Theta}_2$.

2. По исходным данным строят вариационный ряд согласно п. 3.2.1 настоящего стандарта.

3. По вариационному ряду подсчитывают величины $m$, $r_i\,(i=\overline{1,\ m})$ и $n_i\,(i=\overline{0,\ m})$ в соответствии с п. 3.2.2 настоящего стандарта.

4. Исходный вариационный ряд (п. 2) заменяют преобразованным вариационным рядом, полученным заменой каждого члена $t_{(l)}\,(l=\overline{1,\ N})$ в исходном ряду членом вида

$$x_{(l)}=F(t_{(l)}, \hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2).$$

5. Для каждого интервала наблюдения $i$ вычисляют величины

$$z_1^{(i)}=(x_{(p_i)}+x_{(p_i+1)})/2,$$

$$z_2^{(i)}=(x_{(q_i)}+x_{(q_i+1)})/2,$$

если $p_1=0$, то принимают $z_1^{(1)}=0$,

если $q_m=N$, то принимают $z_2^{(m)}=x_{(N)}$.

6. Вычисляют величину $T_{N,\,m,\,r}$

$$T_{N,m,r}=\sum_{i=1}^{m}\left\{\frac{1}{r_i\,(z_2^{(i)}-z_1^{(i)})}\left[\sum_{l=p_i+1}^{l=q_i}x_{(l)}-r_i z_1^{(i)}\right]\right\},$$

где $x_0=0$.

7. Вычисляют величину $z$

$$z=\left|\frac{T_{N,m,r}-r/2}{\sqrt{12r}}\right|.$$

8. Гипотезу о согласии выбранного закона распределения с опытными данными на уровне значимости $\alpha$ отвергают, если полученная величина $z$ больше $U_\beta$, где $U_\beta$ — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности $\beta=1-\alpha/2$.

9. Пример проверки статистической гипотезы о согласии выбранного закона распределения с опытными данными приведен в справочном приложении 9.

---

*ПРИЛОЖЕНИЕ 4*
*Рекомендуемое*

## МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА

Оценки параметров распределения Вейбулла $a$ и $b$ вычисляют в соответствии с формулами п. 43 настоящего стандарта путем решения уравнения правдоподобия относительно $\hat{b}$ в следующей последовательности:

вычисляют коэффициент $A$

$$A=\frac{\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i}{r},$$

вычисляют начальное приближение $\hat{b}_0$

$$\hat{b}_0=\frac{r}{(A-\ln t_{(1)})(0{,}23r+3{,}71)};$$

вычисляют следующее приближение $\hat{b}_{k+1}$ $(k=0, 1, 2, \ldots)$

$$\hat{b}_{k+1}=\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i t_i^{\hat{b}_k}+\sum\limits_{j=1}^{n}\ln \tau_j \tau_j^{\hat{b}_k}}{\sum\limits_{i=1}^{r}t_i^{\hat{b}_k}+\sum\limits_{j=1}^{n}\tau_j^{\hat{b}_k}}-A\right)^{-1}.$$

Процесс нахождения приближений прекращают, если

$$\left|\frac{\hat{b}_{k+1}-\hat{b}_k}{\hat{b}_k}\right|<\varepsilon.$$

Значения $\varepsilon$ выбирают из ряда: 0,001; 0,01; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20.

---

*ПРИЛОЖЕНИЕ 5*
*Справочное*

## ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Таблица 1

**Коэффициенты для нахождения линейных оценок параметров закона распределения Вейбулла**

| $N$ | $r$ | Чередование отказов и цензурирований | $i$ | $A_i$ | $C_i$ | $P$ | $L$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 0<br>0 | 1<br>2 | 0,110731<br>0,889269 | —0,421383<br>0,421383 | 0,037574 | 0,415839 |
| 3 | 3 | 0<br>0<br>0 | 1<br>2<br>3 | 0,081063<br>0,251001<br>0,667936 | —0,278365<br>—0,190239<br>0,468904 | —0,018421 | 0,255346 |
| 3 | 2 | 0<br>0,1 | 1<br>2 | —0,166001<br>1,166001 | —0,452110<br>0,452110 | 0,257509 | 0,450055 |
| 3 | 2 | 0,1<br>0 | 1<br>2 | 0,069301<br>0,930699 | —0,382326<br>0,382326 | 0,142111 | 0,369957 |
| 4 | 4 | 0<br>0<br>0<br>0 | 1<br>2<br>3<br>4 | 0,034336<br>0,147340<br>0,261510<br>0,526813 | —0,203052<br>—0,182749<br>—0,070109<br>0,455910 | —0,028312 | 0,183851 |
| 4 | 3 | 0<br>0<br>0,1 | 1<br>2<br>3 | —0,044975<br>0,088057<br>0,956918 | —0,297651<br>—0,234054<br>0,531705 | 0,084775 | 0,281729 |
| 4 | 2 | 2<br>0,2 | 1<br>2 | —0,346974<br>1,346974 | —0,465455<br>0,465455 | 0,413508 | 0,464387 |
| 4 | 3 | 0<br>0,1<br>0 | 1<br>2<br>3 | —0,012081<br>0,299303<br>0,712777 | —0,264079<br>—0,164524<br>0,428303 | 0,052930 | 0,2475855 |
| 4 | 3 | 0,1<br>0<br>0 | 1<br>2<br>3 | 0,074005<br>0,212711<br>0,713284 | —0,266083<br>—0,167703<br>0,433792 | 0,020593 | 0,230218 |
| 4 | 2 | 0,1<br>0,1 | 1<br>2 | —0,181349<br>1,181349 | —0,421383<br>0,421383 | 0,325811 | 0,415839 |
| 4 | 2 | 0,2<br>0 | 1<br>2 | 0,045963<br>0,954037 | —0,357407<br>0,357407 | 0,200074 | 0,339370 |
| 5 | 5 | 0<br>0<br>0<br>0<br>0 | 1<br>2<br>3<br>4<br>5 | 0,052975<br>0,103531<br>0,163808<br>0,246092<br>0,433593 | —0,158131<br>—0,155707<br>—0,111820<br>—0,005800<br>0,431259 | 0,029135 | 0,142842 |

*Продолжение табл. 1*

| $N$ | $r$ | Чередование отказов и цензурирований | $i$ | $A_i$ | $C_i$ | $P$ | $L$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 4 | 0 | 1 | −0,003983 | −0,217766 | 0,030763 | 0,202418 |
| | | 0 | 2 | 0,059352 | −0,199351 | | |
| | | 0 | 3 | 0,155664 | −0,118927 | | |
| | | 0,1 | 4 | 0,790368 | 0,536044 | | |
| 5 | 3 | 0 | 1 | −0,137958 | −0,306562 | 0,166128 | 0,294191 |
| | | 0 | 2 | −0,025510 | −0,257087 | | |
| | | 0,2 | 3 | 1,163468 | 0,563650 | | |
| 5 | 2 | 0 | 1 | −0,481434 | −0,472962 | 0,533791 | 0,472308 |
| | | 0,3 | 2 | 1,481434 | −0,472962 | | |
| 5 | 4 | 0 | 1 | 0,006272 | −0,199827 | 0,018408 | 0,184873 |
| | | 0 | 2 | 0,071150 | −0,185334 | | |
| | | 0,1 | 3 | 0,358861 | −0,031785 | | |
| | | 0 | 4 | 0,563417 | 0,416916 | | |
| 5 | 4 | 0 | 1 | 0,019987 | −0,187558 | 0,005419 | 0,172571 |
| | | 0,1 | 2 | 0,177372 | −0,175573 | | |
| | | 0 | 3 | 0,288100 | −0,036223 | | |
| | | 0 | 4 | 0,574540 | 0,429354 | | |
| 5 | 3 | 0 | 1 | −0,112956 | −0,283914 | 0,141365 | 0,274164 |
| | | 0,1 | 2 | 0,136485 | −0,205143 | | |
| | | 0,1 | 3 | 0,976501 | 0,493057 | | |
| 5 | 4 | 0,1 | 1 | 0,035888 | −0,200080 | −0,008524 | 0,168180 |
| | | 0 | 2 | 0,126234 | −0,166466 | | |
| | | 0 | 3 | 0,244926 | −0,051631 | | |
| | | 0 | 4 | 0,562952 | 0,428178 | | |
| 5 | 3 | 0,1 | 1 | −0,047745 | −0,283509 | 0,111411 | 0,259402 |
| | | 0 | 2 | 0,065149 | −0,212927 | | |
| | | 0,1 | 3 | 0,982596 | 0,499436 | | |
| 5 | 2 | 0,1 | 1 | −0,350815 | −0,440553 | 0,451576 | 0,437384 |
| | | 0,2 | 2 | 1,350315 | 0,440553 | | |
| 5 | 3 | 0 | 1 | −0,072304 | −0,251774 | 0,101718 | 0,23871708 |
| | | 0,2 | 2 | 0,328610 | −0,150289 | | |
| | | 0 | 3 | 0,743694 | 0,402063 | | |
| 5 | 3 | 0,2 | 1 | 0,068985 | −0,256714 | 0,044423 | 0,211617 |
| | | 0 | 2 | 0,187762 | −0,152185 | | |
| | | 0 | 3 | 0,743253 | 0,408898 | | |
| 5 | 2 | 0,2 | 1 | −0,190188 | −0,399297 | 0,369056 | 0,390213 |
| | | 0,1 | 2 | 1,190188 | 0,399297 | | |
| 5 | 3 | 0,1 | 1 | −0,012089 | −0,255785 | 0,077683 | 0,227980 |
| | | 0,1 | 2 | 0,271262 | −0,148321 | | |
| | | 0 | 3 | 0,740827 | 0,404106 | | |

*Продолжение табл. 1*

| N | r | Чередование отказов и цензурирований | i | $A_i$ | $C_i$ | P | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 0,3 | 1 | 0,030761 | —0,339552 | 0,236740 | 0,316889 |
| | | 0 | 2 | 0,969239 | 0,339552 | | |
| 6 | 6 | 0 | 1 | 0,044826 | —0,128810 | —0,027715 | 0,116576 |
| | | 0 | 2 | 0,079377 | —0,132102 | | |
| | | 0 | 3 | 0,117541 | —0,111951 | | |
| | | 0 | 4 | 0,163591 | —0,064666 | | |
| | | 0 | 5 | 0,226486 | 0,031796 | | |
| | | 0 | 6 | 0,368179 | 0,405733 | | |
| 6 | 4 | 0,1 | 1 | 0,008831 | —0,197752 | 0,031981 | 0,171998 |
| | | 0 | 2 | 0,058364 | —0,172042 | | |
| | | 0,1 | 3 | 0,345722 | —0,026586 | | |
| | | 0 | 4 | 0,585783 | 0,396381 | | |
| 6 | 4 | 0,1 | 1 | 0,023519 | —0,185303 | 0,018605 | 0,160547 |
| | | 0,1 | 2 | 0,160097 | —0,162342 | | |
| | | 0 | 3 | 0,216754 | —0,059748 | | |
| | | 0 | 4 | 0,599629 | 0,408393 | | |
| 6 | 3 | 0,1 | 1 | —0,112093 | —0,278666 | 0,159263 | 0,256346 |
| | | 0,1 | 2 | 0,119138 | —0,190239 | | |
| | | 0,1 | 3 | 0,992955 | 0,468904 | | |
| 6 | 4 | 0 | 1 | —0,036039 | —0,195636 | 0,054110 | 0,183434 |
| | | 0 | 2 | 0,017906 | —0,184670 | | |
| | | 0,2 | 3 | 0,426854 | —0,011361 | | |
| | | 0 | 4 | 0,591269 | 0,391668 | | |
| 6 | 4 | 0 | 1 | —0,009765 | —0,175372 | 0,028875 | 0,163138 |
| | | 0,2 | 2 | 0,195808 | —0,171222 | | |
| | | 0 | 3 | 0,204317 | —0,062816 | | |
| | | 0 | 4 | 0,609641 | 0,409410 | | |
| 6 | 3 | 0 | 1 | —0,161756 | —0,277443 | 0,183254 | 0,266813 |
| | | 0,2 | 2 | 0,170932 | —0,187928 | | |
| | | 0,1 | 3 | 0,990824 | 0,465371 | | |
| 6 | 4 | 0,2 | 1 | 0,066540 | —0,197410 | 0,004657 | 0,156421 |
| | | 0 | 2 | 0,111241 | —0,154334 | | |
| | | 0 | 3 | 0,233432 | —0,055395 | | |
| | | 0 | 4 | 0,588787 | 0,407139 | | |
| 6 | 3 | 0,2 | 1 | —0,049511 | —0,277728 | 0,128792 | 0,242259 |
| | | 0 | 2 | 0,049304 | —0,197163 | | |
| | | 0,1 | 3 | 1,000307 | 0,474890 | | |
| 6 | 2 | 0,2 | 1 | —0,352206 | —0,421783 | 0,494420 | 0,415839 |
| | | 0,2 | 2 | 0,352206 | 0,421383 | | |
| 6 | 3 | 0,1 | 1 | —0,059401 | —0,215965 | 0,118452 | 0,223278 |
| | | 0,2 | 2 | 0,306555 | —0,137608 | | |
| | | 0 | 3 | 0,762846 | 0,353573 | | |

*Продолжение табл. 1*

| $N$ | $r$ | Чередование отказов и цензурирований | $i$ | $A_i$ | $C_i$ | $P$ | $L$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 0,2<br>0,1<br>0 | 1<br>2<br>3 | —0,012161<br>0,251241<br>0,760920 | —0,249133<br>—0,136313<br>0,385446 | 0,094017 | 0,213013 |
| 6 | 3 | 0<br>0,3<br>0 | 1<br>2<br>3 | —0,114799<br>0,348115<br>0,766683 | —0,241433<br>—0,141259<br>0,382692 | 0,137267 | 0,230648 |
| 6 | 3 | 0,3 | 1<br>2<br>3 | 0,065156<br>0,170061<br>0,764783 | —0,249313<br>—0,140648<br>0,389961 | 0,060290 | 0,197481 |
| 6 | 2 | 0,3 | 1<br>2 | —0,195708<br>1,195708 | —0,382326<br>0,382326 | 0,398546 | 0,369957 |
| 6 | 2 | 0,4<br>0 | 1<br>2 | 0,019977<br>0,980023 | —0,32860<br>0,325860 | 0,261817 | 0,299364 |
| 6 | 5 | 0<br>0<br>0<br>0<br>0,1 | 1<br>2<br>3<br>4<br>5 | 0,007521<br>0,048328<br>0,101608<br>0,172859<br>0,669685 | —0,169920<br>—0,166319<br>—0,129510<br>—0,054453<br>0,520201 | 0,008880 | 0,156905 |
| 6 | 4 | 0<br>0<br>0<br>0,2 | 1<br>2<br>3<br>4 | —0,063569<br>—0,006726<br>0,079882<br>0,990412 | —0,225141<br>—0,209083<br>—0,146386<br>0,580610 | 0,080350 | 0,212422 |
| 6 | 3 | 0<br>0<br>0,3 | 1<br>2<br>3 | —0,211474<br>—0,112994<br>1,324468 | —0,311847<br>—0,271381<br>0,583229 | 0,232696 | 0,301732 |
| 6 | 2 | 0<br>0,4 | 1<br>2 | —0,588298<br>1,588298 | —0,477782<br>0,477782 | 0,631489 | 0,477340 |
| 6 | 5 | 0<br>0<br>0<br>0,1<br>0 | 1<br>2<br>3<br>4<br>5 | 0,013939<br>0,054654<br>0,106415<br>0,362619<br>0,462373 | —0,159149<br>—0,156823<br>—0,123795<br>0,046088<br>0,393678 | 0,002998 | 0,146562 |
| 6 | 5 | 0<br>0<br>0,1<br>0<br>0 | 1<br>2<br>3<br>4<br>5 | 0,020733<br>0,061138<br>0,221939<br>0,221097<br>0,475063 | —0,150942<br>—0,149874<br>—0,098017<br>—0,011326<br>0,410160 | —0,003302 | 0,138563 |
| 6 | 4 | 0<br>0<br>0,1<br>0,1 | 1<br>2<br>3<br>4 | —0,053485<br>0,002117<br>0,244120<br>0,807248 | —0,215020<br>—0,200832<br>—0,078892<br>0,494744 | 0,070668 | 0,202429 |

*Продолжение табл. 1*

| $N$ | $r$ | Чередование отказов и цензурирований | $i$ | $A_i$ | $C_i$ | $P$ | $L$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 5 | 0<br>0,1<br>0<br>0<br>0 | 1<br>2<br>3<br>4<br>5 | 0,027683<br>0,126713<br>0,140815<br>0,231656<br>0,473133 | —0,145994<br>—0,156106<br>—0,103 96<br>—0,004763<br>0,410358 | —0,009823 | 0,133605 |
| 6 | 4 | 0<br>0,1<br>0<br>0,1 | 1<br>2<br>3<br>4 | —0,040673<br>0,086730<br>0,130920<br>0,823023 | —0,205281<br>—0,190784<br>—0,112078<br>0,508143 | 0,058248 | 0,192644 |
| 6 | 3 | 0<br>0,1<br>0,2 | 1<br>2<br>3 | —0,190667<br>0,021498<br>1,169168 | —0,297888<br>—0,231059<br>0,528947 | 0,211910 | 0,287517 |
| 6 | 5 | 0,1<br>0<br>0<br>0<br>0 | 1<br>2<br>3<br>4<br>5 | 0,056925<br>0,091381<br>0,150381<br>0,239715<br>0,461928 | —0,158875<br>—0,144922<br>—0,102910<br>—0,002716<br>0,409423 | —0,017433 | 0,132694 |
| 6 | 3 | 0,1<br>0<br>0,2 | 1<br>2<br>3 | —0,137983<br>—0,039253<br>1,177236 | —0,296928<br>—0,238187<br>0,535115 | 0,184692 | 0,275155 |
| 6 | 4 | 0,1<br>0<br>0<br>0,1 | 1<br>2<br>3<br>4 | —0,005788<br>0,046557<br>0,143920<br>0,815311 | —0,214536<br>—0,184705<br>—0,108911<br>0,508151 | 0,044942 | 0,188056 |
| 6 | 2 | 0,1<br>0,3 | 1<br>2 | —0,479380<br>1,479380 | —0,452110<br>0,452110 | 0,55464 | 0,450055 |
| 6 | 4 | 0<br>0,1<br>0,1<br>0 | 1<br>2<br>3<br>4 | —0,025177<br>0,099938<br>0,328356<br>0,596883 | —0,187603<br>—0,178787<br>—0,031369<br>0,397762 | 0,043607 | 0,175361 |

Примечание. В графе 3 : 0 — отказ; 1, 2, 3, 4, 5 — цензурирования.

Таблица 2

Значение функции $\lambda(z_{jk}) = \lambda(z)$

| $z$ | $\lambda(z)$ | $z$ | $\lambda(z)$ | $z$ | $\lambda(z)$ | $z$ | $\lambda(z)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| —4,00 | 0,0001 | —2,00 | 0,0552 | 0,00 | 0,7979 | 2,00 | 2,3732 |
| —3,95 | 0,0002 | —1,95 | 0,0612 | 0,05 | 0,8300 | 2,05 | 2,4176 |
| —3,90 | 0,0002 | —1,90 | 0,0676 | 0,10 | 0,8626 | 2,10 | 2,4621 |
| —3,85 | 0,0002 | —1,85 | 0,0745 | 0,15 | 0,8958 | 2,15 | 2,5067 |
| —3,80 | 0,0003 | —1,80 | 0,0819 | 0,20 | 0,9294 | 2,20 | 2,5515 |
| —3,75 | 0,0004 | —1,75 | 0,0899 | 0,25 | 0,9636 | 2,25 | 2,5964 |
| —3,70 | 0,0004 | —1,70 | 0,0984 | 0,30 | 0,9982 | 2,30 | 2,6414 |
| —3,65 | 0,0005 | —1,65 | 0,1076 | 0,35 | 1,0332 | 2,35 | 2,6866 |
| —3,60 | 0,0006 | —1,60 | 0,1174 | 0,40 | 1,0688 | 2,40 | 2,7319 |
| —3,55 | 0,0007 | —1,55 | 0,1277 | 0,45 | 1,1047 | 2,45 | 2,7773 |
| —3,50 | 0,0009 | —1,50 | 0,1388 | 0,50 | 1,1411 | 2,50 | 2,8227 |
| —3,45 | 0,0010 | —1,45 | 0,1505 | 0,55 | 1,1779 | 2,55 | 2,8684 |
| —3,40 | 0,0012 | —1,40 | 0,1629 | 0,60 | 1,2150 | 2,60 | 2,9141 |
| —3,35 | 0,0015 | —1,35 | 0,1760 | 0,65 | 1,2526 | 2,65 | 2,9598 |
| —3,30 | 0,0017 | —1,30 | 0,1897 | 0,70 | 1,2905 | 2,70 | 3,0058 |
| —3,25 | 0,0020 | —1,25 | 0,2042 | 0,75 | 1,3288 | 2,75 | 3,0519 |
| —3,20 | 0,0024 | —1,20 | 0,2194 | 0,80 | 1,3674 | 2,80 | 3,0977 |
| —3,15 | 0,0028 | —1,15 | 0,2354 | 0,85 | 1,4064 | 2,85 | 3,1441 |
| —3,10 | 0,0033 | —1,10 | 0,2520 | 0,90 | 1,4456 | 2,90 | 3,1905 |
| —3,05 | 0,0038 | —1,05 | 0,2694 | 0,95 | 1,4852 | 2,95 | 3,2366 |
| —3,00 | 0,0044 | —1,00 | 0,2876 | 1,00 | 1,5251 | 3,00 | 3,2832 |
| —2,95 | 0,0052 | —0,95 | 0,3065 | 1,05 | 1,5653 | 3,05 | 3,3311 |
| —2,90 | 0,0060 | —0,90 | 0,3261 | 1,10 | 1,6058 | 3,10 | 3,3764 |
| —2,85 | 0,0069 | —0,85 | 0,3465 | 1,15 | 1,6465 | 3,15 | 3,4244 |
| —2,80 | 0,0079 | —0,80 | 0,3676 | 1,20 | 1,6875 | 3,20 | 3,4694 |
| —2,75 | 0,0091 | —0,75 | 0,3894 | 1,25 | 1,7288 | 3,25 | 3,5180 |
| —2,70 | 0,0105 | —0,70 | 0,4119 | 1,30 | 1,7703 | 3,30 | 3,5642 |
| —2,65 | 0,0120 | —0,65 | 0,4352 | 1,35 | 1,8121 | 3,35 | 3,6121 |
| —2,60 | 0,0136 | —0,60 | 0,4591 | 1,40 | 1,8540 | 3,40 | 3,6565 |
| —2,55 | 0,0155 | —0,55 | 0,4838 | 1,45 | 1,8963 | 3,45 | 3,7069 |
| —2,50 | 0,0176 | —0,50 | 0,5092 | 1,50 | 1,9387 | 3,50 | 3,7527 |
| —2,45 | 0,0200 | —0,45 | 0,5352 | 1,55 | 1,9813 | 3,55 | 3,8002 |
| —2,40 | 0,0226 | —0,40 | 0,5619 | 1,60 | 2,0241 | 3,60 | 3,8464 |
| —2,35 | 0,0255 | —0,35 | 0,5892 | 1,65 | 2,0672 | 3,65 | 3,8934 |
| —2,30 | 0,0286 | —0,30 | 0,6172 | 1,70 | 2,1104 | 3,70 | 3,9425 |
| —2,25 | 0,0321 | —0,25 | 0,6458 | 1,75 | 2,1538 | 3,75 | 3,9924 |
| —2,20 | 0,0360 | —0,20 | 0,6751 | 1,80 | 2,1973 | 3,80 | 4,0360 |
| —2,15 | 0,0402 | —0,15 | 0,7049 | 1,85 | 2,2410 | 3,85 | 4,0891 |
| —2,10 | 0,0448 | —0,10 | 0,7353 | 1,90 | 2,2849 | 3,90 | 4,1376 |
| —2,05 | 0,0498 | —0,05 | 0,7663 | 1,95 | 2,3290 | 3,95 | 4,1842 |
| | | | | | | 4,00 | 4,2310 |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 6*
*Рекомендуемое*

## МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Оценки параметров нормального распределения $a$ и $\sigma$ вычисляют в соответствии с формулами п. 4.4 настоящего стандарта решением уравнений правдоподобия в следующей последовательности:

$$\hat{\sigma}_k = \frac{E+F_k-A\left(\frac{D+\Delta_k}{B}\right)+\sqrt{\left[E+F_k-A\left(\frac{D+\Delta_k}{B}\right)\right]^2+4r\left(C-\frac{A^2}{B}\right)}}{2r},$$

$$\hat{a}_k=\frac{A}{B}+\left(\frac{D+\Delta_k}{B}\right)\hat{\sigma}_k,$$

где $k$ — шаг итерации, $k=0, 1, 2, \ldots$

2. Коэффициенты, входящие в уравнения, вычисляют по формулам:

$$A=\sum_{i=1}^{r} t_i+0{,}64\sum_{j=1}^{n}\tau_j,$$

$$B=r+0{,}64n,$$

$$C=\sum_{i=1}^{r} t_i^2+0{,}64\sum_{j=1}^{n}\tau_j^2,$$

$$D=0{,}8n,$$

$$E=0{,}8\sum_{j=1}^{n}\tau_j,$$

$$\Delta_k=\sum_{j=1}^{n}\Delta_{jk},\quad \Delta_0=0,$$

$$\Delta_{jk}=\lambda_{jk}-0{,}8-0{,}64z_{jk},$$

$$z_{jk}=\frac{\tau_j-\hat{a}_{k-1}}{\hat{\sigma}_{k-1}},\qquad \lambda_{jk}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(z_{jk})^2}{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{z_{jk}}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}dy},$$

$$F_k=\sum_{j=1}^{n}\Delta_{jk}\tau_j,\quad F_0=0.$$

Значения функции $\lambda_{jk}=\lambda(z_{jk})$ приведены в справочном приложении табл. 2.

3. За оценки параметров $\hat{a}$ и $\hat{\sigma}$ принимают значения $\hat{a}_k$ и $\hat{\sigma}_k$, при которых соблюдаются условия:

$$\left|\frac{\hat{\sigma}_k-\hat{\sigma}_{k-1}}{\hat{\sigma}_{k-1}}\right|<\varepsilon,\qquad \left|\frac{\hat{a}_k-\hat{a}_{k-1}}{\hat{a}_{k-1}}\right|<\varepsilon,$$

где $\varepsilon$ — заданная относительная погрешность (точность) решений уравнений правдоподобия.

Значения $\varepsilon$ выбирают из ряда: 0,001; 0,01; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20.

---

*ПРИЛОЖЕНИЕ 7*
*Справочное*

## ПОРЯДОК ВЫЧИСЛЕНИЯ ДИСПЕРСИЙ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

1. Для экспоненциального закона распределения с параметром $\lambda$ дисперсию оценки показателя надежности $R=R(\lambda)$ вычисляют по формуле

$$D(\hat{R}) \approx \left(\frac{\partial R}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot D(\hat{\lambda}),$$

где

$$D(\hat{\lambda}) \approx \frac{\hat{\lambda}^2}{r}.$$

2. Для двухпараметрических законов распределения (Вейбулла, нормального, логарифмически нормального) с параметрами $\Theta_1$ и $\Theta_2$ дисперсию оценки показателя надежности $R=R(\Theta_1, \Theta_2)$ вычисляют по формуле

$$D(\hat{R}) \approx \left(\frac{\partial R}{\partial \Theta_1}\right)^2 D(\hat{\Theta}_1) + \left(\frac{\partial R}{\partial \Theta_2}\right)^2 D(\hat{\Theta}_2) + 2\left(\frac{\partial R}{\partial \Theta_1}\right)\left(\frac{\partial R}{\partial \Theta_2}\right)\operatorname{cov}(\hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2),$$

где $D(\hat{\Theta}_1)$, $D(\hat{\Theta}_2)$, $\operatorname{cov}(\hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2)$ — дисперсии оценок $\hat{\Theta}_1$ и $\hat{\Theta}_2$ и ковариация оценок $\hat{\Theta}_1$ и $\hat{\Theta}_2$.

$$D(\hat{\Theta}_1) = -\frac{\dfrac{\partial^2 \ln L}{\partial \Theta_2^2}}{\operatorname{Det} A}, \qquad D(\hat{\Theta}_2) = -\frac{\dfrac{\partial^2 \ln L}{\partial \Theta_1^2}}{\operatorname{Det} A},$$

$$\operatorname{cov}(\hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2) = \frac{\dfrac{\partial^2 \ln L}{\partial \Theta_1 \partial \Theta_2}}{\operatorname{Det} A},$$

$L$ — функция правдоподобия, вычисленная для данной выборки;

$$\operatorname{Det} A = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \Theta_1^2} \cdot \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \Theta_2^2} - \left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \Theta_1\, \Theta_2}\right)^2.$$

В выражение для вторых производных подставляют найденные по пп. 4.2—4.5 настоящего стандарта оценки параметров распределений.

3. При распределении Вейбулла производные функции правдоподобия $L$ равны:

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial a^2} = \frac{b}{a^2}\left[r - \frac{b+1}{a^b}\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^b + \sum_{j=1}^{n} \tau_j^b\right)\right];$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial b^2} = -\frac{r}{b^2} - \frac{1}{a^b}\left\{\ln a\left[\ln a\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^b + \sum_{j=1}^{n} \tau_j^b\right) - 2\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^b \ln t_i + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \sum_{j=1}^{n} \tau_j^b \ln \tau_j\right)\right] + \sum_{i=1}^{r} t_i^b \ln^2 t_i + \sum_{j=1}^{n} \tau_j^b \ln^2 \tau_j\right\};$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial a \partial b} = -\frac{r}{a} + \frac{1}{a^{b+1}}\left[\left(1 - b \ln a\right)\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^b + \sum_{j=1}^{n} \tau_j^b\right) + b\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^b \ln t_i + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sum_{j=1}^{n} \tau_j^b \ln \tau_j\right)\right].$$

*ПРИЛОЖЕНИЕ 8*
*Рекомендуемое*

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВЕЙБУЛЛА

1. При распределении Вейбулла и $\frac{r}{N} \leqslant 0{,}6$ двусторонние доверительные границы для значений средней наработки до отказа и гамма-процентной наработки при значениях $\gamma = 80$ и 90 % вычисляют по формулам таблицы.

**Определение доверительных границ показателей надежности**

| Наименование показателя надежности | Формула для определения двусторонних доверительных границ показателя надежности | |
|---|---|---|
| | нижняя граница | верхняя граница |
| Средняя наработка до отказа<br>Средний ресурс<br>Средний срок службы<br>Средний срок сохраняемости | $\overline{t}(1+\varepsilon_н)$ | $\overline{t}(1+\varepsilon_в)$ |
| Гамма-процентная наработка<br>Гамма-процентный ресурс<br>Гамма-процентный срок службы<br>Гамма-процентный срок сохраняемости | $\hat{t}_{80\%}(1+\varepsilon_н)$<br>$\hat{t}_{90\%}(1+\varepsilon_н)$ | $\hat{t}_{80\%}(1+\varepsilon_в)$<br>$\hat{t}_{90\%}(1+\varepsilon_в)$ |

2. Значения $\varepsilon_н$ и $\varepsilon_в$ определяют по графикам, изображенным на черт. 1—9 для доверительной вероятности $\gamma = 0{,}80$; 0,90; 0,95.

3. На оси абсцисс соответствующего графика откладывают значение $\frac{r}{N}$ и восстанавливают перпендикуляр до пересечения с кривыми, соответствующими объему наблюдаемой выборки.

4. На оси ординат приведены пять шкал, указывающих значения $\varepsilon_н$ и $\varepsilon_в$ в зависимости от коэффициента вариации $\hat{v}$ наработки до отказа, вычисляемого по формуле

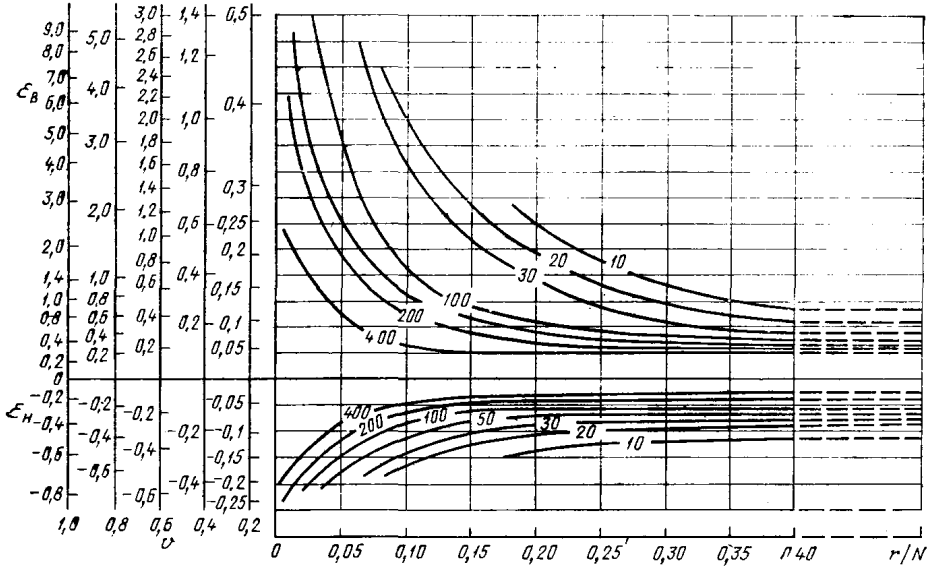
$$\hat{v} = \frac{\sqrt{\Gamma(1+2/\hat{b}) - \Gamma^2(1+1/\hat{b})}}{\Gamma(1+1/\hat{b})},$$

где $\Gamma(...)$ — гамма-функция.

Значения коэффициента $v$ в зависимости от значений параметра $b$ приведены в ГОСТ 27.503—81.

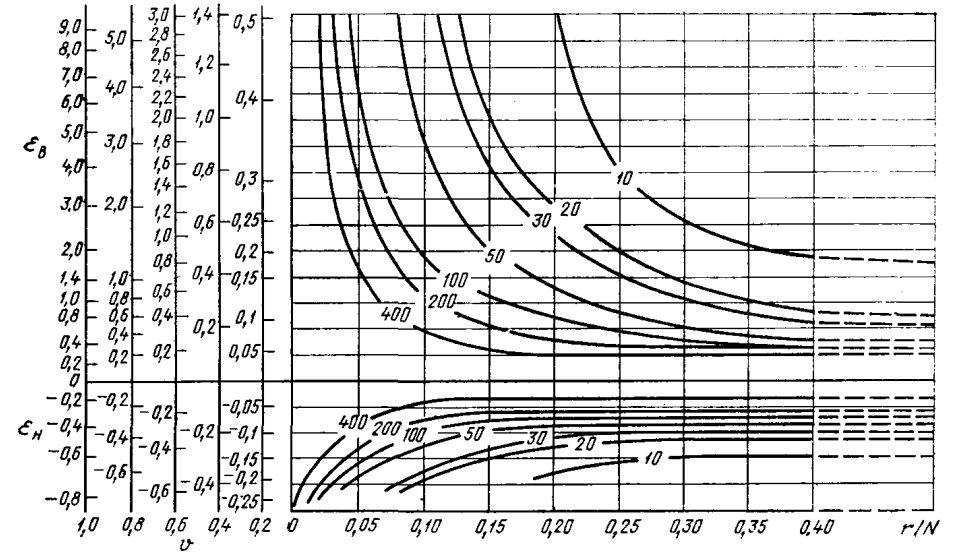
Ординаты точек пересечения, отсчитанные по соответствующей шкале $v$, указывают значения величин $\varepsilon_н$ и $\varepsilon_в$. Значение $\varepsilon_н$ находят на нижней половине соответствующей шкалы, значение $\varepsilon_в$ — на верхней половине шкалы.

**Оценка доверительных границ средней наработки до отказа для $\gamma=0{,}80$**



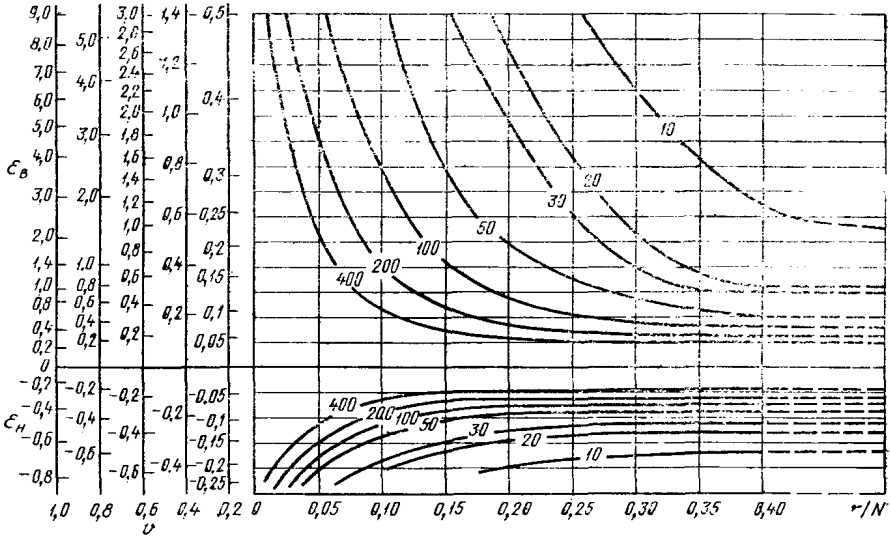

Черт. 1

**Оценка доверительных границ средней наработки до отказа для $\gamma=0{,}90$**



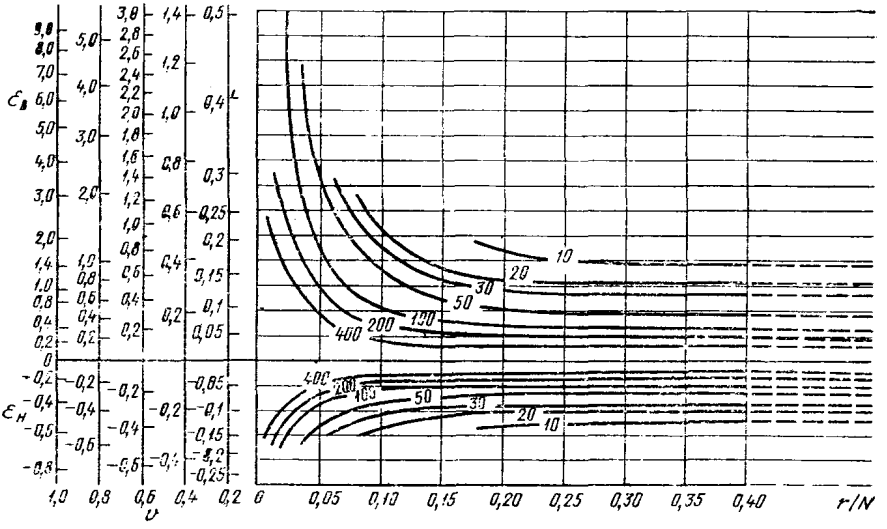

Черт. 2

**Оценка доверительных границ средней наработки до отказа для $\gamma=0{,}95$**



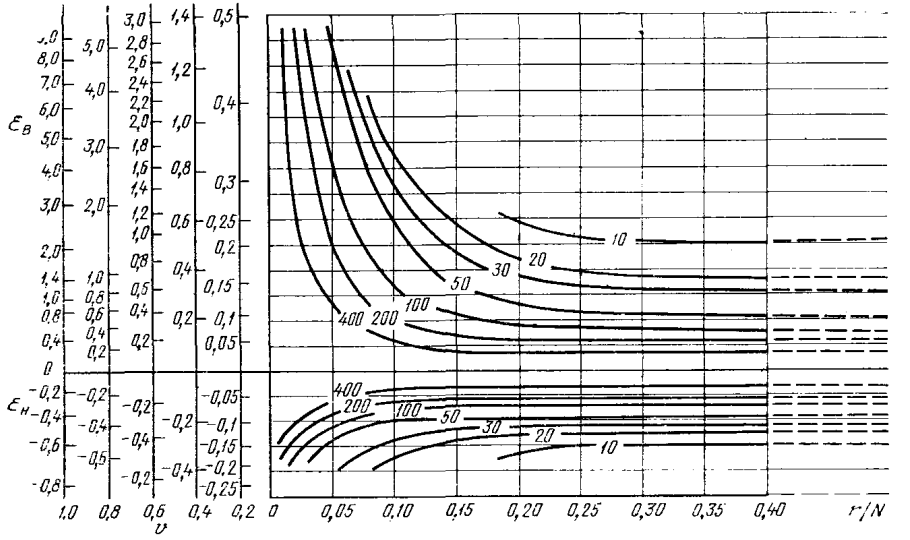

Черт. 3

**Оценка доверительных границ 80 % наработки до отказа для $\gamma=0{,}80$**



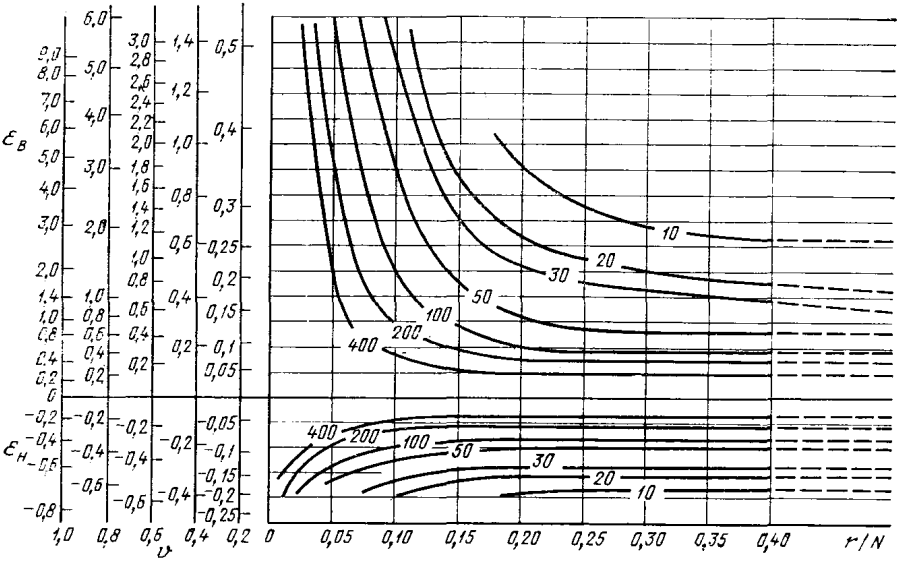

Черт. 4

**Оценка доверительных границ 80 % наработки до отказа для $\gamma=0{,}90$**



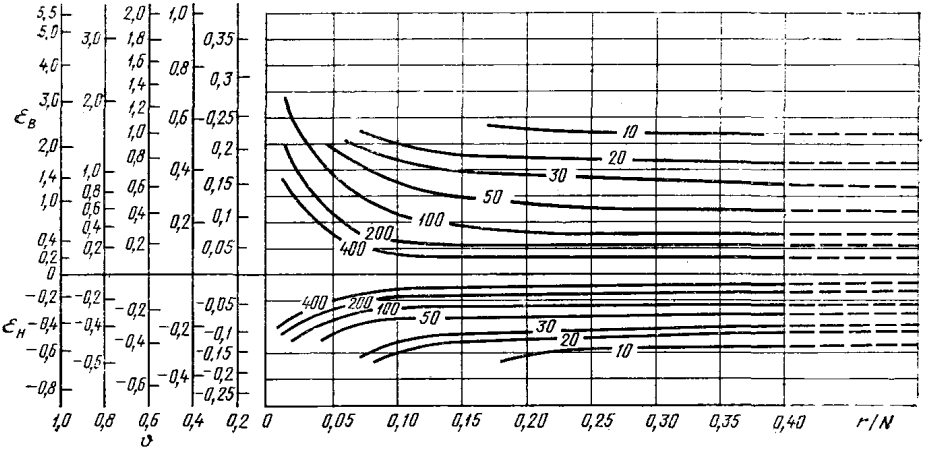

Черт. 5

**Оценка доверительных границ 80 % наработки до отказа для $\gamma=0{,}95$**



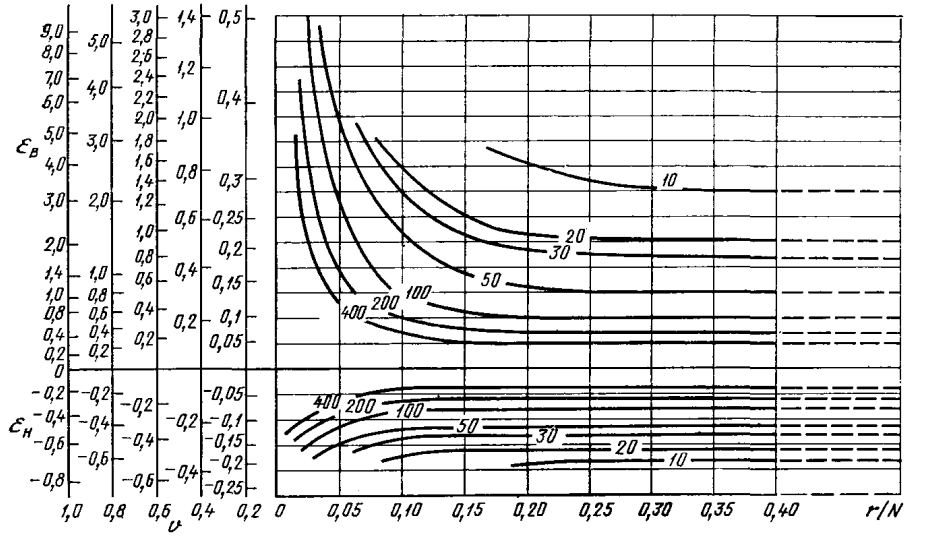

Черт. 6

**Оценка доверительных границ 90 % наработки до отказа для $\gamma=0{,}80$**



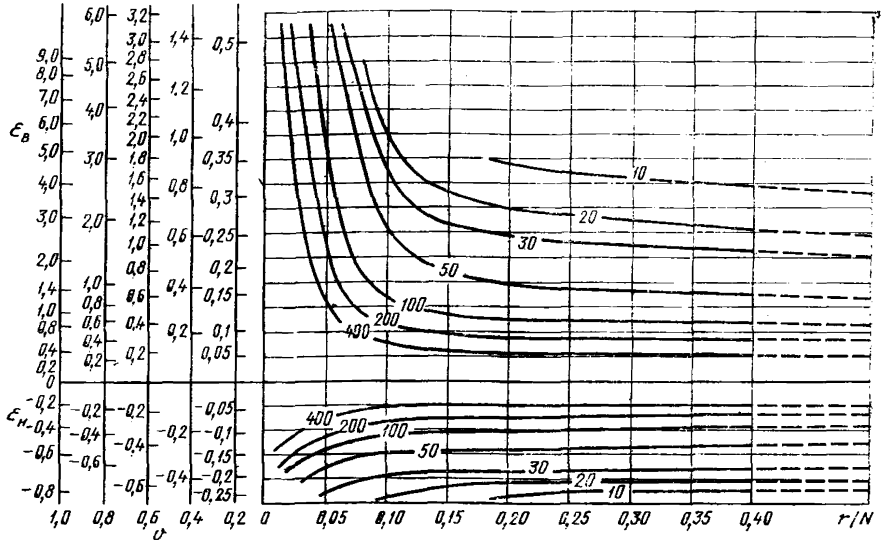

Черт. 7

**Оценка доверительных границ 90 % наработки до отказа для $\gamma=0{,}90$**




Черт. 8

**Оценка доверительных границ 90 % наработки до отказа для $\gamma=0{,}95$**




Черт. 9

Примечание к черт. 1—9. Цифры на кривых указывают объем выборки.

---

*ПРИЛОЖЕНИЕ 9*
*Справочное*

## ПРИМЕРЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

### 1. Оценка показателей надежности непараметрическим методом

Под наблюдение было поставлено 50 изделий. Изделия после отказа не ремонтируют и не заменяют. При наработке изделий 3600 ч. 25 изделий были сняты с наблюдения для детального исследования их технического состояния. Оставшиеся изделия находились под контролем до наработки 25000 ч. В процессе наблюдений были зафиксированы следующие наработки до отказа:

2292, 5440, 880, 2996, 1711, 14610, 10806, 4652, 1638, 1287, 2850, 4830, 2700, 755, 3438, 581, 1904, 23289, 12036, 8550, 742, 1064, 2640 ч.

Требуется оценить вероятность безотказной работы за наработку $t_0=5000$ ч, среднюю наработку до отказа и 95-процентную наработку до отказа.

Вычисления проводят в соответствии с разд. 3 настоящего стандарта.

1.1. Строят вариационный ряд в соответствии с п. 3.2.1 настоящего стандарта:

581, 742, 755, 880, 1064, 1287, 1638, 1711, 1904, 2292, 2640, 2700, 2850, 2996, 3438, 3600*(25), 4652, 4830, 5440, 8550, 10806, 12036, 14610, 23289, 25000*(2).

1.2. По вариационному ряду в соответствии с п. 3.2.2 определяют количество интервалов наблюдения $m=2$ и значения $r_l$ и $n_l$ для каждого интервала

$$r_1=15, \quad n_0=0,$$
$$r_2=8, \quad n_1=25,$$
$$n_2=2.$$

Проверяют правильность подсчета:

$$r=\sum_{l=1}^{2} r_l=23; \qquad n=\sum_{l=0}^{2} n_l=27;$$
$$N=r+n=50.$$

1.3. Для каждого интервала наблюдения вычисляют величины $N_{э1}$ и $N_{э2}$ в соответствии с п. 3.2.3 настоящего стандарта

$$N_{э1}=N-n_0=N=50;$$
$$N_{э2}=N_{э1}\left[1-\frac{n_1}{N-n_0-r_1}\right]=50\cdot\left(1-\frac{25}{50-15}\right)=14{,}286.$$

1.4. Определяют величину $\hat{F}(t_l)$ для каждой из зафиксированных наработок до отказа в соответствии с п. 3.2.4 настоящего стандарта:

| $l$ | $\hat{F}(t_{(l)})$ | $l$ | $\hat{F}(t_{(l)})$ | $l$ | $\hat{F}(t_{(l)})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,02 | 10 | 0,20 | 44 | 0,58 |
| 2 | 0,04 | 11 | 0,22 | 45 | 0,65 |
| 3 | 0,06 | 12 | 0,24 | 46 | 0,72 |
| 4 | 0,08 | 13 | 0,26 | 47 | 0,79 |
| 5 | 0,10 | 14 | 0,28 | 48 | 0,86 |
| 6 | 0,12 | 15 | 0,30 | | |
| 7 | 0,14 | 41 | 0,37 | | |
| 8 | 0,16 | 42 | 0,43 | | |
| 9 | 0,18 | 43 | 0,51 | | |

1.5. Определяют точечную оценку вероятности безотказной работы. В соответствии с п. 3.3 настоящего стандарта находим, что $t_0=5000$ ч лежит между 42 и 43 членами вариационного ряда, т. е.:

$$l=43; \quad t_{(l)}=5440; \quad t_{(l-1)}=4830.$$

Вычисляют $d_1$

$$d_1=\frac{5000-4830}{5440-4830}=0{,}279.$$

* Отмечены наработки до цензурирования. Число в скобках, записанное после значения наработки, указывает количество членов вариационного ряда с данным значением наработки.

Вычисляют $\hat{P}(5000)$:

$$\hat{P}(5000)=1-(0{,}279\cdot 0{,}51+0{,}721\cdot 0{,}43)\approx 0{,}55.$$

1.6. Определяют среднюю наработку до отказа в соответствии с п. 3.4 настоящего стандарта:

$$p_1=0;\quad q_1=15;\quad p_2=40;\quad q_2=48.$$

$$\bar{t}=\frac{\sum\limits_{l=1}^{15} t_{(l)}}{50}+\frac{\sum\limits_{l=41}^{48} t_{(l)}}{14{,}286}+(1-0{,}86)\cdot t_{(48)}=\frac{27478}{50}+\frac{84213}{14{,}286}+$$

$$+0{,}14\cdot 23289=9705 \text{ ч}.$$

1.7. Определяют 95 %-ную наработку до отказа. В соответствии с п. 3.5 настоящего стандарта находим, что она лежит между вторым и третьим членами вариационного ряда,

т. е. $$l=3;\quad \hat{F}(t_{(l-1)})=0{,}04;\quad \hat{F}(t_{(l)})=0{,}06;$$

$$t_{(l-1)}=742,\quad t_{(l)}=755.$$

Вычисляют $d_2$:

$$d_2=\frac{0{,}05-0{,}04}{0{,}02}=0{,}5.$$

Вычисляют $\hat{t}_{95\%}$ :

$$t_{95\%}=0{,}5\cdot 742+0{,}5\cdot 755=748{,}5 \text{ ч}.$$

## 2. Оценка показателей надежности параметрическим методом

2.1. Экспоненциальный закон распределения

Используя данные примера 1, определить точечные оценки вероятности безотказной работы за наработку $t_0=5000$ ч, средней наработки до отказа и 95 %-ной наработки.

Вычисления проводят в соответствии с п. 4.2 настоящего стандарта.

2.1.1. *Определение точечной оценки параметра распределения*

Точечная оценка параметра экспоненциального распределения $\hat{\lambda}$ равна:

$$\hat{\lambda}=\frac{r}{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i+\sum\limits_{j=1}^{n}\tau_j}=\frac{23}{111691+140000}=9{,}13\cdot 10^{-5}\,1/\text{ч}.$$

2.1.2. *Определение точечных оценок показателей надежности*

По ГОСТ 27.503—81 находят оценки:

вероятности безотказной работы за наработку 5000 ч:

$$\hat{P}(t_0)=l^{-\hat{\lambda}t_0}=l^{-9{,}13\cdot 10^{-5}\cdot 5000}=0{,}63;$$

средней наработки до отказа:

$$\bar{t}=\frac{1}{\hat{\lambda}}=\frac{1}{9{,}13}\cdot 10^5=10900 \text{ ч}.$$

95 %-ной наработки до отказа:

$$\hat{t}_{95\%}=\frac{1}{\hat{\lambda}}\left(-\ln\frac{\gamma\,\%}{100}\right)=10900(-\ln 0,95)=545 \text{ ч}.$$

2.2. Закон распределения Вейбулла

Под наблюдение было поставлено 10 изделий. Изделия после отказа не ремонтируют и не заменяют. В процессе наблюдения были зафиксированы следующие наработки до отказа:

4,2; 4,7; 5,5; 7,1; 10,2 тыс. км пробега

и наработки до цензурирования:

10,3; 23,6; 11,9; 5,9; 4,5 тыс. км пробега.

Требуется определить точечные оценки и двусторонние доверительные границы для 90 %-ной наработки до отказа для доверительной вероятности $\gamma=0,90$.

2.2.1. *Определение точечных оценок параметров распределения*

В соответствии с п. 4.3 настоящего стандарта вычисляют методом максимального правдоподобия оценки параметров $a$ и $b$. Точность решения уравнения относительно $\hat{b}$ равна 0,20, т. е. $\varepsilon=0,20$.

Вычисляют коэффициент $A$:

$$A=\frac{\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i}{r}=\frac{1,44+1,55+\ldots+2,32}{5}=1,79.$$

Вычисляют начальное приближение $\hat{b}_0$:

$$\hat{b}_0=\frac{r}{(A-\ln t_1)(0,23r+3,71)}=\frac{5}{(1,79-1,44)(0,23\cdot 5+3,71)}=2,90.$$

Вычисляют 1-ое приближение $\hat{b}_1$:

$$\hat{b}_1=\frac{1}{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i t_i^{\hat{b}_0}+\sum\limits_{j=1}^{n}\ln\tau_j\tau_j^{\hat{b}_0}}{\sum\limits_{i=1}^{r}t_i^{\hat{b}_0}+\sum\limits_{j=1}^{n}\tau_j^{\hat{b}_0}}-A}=\frac{1}{\dfrac{222,51}{91,76}-1,79}=1,59.$$

Вычисляют 2-ое приближение $\hat{b}_2$:

$$\hat{b}_2=\frac{1}{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{r}\ln t_i t_i^{\hat{b}_1}+\sum\limits_{j=1}^{n}\ln\tau_j\tau_j^{\hat{b}_1}}{\sum\limits_{i=1}^{r}t_i^{\hat{b}_1}+\sum\limits_{j=1}^{n}\tau_j^{\hat{b}_1}}-A}=\frac{1}{\dfrac{964,79}{383,13}-1,79}=1,33.$$

Так как

$$\left|\frac{\hat{b}_2-\hat{b}_1}{\hat{b}_1}\right|=\left|\frac{1,33-1,59}{1,59}\right|<0,20,$$

то в качестве оценки параметра $\hat{b}$ следует принять $\hat{b}_2$

$$\hat{b}=1,33.$$

Вычисляют оценку параметра:

$$\overset{\wedge}{a}=\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i^{\overset{\wedge}{b}}+\sum\limits_{j=1}^{n} \tau_j^{\overset{\wedge}{b}}}{r}\right)^{1/\overset{\wedge}{b}}=\left(\frac{383{,}13}{5}\right)^{1/1{,}33}=15{,}54.$$

2.2.2. *Определение точечной оценки 90 %-ной наработки до отказа*

По формулам ГОСТ 27.503—81 находят оценку $\overset{\wedge}{t}_{90\%}$:

$$\overset{\wedge}{t}_{90\%}=\overset{\wedge}{a}\left(-\ln\frac{\gamma\%}{100}\right)^{1/\overset{\wedge}{b}}=15{,}54(-\ln 0{,}9)^{1/1{,}33}=2{,}87 \text{ тыс. км}.$$

2.2.3. *Определение доверительных границ 90 %-ной наработки до отказа*

В соответствии с пп. 4.7 и 4.8 настоящего стандарта вычисляют:

$$\beta=\frac{1+\gamma}{2}=\frac{1+0{,}9}{2}=0{,}95;\ U_{0{,}95}=1{,}645;$$

$$t_{90\text{в}}=\overset{\wedge}{t}_{90\%}+1{,}645\sqrt{D(\overset{\wedge}{t}_{90})};$$

$$t_{90\text{н}}=\overset{\wedge}{t}_{90\%}-1{,}645\sqrt{D(\overset{\wedge}{t}_{90})}.$$

В соответствии с справочным приложением 7 настоящего стандарта находят $D(\overset{\wedge}{t}_{90})$.

В рассматриваемом случае имеют:

$$R=R(\Theta_1,\Theta_2)=t_{\gamma\%}=a\left(-\ln\frac{\gamma\%}{100}\right)^{1/\overset{\wedge}{b}};$$

$$\frac{\partial R}{\partial\Theta_1}=\frac{\partial t_{\gamma\%}}{\partial a}\left(-\ln\frac{\gamma\%}{100}\right)^{1/\overset{\wedge}{b}}=(-\ln 0{,}9)^{1/1{,}33}=0{,}18;$$

$$\frac{\partial R}{\partial\Theta_2}=\frac{\partial t_{\gamma\%}}{\partial b}=-\frac{\overset{\wedge}{a}}{\overset{\wedge}{b}^2}\left(-\ln\frac{\gamma\%}{100}\right)^{1/\overset{\wedge}{b}}\ln\left(-\ln\frac{\gamma\%}{100}\right)=$$

$$=-\frac{15{,}54}{1{,}33^2}(-\ln 0{,}9)^{1/1{,}33}\cdot\ln(-\ln 0{,}9)=3{,}60;$$

$$\frac{\partial^2\ln L}{\partial a^2}=\frac{\overset{\wedge}{b}}{\overset{\wedge}{a}^2}\left[r-\frac{\overset{\wedge}{b}+1}{\overset{\wedge}{a}^{\overset{\wedge}{b}}}\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\overset{\wedge}{b}}+\sum_{j=1}^{n}\tau_j^{\overset{\wedge}{b}}\right)\right]=-0{,}04;$$

$$\frac{\partial^2\ln L}{\partial b^2}=-\frac{r}{\overset{\wedge}{b}^2}-\frac{1}{\overset{\wedge}{a}^{\overset{\wedge}{b}}}\left\{\ln\overset{\wedge}{a}\left[\ln\overset{\wedge}{a}\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\overset{\wedge}{b}}+\sum_{j=1}^{n}\tau_j^{\overset{\wedge}{b}}\right)-2\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\overset{\wedge}{b}}\ln t_i+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\sum_{j=1}^{n}\tau_j^{\overset{\wedge}{b}}\ln\tau_j\right)\right]+\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\overset{\wedge}{b}}\ln^2 t_i+\sum_{j=1}^{n}\tau_j^{\overset{\wedge}{b}}\ln^2\tau_j\right)\right\}=-5{,}05;$$

$$\frac{\partial^2\ln L}{\partial a\partial b}=\frac{r}{\overset{\wedge}{a}}+\frac{1}{\overset{\wedge}{a}^{\overset{\wedge}{b}+1}}\left[\left(1-\overset{\wedge}{b}\ln\overset{\wedge}{a}\right)\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\overset{\wedge}{b}}+\sum_{j=1}^{n}\tau_j^{\overset{\wedge}{b}}\right)+\right.$$

$$+\hat{b}\left(\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{b}} \ln t_i + \sum_{j=1}^{n} \tau_j^{\hat{b}} \ln \tau_j\right)\Bigg] = -4{,}01;$$

$$\text{Det } A = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial a^2} \cdot \frac{\partial^2 \ln L}{\partial b^2} - \left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial a \partial b}\right)^2 = -15{,}88;$$

$$D(\hat{a}) = \left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial b^2}\right) / \text{Det } A = 0{,}32;$$

$$D(\hat{b}) = \left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial a^2}\right) / \text{Det } A = 0{,}0025;$$

$$\text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) = \left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial a \partial b}\right) / \text{Det } A = 0{,}25.$$

Таким образом, $D(\hat{t}_{90}) = 0{,}37$.

Определяют верхнюю и нижнюю двусторонние доверительные границы для 90 %-ной наработки до отказа:

$$t_{90в} = 2{,}87 + 1{,}645\sqrt{0{,}37} = 3{,}87 \text{ тыс. км},$$

$$t_{90н} = 2{,}87 - 1{,}645\sqrt{0{,}37} = 1{,}87 \text{ тыс. км}.$$

2.2.4. В соответствии с рекомендуемым приложением 8 настоящего стандарта определяют двусторонние доверительные границы для 90 %-ной наработки до отказа при доверительной вероятности $\gamma = 0{,}9$.

По найденному значению $\hat{b} = 1{,}33$ по ГОСТ 27.503—81 находят значение $v = 0{,}75$.

По черт. 8 рекомендуемого приложения 8 для $N = 10$, $\frac{r}{N} = 0{,}5$ на второй шкале слева для $v = 0{,}80$ находим значения $\varepsilon_н$ и $\varepsilon_в$ :

$$\varepsilon_в = 2{,}10; \quad \varepsilon_н = -0{,}52.$$

Таким образом:

$$t_{90в} = \hat{t}_{90\%} \cdot (1 + \varepsilon_в) = 2{,}87 \cdot 3{,}1 = 8{,}90 \text{ тыс. км},$$

$$t_{90н} = \hat{t}_{90\%} \cdot (1 + \varepsilon_н) = 2{,}87 \cdot 0{,}48 = 1{,}37 \text{ тыс. км}.$$

2.3. Закон распределения Вейбулла

На испытаниях находилось шесть образцов. Зафиксированы следующие наработки до отказа: $t_1 = 38$ ч, $t_2 = 88$ ч, $t_3 = 96$ ч, $t_4 = 118$ ч, $t_5 = 178$ ч. Один образец снят с испытаний без отказа при наработке 120 ч, т. е. наработка до цензурирования равна 120 ч. Определить оценку средней наработки до отказа и вероятности безотказной работы за наработку $t_0 = 100$ ч.

2.3.1. *Определение точечных оценок параметров распределения*

Вычисления проводят в соответствии с п. 4.3.2 настоящего стандарта.

Используя табл. 1 справочного приложения 5, определяют коэффициенты $A_i$, $C_i$, $P$, $L$ для $N = 6$, $r = 5$, $n = 1$ и порядка чередования отказов и цензурирований: 0, 0, 0, 0, 1,0.

Результаты приведены в таблице.

| Наработка до отказа $t_i$ | $\ln t_i$ | Коэффициенты | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $A_i$ | $C_i$ | $P$ | $L$ |
| 38 | 3,63759 | 0,013939 | —0,159159 | 0,0299845 | 0,14656259 |
| 88 | 4,47734 | 0,054654 | —0,156823 | | |
| 96 | 4,56435 | 0,105415 | —0,123795 | | |
| 118 | 4,77068 | 0,362619 | 0,046088 | | |
| 178 | 5,18178 | 0,462373 | 0,393678 | | |

$$\sum_{i=1}^{5} A_i \ln t_{(i)} = 4,90697 ;$$

$$\sum_{i=1}^{5} C_i \ln t_{(i)} = 0,41371 .$$

Оценка параметра $a$ равна:

$$\hat{a} = \exp\left(\sum_{i=1}^{r} A_i \ln t_{(i)} + \frac{P}{1-L} C_i \ln t_{(i)}\right) = \exp(4,90697 + \frac{0,029984}{1-0,146562} \times 0,41371) = 134,29.$$

Оценка параметра $b$ равна:

$$\hat{b} = \frac{1-0,146562}{0,4137} = 2,06.$$

2.3.2. *Определение точечных оценок показателей надежности*

По ГОСТ 27.503—81 находят оценки:

среднего ресурса $\bar{t}$:

$$\bar{t} = \hat{a}\Gamma\left(1+\frac{1}{\hat{b}}\right) = 116,95;$$

вероятности безотказной работы $\hat{P}(t_0)$:

$$\hat{P}(t_0) = e^{-\left(\frac{t_0}{\hat{a}}\right)^{\hat{b}}} = \exp\left[-\left(\frac{100}{134,29}\right)^{2,06}\right] = 0,58.$$

2.4. Нормальный закон распределения

Под наблюдением находилось 18 изделий, из которых 11 были направлены в капитальный ремонт, а остальные 7 объектов остались работоспособными.

Наработки изделий до капитального ремонта равны:

221, 242, 246, 253, 264, 283, 303, 307, 313, 348, 356 тыс. км пробега.

Наработки изделий до цензурирования равны:

236, 272, 280, 287, 300, 302, 326 тыс. км пробега.

Определить точечные оценки среднего и 90 %-ного ресурсов до капитального ремонта.

2.4.1. *Определение точечных оценок параметров распределения*

В соответствии с п. 4.4 настоящего стандарта вычисляют методом максимального правдоподобия оценки параметров $a$ и $\sigma$.

Вычисляют коэффициенты $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ по формулам:

$$A = \sum_{i=1}^{r} t_i + 0,64 \sum_{j=1}^{n} \tau_j = 3138 + 0,64 \cdot 2003 = 4419,92;$$

$$B = r + 0,64n = 11 + 0,64 \cdot 7 = 15,46;$$

$$C=\sum_{i=1}^{r} t_i^2+0{,}64\sum_{j=1}^{n}\tau_j^2=914598+0{,}64\cdot 577929=1284472{,}56;$$

$$D=0{,}8n=0{,}8\cdot 7=5{,}6;$$

$$E=0{,}8\sum_{j=1}^{n}\tau_j=1602{,}4\ ;$$

Задаемся точностью решения уравнений $\varepsilon=0{,}001$.

Начальные значения оценок параметров $\hat{a}_0$ и $\hat{\sigma}_0$ определяют по уравнениям п. 4.4, *считая что* $\Delta_0=0$, $F_0=0$:

$$\hat{\sigma}_0=\frac{(E-AD/B)+\sqrt{(E-AD/B)^2+4r(C-A^2/B)}}{2r}=\frac{(1602{,}4-4419{,}92\cdot 5{,}6/15{,}48)}{22}+$$

$$+\frac{\sqrt{(1602{,}4-4419{,}92\cdot 5{,}6/15{,}48)^2+44\left(1284472{,}56-\frac{4419{,}92^2}{15{,}48}\right)}}{22}=45{,}361;$$

$$\hat{a}_0=\frac{A}{B}+\frac{D}{B}\hat{\sigma}_0=\frac{4419{,}92}{15{,}48}+\frac{5{,}6}{15{,}48}\cdot 45{,}361=301{,}934.$$

Последующие приближения вычисляют по формулам рекомендуемого приложения 6.

Порядок решения представлен в таблице.

| $\tau_j$ | 1-ое приближение | | 2-ое приближение | |
|---|---|---|---|---|
| | $z_{j1}=\frac{\tau_j-\hat{a}_0}{\hat{\sigma}_0}$ | $\lambda(z_{j1})$ | $z_{j2}=\frac{\tau_j-\hat{a}_1}{\hat{\sigma}_1}$ | $\lambda(z_{j2})$ |
| 236 | —1,454 | 0,1505 | —1,494 | 0,1411 |
| 272 | —0,660 | 0,4305 | —0,689 | 0,4166 |
| 280 | —0,484 | 0,5195 | —0,510 | 0,5041 |
| 287 | —0,329 | 0,6003 | —0,354 | 0,5892 |
| 300 | —0,043 | 0,7726 | —0,063 | 0,7601 |
| 302 | —0,001 | 0,7979 | —0,019 | 0,7853 |
| 326 | 0,530 | 1,1643 | 0,518 | 1,1558 |

$\Delta_1=0{,}3897$ $F_1=97{,}537$ $\Delta_2=0{,}4153$ $F_2=104{,}034$

$\hat{a}_1=302{,}836$ $\hat{a}_2=302{,}894$

$\hat{\sigma}_1=44{,}739$ $\hat{\sigma}_2=44{,}698$

Так как:

$$\left|\frac{\hat{a}_2-\hat{a}_1}{\hat{a}_1}\right|=\left|\frac{302{,}894-302{,}836}{302{,}836}\right|<0{,}001,\quad \left|\frac{\hat{\sigma}_2-\hat{\sigma}_1}{\hat{\sigma}_1}\right|=\left|\frac{44{,}698-44{,}739}{44{,}739}\right|<0{,}001,$$

то в качестве оценок параметров следует принять:

$$\hat{a}=302{,}894;$$

$$\hat{\sigma}=44{,}698.$$

2.4.2. *Определение точечных оценок показателей надежности*
По ГОСТ 27.503—81 находят оценки:
среднего ресурса $\overline{t}$:

$$\overline{t}=\hat{a}=302{,}894 \text{ тыс. км}$$

90 %-ного ресурса:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{\hat{t}_{\gamma}-302{,}894}{44{,}698}\right)=\frac{90}{100}.$$

Откуда: $\hat{t}_{\gamma\%}=245{,}594$ тыс. км.

## 3. Проверка согласия выбранного закона распределения с опытными данными

3.1. В соответствии с рекомендуемым приложением 3, используя данные примера 2.1, проверяют гипотезу о согласии опытных данных с экспоненциальным законом распределения при уровне значимости $\alpha=0{,}1$.

3.2. Оценивают параметр экспоненциального распределения $\hat{\lambda}$:

$$\hat{\lambda}=9{,}13\cdot 10^{-5}.$$

3.3. Строят преобразованный вариационный ряд:
0,0517; 0,0655; 0,0666; 0,0772; 0,0926; 0,1109; 0,1389; 0,1446; 0,1596; 0,1888; 0,2142; 0,2185; 0,2291; 0,2393; 0,2694; 0,2801*(25); 0,3461; 0,3566; 0,3914; 0,5419; 0,6272; 0,6668; 0,7366; 0,8877; 0,8980*(2).
Вычисляют:

$$z_1^{(1)}=0; \quad z_1^{(2)}=0{,}3131;$$

$$z_2^{(1)}=0{,}2748; \quad z_2^{(2)}=0{,}8894.$$

Значения $p_1$, $p_2$, $q_1$ и $q_2$ были определены в п. 1.6 настоящего приложения.

3.3. Вычисляют

$$T_{50,2,23}=\frac{1}{15(0{,}2748-0)}\cdot(2{,}2669-15\cdot 0)+\frac{1}{8(0{,}8894-0{,}3131)}\cdot(4{,}5473-$$

$$-8\cdot 0{,}3131)=\frac{2{,}2669}{4{,}122}+\frac{2{,}0425}{4{,}6104}=0{,}993.$$

3.4. Вычисляют величину $z$:

$$z=\left|\frac{T_{50,2,23}-23/2}{\sqrt{12\cdot 23}}\right|=\left|\frac{0{,}993-11{,}5}{\sqrt{276}}\right|=0{,}64.$$

3.5. Так как $0{,}64<U_{1-\frac{0{,}1}{2}}=U_{0{,}95}=1{,}645$, то опытные данные не противоречат гипотезе об экспоненциальном распределении наработок на уровне значимости $\alpha=0{,}1$.

*ПРИЛОЖЕНИЕ 10*
*Справочное*

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАНДАРТА

1. Термин цензурирование впервые ввел Хальд [1]. Он рассмотрел разницу между цензурированием и усечением. При этом было указано, что цензурирование есть свойство выборки, а усечение — свойство распределения [2].

Классификация цензурированных выборок представлена в работах [3—6].

Для оценки параметров распределения по многократно цензурированным выборкам предложено несколько универсальных методов.

### 2. Метод максимального правдоподобия

2.1. Нормальное распределение

Оценки параметров $a$ и $\sigma$ вычисляют из системы уравнений [3, 7—10]:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{r}\frac{t_i-\hat{a}}{\hat{\sigma}}+\sum_{j=1}^{n}\frac{f\left(\dfrac{\hat{a}-\tau_j}{\hat{\sigma}}\right)}{\Phi\left(\dfrac{\hat{a}-\tau_j}{\hat{\sigma}}\right)}=0,\\
&r-\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{t_i-\hat{a}}{\hat{\sigma}}\right)^2+\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\hat{a}-\tau_j}{\hat{\sigma}}\right)\frac{f\left(\dfrac{\hat{a}-\tau_j}{\hat{\sigma}}\right)}{\Phi\left(\dfrac{\hat{a}-\tau_j}{\hat{\sigma}}\right)}=0
\end{aligned}\right\}.$$

Гердом [3] предложена простая процедура решения системы уравнений, основанная на разложении выражения $f(\ldots)/\Phi(\ldots)$ в ряд Тейлора.

Хартером и Муром [11] экспериментально (методом Монте-Карло) установлено, что умножение оценки максимального правдоподобия $\hat{\sigma}$ на статистику $\sqrt{r/\chi^2_{r-1;0,5}}$ устраняет смещение оценки $\hat{\sigma}$ при двойном цензурировании. Бурдасов Е. И. и др. [4] обнаружили, что этот же прием устраняет смещение в случае многократно цензурированной выборки.

2.2. Распределение Вейбулла

Оценки параметров $a$ и $b$ вычисляют из системы уравнений п. 4.3 настоящего стандарта [12—14]. Мак-Кул [15] доказал, что процедура Ньютона—Рафсона при решении уравнения правдоподобия обеспечивает единственное положительное решение относительно $b$ и $a$. Он же отметил, что при $\frac{r}{N}\ll 1$ метод Ньютона—Рафсона приводит иногда к отрицательному решению относительно $b$. В работах [4, 13] предложены машинные процедуры решения уравнений правдоподобия, являющиеся модификацией метода Ньютона—Рафсона, пригодные также для вычисления оценок параметров «вручную». При однократно цензурированной выборке статистики

$$U(r,N)=\hat{b}\ln\frac{\hat{a}}{a} \text{ и}$$

$$v(r,N)=\frac{\hat{b}}{b}$$

не зависят от параметров распределения Вейбулла [15], что позволяет использовать найденные статистики для устранения смещения оценок. На базе статистического моделирования [4] было найдено, что вышеприведенные статистики можно применять для устранения смещения оценок параметров распределения Вейбулла по многократно цензурированным выборам.

В работе [16] рассмотрены доверительные границы параметров распределения и показателей надежности, вычисленные на основе неравенства Рао—Крамера [2].

В работах [17, 18], используя результаты статистического моделирования, определены корректирующие коэффициенты, позволяющие устранять смещение точечных и интервальных оценок показателей долговечности.

2.3. Общие вопросы оценки параметров методом максимального правдоподобия

Теоретические аспекты оценки параметров распределений рассмотрены в работах [19—23] и др. В работе [23] доказано, что при условии регулярности оценки максимального правдоподобия состоятельны (асимптотически несмещены), асимптотически эффективны и распределены асимптотически нормально.

## 3. Непараметрическое оценивание

Капланом и Мейером [25] предложена оценка вероятности безотказной работы для случая многократно цензурированной выборки при фиксированных границах интервалов наблюдений:

$$\hat{P}(T_i)=\prod_{j=1}^{i}\frac{N_j-r_j}{N_j},$$

где $j$ — номер интервала наблюдения;

$\hat{P}(T_i)$ — оценка значения вероятности безотказной работы к моменту $T_i$;

$N_j$ — число работоспособных изделий в $j$-ом интервале;

$r_j$ — число отказавших изделий в $j$-ом интервале.

Там же получена дисперсия этой оценки в виде:

$$D[\hat{P}(T_i)]=\hat{P}^2[T_i]\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{(N-N_j)}\cdot\frac{1}{(N-N_{j-1})}.$$

Ими показано, что для рассмотренного случая цензурирования оценка $\hat{P}(T_i)$ является несмещенной. В общем случае оценка Каплана—Мейера является состоятельной и асимптотически эффективной и может быть использована для различных схем цензурирования [5].

Джонсоном [24] предложена оценка выборочной функции распределения, основанная на вычислении условного номера отказа в общем вариационном ряду наработок до отказа и до цензурирования:

$$F_i=\frac{m_i}{N+1},$$

$$m_i=m_{i-1}+\frac{N+1-m_{i-1}}{N+1-N_i},$$

где $m_i$ — условный номер $i$-го отказа;

$N_i$ — число отказов и цензурирований в вариационном ряду, предшествующих $i$-ому отказу.

Нельсоном [26] предложен графический метод построения оценки интегральной интенсивности отказов $\Lambda(t)$, связанной с функцией распределения наработок до отказа соотношением:

$$F(t)=1-e^{-\Lambda(t)}.$$

Согласно [26] $\hat{\Lambda}$ вычисляют по формуле:

$$\hat{\Lambda}(t_k)\cdot 100=\sum_{i=N}^{k}\frac{100}{i}.$$

При этом суммирование производится только по наработкам до отказа.

Бурдасовым [27] путем статистического моделирования определено смещение оценок параметров распределений Вейбулла и нормального, вычисленных по методу Джонсона.

Благовещенским Ю. Н. [28] получена дисперсия оценки $\hat{\Lambda}(t)$ для целого класса статистик, обобщающих статистику Нельсона.

В работе [29] показано, что оценки по методам Каплана—Мейера, Джонсона и Нельсона асимптотически тождественны.

Никифоровым В. Г. предложена оценка функции распределения наработки до отказа вида:

$$F_i^+=\frac{1+N_iF_i^-}{1+N_i};$$

$$F_1^-=0,\quad F_{i+1}^-=F_i^+,$$

где $F_i^-$, $F_i^+$ — значения выборочной функции распределения слева и справа от рассматриваемой наработки;

$N_i$ — количество работоспособных изделий в выборке после $i$-ого отказа.

Им же [31] получена дисперсия этой оценки, показано, что она является оценкой максимального правдоподобия, доказана ее несмещенность для некоторых схем цензурирования. Данная оценка также сводима к оценке Каплана—Мейера.

Непараметрические оценки функции распределения (или вероятности безотказной работы) предложены также в работах [32—37 и др.].

Исследование различных непараметрических оценок функции распределения [6] показало, что «лучшей» в обобщенном смысле являются оценки, принадлежащие классу оценок Каплана—Мейера, а с практической точки зрения наиболее универсальной — оценки в форме, предложенной в [5].

Непараметрические оценки, основанные на Парзеновской аппроксимации плотности распределения и моделировании реализацией случайной величины наработки до отказа, предложены в [38].

## 4. Линейные оценки

Пусть $t$ — случайная величина, имеющая непрерывную функцию распределения $F(t, \Theta)$, где $\Theta$ — параметр, подлежащий оцениванию. Дана упорядоченная выборка $t_{(1)}\leqslant t_{(2)}\leqslant\ldots\leqslant t_{(N)}$. Требуется оценить $\Theta$ подходящей линейной комбинацией порядковых статистик $t_{(i)}$ $(i=\overline{1, N})$, обеспечивающей несмещенность и эффективность получаемых оценок. Данная задача решается обобщенным методом наименьших квадратов, предложенным Ллойдом [39]:

$$\overline{\Theta}=\sum_{i=1}^{N}d_it_{(i)}.$$

Гупта [39] и Сархан и Гринберг [39] вычислили коэффициенты для построения линейных оценок параметров нормального распределения по однократно и двукратно цензурированным выборкам.

В работе [40] исследованы линейные оптимальные оценки параметров распределения минимальных значений с функцией распределения $F(x)$:

$$F(x)=1-\exp\{-\exp[(x-u)/\delta]\}$$

по однократно цензурированным выборкам для $N\leqslant 15$, в работе [41] вычислены коэффициенты линейных оптимальных оценок по многократно цензурированным выборкам, у которых цензурирования совмещены с отказами. В [41] показано, что предложенные оценки с помощью коэффициентов $P$ и $L$ приводимы к линейным оптимальным инвариантным оценкам, т. е. таким, у которых среднеквадратическая погрешность не зависит от параметров сдвига $u$ и масштаба $\delta$.

Так как параметры распределения экстремальных значений $u$ и $\delta$ и параметры распределения Вейбулла связаны соотношениями:

$$u=\ln a,\ \delta=\frac{1}{b},$$

то коэффициенты, найденные в [41], пригодны для вычисления линейных оценок параметров распределения Вейбулла.

Опыт применения линейных оценок для многократно цензурированных выборок произвольного вида показал, что при совмещении цензурирований с ближайшими предшествующими отказами оценки показателей надежности вычисляются «в запас» надежности. При этом величина смещения не превосходит 10...15 %, что позволяет рекомендовать линейные оценки для применения.

## 5. Проверка статистических гипотез по цензурированным выборкам

При рассмотрении вопроса проверки статистических гипотез по цензурированным выборкам выделяют два основных направления:

а) проверка гипотезы о принадлежности двух и более выборок к генеральной совокупности;

б) проверка гипотезы о соответствии статистических данных теоретическому закону распределения.

Первому направлению исследований посвящены работы [42—46 и др.]. Обзор этих и других работ приведен в [6].

Второму направлению исследований посвящены работы [47—53 и др.].

Вопросы применения критерия Колмогорова для проверки согласия по цензурированным выборкам рассмотрены в работах [48—50].

Вопросы применения критерия Крамера—фон Мизеса для проверки гипотез по цензурированным выборкам рассматриваются в работах [51, 52]. Однако использование этих критериев целесообразно лишь в случаях не очень сильного однократного цензурирования.

В работе [53] предложена модификация критерия Мозеса для многократно цензурированных выборок. Статистическая структура критерия Мозеса значительно проще критериев Колмогорова и Крамера—фон Мизеса, в то же время данный критерий не уступает им по мощности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Hald A. Maximum likelihood estimation of the parameters of a normal distribution wich is truncated at a known point. «Skandinavisk Aktuarietidskrift», 1949, pp. 119—134.

2. Кендалл М. Дж., Стюарт А. Статистические выводы и связи. М., Наука, 1973.

3. Herd G. R. Estimation of reliability from incomplete data. Proceedings 6-th National Simposium on Reliability and Quality Control, 1960, pp. 202—217.

4. Методические указания «Надежность в технике. Система сбора и обработки информации. Методы оценки показателей надежности в случае многократно усеченных выборок», М., ВНИИНМАШ, 1980 г.

5. Скрипник В. М., Назин А. Е. Оценка надежности технических систем по цензурированным выборкам. Минск, Наука и техника, 1981 г.

6. Вопросы обработки статистической информации по цензурированным выборкам. Назин А. Е., Приходько Ю. Г., Скрипник В. М., Явид Ю. Ю., Обзор, Минск, изд. МВИЗРУ, 1979.

7. Cohen A. C. On the solution of estimating eguations for truncated and censored samples from normal populations. Biometrika, v. 44, 1957, pp. 225—236.

8. Tuki M. L. Estimating the mean and standard deviastion from a censored normal sample. Biometrika, v. 54, 1957, pp. 155—165.

9. Gupta A. K. Estimation of the mean and standard deviation of a normal population from a censored sample. Biometrika, v. 39, 1952, pp. 260—273.

10. Ванеев Б. Н., Камышев В. В., Обработка статистических данных о надежности изделий при усеченных выборках. — Надежность и контроль качества, 1973, № 4.

11. Harter H. L., Moore A. H. Herative maximum likelihood estimation of the parameters of normal population from singlu and doudly censored camples. Biometrika, v. 53. pp. 205—213.

12. Cohen A. C. Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and censored samples. Techometrics, v. 7, N 4, 1965, pp. 579—588.

13. Kao J. H. K. Computer methods for estimating Weibull parameters in reliability studies. IRE Transactions on reliability and Quality Control. July, 1958, pp. 15—22.

14. Ringer L, J., Sprinkle E. E. Estimation of the parameters of the Weibull distribution from multicensored samples. IEE Transactions of Reliability. v. R—21, N 1, 1972, pp. 46—51.

15. Mc Cool J. E. Inference on Weibull Percentiles and Shape Parameter from maximum Likelihood Estimates. IEEE Transactions on Reliability. v. R—19. N 1, 1970, pp. 2—9.

16. Азгамов С. К., Огульник Ю. М. Определение интервальных оценок и точности показателей надежности по многократно усеченным выборкам. — Надежность и контроль качества, 1976, № 9.

17. Баталова З. Г. Анализ точности метода максимального правдоподобия для случайно цензурированных выборок. В кн.: Статистические методы обработки результатов наблюдений при контроле качества и надежности машин и приборов. Л., ЛДНТП, 1979 г.

18. Баталова З. Г., Благовещенский Ю. Н. О точности оценок ресурсов элементов изделий методом максимального правдоподобия при случайном усечении длительности наблюдений. — Надежность и контроль качества, 1979, № 9.

19. Halperin M. Maximum likelihood estimation in truncated samples. Ann. Math Statist. v. 23, 1952, pp. 226—238.

20. David F. N., Johnson N. L. Statistical treatment of censored data. Part I. Fundamentalu formulae. Biometrika. v. 41, 1954, pp. 228—240.

21. Miymuro T. Statistical analysis of reliability data from randomly censored life testing. I. Oper. Res. Soc. Jap., 23, N 3, 1980, pp. 191—204.

22. Williams J. S., Lagakoss W. Independent and dependent censoring mechanisms. Proc. 9-th. Int. Biom. Conf. Boston, v. I, 1976, pp. 408—427.

23. Агапов А. С., Волков Н. И. Максимально правдоподобное оценивание по случайно цензурированным выборкам. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1982, № 1, (реферат).

24. Johnson L. Q. Theory and technigue of variation research Elsevier Publishing Co. Amsterdam, London, New Iork, 1964.

25. Kaplan E. L., Meier P. Nonparametric estimation from incomplete observations. Journal of the American Statistical Association, v. 53, 1958, pp. 457—481.

26. Nelson W. B. Hazard plotting for incomplete failure data. Journal of Quality Technology, v. 1, 1969, pp. 27—52.

27. Бурдасов Е. И., Зарифьянц И. Д., Дворникова Н. Н., Аронов И. З. Исследование оценок параметров распределений при анализе результатов незавершенных испытаний. — Надежность и контроль качества, 1980, № 12.

28. Благовещенский Ю. Н. Об асимптотической нормальности одного класса статистик для случайно цензурированных справа выборок. — Теория вероятностей и ее применение, 1979, № 3.

29. Агеев В. В., Благовещенский Ю. Н. Анализ оценок функции распределения по случайно цензурированной выборке. — В кн.: Статистические методы обработки результатов наблюдений при контроле качества и надежности машин и приборов, Л., 1979.

30. Никифоров В. Г., Рыбин В. А., Малахов Н. А. и др. Оценка показателей надежности изделий, находящихся в эксплуатации, по многократно усеченным выборкам. — В кн.: Вопросы эксплуатации радиоэлектронных систем, Минск, вып. VI, 1975.

31. Никифоров В. Г. Оценивание показателей надежности эксплуатирующихся изделий при неизвестном виде закона распределения отказов. — Надежность и контроль качества, 1983, № 7.

32. Шейнина О. Н. Метод полноценного использования объема выборки для определения показателей надежности. — Экспресс-стандарт «Качество, стандарты, метрология», вып. 50, 1971.

33. Индикт Е. А., Кривенко Е. И. Инженерные методы оценки надежности двигателей и агрегатов трансмиссий автомобилей. В кн.: Надежность и диагностика агрегатов и систем автомобилей, ч. II, 1969.

34. Фишбейн Ф. И. Методы оценки надежности по результатам испытаний. М., 1973, Знание.

35. Ушаков И. А. Оценка надежности по результатам усеченных наблюдений. — Известия АН СССР. Техническая кибернетика, 1980, № 5.

36. Назин А. Е., Скрипник В. М., Явид Ю. Ю. Непараметрические оценки показателей надежности по многократно цензурированным выборкам. — Надежность и контроль качества, 1979, № 11.

37. Корольков И. В., Королькова Л. И. Оценка надежностч по многократно усеченным выборкам. — Механизация и электрификация сельского хозяйства, 1981, № 2.

38. Симаков А. А. Количественная оценка эксплуатационной надежности ИЭТ методом моделирования случайных чисел. — Электронная техника. Серия 8, вып. 5, 1980.

39. Введение в теорию порядковых статистик. М., Статистика, 1970.

40. Mann N. R. Tables for obtaining the best linear invariant estimates of parameters of the Weibull distribution. Technom. v. 9, N 4, 1967, pp. 629—645.

41. Mann N. R. Best Linear invariant estimation for Weibull parameters under progressive censoring. Technometrics, v. 13, N 3, 1971, pp. 521—533.

42. Breslow N. A. Generalized Kruskal—Wallis test for comparing K samples subject to unegual patterns of censoredship. Biometrika, 57, N 3, 1970, pp. 579—594.

43. Sugiura N. On a generalization of the Wilcoxon test for a censored data. Osaka Math. J. 15, N 2, 1963, pp. 257—268.

44. Latta R. B. Generalized Wilcokon statisticy for the two—sample problem with censored data. Biometrika, 64, N 3, 1977, pp. 633—635.

45. Gehan E. A. A generalized Wilcoxon test for comparing arbitrarily singly—censored samples. Biometrika, 52, 1965, pp. 203—223.

46. Аронов И. З., Яременко О. В. Оценка однородности информации при однократно усеченных выборках. — Надежность и контроль качества, 1979, № 2.

47. Агапов А. С. Проверка статистической гипотезы по неполностью определенной эксплуатационной информации о надежности. — В кн.: Повышение качества и надежности промышленных изделий. Л., изд. ЛДНТП, 1978.

48. Barr D. M., Davidson T. A Kolmogorov—Smirnov test for censored samples. Technometrics, 15, N 4, 1973.

49. Koziol J. A., Byair P. D. Percentage points of the asymptotic distributions of and sample K—S statistic for truncated or censored data. Technometrics, 17, N 4, 1975.

50. Sasser G. E., Richards D. O. The Kolmogorov—Smirnov test modified for censored data. Proc. Ann. Reliab. and Math. Statist. Symp. Philadelphia, v. 4, 1973.

51. Koziol J. A., Green S. B. A Cramer—von Mises statistic for randomly censored data. Biometrika, 63, N 3, 1976.

52. Pettitt A. N., Stephens M. A. Modified Cramer—von Mises statistics for censored data. Biometrika, 63, N 2, 1976.

53. Приходько Ю. Г. Проверка согласия по цензурированным выборкам. — Заводская лаборатория, 1982, № 10.

Редактор *Р.С. Федорова*
Технический редактор *Н. П. Замолодчикова*
Корректор *Н.Б.Жуховцева*

**Сдано в наб.** 18.04.84 Подп. к печ. 26.07.84 2,75 усл. п. л. 2,89 усл. кр.-отт. 2,82 уч.-изд. л. Тир. 20000 Цена 15 коп.

Ордена «Знак Почета» Издательство стандартов, 123840, Москва, ГСП, Новопресненский пер., 3.
Калужская типография стандартов, ул. Московская, 256. Зак. 1263

gost.e-ecolog.ru