РЕКОМЕНДАЦИЯ

ГОСУДАРСТВЕННАЯ СИСТЕМА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЕДИНСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ АНАЛОГОВЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

МИ 2090—90

КОМИТЕТ СТАНДАРТИЗАЦИИ И МЕТРОЛОГИИ СССР
Москва
1991

gost.e-ecolog.ru

УДК 53.089.5 Группа Т.88

РЕКОМЕНДАЦИЯ

ГСИ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ АНАЛОГОВЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Общие положения

МИ 2090—90

Дата введения 01.08.91

Настоящая рекомендация распространяется на методы определения динамических характеристик линейных аналоговых средств измерений с сосредоточенными параметрами (далее — исследуемых средств измерений) и устанавливает основные правила выбора и реализации методов. Методы определения динамических характеристик соответствуют одному из следующих общих методов по ГОСТ 8.061:

прямое измерение исследуемым средством измерений испытательного сигнала, воспроизводимого образцовым генератором;

косвенные измерения испытательного сигнала, воспроизводимого генератором.

Настоящий документ рекомендуется применять при контроле выполнения требований ГОСТ 8.256. Термины, используемые в настоящей рекомендации, и пояснения к ним по МИ 1951.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Для определения динамической характеристики исследуемого средства измерений необходимо (см. рис. 1 *а, б*):

выбрать испытательный сигнал;

выбрать генератор испытательного сигнала и средство измерений, предназначенное для определения выходного сигнала исследуемого средства измерений;

подать на вход исследуемого средства измерений испытательный сигнал;

определить выходной сигнал исследуемого средства измерений, представляющий собой отклик на испытательный сигнал;

© Издательство стандартов, 1991

обработать данные по известному алгоритму с целью нахождения оценки требуемой динамической характеристики и погрешности ее определения.

Примечания:

1. При отсутствии необходимого генератора допускается использовать в совокупности источник сигнала, не являющийся мерой, и средство измерений, предназначенное для определения испытательного сигнала. В указанном случае, кроме перечисленных выше операций, необходимо определить испытательный сигнал.

2. Если исследуемое средство измерений — управляемая мера, то генератором испытательного сигнала служит источник управляющих воздействий (задающих кодов).

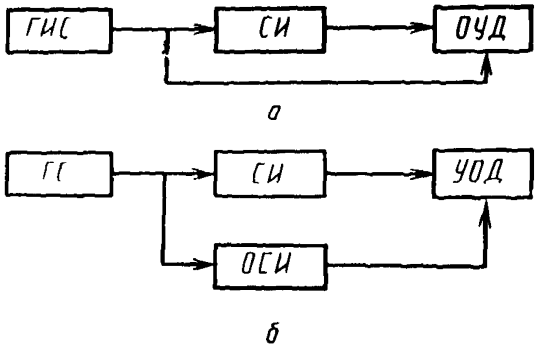


Рис. 1. Структурные схемы определения динамических характеристик средств измерений:

ГИС — образцовый генератор испытательного сигнала (образцовая динамическая мера); СИ — исследуемое средство измерений; УОД — устройство обработки данных, включающее средство измерений, предназначенное для определения выходного сигнала исследуемого средства измерений; ГС — генератор сигнала; ОСИ — образцовое (быстродействующее) средство измерений

1.2. В качестве данных для нахождения динамической характеристики и погрешности ее определения следует использовать:

совокупность оценок испытательного и выходного сигналов исследуемого средства измерений и погрешностей указанных оценок;

сведения об условиях эксперимента по определению динамической характеристики исследуемого средства измерений;

предварительные сведения об исследуемом средстве измерений.

1.2.1. Оценка испытательного сигнала должна быть представлена либо:

номинальным аналитическим выражением и погрешностью его воспроизведения,

номинальными значениями в известные моменты времени и пределами допускаемых отклонений от указанных значений,

пределами допускаемых значений в известные моменты времени (аналитическими выражениями предельных значений),

значениями в известные моменты времени и погрешностями определения указанных значений.

1.2.2. Оценка выходного сигнала исследуемого средства измерений должна быть представлена либо значениями в известные моменты времени и погрешностями измерений указанных значений, либо аппроксимирующим аналитическим выражением и погрешностью аппроксимации.

1.2.3. Предварительные сведения об исследуемом средстве измерений могут включать:

нормы на статический коэффициент преобразования;

структуру модели динамических свойств исследуемого средства измерений (структуру дифференциального уравнения или передаточной функции);

нормы на динамическую характеристику;

данные о возможных входных сигналах;

любые другие данные о средстве измерений и условиях его применения.

2. ВЫБОР МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИССЛЕДУЕМЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

2.1. Выбор метода определения динамической характеристики должен быть обусловлен следующими качественными и количественными факторами.

2.1.1. Качественные факторы:

цель исследования;

требуемая динамическая характеристика;

требуемая форма представления динамической характеристики;

предварительная информация об исследуемом средстве измерений;

имеющиеся в наличии средства измерений (генераторы и источники испытательных сигналов, средства определения и регистрации испытательного сигнала и отклика исследуемого средства измерений);

имеющиеся в наличии средства вычислительной техники и их математическое обеспечение.

2.1.1.1. Цель исследования может состоять в следующем:

контроле нормированной динамической характеристики;

определении динамической характеристики типа средств измерений;

определении динамической характеристики экземпляра средств измерений данного типа.

2.1.1.2. Требуемая динамическая характеристика может быть полной или частной.

2.1.1.3. Испытательные сигналы могут быть характеристическими и нехарактеристическими; соответственно, методы определения динамических характеристик могут быть прямыми и косвенными.

2.1.1.4. В зависимости от объема предварительной информации косвенные методы определения полных динамических характерис-

тик могут быть структурно-параметрическими и параметрическими.

2.1.2. Количественные факторы:

требуемая точность определения динамической характеристики;

требуемый диапазон частот, в котором должно быть исследовано средство измерений.

2.2. Выбор метода определения динамических характеристик при контроле обусловлен следующими требованиями.

2.2.1. Контроль следует производить преимущественно по частным динамическим характеристикам.

2.2.2. Контроль полных динамических характеристик допускается производить путем сравнения отклика исследуемого средства измерений на известный испытательный сигнал с допускаемыми откликами. Допускаемые отклики определяют (рассчитывают) с использованием нормированных динамических характеристик.

2.2.3. В качестве испытательных следует использовать преимущественно характеристические сигналы.

2.3. Выбор метода определения динамических характеристик типа средств измерений обусловлен следующими требованиями.

2.3.1. Типовую частную динамическую характеристику следует определять преимущественно с использованием характеристических сигналов.

В случае выполнения указанного требования частную динамическую характеристику следует находить по усредненному отклику группы исследуемых средств измерений.

2.3.2. Типовую полную динамическую характеристику следует определять по динамическим характеристикам экземпляров группы исследуемых средств измерений.

2.4. Выбор метода определения динамической характеристики экземпляра средств измерений данного типа обусловлен следующими требованиями.

2.4.1. Динамическую характеристику экземпляра средства измерений следует определять преимущественно путем уточнения известной типовой характеристики указанного средства измерений.

2.4.2. При необходимости представить полную динамическую характеристику исследуемого экземпляра средства измерений в аналитической форме следует использовать преимущественно параметрические методы.

2.5. При отсутствии требований к форме представления полной динамической характеристики исследуемого средства измерений следует определять указанную характеристику преимущественно прямым методом.

2.6. При необходимости представить полную динамическую характеристику исследуемого средства измерений в аналитической форме следует определять указанную характеристику косвенным методом с использованием преимущественно характеристических испытательных сигналов.

Соотношения для пересчета динамических характеристик из одной в другие для распространенных моделей динамических свойств средств измерений приведены в приложении 1.

2.7. В том случае, когда при выборе метода определения динамической характеристики исследуемого средства измерений требования, обусловленные указанными в п. 2.1.1 качественными факторами, противоречат друг другу, следует считать преимущественными те факторы, которые связаны с наличием технических средств (преимущественно средств измерений).

2.8. Метод определения динамической характеристики должен удовлетворять каждому из требований, обусловленных указанными в п. 2.1.2 количественными факторами.

2.9. В зависимости от требуемой точности определения динамической характеристики метод ее определения должен выбираться таким, чтобы погрешность определения динамической характеристики не превышала допускаемой погрешности.

2.9.1. При определении частной динамической характеристики V характеристика погрешности Δ_ε, V ее определения должна удовлетворять условию

$$\Delta_{\varepsilon,V} \leqslant \Delta_{V\text{пр}}, \qquad (1)$$

где $\Delta_{V\text{пр}}$ — предел допускаемой погрешности определения V.

2.9.2. При определении полной динамической характеристики в известной аналитической форме выбранный метод должен обеспечивать выполнение условий

$$\Delta_{v_i} \leqslant \Delta_{v_i\,\text{пр}}, \quad i=1,\ldots,m, \qquad (2)$$

где Δ_{v_i} — характеристика погрешности определения коэффициента v_i, входящего в аналитическое выражение динамической характеристики;

$\Delta_{v_i\text{пр}}$ — предел допускаемой погрешности определения коэффициента v_i; m — число определяемых коэффициентов.

2.9.3. При определении полной динамической характеристики в табличной или графической форме характеристика погрешности определения Δ_ε должна удовлетворять условию

$$\Delta_\varepsilon \leqslant \Delta_{\text{пр}}, \qquad (3)$$

где $\Delta_{\text{пр}}$ — предел допускаемой погрешности определения динамической характеристики.

2.9.4. Погрешности методов следует вычислять в форме, аналогичной пределу допускаемой погрешности.

2.10. В зависимости от требуемого диапазона частот, в котором должно быть исследовано средство измерений, метод определения динамической характеристики следует выбирать в соответствии с требованиями разд. 3 настоящей рекомендации.

2.11. В зависимости от требуемых метрологических характеристик средств измерений, используемых для определения динамичес-

кой характеристики исследуемого средства измерений, метод определения динамической характеристики следует выбирать в соответствии с требованиями разд. 4 настоящей рекомендации.

3. ВЫБОР ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

3.1. Испытательный сигнал для определения динамической характеристики исследуемого средства измерений следует выбирать в зависимости от определяемой характеристики, требуемого диапазона частот, в котором должно быть исследовано средство измерений, и требуемой точности определения динамической характеристики в указанном диапазоне, либо требуемой точности измерений, которые должны проводиться с помощью исследуемого средства измерений.

3.2. В зависимости от определяемой динамической характеристики испытательный сигнал должен выбираться преимущественно следующим:

для определения переходной характеристики и (или) ее параметров (функционалов) — ступенчатый испытательный сигнал, описываемый функцией, достаточно близкой по форме к единичной ступенчатой функции 1 (t);

для определения импульсной характеристики и (или) ее параметров (функционалов) — импульсный испытательный сигнал, описываемый функцией, достаточно близкой по форме к дельта-функции δ_0 (t) или двоичный псевдослучайный испытательный сигнал;

для определения частотных характеристик и (или) их параметров (функционалов) — сигналы, достаточно близкие к гармоническим.

В случае, если указанные сигналы не могут быть воспроизведены (определены) с требуемой точностью, допускается выбор в качестве испытательных других сигналов, удовлетворяющих требованиям пп. 3.3—3.7.

Примечание. Испытательные сигналы аппроксимируют упрощенными функциями (модели сигналов), примеры которых приведены в приложении 3. Точность воспроизведения (определения) испытательного сигнала обусловлена отклонением модели сигнала по форме от характеристического сигнала (далее — неидеальностью испытательного сигнала) и отклонением испытательного сигнала от его модели.

3.3. В зависимости от требуемого диапазона частот, в котором должно быть исследовано средство измерений, амплитудный спектр $X(f)$ испытательного сигнала должен удовлетворять условию

$$f_{01} \geqslant f_{в}, \tag{4}$$

где f_{01} — частота, представляющая собой наименьший не равный нулю корень уравнения $X(f) = \Delta_{в}$ (где f — частота); $\Delta_{в}$ — верхняя граница погрешности определения амплитудного спектра; $f_{в}$ — верхняя граничная частота требуемого диапазона.

Аналитические выражения f_{01} и $\Delta_в$ для распространенных испытательных сигналов приведены в приложении 2.

3.4. В зависимости от требуемого диапазона частот, в котором должно быть исследовано средство измерений, максимальная скорость x'_m изменений во времени (производная) импульсного испытательного сигнала $x_g(t)$ с длительностью $\tau_и$ должна удовлетворять условию

$$x'_m \geqslant \Delta_в f_в / [\tau_и (\sin u)/u], \tag{5}$$

где $u = \pi f_в \tau_и$.

Условие (5) заведомо удовлетворяется, если

$$x_m \geqslant \pi f_в \Delta_в / (\sin u/u), \tag{6}$$

где x_m — максимальное значение сигнала $x_g(t)$.

3.5. При определении динамической характеристики средства измерений прямым методом испытательный сигнал должен быть выбран таким, чтобы предварительная оценка погрешности определения динамической характеристики, складывающаяся из составляющих, обусловленных неидеальностью испытательных сигналов и ожидаемой неточностью измерений и вычислений, не превышала установленного предела:

для импульсной характеристики $g(t)$

$$\Delta_{gч} \leqslant \Delta_{gпр}, \tag{7}$$

где $\Delta_{gч}$ — числовая характеристика погрешности $\Delta_g(t)$ определения импульсной характеристики; $\Delta_{gпр}$ — предел допускаемой погрешности определения импульсной характеристики;

$$\Delta_g(t) = (y_g(t)/y_{инт}) - g(t);\ y_g(t) = K \int_0^t g(t-\tau) x_g(\tau) d\tau;$$

$$y_{инт} = \int_0^\infty y_g(t) dt = K \int_0^{\tau_и} x_g(t) dt;$$

K — статический коэффициент преобразования исследуемого средства измерений,

для переходной характеристики $h(t)$

$$\Delta_{hч} \leqslant \Delta_{hпр}, \tag{8}$$

где $\Delta_{hч}$ — числовая характеристика погрешности $\Delta_h(t)$ определения переходной характеристики; $\Delta_{hпр}$ — предел допускаемой погрешности определения переходной характеристики; $\Delta_h(t) = (y_h(t)/y_{уст}) - h(t)$; $y_h(t) = K \int_0^t g(t-\tau) x_h(\tau) d\tau$; $y_{уст}$ — установившееся значение выходного сигнала, $y_{уст} = K x_{уст}$; $x_{уст}$ — установившееся значение ступенчатого испытательного сигнала;

для амплитудно-частотной характеристики $A(f)$

$$\Delta_{Ач} \leqslant \Delta_{Апр}, \qquad (9)$$

где $\Delta_{Ач}$ — числовая характеристика погрешности $\Delta_A(f)$ определения амплитудно-частотной характеристики, $\Delta_{Апр}$ — предел допускаемой погрешности определения амплитудно-частотной характеристики; $\Delta_A(f) = (y_{A.m}/(Kx_{A,m}))$ — $A(f)$; $y_{A,m} = \max\limits_{t\in[0,1/f]} y_A(t, f)$; $x_{A,m} = \max\limits_{t\in[0,1/f]} x_A/(t, f)$; $y_A(t, f) = K\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau)x_A(\tau, f)d\tau$; $x_A(t, f)$ — периодический испытательный сигнал, близкий к гармоническому с периодом повторений, равным $1/f$; $x_A(t, f) = \sin 2\pi ft + \sum\limits_{n=2}^{N_\Sigma} \alpha_n \sin n(2\pi ft + \varphi_n)$; n — номер гармонической составляющей сигнала; α_n — коэффициент гармонической составляющей с номером $n \geqslant 2$; N_Σ — общее число гармонических составляющих (включая основную); φ_n — фазовый сдвиг гармонической составляющей с номером $n \geqslant 2$ относительно основной,

для фазочастотной характеристики $\Phi(f)$

$$\Delta_{Фч} \leqslant \Delta_{Фпр}, \qquad (10)$$

где $\Delta_{Фч}$ — числовая характеристика погрешности $\Delta_\Phi(f)$, определения фазочастотной характеристики; $\Delta_{Фпр}$ — предел допускаемой погрешности определения фазочастотной характеристики; $\Delta_\Phi(f) = \varepsilon_0 - \zeta_0 - \Phi(f)$; ε_0, ζ_0 — соответственно, корни уравнений

$$\sin\varepsilon + \sum_{n=2}^{N_\Sigma} a_n \sin n(\varepsilon + \varphi_n) = 0; \qquad (11)$$

$$\sin(\zeta + \Phi(z)) + \sum_{n=2}^{N_\Sigma} a_n \left(\frac{A(nz)}{A(z)}\right) \sin(n(\zeta + \varphi_n) + \Phi(nz)) = 0, \qquad (12)$$

которым соответствуют положительные производные по времени сигналов $x_A(t, f)$ и $y_A(t, f)$; $z = 2\pi fT$; T — коэффициент или среднее геометрическое двух коэффициентов передаточной функции исследуемого средства измерений.

Выражения z для наиболее распространенных моделей динамических свойств исследуемых средств измерений приведены в приложении 1.

Примечание. Допускается определять фазочастотную характеристику прямым методом по ненулевым синфазным значениям испытательного сигнала и отклика на него с использованием соотношений, отличных от приведенных.

Составляющие погрешности определения прямыми методами переходной, импульсной, амплитудно-частотной, фазочастотной характеристик, обусловленные неидеальностью испытательных сигналов, в зависимости от параметров указанных сигналов и коэффи-

циентов передаточной функции исследуемого средства измерений для распространенных моделей динамических свойств средств измерений и испытательных сигналов приведены в приложениях 3—8.

3.6. В зависимости от требуемой точности определения косвенными методами динамических характеристик исследуемых средств измерений испытательные сигналы должны выбираться на основе соотношений для оценивания погрешностей, входящих в состав конкретных алгоритмов обработки данных. Примеры алгоритмов приведены в приложении 8.

3.7. В зависимости от требуемой точности измерений, которые должны проводиться с помощью исследуемого средства измерений, испытательный сигнал должен быть выбран таким, чтобы удовлетворялись следующие неравенства:

во временно́й области

$$\Delta_{\text{ч}} \geqslant K_{\text{з}} \Delta_{n,t}, \tag{13}$$

где $\Delta_{\text{ч}}$ — числовая характеристика временно́й зависимости $\Delta(t)$ искажений испытательного сигнала $x(t)$; $\Delta_{n,t}$ — предел допускаемой погрешности измерений; $\Delta(t) = (y(t)/K) - x(t)$; $y(t)$ — выходной сигнал исследуемого средства измерений; $K_{\text{з}}$ — коэффициент запаса;

в частотной области

$$\Delta_{f\text{ч}} \geqslant K_{\text{з}} \Delta_{nf}, \tag{14}$$

где $\Delta_{f\text{ч}}$ — числовая характеристика частотной зависимости $\Delta_f(f)$ искажений испытательного сигнала $x(t)$; $\Delta_{n,f}$ — предел допускаемой погрешности измерений; $\Delta_f(f) = (\mathbf{Y}(f)/K) - \mathbf{X}(f)$; $\mathbf{Y}(f)$ — амплитудный спектр выходного сигнала исследуемого средства измерений.

Коэффициент запаса следует установить в диапазоне $K_{\text{з}} = 3—10$, имея в виду, что при исследованиях более точных средств измерений $K_{\text{з}}$ должно быть большим.

При необходимости уточнения коэффициент запаса $K_{\text{з}}$ для конкретного метода определения динамических характеристик средств измерений следует устанавливать путем последовательных приближений в соответствии с приложением 9.

4. ТРЕБОВАНИЯ К СРЕДСТВАМ ИЗМЕРЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫМ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Генераторы испытательных сигналов должны обеспечивать требуемые согласно разд. 3 характеристики испытательных сигналов.

4.2. Погрешности средств измерений, используемых для воспроизведения или определения испытательного сигнала и для регист-

рации выходного сигнала исследуемого средства измерений, должны удовлетворять условию

$$\mu_{ч} \leqslant 0{,}2\Delta_{ч}, \tag{15}$$

где $\mu_{ч}$ — числовая характеристика погрешности $\mu(t)$; $\mu(t) = \Delta_x(t) + \Delta_y(t)/K$; $\Delta_x(t)$ — погрешность генератора испытательного сигнала (исключая неидеальность испытательного сигнала) или регистрирующего прибора, используемого для определения испытательного сигнала; $\Delta_y(t)$ — погрешность регистрирующего прибора, используемого для определения выходного сигнала исследуемого средства измерений.

4.3. Импульсная характеристика $g_{р}(t)$ регистрирующего прибора, используемого для определения испытательного сигнала или выходного сигнала исследуемого средства измерений, должна удовлетворять условию

$$E_{x_р} + (E_{y_р}/K_р^2) - \frac{2}{K_р}\int_0^{\tau_н} x_р(t)y(t)dt \leqslant \Delta_р^2 \tau_н, \tag{16}$$

где $E_{x_р} = \int_0^{\tau_н} x_р^2(t)dt$; $E_{yр} = \int_0^{\tau_н} y_р^2(t)dt$; $K_р$ — статический коэффициент преобразования регистрирующего прибора;
$\tau_н$ — длительность интервала времени наблюдений выходного сигнала.

При регистрации испытательного сигнала $x_р(t) = x(t)$; $y_р(t) = K_р\int_0^t g_р(t-\tau)x(\tau)d\tau$ — результат регистрации $x(t)$; $\Delta_р = \Delta_{хч}$.

При регистрации выходного сигнала $x_р(t) = y(t)$; $y_р(t) = K_р\int_0^t g_р(t-\tau)y(\tau)d\tau$ — результат регистрации $y(t)$; $\Delta_р = \Delta_{уч}$.

4.3.1. Известные номинальная импульсная характеристика регистрирующего прибора $g_{р.ном}(t)$ и предел Δ_g допускаемого отклонения от указанной характеристики должны удовлетворять условиям:

при выборе прибора

$$\Delta_g \leqslant \frac{E_{x_р} + (E_{y_{р.ном}}/K^2) - I_{xy} - \Delta_р^2\tau_н}{\int_0^{\tau_н}[x_р(t) - (y_{р.ном}(t)/K_р)]J(t)dt}; \tag{17}$$

при проверке после регистрации

$$\Delta_g \leqslant \frac{E_{x_р} + (E_{y_р}/K_р^2) - I_{xy} - \Delta_р^2\tau_н}{\int_0^{\tau_н} x_р(t)J(t)dt}, \tag{18}$$

где $E_{y_{\text{р.ном}}} = \int_0^{\tau_н} y^2_{\text{р.ном}}(t)dt$; $y_{\text{р.ном}}(t) = K_р \int_0^t g_{\text{р ном}}(t-\tau) \times$

$\times x_р(\tau)d\tau$;

$$I_{xy} = \frac{2}{K_р} \int_0^{\tau_н} x_р(t) y_{\text{р.ном}}(t)dt;\ J(t) = 2\int_0^t x_р(\tau)d\tau.$$

4.4. Частотные характеристики $A_р(f)$, $\Phi_р(f)$ регистрирующего прибора, используемого для определения испытательного сигнала или выходного сигнала исследуемого средства измерений, должны удовлетворять условию

$$E_{x_р} + (E_{y_р}/K_р^2) - 4\pi \int_{f_н}^{f_в} A_р(f) X_р^2(f) \cos\Phi_р(f)df \leqslant \Delta_р^2 \tau_н, \qquad (19)$$

где $f_н$ — нижняя граница требуемого диапазона частот, в котором исследуется средство измерений, $X_р(f)$ — амплитудный спектр сигнала $x_р(\tau)$.

4.4.1. Известные номинальные частотные характеристики $A_{\text{р.ном}}(f)$, $\Phi_{\text{р.ном}}(f)$ регистрирующего прибора и пределы допускаемых отклонений Δ_A, Δ_Φ от указанных характеристик должны удовлетворять условиям:

при выборе прибора

$$E_{x_р} + (E_{y_{\text{р.ном}}}/K^2) - I_с + \Delta_A(I_y - I) + \Delta_\phi I_с \leqslant \Delta_р^2 \tau_н, \qquad (20)$$

при проверке после регистрации

$$E_{x_р} + (E_{y_{\text{р.ном}}}/K_р^2) - I_с - \Delta_A I + \Delta_\phi I_s \leqslant \Delta_р^2 \tau_н, \qquad (21)$$

где $I_с = \frac{2}{K_р} \int_{f_н}^{f_в} X_р(f) Y_{\text{р.ном}}(f) \cos\Phi_{\text{р.ном}}(f)df$; $Y_{\text{р.ном}}(f) =$

$= K_р A_{\text{р.ном}}(f) X_р(f)$; $I_y = \frac{2}{K_р} \int_{f_н}^{f_в} X_р(f) Y_{\text{р.ном}}(f)df$;

$I = 2 \int_{f_н}^{f_в} X_р^2(f) \cos\Phi_{\text{р.ном}}(f)df$; $I_s = \frac{2}{K_р} \int_{f_н}^{f_в} X_р(f) Y_{\text{р.ном}} \times$

$\times(f) \sin\Phi_{\text{р.ном}}(f) \times df$.

5. АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

5.1. Алгоритм обработки данных при определении динамической характеристики обусловлен определяемой характеристикой и испытательным сигналом. Исходными данными служат испытательный и выходной сигналы исследуемого средства измерений и предварительные сведения об исследуемом средстве измерений, представленные в соответствии с требованиями п. 1.2.

5.2. При определении прямым методом переходной и импульсной характеристик исследуемого средства измерений оценки указанных характеристик следует находить с помощью соотношений:

переходной характеристики

$$\widetilde{h}(t)=y_h(t)/y_{\text{уст}}; \tag{22}$$

импульсной характеристики

$$\widetilde{g}(t)=y_g(t)/y_{\text{инт}}. \tag{23}$$

5.3. При определении прямым методом амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик исследуемого средства измерений оценки указанных характеристик при частоте f следует находить с помощью соотношений:

амплитудно-частотной характеристики

$$\widetilde{A}(f)=y_{A,m}/(Kx_{A,m}); \tag{24}$$

фазочастотной характеристики

$$\widetilde{\Phi}(f)=t_y(f)-t_x(f), \tag{25}$$

где $t_y(f)$, $t_x(f)$ — значения времени, представляющие собой наименьшие по модулю корни уравнений $y_A(t_y, f)=0$ и $x_A(t_x, f)=0$, удовлетворяющие условию $t_y(f)-t_x(f)<1/f$.

Примечание. Допускается в случае определения фазочастотной характеристики прямым методом по ненулевым синфазным значениям испытательного сигнала и отклика на него использовать соотношения, отличные от приведенных.

5.4. В том случае, когда либо не задана требуемая точность определения динамической характеристики или требуемая точность измерений с помощью исследуемого средства измерений, либо отсутствует возможность воспроизвести выбранный в соответствии с требованиями разд. 3 испытательный сигнал, кроме указанных в пп. 4.2—4.4 операций, следует также оценивать погрешность определения найденной динамической характеристики.

5.4.1. Оценивание погрешностей определения динамических характеристик, найденных прямыми методами, должно производиться в соответствии с требованиями разд. 6 рекомендаций.

5.5. Обработка данных с целью определения динамических характеристик косвенным методом с использованием испытательных сигналов, достаточно близких к характеристическим, должна включать:

регистрацию отклика исследуемого средства измерений на испытательный сигнал и отсчитывание значений отклика;

пересчет отсчитанных значений в значения требуемой динамической характеристики (в аналитическое выражение требуемой характеристики);

оценивание погрешностей рассчитанных значений (погрешностей коэффициентов рассчитанного аналитического выражения).

Соотношения для пересчета для распространенных моделей динамических свойств средств измерений приведены в приложении 1.

5.6. Обработка данных с целью определения динамических характеристик с использованием испытательных сигналов, отличных от указанных в п. 5.5, должна включать:

расчет по совокупности испытательного и выходного сигналов требуемой динамической характеристики в форме таблицы значений или аналитического выражения;

оценивание погрешностей рассчитанных значений или коэффициентов аналитического выражения.

При определении динамической характеристики в аналитической форме по совокупности рассчитанных значений, кроме указанных выше операций, должны быть также произведены аппроксимация указанной совокупности аналитическим выражением и оценивание погрешностей найденных коэффициентов этого выражения.

5.7. Алгоритм обработки данных при определении динамической характеристики средства измерений косвенным методом должен удовлетворять следующим требованиям:

обеспечивать получение возможно более простых аналитических выражений для динамических характеристик;

предусматривать возможность упрощений вычислений и получаемого результата за счет использования предварительных сведений об исследуемом средстве измерений;

включать в себя методику оценивания погрешностей найденной динамической характеристики, учитывающую неидеальность испытательного сигнала, погрешности регистрации отклика (выходного сигнала) средства измерений и погрешности вычислений;

обеспечивать регулярную зависимость найденной характеристики от исходных данных (при уменьшении погрешностей определения испытательного сигнала и отклика на него исследуемого средства измерений погрешность оценки характеристики не должна возрастать).

Алгоритмы обработки данных при определении полных динамических характеристик косвенными методами приведены в приложении 8.

6. ОЦЕНИВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

6.1. При оценивании погрешностей определения динамических характеристик следует учитывать:

погрешность определения испытательного сигнала, в том числе погрешность, обусловленную неидеальностью испытательного сигнала, и погрешность генератора испытательного сигнала или

погрешность источника сигнала и регистрирующего прибора и погрешность отсчитывания значений зарегистрированного сигнала (*при аналоговой регистрации*);

погрешность, обусловленную взаимодействием генератора (ис-

точника) испытательного сигнала и исследуемого средства измерений;

погрешность определения выходного сигнала исследуемого средства измерений, в том числе:

погрешность регистрирующего прибора, предназначенного для регистрации выходного сигнала, и погрешность отсчитывания зарегистрированных значений (при аналоговой регистрации);

погрешность, обусловленную взаимодействием регистрирующего прибора и исследуемого средства измерений,

погрешность, обусловленную помехами, воздействующими на выход исследуемого средства измерений и на вход регистрирующего прибора;

погрешность обработки данных, в том числе:

погрешность, обусловленную неадекватностью принятой модели исследуемому средству измерений,

погрешность, вызванную несовершенством выбранного критерия сравнения экспериментальных и расчетных данных,

погрешность, обусловленную приближенным характером используемых формул,

погрешность округления чисел,

погрешность аппроксимации экспериментальных данных,

погрешности используемых средств обработки.

6.2. Погрешность определения переходной (импульсной) характеристики прямым методом следует оценивать путем суммирования составляющих на основе следующего выражения, представляющего структуру модели указанной погрешности:

$$\widehat{\Delta}(t)=\widehat{\Delta}_{\text{с}}(t)+\widehat{\Delta}_{\text{сл}}(t)+(\Delta_{\text{отсч}}(t)+\Delta_{\text{у}}(t))/\widehat{y}, \qquad (26)$$

где при определении $h(t)$; $\widehat{\Delta}(t)=\Delta_h(t)$; $\widehat{y}=y_{\text{уст}}$; при определении $g(t)$: $\widehat{\Delta}(t)=\Delta_g(t)$; $\widehat{y}=y_{\text{инт}}$, $\widehat{\Delta}_{\text{с}}(t)=(K/\widehat{y})\int_0^t g(t-\tau)\widehat{\Delta}_{xc}(\tau)d\tau$; $\widehat{\Delta}_{\text{сл}}(t)=(K/\widehat{y})\int_0^t g(t-\tau)\widehat{\Delta}_{x\text{сл}}(\tau)d\tau$; $\widehat{\Delta}_{xc}(t)$ — систематическая составляющая погрешности $\widehat{\Delta}_x(t)$; $\widehat{\Delta}_{x\text{сл}}(t)$ — случайная составляющая погрешности $\widehat{\Delta}_x(t)$; $\widehat{\Delta}_x(t)$ — погрешность определения испытательного сигнала; $\Delta_{\text{отсч}}(t)$ — погрешность отсчитывания значений выходного сигнала (при аналоговой регистрации).

При известных характеристиках составляющих границы погрешности $\widehat{\Delta}(t)$ следует находить по ГОСТ 8.207.

Выражения и числовые характеристики систематической составляющей $\widehat{\Delta}_{\text{с}}(t)$ погрешности $\widehat{\Delta}(t)$, обусловленной неидеальностью испытательного сигнала, для средств измерений с распространенными моделями динамических свойств и распространенных испытательных сигналов приведены в приложениях 3—5.

6.3. Погрешности определения частотных характеристик прямым методом следует оценивать путем суммирования составляющих на основе следующих выражений, отражающих структуру указанных погрешностей:

для амплитудно-частотной характеристики

$$\Delta_A(f)=\frac{1}{K}\left(K\frac{A(f)\hat{\Delta}_{xf}(f)}{y_{A,m}}+\frac{\Delta_{x_{A,m}}(f)}{x_{A,m}}+\frac{\Delta_{y_{A,m}}(f)}{y_{A,m}}\right)\frac{y_{A,m}}{x_{A,m}}, \quad (27)$$

где $\Delta_{x,f}(f)$ — частотная зависимость погрешности воспроизведения (определения) испытательного сигнала; $\Delta_{xA,m}(f)$ — погрешность определения $x_{A,m}$ при частоте f; $\Delta_{yA,m}(f)$ — погрешность определения $y_{A,m}$ при частоте f.

для фазочастотной характеристики

$$\Delta_\phi(f)=\Delta_{\phi c}(f)+\Delta_{\phi сл}(f)+\Delta_{\phi,x}(f)+\Delta_{\phi,y}(f), \quad (28)$$

где $\Delta_{\Phi c}(f)$ — систематическая составляющая, обусловленная неидеальностью испытательного сигнала, при частоте f; $\Delta_{\Phi сл}(f)$ — суммарная случайная составляющая, обусловленная случайными погрешностями определения испытательного и выходного сигналов, при частоте f; $\Delta_{\Phi,x}(f)$, $\Delta_{\Phi,y}(f)$ — соответственно, погрешности, обусловленные неточностью фиксации нулевых уровней (при определении фазочастотной характеристики по ненулевым синфазным значениям — уровней, соответствующих указанным значениям) испытательного и выходного сигналов, при частоте f.

Числовые характеристики составляющих погрешностей, обусловленных неидеальностью испытательных сигналов, для распространенных моделей динамических свойств средств измерений и распространенных испытательных сигналов приведены в приложениях 6, 7.

6.4. Погрешности определения динамических характеристик косвенными методами следует оценивать с помощью операций, входящих в состав конкретных алгоритмов обработки данных.

Примеры алгоритмов обработки данных при определении полных динамических характеристик косвенными методами приведены в приложении 8.

6.5. Погрешность определения динамической характеристики косвенным методом с использованием испытательных сигналов, достаточно близких к характеристическим, следует оценивать путем суммирования составляющих погрешности, указанных в пп. 6.2, 6.3, и погрешности пересчета значений отклика исследуемого средства измерений в значения требуемой характеристики (в аналитическое выражение требуемой характеристики).

Примеры определения динамических характеристик средств измерений приведены в приложении 10.

СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ПЕРЕСЧЕТА ПОЛНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Обозначения динамических характеристик и коэффициентов	Аналитические выражения полных динамических характеристик $h(t)$, $g(t)$, $A(z)$, $\Phi(z)$ и формулы для пересчета их коэффициентов через коэффициенты $W(p)$ для				
	$W(p)=\frac{1}{Tp+1}$	$W(p)=\frac{T_4^2p^2+T_3p+1}{(T_1p+1)^2(T_2p+1)}$ $T_1>0;\ T_2,\ T_3,\ T_4>0$	$W(p)=\frac{T_3^2p^2+T_2p+1}{(T_1p+1)^3}$ $T_1>0;\ T_2,\ T_3>0$	$W(p)=\frac{T_5^2p^2+T_4p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)}$ $T_1>T_2>0;\ T_3>T_4>0;\ T_5,\ T_6>0$	$W(p)=\frac{T_5^2p^2+T_4p+1}{(T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1)(T_2p+1)}$ $T_1>0;\ 0<\gamma<1;\ T_3,\ T_4,\ T_5>0$
$h(t)$	$1-e^{-\frac{t}{T}}$	$1-(D_0+D_1t)e^{-\frac{t}{T_1}}-E_0e^{-\frac{t}{T_2}}$	$1-(1+D_1t+D_2t^2)e^{-\frac{t}{T_1}}$	$1-D_0e^{-\frac{t}{T_1}}-E_0e^{-\frac{t}{T_2}}-F_0e^{-\frac{t}{T_3}}$	$1-D_0(D_1\sin\omega t+D_2\cos\omega t)\times e^{-\gamma\frac{t}{T_1}}-E_0e^{-\frac{t}{T_2}}$; $\omega=\sqrt{1-\gamma^2}/T_1$
$g(t)$	$A_0e^{-\frac{t}{T}}$	$(A_0+A_1t)e^{-\frac{t}{T_1}}+B_0e^{-\frac{t}{T_2}}$	$(A_0+A_1t+A_2t^2)e^{-\frac{t}{T_1}}$	$A_0e^{-\frac{t}{T_1}}+B_0e^{-\frac{t}{T_2}}+\frac{F_0}{T_3}e^{-\frac{t}{T_3}}$	$A_0(A_1\sin\omega t+A_2\cos\omega t)\times e^{-\gamma\frac{t}{T_1}}+\frac{E_0}{T_3}e^{-\frac{t}{T_3}}$; $\omega=\sqrt{1-\gamma^2}/T_1$
D_0	—	$\frac{T_1^2-T_4^2+T_2(T_3-2T_1)}{(T_1-T_2)^2}$	—	$\frac{T_5^2+T_1(T_1-T_4)}{(T_1-T_2)(T_1-T_3)}$	$\frac{1}{T_1(T_1^2+T_3(T_3-2\gamma T_1))\sqrt{1-\gamma^2}}$
D_1	—	$\frac{T_4^2+T_1(T_1-T_3)}{T_1^2(T_1-T_2)}$	$\frac{T_1^2-T_3^2}{T_1^3}$	—	$\gamma T_1(T_1^2+T_3T_4+T_5^2)-(T_4-T_3)T_1^2-T_3T_5^2-2\gamma^2T_1^2T_3$

Продолжение

Обозначения динамических характеристик и коэффициентов	Аналитические выражения полных динамических характеристик $h(t)$, $g(t)$, $A(z)$, $\Phi(z)$ и формулы для пересчета их коэффициентов через коэффициенты $W(p)$ для				
	$W(p)=\frac{1}{Tp+1}$	$W(p)=\frac{T_4^2p^2+T_3p+1}{(T_1p+1)^2(T_2p+1)}$ $T_1>0;\ T_2,\ T_3,\ T_4>0$	$W(p)=\frac{T_3^2p^2+T_2p+1}{(T_1p+1)^3}$ $T_1>0;\ T_2,\ T_3>0$	$W(p)=\frac{T_5^2p^2+T_4p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)}$ $T_1>T_2>0;\ T_3>T_4>0;\ T_4,\ T_5>0$	$W(p)=\frac{T_5^2p^2+T_4p+1}{(T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1)(T_2p+1)}$ $T_1>0;\ 0<\gamma<1;\ T_2,\ T_4,\ T_5>0$
D_2	—	—	$\frac{T_3^2+T_1(T_1-T_2)}{2T_1^4}$	—	$(T_1^2-T_5^2+T_3T_4-$ $-2\gamma T_1T_3)T_1\sqrt{1-\gamma^2}$
E_0	—	$\frac{T_4^2+T_2(T_2-T_3)}{(T_1-T_2)^2}$	—	$\frac{T_5^2+T_2(T_2-T_4)}{(T_1-T_2)(T_3-T_2)}$	$\frac{T_5^2+T_3(T_3-T_4)}{T_1^2+T_3(T_3-2\gamma T_1)}$
F_0	—	—	—	$\frac{T_5^2+T_3(T_3-T_4)}{(T_1-T_3)(T_2-T_3)}$	—
A_0	$1/T$	$-D_1+D_0/T_1$	$-D_1+1/T_1$	D_0/T_1	D_0/T_1
A_1	—	D_1/T_1	$-2D_2+D_1/T_1$	—	$\gamma D_1+D_2\sqrt{1-\gamma^2}$
A_2	—	—	D_2/T_1	—	$\gamma D_2-D_1\sqrt{1-\gamma^2}$
B_0	—	$E_0/T_2,\ T_2>0$	—	E_0/T_2	—

Продолжение

Обозначения динамических характеристик и коэффициентов	Аналитические выражения полных динамических характеристик $h(t)$, $g(t)$, $A(z)$, $\Phi(z)$ и формулы для пересчета их коэффициентов через коэффициенты $W(p)$ для				
	$W(p)=\frac{1}{Tp+1}$	$W(p)=\frac{T_4^2p^2+T_3p+1}{(T_1p+1)^2(T_2p+1)}$ $T_1>0;\ T_2,\ T_3,\ T_4\geqslant 0$	$W(p)=\frac{T_3^2p^2+T_2p+1}{(T_1p+1)^3}$ $T_1>0;\ T_2,\ T_3\geqslant 0$	$W(p)=\frac{T_5^2p^2+T_4p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)}$ $T_1>T_2>0;\ T_2>T_3\geqslant 0;\ T_4,\ T_5\geqslant 0$	$W(p)=\frac{T_5^2p^2+T_4p+1}{(T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1)(T_3p+1)}$ $T_1>0;\ 0<\gamma<1;\ T_3,\ T_4,\ T_5\geqslant 0$
$A(z)$	$\sqrt{(B_1^2z^2+(1+B_3^2z^2)^2)/((1+B_2^2z^2)((1-z^2)^2+4\Gamma^2z^2))}$				
$\Phi(z)$	$\operatorname{arctg}(z(C_1+C_2z^2-C_3z^4)/(1+C_4z^2+C_5z^4))$				
z	$2\pi fT$	$2\pi fT_1$	$2\pi fT_1$	$2\pi f\sqrt{T_1T_2}$	$2\pi fT_1$
Γ	1	1	1	$(T_1+T_2)/(2\sqrt{T_1T_2}$	γ
B_1	1	T_3/T_1	$2T_2/T_1$	$T_4/\sqrt{T_1T_2}$	T_4/T_1
B_2	0	T_2/T_1	1	$T_3/\sqrt{T_1T_2}$	T_3/T_1
B_3	0	T_4/T_1	T_3/T_1	$T_5/\sqrt{T_1T_2}$	T_5/T_1
C_1	$B_1-B_2-2\Gamma$				
C_2	$C_3-C_1-2\Gamma(1-B_3^2+B_1B_2)$				
C_3	$B_2B_3^2$				
C_4	$B_1B_2-(B_3^2+1)+2\Gamma(B_1-B_2)$				
C_5	$B_3^2-B_1B_2+2\Gamma C_3$				

T_1—T_5 — коэффициенты передаточной функции $W(p)$, имеющие смысл постоянных времени;
γ — коэффициент затухания колебаний средств измерений, содержащих колебательное звено.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
Справочное

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ f_{01} И $\Delta_в$ ДЛЯ РАСПРОСТРАНЕННЫХ ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Испытательный сигнал		Уравнение для определения f_{01}	Выражение для $\Delta_в$
Наименование	Аналитическое выражение		
Сигнал с линейным нарастанием до установившегося значения	$x_h(t)=\begin{cases} x_{уст}\dfrac{t}{\tau_ф}, & 0<t<\tau_ф, \\ x_{уст}, & t>\tau_ф \end{cases}$	$\dfrac{x_{уст}}{2\pi f_{01}}\dfrac{\sin u}{u}=\Delta_в,$ $u=\pi f_{01}\tau_ф$	$\Delta_в=\delta_в x_{уст}\tau_ф$
Сигнал с экспоненциальным нарастанием до установившегося значения	$x_h(t)=x_{уст}(1-e^{-\beta t}), \quad t\geqslant 0$	$f_{01}=\dfrac{\beta}{2\pi\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+\dfrac{4x_{уст}^2}{\beta^2\Delta_в^2}}-1}$	$\Delta_в=\dfrac{x_{уст}}{\beta}\delta_в$
Сигнал с косинусоидальным нарастанием до установившегося значения	$x_h(t)=\begin{cases} \dfrac{x_{уст}}{2}\left(1-\cos\dfrac{\pi t}{\tau_ф}\right) \\ 0\leqslant t<\tau_ф, \\ x_{уст}, \quad t>\tau_ф \end{cases}$	$\dfrac{x_{уст}}{2\pi f_{01}}\dfrac{\cos\pi f_{01}\tau_ф}{1-(2f_{01}\tau_ф)^2}=\Delta_в$	$\Delta_в=\delta_в x_{уст}\tau_ф$
Импульсный сигнал прямоугольной формы	$x_g(t)=\begin{cases} x_m, & 0<t<\tau_и, \\ 0, & t<0, \ t>\tau_и \end{cases}$	$x_m\tau_и\dfrac{\sin u}{u}=\Delta_в,$ $u=\pi f_{01}\tau_и$	$\Delta_в=\delta_в x_m\tau_и$

Продолжение

Испытательный сигнал		Уравнение для определения f_{01}	Выражение для $\Delta_в$
Наименование	Аналитическое выражение		
Импульсный сигнал симметричной треугольной формы	$x_g(t)=\begin{cases} x_m\dfrac{2t}{\tau_и}, & 0\leqslant t\leqslant\dfrac{\tau_и}{2}, \\ x_m 2\left(1-\dfrac{t}{\tau_и}\right), & \\ & \dfrac{\tau_и}{2}<t\leqslant\tau_и \\ 0, & t<0,\ t>\tau_и \end{cases}$	$x_m\tau_и\dfrac{1-\cos u}{u^2}=\Delta_в$, $u=\pi f_{01}\tau_и$	$\Delta_в=\delta_в x_m\tau_и/2$
Импульсный сигнал синусоидальной формы	$x_g(t)=\begin{cases} x_m\sin\dfrac{\pi t}{\tau_и}, & \\ 0\leqslant t\leqslant\tau_и & \\ 0, & t<0,\ t>\tau_и \end{cases}$	$\dfrac{2}{\pi}x_m\tau_и\dfrac{\cos\pi f_{01}\tau_и}{1-(2f_{01}\tau_и)^2}=\Delta_в$,	$\Delta_в=2\delta_в x_m\tau_и/\pi$
Импульсный сигнал косинусоидальной формы	$x_g(t)=\begin{cases} x_m\dfrac{1-\cos(2\pi t/\tau_и)}{2}, & \\ 0\leqslant t\leqslant\tau_и, & \\ 0, & t<0,\quad t>\tau_и \end{cases}$	$x_m\dfrac{\tau_и}{2(1-(f_{01}\tau_и)^2)}\dfrac{\sin u}{u}=\Delta_в$, $u=\pi f_{01}\tau_и$	$\Delta_в=\delta_в x_m\tau_и/2$

$x_{уст}$ — установившееся значение испытательного сигнала $x_h(t)$ с ненулевым установившимся значением;
x_m — максимальное значение импульсного сигнала $x_g(t)$;
$\tau_ф$ — длительность фронта нарастания сигнала $x_h(t)$;
$\tau_и$ — длительность сигнала $x_g(t)$;
$\delta_в$ — безразмерная величина, изменяющаяся в диапазоне от 0 до 1.

ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЯМЫМИ МЕТОДАМИ ПЕРЕХОДНОЙ И ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИК ИССЛЕДУЕМОГО СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ НЕИДЕАЛЬНОСТЬЮ ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ, В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРОВ УКАЗАННЫХ СИГНАЛОВ, ВИДА И КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ (СИГНАЛ С ЛИНЕЙНЫМ НАРАСТАНИЕМ ДО УСТАНОВИВШЕГОСЯ ЗНАЧЕНИЯ ВМЕСТО СИГНАЛА, ОПИСЫВАЕМОГО ФУНКЦИЕЙ $1(t)$, — ДЛЯ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ; ИМПУЛЬСНЫЙ СИГНАЛ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ ВМЕСТО СИГНАЛА, ОПИСЫВАЕМОГО ФУНКЦИЕЙ $\delta_0(t)$,— ДЛЯ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ)

$W(p)$	$\Delta_{hc}(t)$	$\Delta_{gc}(t)$
$\frac{1}{Tp+1}$	$\Delta_{hc}(t)=\begin{cases} \frac{T}{\tau_\phi}\left(\frac{t}{T}-1+e^{-\frac{t}{T}}\right)- \\ -(1-e^{-\frac{t}{T}}), \quad t<\tau_\phi, \\ 1+\frac{T}{\tau_\phi}(1-e^{\frac{\tau_\phi}{T}})e^{-\frac{t}{T}}- \\ -(1-e^{-\frac{t}{T}}), \quad t>\tau_\phi; \end{cases}$ $\max_t\lvert\Delta_{hc}(t)\rvert<\frac{\tau_\phi}{2T}$, при $\frac{\tau_\phi}{T}<0{,}3$	$\Delta_{gc}(t)=\begin{cases} \frac{1}{\tau_и}-\left(\frac{1}{T}+\frac{1}{\tau_и}\right)e^{-\frac{t}{T}}, \\ 0\leqslant t<\tau_и, \\ \left(\frac{1}{\tau_и}e^{\frac{\tau_и}{T}}-\frac{1}{\tau_и}-\frac{1}{T}\right)e^{-\frac{t}{T}}, \\ t>\tau_и \end{cases}$

Продолжение

$W(p)$	$\Delta_{hc}(t)$	$\Delta_{gc}(t)$
$\frac{T_2 p+1}{(T_1 p+1)^2}$	При $\frac{\tau_\phi}{T_1} < 0{,}3$ $\Delta_{hc}(t) \approx \begin{cases} \frac{t}{T_1}\left[\frac{t}{T_1}\left(1-\frac{t}{\tau_\phi}-\frac{t}{2T_1}\right)\frac{T_2-T_1}{T_1} - \right. \\ \left. -\frac{T_2}{T_1}\left(1-\frac{t}{2\tau_\phi}\right)\right], \quad 0<t<\tau_\phi, \\ \frac{\tau_\phi}{2T_1}\left[\frac{T_1-T_2}{T_1}\left(\frac{\tau_\phi}{T_1}-\frac{t}{T_1}\right)-\frac{T_2}{T_1}\right], \\ \qquad t>\tau_\phi; \end{cases}$ $\max\limits_t \lvert\Delta_{hc}(t)\rvert \leqslant \begin{cases} \frac{\tau_\phi}{2T_1}\left[\frac{T_2}{T_1}+\frac{\tau_\phi}{T_1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)\right], \\ \qquad T_2<T_1, \\ \frac{\tau_\phi}{2T_1}\,\frac{T_2}{T_1}\left(\frac{\tau_\phi}{T_1}+\frac{T_2}{T_1}\right)^{-1}\left(1+\right. \\ \left. \qquad +\frac{\tau_\phi}{T_1}\right)^{-1}, \quad T_1<T_2<2T_1, \\ \frac{\tau_\phi}{2T_1}\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right)e^{-\frac{\tau_\phi}{T_1}}, \\ \qquad T_2>2T_1 \end{cases}$	$\Delta_{gc}(t) = \begin{cases} \left[\frac{1}{\tau_и}-\frac{1}{T_1}-\frac{1}{\tau_и}\left(1-\right.\right. \\ \left. -\frac{T_2-T_1}{T_1}\,\frac{t}{T_1}\right)-\frac{T_2-T_1}{T_1^2}\left(1- \right. \\ \left. -\frac{t}{T_1}\right)\right]e^{-\frac{t}{T_1}}, \quad 0\leqslant t\leqslant\tau_и, \\ \left[-\frac{1}{\tau_и}-\frac{1}{T_1}+\frac{1}{\tau_и}\left[\frac{T_2-T_1}{T_1}\,\frac{t}{T_1}+\right.\right. \\ \left. +\left(1-\frac{T_2-T_1}{T_1}\,\frac{t-\tau_и}{T_1}\right)\right]e^{\frac{\tau_и}{T_1}}- \\ -\frac{T_2-T_1}{T_1^2}\times\left(1-\frac{t}{T_1}\right)\left.\right]e^{-\frac{t}{T_1}}, \\ \qquad t>\tau_и \end{cases}$

$W(p)$	$\Delta_{hc}(t)$	$\Delta_{gc}(t)$
$\frac{T_3p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)}$	$\max_t \lvert\Delta_{hc}(t)\rvert < \frac{\tau_\Phi}{2T_1T_2}\,(T_1+$ $+T_2)\sqrt{\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}-1}\times$ $\times\sqrt{\frac{(T_1+T_2)\sqrt{T_1T_2}-T_1T_2-T_3^2}{T_1T_2}}\times$ $\times\exp\left(\frac{T_1+T_2}{\sqrt{(T_1+T_2)^2-4T_1T_2}}\times\right.$ $\left.\times\operatorname{arth}\frac{\frac{T_1+T_2}{2}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}-T_3}{\sqrt{(T_1+T_2)^2-4T_1T_2}}\right)$	$\Delta_{gc}(t)=\begin{cases}\frac{1}{\tau_и}-\frac{T_3-T_1}{T_2-T_1}\left(\frac{1}{\tau_и}+\frac{1}{T_1}\right)e^{-\frac{t}{T_1}}+ \\ +\frac{T_3-T_1}{T_2-T_1}\left(\frac{1}{\tau_и}-\frac{1}{T_2}\right)e^{-\frac{t}{T_2}}, \\ 0<t<\tau_и, \\ \frac{T_3-T_1}{T_2-T_1}\left[\frac{1}{\tau_и}\left(e^{\frac{\tau_и}{T_1}}-1\right)-\frac{1}{T_1}\right]e^{-\frac{t}{T_1}}+ \\ +\frac{T_3-T_2}{T_1-T_2}\left[\frac{1}{\tau_и}\left(e^{\frac{\tau_и}{T_2}}-1\right)-\right. \\ \left.-\frac{1}{T_2}\right]e^{-\frac{t}{T_2}},\ t>\tau_и.\end{cases}$

Продолжение

$W(p)$	$\Delta_{hc}(t)$	$\Delta_{gc}(t)$
$\dfrac{T_3p+1}{T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1}$	$\max\limits_t \lvert\Delta_{hc}(t)\rvert <$ $\leqslant \dfrac{\tau_\Phi}{T_1}\,\gamma\sqrt{1-\gamma^2}\,\dfrac{\sqrt{T_1^2-2\gamma T_1T_3+T_3^2}}{T_1}\times$ $\times\exp\left(\dfrac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}\operatorname{arctg}\dfrac{T_3-\gamma T_1}{T_1\sqrt{1-\gamma^2}}\right)$	$\Delta_{gc}(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{\tau_н}\left\{\left[1-\dfrac{1}{T_1}\left(\dfrac{\gamma T_1-T_3}{\sqrt{1-\gamma^2}}\sin\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}\,t+\right.\right.\right.\\ \left.\left.\left.+T_1\cos\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}\,t\right)\times e^{-\gamma\frac{t}{T_1}}\right]-\\ -\dfrac{1}{T_1}\left(\dfrac{T_1-\gamma T_3}{\sqrt{1-\gamma^2}}\sin\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}\,t+\right.\\ \left.+T_3\cos\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}\,t\right)e^{-\gamma\frac{t}{T_1}}\Big\},\ 0\leqslant t\leqslant\tau_н,\\ \dfrac{1}{\tau_н}\left\{\dfrac{1}{T_1}\left[\dfrac{\gamma T_1-T_3}{\sqrt{1-\gamma^2}}\sin\left[\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}\,(t-\right.\right.\right.\\ \left.\left.\left.-\tau_н)+T_1\times\cos\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}\,(t-\right.\right.\\ \left.\left.-\tau_н\right]\right]\Big\}e^{-\gamma\frac{t-\tau_н}{T_1}}-\dfrac{1}{T_1}\left(T_1\cos\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}t+\right.\\ \left.+\dfrac{\gamma T_1-T_3}{\sqrt{1-\gamma^2}}\sin\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}t\right)e^{-\gamma\frac{t}{T_1}}-\\ -\dfrac{1}{T_1}\left(T_3\cos\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}\,t+\right.\\ \left.+\dfrac{\gamma T_3-T_1}{\sqrt{1-\gamma^2}}\sin\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T_1}\,t\right)e^{-\gamma\frac{t}{T_1}}\Big\},\\ t>\tau_н\end{cases}$

ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЯМЫМ МЕТОДОМ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИССЛЕДУЕМОГО СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ НЕИДЕАЛЬНОСТЬЮ ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СИГНАЛА, В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРА УКАЗАННОГО СИГНАЛА, ВИДА И КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ (СИГНАЛ С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ НАРАСТАНИЕМ

$$x_h(t) = 1 - e^{-\beta t}$$

ВМЕСТО СИГНАЛА, ОПИСЫВАЕМОГО ФУНКЦИЕЙ $1(t)$

Погрешности $\Delta_{hc}(t)$ определения переходной характеристики или их числовые характеристики представляются следующими выражениями в зависимости от передаточных функций $W(p)$:

$$W_1(p) = \frac{1}{Tp+1};$$

$$\max_t |\Delta_{hc}(t)| = (\beta T)^{-(1-(\beta T)^{-1})^{-1}};$$

при $\beta T \geqslant 10$ можно пользоваться выражением

$$\max |\Delta_{hc}(t)| < (\beta T)^{-1}.$$

$$W_2(p) = \frac{T_3 p+1}{(T_1 p+1)^2};$$

$$\Delta_{hc}(\tau) = \left[\frac{\varkappa m_3}{1-\varkappa} + \frac{1-m_3}{(1-\varkappa)^2} + \frac{\tau(1-m_3)}{1-\varkappa} \right] e^{-\tau} + \frac{\varkappa m_3 - 1}{(1-\varkappa)^2} e^{-\varkappa\tau},$$

где $\varkappa = \beta T_1$, $m_3 = T_3 T_1^{-1}$, $\tau = t T_1^{-1}$

$$W_3(p) = \frac{T_3 p+1}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)};$$

$$\Delta_{hc}(\tau) = \frac{\varkappa m_3 - 1}{(1-\varkappa)(1-\varkappa m_2)} e^{-\varkappa\tau} + \frac{m_3 - m_2}{(1-m_2)(1-\varkappa m_2)} e^{-m_2\tau} +$$

$$+ \frac{1-m_3}{(1-\varkappa)(1-m_2)} e^{-\tau},$$

где $m_2 = T_2 T_1^{-1}$.

$$W_4(p) = \frac{T_3 p+1}{T_1^2 p^2 + 2\gamma T_1 p + 1};$$

$$\Delta_{hc}(\tau) = \frac{1}{1-2\gamma\varkappa+\varkappa^2} \left\{ (\varkappa m_3 - 1) e^{-\varkappa\tau} + [(1-\varkappa m_3)\cos(\sqrt{1-\gamma^2}\tau) + \right.$$

$$\left. + \frac{\gamma - \varkappa - m_3 + \gamma\varkappa m_3}{\sqrt{1-\gamma^2}} \sin(\sqrt{1-\gamma^2}\tau)] e^{-\gamma\tau} \right\}.$$

Для $W_2(p)$, $W_3(p)$, $W_4(p)$ отсутствуют аналитические выражения для $\max_t |\Delta_{hc}(t)|$, поэтому даны графические зависимости приведенных максимального модуля погрешности $\frac{|\Delta_{hc}|_m}{h_m}$, среднего квадратического значения

$\frac{\Delta_{hc}|_{\text{с.кв}}}{h_m}$ и среднего модуля $\frac{|\Delta_{hc}|_{\text{ср}}}{h_m}$ от параметра сигнала $\varkappa$, полученные численным способом. Здесь $h_m = \max_t \{h(t)\}$. Указанные характеристики рассчитаны на интервале времени с длительностью $5T_1$, разделенном на 100 частей.

Указанные зависимости числовых характеристик погрешности представлены: для $W_3(p)$ — на рис. 1—3, для $W_4(p)$ — на рис. 4—6. Зависимости для $W_2(p)$ отдельно не представлены, так как последняя является частным случаем $W_3(p)$ при $m_2 = 1$.

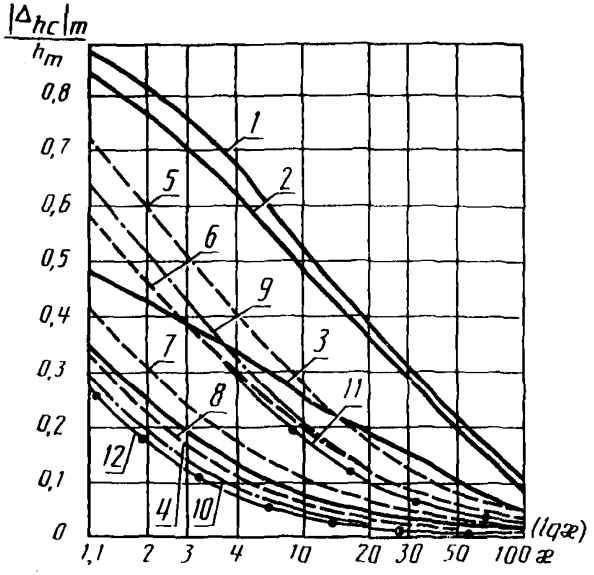


Рис. 1. Зависимость $|\Delta_{hc}|_m/h_m$ от $\varkappa$ для $W_3(p)$:
1—3—$m_2=0{,}05$; $m_3=30$; 1; 0,5; *4*—$m_3=m_2$ и $m_2=0{,}05$;
$m_3=0$; *5, 6, 8*—$m_2=0{,}3$; $m_3=30$; 1; 0; *7*—$m_2=0{,}03$; $m_3=0{,}5$ и $m_2=0{,}7$; $m_3=1$; *9, 8, 10*—$m_2=0{,}7$; $m_3=30$; 0,5; 0; *11, 12*—$m_2=1$; $m_3=30$; 0

Для получения оценок $\frac{|\Delta_{hc}|_m}{h_m}$ при $m_3 \leqslant 0{,}5$ и $\gamma = 0{,}05$; 0,9 (для $W_4(p)$) можно пользоваться приближенным соотношением

$$\frac{|\Delta_{hc}|_m(\varkappa,\gamma,m_3)}{h_m}\Big|_{m_3=0,5} < \frac{2}{3}\,\frac{|\Delta_{hc}|_m(\varkappa,\gamma,0)}{h_m} + \frac{|\Delta_{hc}|_m(\varkappa,\gamma,1)}{3h_m}.$$

Значения h_m приведены в табл. 1 и 2.

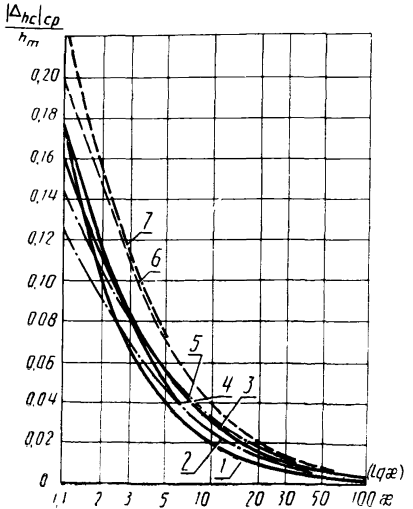


Рис. 2. Зависимость $|\Delta_{hc}|_{ср}/h_m$ от æ для $W_3(p)$:

1—$m_3=0$; *2*—$m_3=0{,}03$; *3*—$m_3=0{,}3$; *4*—$m_3=1$; *5*—$m_3=3$; *6*—$m_3=10$; *7*—$m_3=30$; $m_2=1$ и $m_3=0{,}3$; $m_2=0{,}03$; $m_2=0{,}3$; $m_2=1$

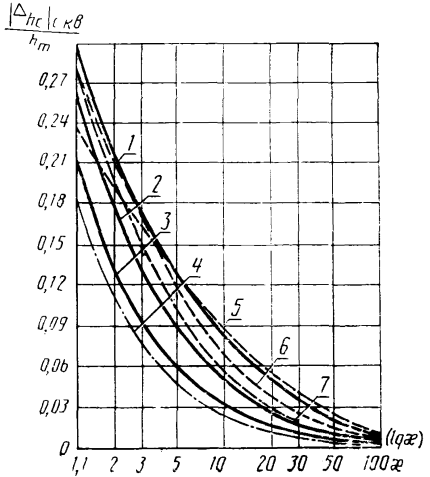


Рис. 3. Зависимость $|\Delta_{hc}|_{с.кв}/h_m$ от æ для $W_3(p)$:

1, *2*—$m_3=1$; $m_2=0{,}03$; $0{,}3$; *3*—$m_3=1$; $m_2=1$ и $m_3=0$; $m_2=0{,}03$; $0{,}3$; *4*—$m_3=0$; $m_2=1$; *5*, *6*, *7*—$m_3=30$; $m_2=0{,}03$; $0{,}3$; 1

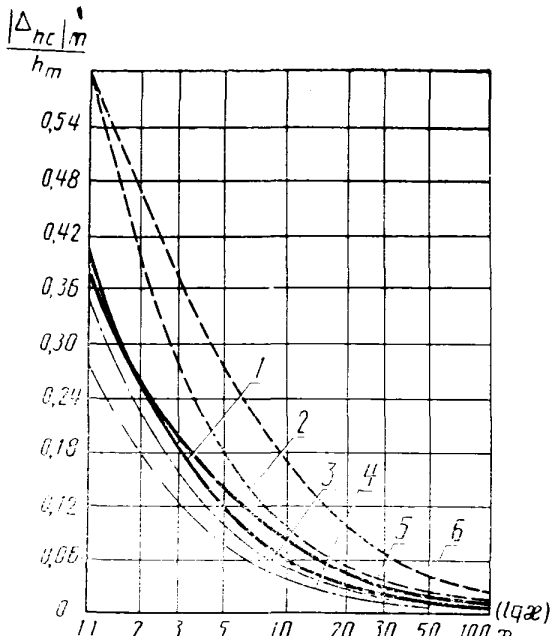


Рис. 4. Зависимость $|\Delta_{hc}|_m/h_m$ от $\varkappa$ для $W_4(p)$:

1, 2—$m_3=1$; $\gamma=0{,}05$; 0,9; *3, 4*—$m_3=0$; $\gamma=0{,}05$; 0,9; *5, 6*—$m_3=30$; $\gamma=0{,}05$; 0,9

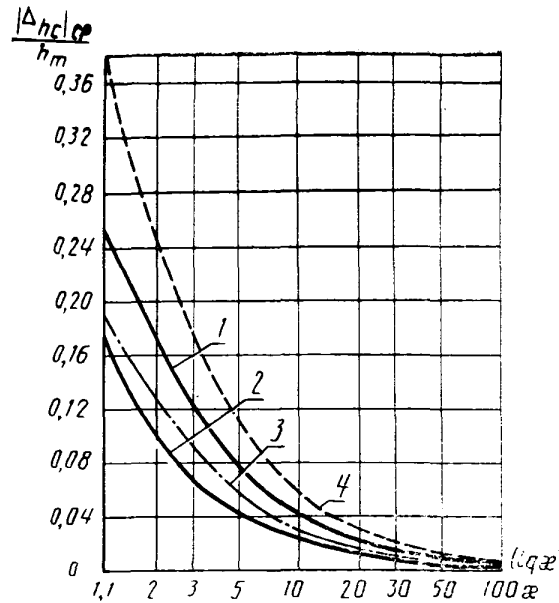


Рис. 5. Зависимость $|\Delta_{hc}|_{cp}/h_m$ от $\varkappa$ для $W_4(p)$:

1—$m_3=1$; $\gamma=0{,}05$ и $m_3=30$; $\gamma=0{,}7$; *2*—$m_3=0$; 1; $\gamma=0{,}7$; *3*—$m_3=0$; $\gamma=0{,}05$; *4*—$m_3=30$; $\gamma=0{,}05$

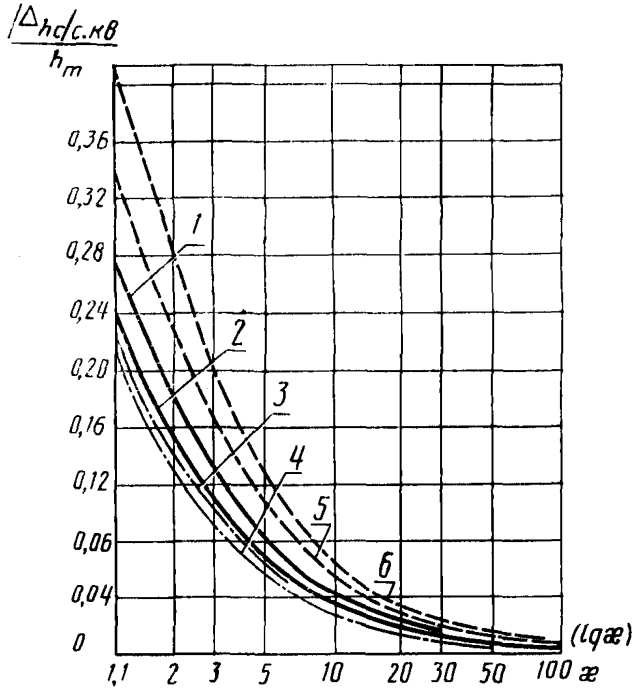


Рис. 6. Зависимость $|\Delta_{hc}|_{с.кв}/h_m$ от $\varkappa$ для $W_4(p)$:

1, 2—$m_3=1$; $\gamma=0{,}05$; 0,03; *3, 4*—$m_3=0$; $\gamma=0{,}05$; 0,3; *5, 6*—$m_3=30$; $\gamma=0{,}05$; 0,3

Таблица 1

Значения h_m в зависимости от параметров $W_3(p)$ m_2 и m_3

m_2	m_3										
	0	0,03	0,05	0,1	0,3	0,5	1	3	5	10	30
0,03	0,993	0,993	0,993	0,994	0,995	0,996	1,000	2,756	4,549	9,029	26,950
0,05	0,993	0,993	0,993	0,994	0,995	0,996	1,000	2,667	4,365	8,633	25,705
0,1	0,993	0,993	0,993	0,993	0,995	0,996	1,000	2,486	4,021	7,835	23,369
0,3	0,990	0,991	0,991	0,991	0,993	0,995	1,000	2,050	3,227	6,302	18,119
0,5	0,987	0,987	0,987	0,988	0,991	0,993	1,000	1,800	2,778	5,263	15,253
0,7	0,978	0,980	0,980	0,981	0,985	0,989	0,999	1,628	2,470	4,627	13,317
0,9	0,967	0,968	0,969	0,970	0,976	0,982	0,996	1,499	2,241	4,157	11,890
1,0	0,960	0,961	0,961	0,963	0,970	0,976	0,993	1,446	2,146	3,963	11,306

Таблица 2

Значения h_m в зависимости от параметров $W_4(p)$ γ и m_3

γ	m_3										
	0	0,03	0,05	0,1	0,3	0,5	1	3	5	10	30
0,03	1,910	1,910	1,911	1,915	1,951	2,019	2,298	3,963	5,811	10,538	29,594
0,05	1,854	1,855	1,856	1,859	1,893	1,958	2,226	3,839	5,632	10,218	28,723
0,1	1,729	1,729	1,730	1,733	1,763	1,821	2,064	3,558	5,226	9,495	26,718
0,3	1,372	1,372	1,373	1,374	1,391	1,426	1,592	2,728	4,024	7,345	20,754
0,5	1,163	1,163	1,163	1,164	1,172	1,191	1,298	2,192	3,243	5,944	16,851
0,7	1,046	1,046	1,046	1,046	1,049	1,056	1,112	1,822	2,701	4,967	14,123
0,9	0,988	0,988	0,989	0,990	0,994	0,998	1,011	1,554	2,305	4,252	12,117

ПРИЛОЖЕНИЕ 5
Справочное

ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЯМЫМ МЕТОДОМ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИССЛЕДУЕМОГО СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ НЕИДЕАЛЬНОСТЬЮ ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СИГНАЛА, В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРА СИГНАЛА, ВИДА И КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ [СИГНАЛ С КОСИНУСОИДАЛЬНЫМ ФРОНТОМ $x(t)=\begin{cases}0{,}5(1-\cos(\pi t/\tau_\Phi)), & 0\leqslant t\leqslant\tau_\Phi,\\ 1, & t>t_\Phi\end{cases}$ ВМЕСТО СИГНАЛА, ОПИСЫВАЕМОГО ФУНКЦИЕЙ $1(t)$]

В настоящем приложении приведены полученные расчетным путем зависимости следующих числовых характеристик погрешности $\Delta_{hc}(t)$:

$$\frac{|\Delta_{hc}|_m}{h_m},\ \left|\frac{\Delta_{hc}}{h}\right|_m,\ \frac{|\Delta_{hc}|_{cp}}{h_m},\ \frac{|\Delta_{hc}|_{c.кв}}{h_m}$$

от параметра сигнала $\varkappa_1=\tau_\Phi/T_1$.

Указанные характеристики рассчитаны на интервале времени с длительностью $5T_1$, разделенном на 100 частей. Зависимости характеристик погрешности представлены на рис. 1—4 для

$$W_3(p)=\frac{T_3p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)},$$

а на рис. 5—9 для

$$W_4(p)=\frac{T_3p+1}{T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1}.$$

Значения h_m приведены в табл. 1 и 2 приложения 4.

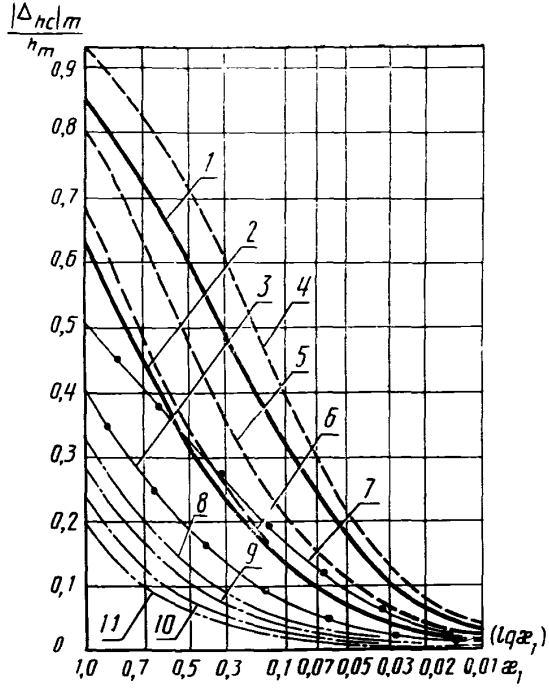


Рис. 1. Зависимость $|\Delta_{hc}|_m/h_m$ от $\varkappa_1$ для $W_3(p)$:

1—$m_3=1$; $m_2=0{,}1$; 2—$m_3=1$; $m_2=0{,}3$ и $m_3=30$; $m_2=1$; 3—$m_3=1$; $m_2=0{,}7$ и $m_3=0{,}5$; $m_2=0{,}1$; 4—$m_3=30$; $m_2=0{,}1$; 5—$m_3=30$; $m_2=0{,}3$; 6—$m_3=30$; $m_2=0{,}7$; 7—$m_3=0{,}5$; $m_2=0{,}1$; 8—$m_3=0$; $m_2=0{,}1$ и $m_3=0{,}1$; 9, 10, 11—$m_3=0$; $m_2=0{,}3$; 0,7; 1

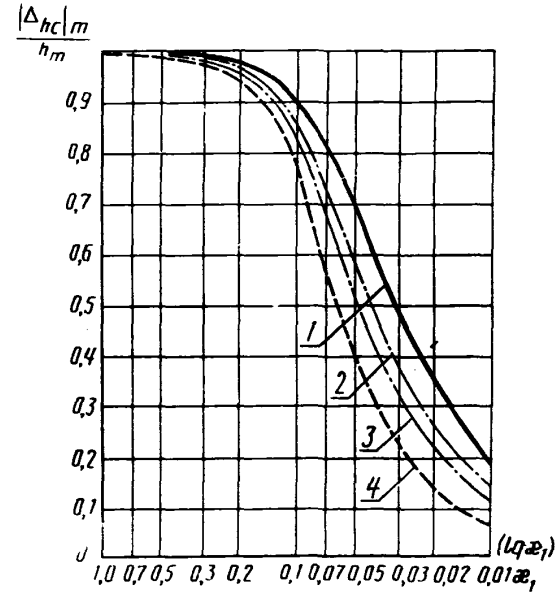


Рис. 2. Зависимость $|\Delta_{hc}/h|_m$ от $\varkappa_1$ для $W_3(p)$:

1—$m_3=0$; $m_3<1$; 2—$m_3=0{,}03$; $m_2=1$; 3—$m_3=30$; $m_2=1$ и $m_3=0{,}03$; $m_2=0{,}05$; 4—$m_3=30$; $m_2=0{,}05$

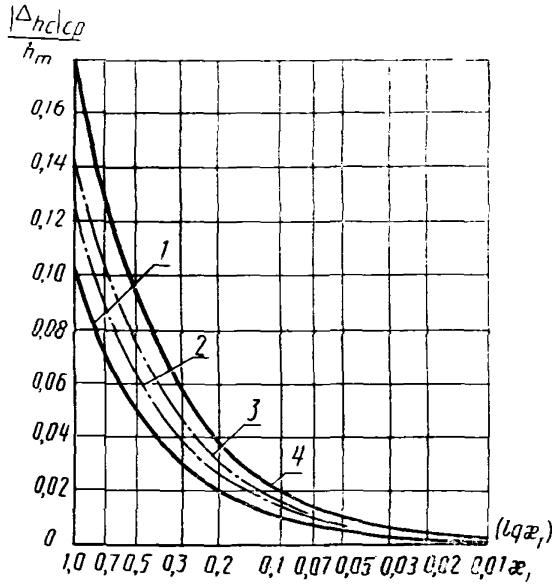


Рис. 3. Зависимость $|\Delta_{hc}|_{ср}/h_m$ от $\varkappa_1$ для $W_3(p)$:

1—$0 \leqslant m_3 \leqslant 1$; $0 < m_2 \leqslant 1$; *2*—$m_3 = 3$; $m_2 = 1$; *3*—$m_3 = 3$; $m_2 = 0{,}3$ и $m_3 = 5$; $m_2 = 1$; *4*—$m_3 = 30$; $0 < m_2 \leqslant 1$

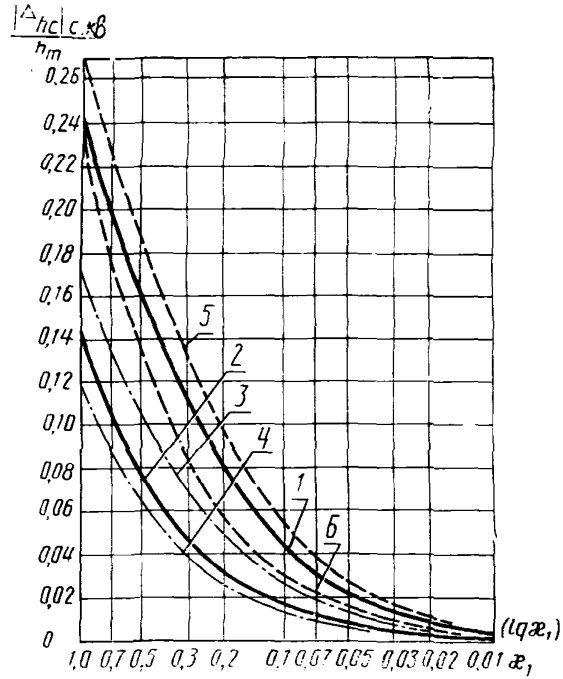


Рис. 4. Зависимость $|\Delta_{hc}|_{с.кв}/h_m$ от $\varkappa_1$ для $W_3(p)$:

1—$m_3 = 1$; $m_2 = 0{,}1$; *2*—$m_3 = 1$; $m_2 = 1$ и $m_3 \leqslant 0{,}1$; $m_2 = 0{,}1$; *3*—$m_3 = 0{,}5$; $m_2 = 0{,}1$; *4*—$m_3 \leqslant 0{,}5$; $m_2 = 1$; *5*—$m_3 = 30$; $m_2 = 0{,}1$; *6*—$m_3 = 30$; $m_2 = 1$

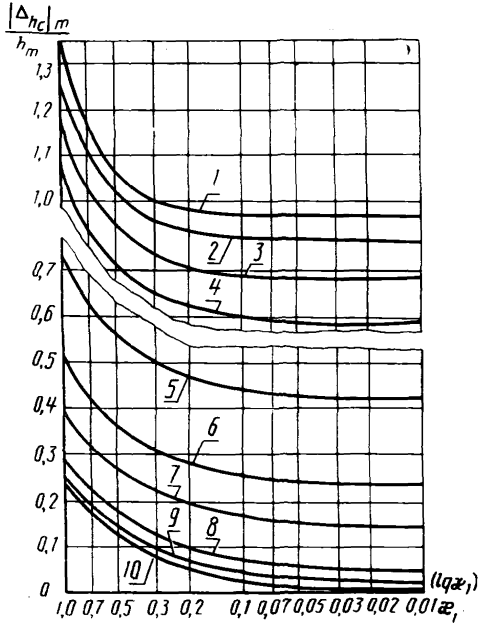


Рис. 5. Зависимость $|\Delta_{hc}|_m/h_m$ от $\varkappa_1$ для $W_4(p)$:

1—10—γ=0,3; m_3=30; 10; 5; 3; 1; 0,5; 0,3; 0,1; 0,05; 0

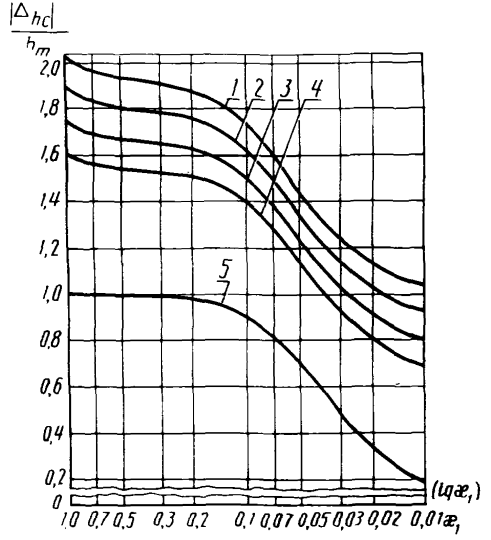


Рис. 6. Зависимость $|\Delta_{hc}/h|_m$ от $\varkappa_1$ для $W_4(p)$:

1—5—γ=0,03; m_3=0,3; 0,1; 0,05; 0,03; 0

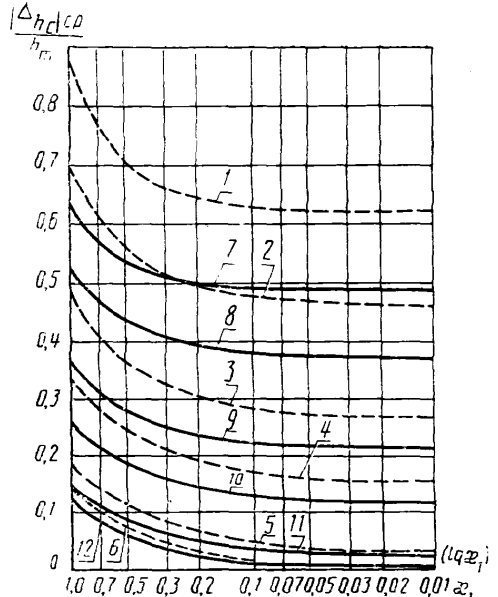


Рис. 7. Зависимость $|\Delta_{hc}|_{ср}/h_m$ от $\varkappa_1$ для $W_4(p)$:

1—6—γ=0,03; m_3=30; 3; 1; 0,5; 0,1; 0; *7—12*—γ=0,3; m_3=30; 3; 1; 0,5; 0,1; 0

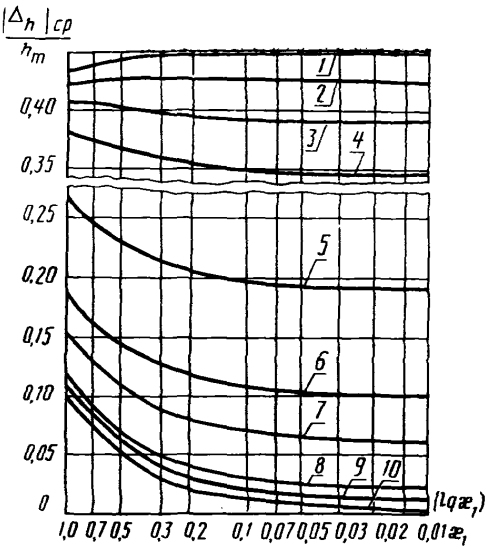


Рис. 8. Зависимость $|\Delta_{hc}|_{ср}/h_m$ от $\varkappa_1$ для $W_4(p)$:

1—10—γ=0,7; m_3=30; 10; 5; 3; 1; 0,5; 0,3; 0,1; 0,05; 0

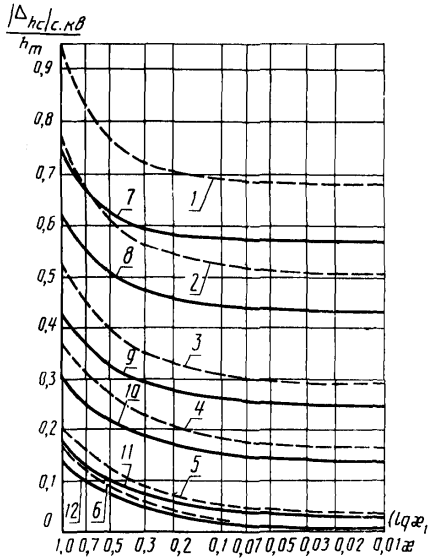


Рис. 9. Зависимость $|\Delta_{нс}|_{с.кв}/h_m$ от $\varkappa_1$ для $W_4(p)$:

1—6—γ=0,03; m_3=30; 3; 1; 0,5; 0,1; 0; 7—12—γ=0,3; m_3=30; 3; 1; 0,5; 0,1; 0

ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЯМЫМ МЕТОДОМ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИССЛЕДУЕМОГО СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ НЕИДЕАЛЬНОСТЬЮ ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СИГНАЛА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА, ВИДА И КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ (СУММА ОСНОВНОЙ И ВТОРОЙ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ $x_A(t)=\sin 2\pi ft+\alpha_2\sin 2(2\pi ft+\varphi_2)$, $0\leqslant\alpha_2\leqslant 0{,}2$, ВМЕСТО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА)

Погрешность $\Delta_A(f)$ по определению представляет собой разность между максимальным значением приведенного ко входу отклика исследуемого средства измерений на неидеальный испытательный сигнал, отнесенный к своему максимальному значению, и значением искомой амплитудно-частотной характеристики указанного средства при частоте f (см. п. 3.5).

Для испытательного сигнала, представляющего собой сумму гармонических функций с частотами f и $2f$, соответственно, максимальные значения сигнала и отклика на него имеют вид:

$$x_{A,m}=\max_{t\in[0,1/f]}[\sin 2\pi ft+\alpha_2\sin 2(2\pi ft+\varphi_2)];$$

$$y_{A,m}=K\cdot\max_{t\in[0,1/f]}[A(z)\sin(2\pi ft+\Phi(z))+\alpha_2 A(2z)\sin(2(2\pi ft+\varphi_2)+\Phi(2z))].$$

В данном приложении представлены зависимости приведенных средней квадратической и максимальной погрешностей и максимальной относительной погрешности:

$$\frac{|\Delta_A|_{\text{с.кв}}}{A_{\max}}=\delta_{11}(\alpha_2,\varphi_2,m_2,m_3);\quad\frac{|\Delta_A|_{\max}}{A_{\max}}=\delta_{21}(\alpha_2,\varphi_2 m_2,m_3);$$

$$\left|\frac{\Delta_A}{A}\right|_{\max}=\delta_{31}(\alpha_2,\varphi_2,m_2,m_3)\text{ для }W_3(p)=\frac{T_3p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)},$$

$$m_2=\frac{T_2}{T_1},\quad m_3=\frac{T_3}{T_1};$$

$$\frac{|\Delta_A|_{\text{с.кв}}}{A_{\max}}=\delta_{21}(\alpha_2,\varphi_2,\gamma,m_3);\quad\frac{|\Delta_A|_{\max}}{A_{\max}}=\delta_{22}(\alpha_2,\varphi_2,\gamma,m_3);$$

$$\left|\frac{\Delta_A}{A}\right|_{\max}=\delta_{32}(\alpha_2,\varphi_2,\gamma,m_3)\text{ для }W_4(p)=\frac{T_3p+1}{T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1},$$

$$m_3=\frac{T_3}{T_1}.$$

Значения сдвига φ_2 между гармоническими составляющими испытательного сигнала приняты равными: 0, $-\pi/8$, $-\pi/4$.

Значения $A(z)$ и $\Phi(z)$ для указанных передаточных функций рассчитывались по соотношениям, приведенным в приложении 1. Указанные выше числовые характеристики погрешности определялись в диапазоне изменений безразмерной частоты z от 0,01 до 100. Для коэффициентов передаточных функций были приняты следующие значения: $m_2=0$; 0,1; 0,3; $m_3=0$; 0,1; 0,3; 1,0 для $W_3(p)$; $\gamma=0{,}1$; 0,7; 0,9; 1,0; $m_3=0$; 0,1; 0,3; 1,0 для $W_4(p)$.

Построенные по результатам расчетов графики зависимостей числовых характеристик погрешностей проанализированы и обобщены следующим образом. Близкие кривые, отличающиеся не более чем на 30 %, заменены мажорантными; бóльшая часть кривых аппроксимирована кусочно-линейными функциями, зависящими от параметра α_2 и состоящими из двух отрезков прямых.

Ниже приведены приближенные аналитические выражения указанных характеристик и таблицы значений входящих в них коэффициентов, а также графические зависимости.

1. $\delta_{11}\ (\alpha_2;\ \varphi_2;\ m_2;\ m_3) \approx \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant \alpha^*, \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & \alpha^* < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

$\alpha^*, \varkappa_j$	m_3				m_2	φ_2
	0	0,1	0,3	1,0		
α^*	0,075	0,075	0,075	0,075	0,1	0
$\varkappa_1$	0,047	0,055	0,077	0,149		
$\varkappa_2$	0,064	0,072	0,097	0,202		
$\varkappa_3$	—0,0013	—0,0013	—0,0015	—0,004		
α^*	0,075	0,075	0,075	0,075	0,3	
$\varkappa_1$	0,041	0,041	0,055	0,092		
$\varkappa_2$	0,054	0,058	0,072	0,123		
$\varkappa_3$	—0,001	—0,0013	—0,0013	—0,0023		
α^*	0,070	0,070	0,075	0,075	0,9	
$\varkappa_1$	0,032	0,032	0,037	0,057		
$\varkappa_2$	0,047	0,078	0,054	0,076		
$\varkappa_3$	—0,0011	—0,0032	—0,0013	—0,0014		
α^*	0,138	0,138	0,090	0,100	0,1	$-\frac{\pi}{8}$
$\varkappa_1$	0,068	0,076	0,100	0,215		
$\varkappa_2$	0,052	0,055	0,076	0,169		
$\varkappa_3$	0,0022	0,0026	0,0022	0,0046		
α^*	0,125	0,125	0,120	0,116	0,3	
$\varkappa_1$	0,060	0,064	0,076	0,130		
$\varkappa_2$	0,053	0,053	0,059	0,103		
$\varkappa_3$	0,0009	0,0014	0,002	0,0031		
α^*	0,125	0,125	0,125	0,100	0,9	
$\varkappa_1$	0,054	0,054	0,060	0,081		
$\varkappa_2$	0,046	0,047	0,049	0,066		
$\varkappa_3$	0,001	0,0009	0,0014	0,0015		
α^*	0,100	0,100	0,088	0,076	0,1	$-\frac{\pi}{4}$
$\varkappa_1$	0,060	0,064	0,075	0,184		
$\varkappa_2$	0,046	0,044	0,055	0,128		
$\varkappa_3$	0,0014	0,002	0,0018	0,0043		
α^*	0,088	0,089	0,075	0,075	0,3	
$\varkappa_1$	0,057	0,060	0,067	0,113		
$\varkappa_2$	0,044	0,045	0,048	0,082		
$\varkappa_3$	0,0011	0,0013	0,0014	0,0023		

Продолжение

α^*, $\varkappa_j$	m_3				m_2	φ_2
	0	0,1	0,3	1,0		
α^*	0,750	0,750	0,750	0,750		
$\varkappa_1$	0,056	0,056	0,056	0,070		
$\varkappa_2$	0,038	0,039	0,042	0,049	0,9	$-\frac{\pi}{4}$
$\varkappa_3$	0,0014	0,013	0,0011	0,0016		

2. $\delta_{21н}(\alpha_2, \varphi_2) \leqslant \delta_{21}(\alpha_2; \varphi_2; m_2; m_3) \leqslant \delta_{21в}(\alpha_2, \varphi_2)$; $0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0{,}2$; $m_2 = 0{,}1$; 0,3; 0,9; $m_3 = 0$; 0,1; 0,3; 1,0; $\varphi_2 = 0$; $-\pi/8$; $-\pi/4$.

Зависимости $\delta_{21н}(\alpha_2\varphi_2)$ и $\delta_{21в}(\alpha_2\varphi_2)$ представлены: для $\varphi_2 = 0$ на рис. 1, для $\varphi_2 = -\pi/8$ на рис. 2, для $\varphi_2 = -\pi/4$ на рис. 3.

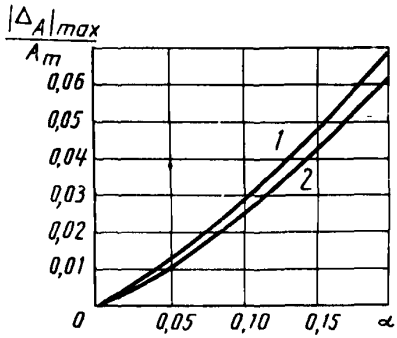


Рис. 1. Зависимость $|\Delta_A|_{max}/A_m$ от α_2 для $W_3(p)$:
1 — $\delta_{21в}(\alpha_2, 0)$; *2* — $\delta_{21н}(\alpha_2, 0)$

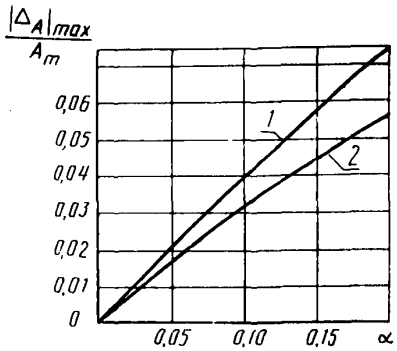


Рис. 2. Зависимость $|\Delta_A|_{max}/A_m$ от α_2 для $W_3(p)$:
1 — $\delta_{21в}(\alpha_2, -\pi/8)$; *2* — $\delta_{21н}(\alpha_2, -\pi/8)$

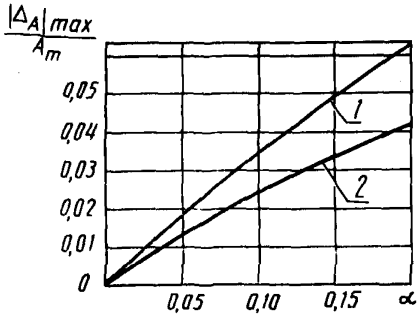


Рис. 3. Зависимость $|\Delta_A|_{max}/A_m$ от α_2 для $W_3(p)$:
1 — $\delta_{21в}$ $(\alpha_2, -\pi/4)$; *2* — $\delta_{21н}$ $(\alpha_2, -\pi/4)$

3. Зависимости $|\Delta_A/A|_{max}=\delta_{31}(\alpha_2, 0, m_2, m_3)$ для $m_2=0{,}1$; 0,3; 0,9 при $0{,}1 \leqslant m_3 \leqslant 1{,}0$ представлены на рис. 4.

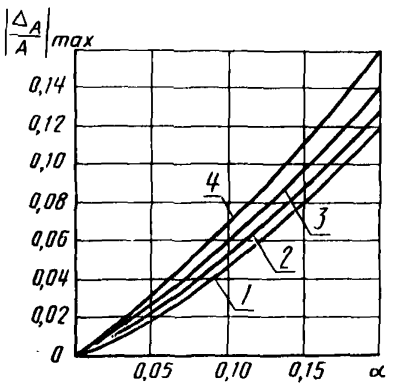


Рис. 4. Зависимость $|\Delta_A/A|_{max}$ от α_2 для $W_3(p)$:

1—δ_{31} $(\alpha_2, 0; 0{,}1; 0)$; *2*—δ_{31} $(\alpha_2; 0; 0{,}3; 0)$; *3*—δ_{31} $(\alpha_2; 0; 0{,}9; 0)$; *4*—δ_{31} $(\alpha_2; 0; m_3; m_3)$ $\Big|$ $0{,}1 \leqslant m_3 \leqslant 1{,}0$; $m_2=0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}9$

4. $\delta_{31н}(\alpha_2, -\pi/8) \leqslant \delta_{31}(\alpha_2, -\pi/8,\ m_2,\ m_3) \leqslant \delta_{31в}(\alpha_2, -\pi/8)$,

где

$$\delta_{31в}=\begin{cases} 1{,}15\alpha_2, & 0<\alpha_2<0{,}1; \\ 1{,}05\alpha_2+0{,}01; & 0{,}1\leqslant\alpha_2\leqslant 0{,}2; \end{cases}$$

$$\delta_{31н}=\begin{cases} 0{,}97\alpha_2, & 0<\alpha_2<0{,}1; \\ 0{,}83\alpha_2+0{,}014; & 0{,}1<\alpha_2\leqslant 0{,}2; \end{cases}$$

$m_2=0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}9;\ m_3=0;\ 0{,}1;\ 0{,}3;\ 1{,}0.$

5. $\delta_{31}(\alpha_2;\ -\pi/4;\ m_2;\ m_3)=\begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0<\alpha_2\leqslant\alpha^*, \\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & \alpha^*<\alpha_2\leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 2.

Таблица 2

α^*, $\varkappa_j$	m_3				m_2
	0	0,1	0,3	1,0	
α^*	0,063	0,075	0,075		0,1
$\varkappa_1$	1,23	0,947	0,893		
$\varkappa_2$	0,982	0,655	0,616		
$\varkappa_3$	0,016	0,022	0,021		
α^*	0,063	0,063	0,050		0,3
$\varkappa_1$	1,23	1,17	1,02		
$\varkappa_2$	0,989	0,880	0,717		
$\varkappa_3$	0,015	0,018	0,015		
α^*	0,075		0,075	0,063	0,9
$\varkappa_1$	1,24		1,07	0,992	
$\varkappa_2$	0,96		0,752	0,669	
$\varkappa_3$	0,021		0,024	0,020	

6. $\delta_{12}(\alpha_2, 0, \gamma, m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant \alpha^*, \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & \alpha^* < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 3.

Таблица 3

a^*, $\varkappa_j$	m_3				γ
	0	0,1	0,3	1,0	
α^*	0,100			0,100	0,1
$\varkappa_1$	0,034			0,034	
$\varkappa_2$	0,051			0,048	
$\varkappa_3$	—0,0017			—0,0014	
α^*	0,075		0,070	0,075	0,7
$\varkappa_1$	0,032		0,036	0,053	
$\varkappa_2$	0,052		0,057	0,074	
$\varkappa_3$	—0,0015		—0,0015	—0,0016	
α^*	0,070		0,063	0,070	0,9
$\varkappa_1$	0,031		0,035	0,054	
$\varkappa_2$	0,048		0,052	0,075	
$\varkappa_3$	—0,0012		—0,0011	—0,0015	
α^*	0,075	0,075	0,090	0,100	1,0
$\varkappa_1$	0,032	0,032	0,038	0,059	
$\varkappa_2$	0,046	0,047	0,052	0,073	
$\varkappa_3$	—0,0011	—0,0011	—0,0013	—0,0014	

7. $\delta_{12}(\alpha_2, -\pi/8, \gamma, m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant \alpha^*, \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & \alpha^* < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 4.

Таблица 4

α^*, $\varkappa_j$	m_3				γ
	0	0,1	0,3	1,0	
1	2	3	4	5	6
α^*	0,145			0,150	0,1
$\varkappa_1$	0,076			0,072	
$\varkappa_2$	0,070			0,068	
$\varkappa_3$	0,0009			0,0006	
α^*	0,130	0,128	0,115	0,125	0,7
$\varkappa_1$	0,063	0,064	0,069	0,082	
$\varkappa_2$	0,056	0,057	0,060	0,069	
$\varkappa_3$	0,0009	0,0009	0,001	0,0016	
α^*	0,113	0,125	0,115	0,105	0,9
$\varkappa_1$	0,055	0,056	0,061	0,081	
$\varkappa_2$	0,049	0,049	0,052	0,067	
$\varkappa_3$	0,0007	0,0009	0,001	0,0015	
α^*	0,125	0,125	0,125	0,110	1,0
$\varkappa_1$	0,052	0,054	0,058	0,076	
$\varkappa_2$	0,045	0,045	0,047	0,062	
$\varkappa_3$	0,0009	0,0011	0,0014	0,0015	

8. $\delta_{12}(\alpha_2; -\pi/4; 0{,}1; m_3) \leqslant \begin{cases} 0{,}1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0{,}06; \\ 0{,}08\alpha_2 + 0{,}01, & 0{,}06 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

9. $\delta_{12}(\alpha_2; -\pi/4; \gamma; m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant \alpha^*, \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & \alpha^* < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 5.

Таблица 5

α^*, $\varkappa_j$	m_3				γ
	0	0,1	0,3	1,0	
α^*	0,075		0,075	0,065	0,7
$\varkappa_1$	0,068		0,071	0,081	
$\varkappa_2$	0,054		0,055	0,059	
$\varkappa_3$	0,0011		0,0012	0,0014	
α^*	0,075			0,063	0,9
$\varkappa_1$	0,059			0,073	
$\varkappa_2$	0,041			0,054	
$\varkappa_3$	0,0014			0,0012	
α^*	0,075			0,050	1,0
$\varkappa_1$	0,056			0,072	
$\varkappa_2$	0,041			0,051	
$\varkappa_3$	0,0011			0,0011	

10. $\delta_{22}(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}1;\ m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 < 0{,}103; \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3; & 0{,}103 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 6.

Таблица 6

$\varkappa_j$	m_3	
	0; 0,1; 0,3	1,0
$\varkappa_1$	0,956	0,937
$\varkappa_2$	0,790	0,739
$\varkappa_3$	0,017	0,0204

11. $\delta_{22н}(\alpha_2,\ 0) \leqslant \delta_{22}(\alpha_2,\ 0,\ \gamma,\ m_3) \leqslant \delta_{22в}(\alpha_2,\ 0)$.
$0{,}7 \leqslant \gamma \leqslant 1{,}0$

Зависимости $\delta_{22в}(\alpha_2,\ 0)$ и $\delta_{22в}(\alpha_2,\ 0)$ представлены на рис. 5.

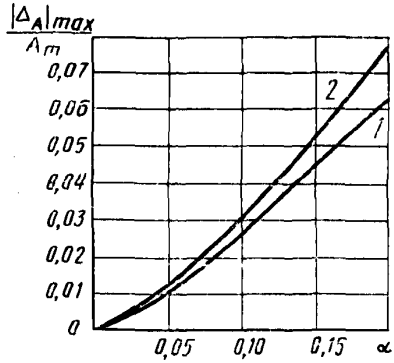


Рис. 5. Зависимость $|\Delta_A|_{max}/A_m$ от α_2 для $W_4(p)$:
1 — $\delta_{22н}(\alpha_2,\ 0)$; 2 — $\delta_{22в}(\alpha_2,\ 0)$

12. $\delta_{22}(\alpha_2,\ -\pi/8,\ \gamma,\ m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant \alpha^*, \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & \alpha^* < \alpha_2 \leqslant 0{,}2, \end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 7.

13. $\delta_{22}(\alpha_2,\ -\pi/4,\ \gamma,\ m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant \alpha^*, \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & \alpha^* < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 8.

Таблица 7

α^*, $\varkappa_j$	m_3: 0; 0,1; 0,3	m_3: 1,0	γ
α^*	0,075	0,075	0,1
$\varkappa_1$	0,747	0,760	
$\varkappa_2$	0,632	0,668	
$\varkappa_3$	0,009	0,007	
α^*	0,125	0,088	0,7
$\varkappa_1$	0,500	0,423	
$\varkappa_2$	0,453	0,373	
$\varkappa_3$	0,006	0,004	
α^*	0,125	0,075	0,9
$\varkappa_1$	0,416	0,387	
$\varkappa_2$	0,353	0,327	
$\varkappa_3$	0,008	0,0045	
α^*	0,120	0,090	1,0
$\varkappa_1$	0,396	0,356	
$\varkappa_2$	0,330	0,290	
$\varkappa_3$	0,008	0,006	

Таблица 8

α^*, $\varkappa_j$	m_3: 0; 0,1; 0,3	m_3: 1,0	γ
α^*	0,070		0,1
$\varkappa_1$	0,910		
$\varkappa_2$	0,735		
$\varkappa_3$	0,0012		
α^*	0,070	0,070	0,7
$\varkappa_1$	0,521	0,432	
$\varkappa_2$	0,408	0,344	
$\varkappa_3$	0,008	0,006	
α^*	0,080	0,080	0,9
$\varkappa_1$	0,403	0,334	
$\varkappa_2$	0,394	0,252	
$\varkappa_3$	0,007	0,007	
α^*	0,075	0,075	1,0
$\varkappa_1$	0,373	0,297	
$\varkappa_2$	0,290	0,220	
$\varkappa_3$	0,006	0,006	

14. $\delta_{32}(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}1;\ m_3)=\begin{cases}\varkappa_1\alpha_2, & 0\leqslant\alpha_2\leqslant\alpha^*,\\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & \alpha^*<\alpha_2\leqslant 0{,}2.\end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 9.

15. Зависимости δ_{32} (α_2; 0; γ, m_3) для $\gamma=0{,}7$; 0,9; 1,0 и $m_3=0$; 0,1; 0,3; 1,0 представлены на рис. 6.

16. $\delta_{32}(\alpha_2;\ -\pi/8;\ 0{,}1;\ m_3)=\begin{cases}\varkappa_1\alpha_2, & 0\leqslant\alpha_2\leqslant\alpha^*,\\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & \alpha^*<\alpha_2\leqslant 0{,}2.\end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 10.

Таблица 9

α^*, $\varkappa_j$	m_3: 0; 0,1; 0,3	m_3: 1,0
α^*	0,075	0,06
$\varkappa_1$	3,80	4,96
$\varkappa_2$	3,14	3,93
$\varkappa_3$	0,05	0,06

Таблица 10

α^*, $\varkappa_j$	m_3: 0; 0,1	m_3: 0,3	m_3: 1,0
α^*	0,090	0,090	0,113
$\varkappa_1$	2,89	3,00	3,65
$\varkappa_2$	2,27	2,64	3,03
$\varkappa_3$	0,055	0,032	0,07

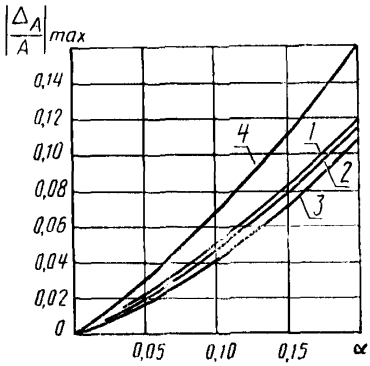


Рис. 6. Зависимость $|\Delta_A/A|_{max}$ от α_2 для $W_4(p)$:

1—δ_{32} (α_2; 0; 0,7; 0); *2*—δ_{32} (α_2; 0; 0,9; 0); *3* — δ_{32} (α_2: 0; 1,0; 0); *4*—δ_{32} (α_2; 0; γ; m_3) $\Big/$ $0,1 \leqslant m_3 \leqslant 1,0$; $\gamma = 0,7;\ 0,9;\ 1,0$

17. $\delta_{32н}(\alpha_2, -\pi/8) \leqslant \delta_{32}(\alpha_2, -\pi/8, \gamma, m_3) \leqslant \delta_{32в}(\alpha_2, -\pi/8)$;

$$0,7 \leqslant \gamma \leqslant 1,0;$$
$$0 \leqslant m_3 \leqslant 1,0,$$

где

$$\delta_{32н}(\alpha_2, -\pi/8) = \begin{cases} 0,97\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0,125; \\ 0,89\alpha_2 + 0,01; & 0,125 < \alpha_2 \leqslant 0,2; \end{cases}$$

$$\delta_{32в}(\alpha_2, -\pi/8) = \begin{cases} 1,15\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0,125; \\ 1,01\alpha_2 + 0,018; & 0,125 < \alpha_2 \leqslant 0,2. \end{cases}$$

18. $\delta_{32}(\alpha_2, -\pi/4; 0,1; m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant \alpha^*, \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & \alpha^* < \alpha_2 \leqslant 0,2. \end{cases}$

Значения α^*, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 11.

Таблица 11

α^*, $\varkappa_j$	m_3		
	0; 0,1	0,3	1,0
α^*	0,030	0,070	0,070
$\varkappa_1$	1,92	2,00	2,47
$\varkappa_2$	1,97	2,02	2,73
$\varkappa_3$	—0,0015	—0,0014	—0,018

Таблица 12

γ	m_3			
	0	0,1	0,3	1,0
0,1	5,025	5,050	5,242	7,080
0,7	1,000	1,000	1,002	1,107
0,9	1,000	1,000	1,000	1,000
1,0	1,000	1,000	1,000	1,000

19. Зависимости δ_{32} (α_2, $-\pi/4$, γ, m_3) для $\gamma = 0,7;\ 0,9;\ 1,0$ представлены на рис. 7.

Пересчет приведенных погрешностей в абсолютные для передаточных функций $W_3(p)$ не требуется, поскольку для этих функций $A_{max}=1$. Пересчет для передаточных функций $W_4(p)$ может быть сделан на основе значений A_{max}, приведенных в табл. 12.

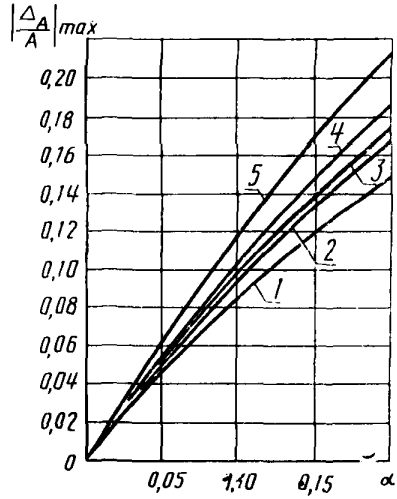


Рис. 7. Зависимость $|\Delta_A/A|_{max}$ от α_2 для $W_4(p)$:

1 — δ_{32} (α_2; $-\pi/4$; γ; 1,0) | γ=0,7; 0,9; 1,0;
2 — δ_{32} (α_2; $-\pi/4$; 1,0; 0,3); *3* — δ_{32} (α_2; $-\pi/4$; 0,9; 0,3);
4 — δ_{32} (α_2; $-\pi/4$; 0,7; 0,3); *5* — δ_{32} (α_2; $-\pi/4$; γ; m_3);
γ=0,7; 0,9; 1,0; m_3=0; 0,1

ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЯМЫМ МЕТОДОМ ФАЗОЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИССЛЕДУЕМОГО СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ НЕИДЕАЛЬНОСТЬЮ ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СИГНАЛА, В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА, ВИДА И КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ (СУММА ОСНОВНОЙ И ВТОРОЙ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ $x_A(t)=\sin 2\pi ft+\alpha_2\sin 2(2\pi ft+\varphi_2)$, $0<\alpha_2\leqslant 0{,}2$, ВМЕСТО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА)

Погрешность $\Delta_\Phi(f)$ в соответствии с п. 3.5 представляет собой разность между корнями ε_0 и ζ_0 уравнений (11) и (12) (которым соответствуют положительные производные по времени испытательного и выходного сигналов исследуемого средства измерений) и искомой фазочастотной характеристикой при частоте f.

Для испытательного сигнала, представляющего собой сумму гармонических функций с частотами f и $2f$, соответственно, уравнения (11) и (12) имеют вид: $\sin\varepsilon+\alpha_2\sin 2(\varepsilon+\varphi_2)=0$, $0\leqslant\varepsilon<2\pi$; $\sin(\zeta+\Phi(z))+\alpha_2(A(2z)/A(z))\sin(2\zeta+\varphi_2)+\Phi(2z))=0$, $0\leqslant\zeta<2\pi$.

В данном приложении представлены полученные расчетным путем зависимости максимальной погрешности:

$$|\Delta_\Phi|_{max}=\Delta_1(\alpha_2,\ \varphi_2,\ m_2,\ m_3) \text{ для } W_3(p)=\frac{T_3p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)},$$

и

$$m_2=\frac{T_2}{T_1},\quad m_3=\frac{T_3}{T_1}$$

$$|\Delta_\Phi|_{max}=\Delta_2(\alpha_2,\ \varphi_2,\ \gamma,\ m_3) \text{ для } W_4(p)=\frac{T_3p+1}{T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1},$$

$$m_3=\frac{T_3}{T_1}.$$

Значения сдвига φ_2 между гармоническими составляющими сигнала приняты равными: 0, $-\pi/8$, $-\pi/4$.

Указанная выше характеристика погрешности определялась в диапазоне изменений безразмерной частоты z от 0,01 до 100: $|\Delta_\Phi|_{max}=\max\limits_{z\in[0{,}01;\ 100]}[\varepsilon_0-\zeta_0-\Phi(z)]$.

Частотные характеристики $A(z)$ и $\Phi(z)$, соответствующие передаточным функциям $W_3(p)$ и $W_4(p)$, рассчитывались по соотношениям, приведенным в справочном приложении 2.

Для коэффициентов передаточных функций были приняты значения: $m_2=0{,}1$; 0,3; 0,7; $m_3=0$; 0,1; 0,3; 0,7; 1,0 для $W_3(p)$ и $\gamma=0{,}1$; 0,3; 0,5; 0,7; 1,0; $m_3=0$; 0,1; 0,3; 0,7; 1,0 для $W_4(p)$.

Бо́льшая часть построенных по результатам расчетов зависимостей максимальной погрешности определения фазочастотной характеристики была аппроксимирована кусочно-линейными функциями, зависящими от параметра α_2 и состоящими из двух отрезков прямых.

Ниже приведены приближенные аналитические выражения и таблицы значений входящих в них коэффициентов, а также графики указанных выше зависимостей.

$$1.\ \Delta_1(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}1;\ m_3)\simeq\begin{cases}\varkappa_1\alpha_2, & 0<\alpha_2\leqslant 0{,}1;\\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & 0{,}1<\alpha_2\leqslant 0{,}2.\end{cases}$$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

$\varkappa_j$	m_3			
	0	0,1	0,3	0,7; 1,0
$\varkappa_1$	0,48	0,58	0,56	0,48
$\varkappa_2$	0,4275	0,495	0,4775	0,4275
$\varkappa_3$	0,005225	0,0085	0,00825	0,00525

2. $\Delta_1(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}3;\ 0{,}3) = \begin{cases} 0{,}545\alpha_2, & 0 < \alpha_2 \leqslant 0{,}09; \\ 0{,}455\alpha_2 + 0{,}0081, & 0{,}09 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

3. $\Delta_1(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}3;\ m_3)\big|_{m_3=0;\ 0{,}1;\ 0{,}7;\ 1{,}0} = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0{,}1; \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & 0{,}1 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 2.

Таблица 2

$\varkappa_j$	m_3		
	0	0,1	0,7; 1,0
$\varkappa_1$	0,45	0,5	0,495
$\varkappa_2$	0,4	0,485	0,466
$\varkappa_3$	0,005	0,0015	0,003

Таблица 3

$\varkappa_j$	m_3		
	0	0,1; 0,3	0,7; 1,0
$\varkappa_1$	0,43	0,517	0,495
$\varkappa_2$	0,375	0,483	0,475
$\varkappa_3$	0,0055	0,0034	0,002

4. $\Delta_1(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}7;\ m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0{,}1; \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & 0{,}1 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 3.

5. $\Delta_1(\alpha_2;\ -\pi/8;\ 0{,}1;\ m_3 = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0{,}09; \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & 0{,}09 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 4.

Таблица 4

$\varkappa_j$	m_3		
	0	0,1	0,3; 0,7; 1,0
$\varkappa_1$	0,965	0,934	0,8945
$\varkappa_2$	0,711	0,6904	0,645
$\varkappa_3$	0,023	0,022	0,02201

Таблица 5

$\varkappa_j$	m_3		
	0	0,1	0,3; 0,7; 1,0
$\varkappa_1$	0,9445	1,0334	0,9445
$\varkappa_2$	0,7545	0,7364	0,7545
$\varkappa_3$	0,0171	0,0268	0,0171

6. $\Delta_1(\alpha_2;\ -\frac{\pi}{8};\ 0{,}3; m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 < \alpha_2 \leqslant 0{,}09; \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & 0{,}09 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 5.

7. $\Delta_1(\alpha_2; -\frac{\pi}{8}; 0{,}7; 0{,}1) = \begin{cases} 1{,}09\alpha_2, & 0<\alpha_2<0{,}085; \\ 0{,}812\alpha_2+0{,}0237, & 0{,}085<\alpha_2<0{,}2. \end{cases}$

8. $\Delta_1(\alpha_2; -\frac{\pi}{8}; 0{,}7; m_3)\Big|_{m_3=0;\ 0{,}3;\ 0{,}7;\ 1{,}0} = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0<\alpha_2<0{,}09; \\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & 0{,}09<\alpha_2<0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 6.

Таблица 6

$\varkappa_j$	m_3	
	0	0,3; 0,7; 1,0
$\varkappa_1$	0,9612	1,0
$\varkappa_2$	0,67	0,714
$\varkappa_3$	0,0235	0,0258

9. $\Delta_1(\alpha_2; -\frac{\pi}{4}; m_2; m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0<\alpha_2<0{,}1; \\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & 0{,}1<\alpha_2<0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 7.

Таблица 7

$\varkappa_j$	m_3			m_2
	0	0,1	0,3; 0,7; 1,0	
$\varkappa_1$	1,26	0,93	0,87	0,1
$\varkappa_2$	1,09	0,795	0,79	
$\varkappa_3$	0,017	0,0135	0,008	
$\varkappa_1$	1,25	1,045	0,96	0,3
$\varkappa_2$	1,13	0,895	0,87	
$\varkappa_3$	0,012	0,015	0,009	
$\varkappa_1$	1,27	1,17	0,99	0,7
$\varkappa_2$	1,10	1,03	0,88	
$\varkappa_3$	0,017	0,014	0,011	

10 Зависимость $|\Delta_\Phi|_{\max}$ $(\alpha_2) = \Delta_2$ $(\alpha_2; 0; 0{,}1; m_3)$ для $0<\alpha_2\leqslant 0{,}1$, $m_3 = 0; 0{,}1$ представлена на рис. 1.

11. Зависимости $|\Delta_\Phi|_{\max}$ $(\alpha_2) = \Delta_2$, $(\alpha_2; 0; 0{,}3; m_3)$ для $0<\alpha_2\leqslant 0{,}2$, $m_3 = 0; 0{,}1, 0{,}3$ представлены на рис. 2.

12. Зависимости $|\Delta_\Phi|_{\max}$ $(\alpha_2) = \Delta_2$ $(\alpha_2; 0; 0{,}5; m_3)$ для $0\leqslant m_3\leqslant 1{,}0$ даются следующими соотношениями:

12.1. Δ_2 $(\alpha_2; 0; 0{,}5; 0) = \begin{cases} 0{,}515\alpha_2, & 0<\alpha_2\leqslant 0{,}05; \\ 0{,}1784\alpha_2+0{,}01684, & 0{,}05<\alpha_2<0{,}2. \end{cases}$

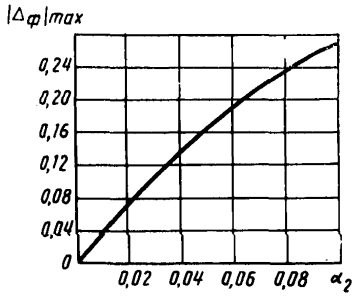


Рис. 1. Зависимость $|\Delta_{\Phi}|_{max}$ от α_2 для $W_4(p)$.

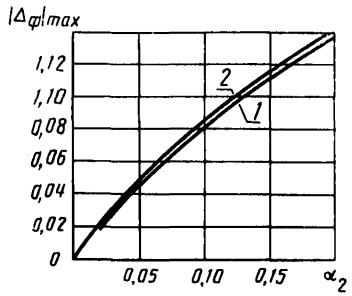


Рис. 2. Зависимость $|\Delta_{\Phi}|_{max}$ от α_2 для $W_4(p)$:
1—$m_3=0$; 0,1; *2*—$m_3=0{,}3$

12.2. $0{,}491\alpha_2 < \Delta_2(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}5;\ m_3) < \begin{cases} 0{,}555\alpha_2, & 0 < \alpha_2 \leqslant 0{,}05; \\ 0{,}4817\alpha_2 + 0{,}0037, & 0{,}05 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

$$0{,}1 < m_3 < 1{,}0$$

13. $\Delta_2(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}7;\ 0) = 0{,}27\alpha_2$.

14. $0{,}49\alpha_2 < \Delta_2(\alpha_2;\ 0;\ 0{,}7;\ m_3) < 0{,}5\alpha_2$.

$$0{,}1 < m_3 \leqslant 1{,}0$$

15. $\Delta_2(\alpha_2;\ 0;\ 1{,}0);\ 0)=0{,}315\alpha_2$.

16. $\Delta_2(\alpha_2;\ 0;\ 1{,}0;\ m_3)=0{,}5\alpha_2$.

$0{,}1<m_3<1{,}0$

17. $\Delta_2\left(\alpha_2;\ -\frac{\pi}{8};\ 0{,}1;\ m_3\right)\Big|_{m_3=0;\ 0{,}1}=3{,}2\alpha_2$

18. $\Delta_2\left(\alpha_2;\ -\frac{\pi}{8};\ 0{,}3;\ m_3\right)=\begin{cases}\varkappa_1\alpha_2, & 0<\alpha_2<0{,}08;\\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & 0{,}08<\alpha_2<0{,}2.\end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 8.

Таблица 8

$\varkappa_j$	m_3	
	0	0,1; 0,3
$\varkappa_1$	0,875	1,1125
$\varkappa_2$	0,7	0,91
$\varkappa_3$	0,014	0,0164

Таблица 9

$\varkappa_j$	m_3		
	0	0,1; 0,3	0,7; 1,0
$\varkappa_1$	0,907	1,114	1,03
$\varkappa_2$	0,72	0,917	0,806
$\varkappa_3$	0,01404	0,0152	0,0168

19. $\Delta_2(\alpha_2;\ -\pi/8;\ 0{,}5;\ m_3)=\begin{cases}\varkappa_1\alpha_2, & 0<\alpha_2<0{,}075;\\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & 0{,}075<\alpha_2<0{,}2.\end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 9.

20. $\Delta_2(\alpha_2;\ -\pi/8;\ 0{,}7;\ m_3)=\begin{cases}\varkappa_1\alpha_2, & 0\leqslant\alpha_2<\alpha_\text{п};\\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & \alpha_\text{п}<\alpha_2<0{,}2.\end{cases}$

Значения $\alpha_\text{п}$, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 10.

Таблица 10

$\alpha_\text{п}$ $\varkappa_j$	m_3			
	0	0,1	0,3	0,7; 1,0
$\alpha_\text{п}$	0,09	0,1	0,1	0,09
$\varkappa_1$	0,917	1,1	1,056	1,0
$\varkappa_2$	0,7043	0,845	0,814	0,7455
$\varkappa_3$	0,01915	0,0255	0,0242	0,023

Таблица 11

$\varkappa_j$	m_3			
	0	0,1	0,3	0,7; 1,0
$\varkappa_1$	0,947	1,12	1,067	1,02
$\varkappa_2$	0,7358	0,888	0,8238	0,764
$\varkappa_3$	0,016	0,0174	0,01824	0,0192

21. $\Delta_2(\alpha_2;\ -\pi/8;\ 1{,}0;\ m_3)=\begin{cases}\varkappa_1\alpha_2, & 0<\alpha_2<0{,}075;\\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & 0{,}075<\alpha_2<0{,}2.\end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 11.

22. Зависимость $|\Delta_\phi|_{\max}(\alpha_2)=\Delta_2(\alpha_2;\ -\pi/4;\ 0{,}1;\ m_3)$ для $m_3=0;\ 0{,}1$ представлена на рис. 3.

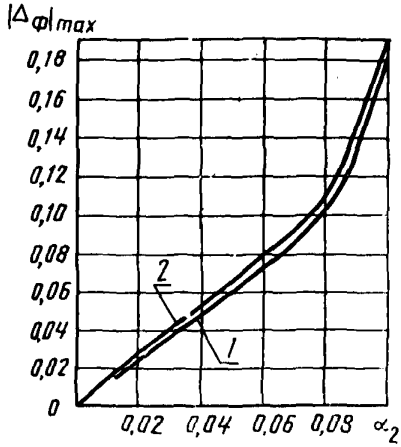


Рис. 3. Зависимость $|\Delta\varphi|_{max}$ от α_2 для $W_4(p)$:
1—m_3=0; 2—m_3=0,1

23. $\Delta_2(\alpha_2;\ -\pi/4;\ 0{,}3;\ m_3)=\begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0{,}12; \\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & 0{,}12 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 12.

Таблица 12

$\varkappa_j$	m_3		
	0	0,1	0,3
$\varkappa_1$	1,234	1,313	1,234
$\varkappa_2$	1,112	1,143	1,112
$\varkappa_3$	0,0147	0,0204	0,0147

24. $\Delta_2(\alpha_2;\ -\pi/4;\ 0{,}5;\ m_3)=\begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0{,}11; \\ \varkappa_2\alpha_2+\varkappa_3, & 0{,}11 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 13.

Таблица 13

$\varkappa_j$	m_3				
	0	0,1	0,3	0,7	1,0
$\varkappa_1$	1,24	1,31	1,21	1,04	0,991
$\varkappa_2$	1,107	1,1434	1,0712	0,929	0,8855
$\varkappa_3$	0,01467	0,01834	0,01528	0,01223	0,01162

25. $\Delta_2(\alpha_2;\ -\pi/4;\ m_2;\ m_3) = \begin{cases} \varkappa_1\alpha_2, & 0 \leqslant \alpha_2 \leqslant 0{,}1; \\ \varkappa_2\alpha_2 + \varkappa_3, & 0{,}1 < \alpha_2 \leqslant 0{,}2. \end{cases}$

Значения $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ приведены в табл. 14.

Таблица 14

$\varkappa_j$	m_3				m_3
	0	0,1	0,3	0,7; 1,0	
$\varkappa_1$	1,250	1,31	1,187	1,015	0,7
$\varkappa_2$	1,15	1,14	1,023	0,87	
$\varkappa_3$	0,01	0,017	0,0164	0,0145	
$\varkappa_1$	1,245	1,28	1,145	0,98	0,9
$\varkappa_2$	1,135	1,12	0,975	0,91	
$\varkappa_3$	0,011	0,016	0,017	0,007	

ПРИМЕРЫ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОСВЕННЫМИ МЕТОДАМИ

1. *Метод дискретизации уравнения свертки*

1.1. Исходные данные.

1.1.1. N^* значений испытательного сигнала, взятых с периодом дискретизации $t_1^* = \tau_н / N^*$, $x_\nu^* = x(t_\nu^*)$, $t_\nu^* = \nu t_1^*$, $\nu = 1, 2, \ldots, N^* - 1$; $x_{N^*}^* = x(t_{N^*}^*)/2$.

1.1.2. Значения выходного сигнала $y_\nu^* = y(t_\nu^*)$, $\nu = 1, 2, \ldots, N^*$.

1.1.3. Верхние границы погрешностей определения значений испытательного сигнала $d_\nu^* = \Delta_{вх} x_\nu^*$, $\nu = 1, 2, \ldots, N^*$.

1.1.4. Верхние границы погрешностей определения значений выходного сигнала $\lambda_\nu^* = \Delta_{вых} y_\nu^*$, $\nu = 1, 2, \ldots, N^*$.

1.2. Последовательность вычислений.

1.2.1. Определяют момент времени $\tilde{t}_\nu$, для которого выполняется условие $(\tau_н / t_\nu^*)\ (d_\nu^* / x_\nu^*) < 1$, $\nu = 1, 2, \ldots$;

вычисляют $N = \tau_н / t_\nu^*$;

принимают новый период дискретизации: $t_1 = t_\nu^*$;

выбирают из указанных в п. 1.1. совокупностей x_ν^*, y_ν^*, d_ν^*, λ_ν^* значения, соответствующие моментам времени $t_i = it_1$: $[x_i = x(t_i)$, $i = 1, \ldots, N-1$; $x_N = x(t_N)/2$; $y_i = y(t_i)$, $i = 1, \ldots, N$; $d_i = \Delta_{вх_i}$, $i = 1, \ldots, N$; $\lambda_i = \Delta_{вх_i}$, $i = 1, \ldots, N$.

1.2.2. Составляют матрицу значений испытательного сигнала

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & & & \\ x_2 & x_1 & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ x_N & x_{N-1} & \ldots & x_1 \end{bmatrix}$$

и вектор значений выходного сигнала

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N \end{bmatrix};$$

вычисляют обратную матрицу

$$X^{-1} = \begin{bmatrix} z_1 & & & \\ z_2 & z_1 & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ z_N & z_{N-1} & \ldots & z_1 \end{bmatrix},$$

где $z_1=1/x_1$; $z_j=-\frac{1}{x_1}\sum_{i=1}^{j-1}(-1)^{j-i+1}\frac{x_{i+1}^{j-i}}{x_1^{j-i}}$, $j=2,\ldots,N$;

вычисляют вектор оценок значений импульсной характеристики

$$G=\begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_{N-1} \end{bmatrix}=X^{-1}Y,$$

где $g_i=g(t_i)$, $i=0,1,\ldots,N-1$.

1.2.3. Составляют матрицу абсолютных значений

$$[X^{-1}]=\begin{bmatrix} |z_1| & & & \\ |z_2| & |z_1| & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ |z_N| & |z_{N-1}| & \ldots & |z_1| \end{bmatrix}$$

и вектор погрешностей значений испытательного сигнала

$$D_x=\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_N \end{bmatrix};$$

вычисляют вектор

$$C=|X^{-1}|D_x;$$

составляют матрицу

$$R=\begin{bmatrix} 1-c_1 & & & \\ -c_2 & 1-c_2 & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ -c_N & -c_{N-1} & \ldots & 1-c_1 \end{bmatrix},$$

где c_i — элементы вектора C;
вычисляют обратную матрицу

$$R^{-1}=\begin{bmatrix} w_1 & & & \\ w_2 & w_1 & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ w_N & w_{N-1} & \ldots & w_1 \end{bmatrix},$$

где $w_1=1/(1-c_1)$;

$$w_j=\frac{1}{c_1-1}\sum_{i=1}^{j-1}(-1)^{j-i}\frac{c_{i+1}^{j-i}}{(1-c_1)^{j-i}}, \quad j=2,\ldots,n;$$

составляют вектор абсолютных значений

$$[G]=\begin{bmatrix} |g_0| \\ |g_1| \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ |g_{N-1}| \end{bmatrix}$$

и вектор погрешностей значений выходного сигнала

$$D_y=\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_N \end{bmatrix};$$

вычисляют вектор оценок погрешностей определения значений импульсной характеристики $R_G=R^{-1}(C\cdot[G]+X^{-1}D_y)$.

2. Многократное интегрирование входного и выходного сигналов

2.1. Исходные данные.

2.1.1. Те же, что в п. 1.1.

2.1.2. Структура дифференциального уравнения исследуемого средства измерений $y(t)+\sum\limits_{k=1}^{m} a_k y^{(k)}(t)=\sum\limits_{j=1}^{l} b_j x^{(j)}(t)+Kx(t)$, $l<m$.

2.1.3. Статический коэффициент преобразования средства измерений K.

2.2. Последовательность вычислений.

2.2.1. Вычисляют интегралы от входного и выходного сигналов на промежутках

$$[0,\tau_r],\ r=1,\ldots,m+l:\Phi_{m+1-l}(r)=\int_0^{\tau_r}\Big(\underbrace{\int_0^t\ldots\int_0^t}_{m-l}x(t)dt^{m-l}\Big)dt;\ \Psi_{m+1-k}(r)=$$

$$=\int_0^{\tau_r}\Big(\underbrace{\int_0^t\ldots\int_0^t}_{m-k}y(t)dt^{m-k}\Big)dt.$$

Для приближенного вычисления интеграла $I_{m-j}(s\cdot 2^{m-j})$ кратности $m-j$ в точке $\overset{\vee}{t}=s\cdot 2^{m-j}$ безразмерного времени $\overset{\vee}{t}=t/t_1$ можно использовать рекуррентную формулу Симпсона:

$$I_{m-j}(s\cdot 2^{m-j})=\frac{2^{m-j-1}}{3}\Big\{I_{m-j-1}(0)+4[I_{m-j-1}(1\cdot 2^{m-j-1})+\ldots+$$

$$+I_{m-j-1}((2s-1)2^{m-j-1})]+2[I_{m-j-1}(2\cdot 2^{m-j-1})+\ldots+I_{m-j-1}((2s-$$

$$-2)2^{m-j-1})]+I_{m-j-1}(2s\cdot 2^{m-j-1})\Big\},$$

где $j=m-1,\ldots,1,0$; $s=\begin{cases}1,2,\ldots,2^{j+v}, & j>0\\ 2^{j+v}, & j=0,\ v\text{—целое},\ v>0.\end{cases}$

$I_0(s)$ обозначает подынтегральную функцию в точке $\overset{\vee}{t}=s$. Для вычисления интеграла заданной кратности j можно использовать рекуррентную формулу

$$I_j(2s)=I_j(2(s-1))+\frac{2^{j-1}}{3}(f_{2(s-1)}+4f_{2s-1}+f_{2s}),$$

где f_s — значение подынтегральной функции в точке $\overset{\vee}{t}=s$. Верхнюю границу промежутка интегрирования τ_{m+l} следует выбирать равной времени наблюде-

ний $\tau_н$. Верхние границы промежутков τ_r, $r=1, \ldots, m+l-1$, следует выбирать приближенно равномерно в интервале $[0, \tau_{m+1}]$, при этом должны быть выполнены условия $\tau_{r-1} < \tau_r$. В случае использования формулы Симпсона количество значений x^*_ν (y^*_ν) на каждом промежутке интегрирования должно быть кратно значению 2^{m+1}.

2.2.2. Составляют систему алгебраических уравнений

$$\psi_{m+1}(r) + \sum_{k=1}^{m} a_k \psi_{m-k+1}(r) = K\Phi_{n+1}(r) + \sum_{j=1}^{l} b_j \Phi_{m-j+1}(r), \quad r=1, \ldots, m+l,$$

или $R_и A = F$,

где матрица системы

$$R_и = \begin{bmatrix} \psi_m(1) \ldots \psi_1(1) - \Phi_m(1) \ldots - \Phi_{m-l+1}(1) \\ \psi_m(2) \ldots \psi_1(2) - \Phi_m(2) \ldots - \Phi_{m-l+1}(2) \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \psi_m(m+l) \ldots \psi_1(m+l) - \Phi_m(m+l) \ldots - \Phi_{m-l+1}(m+l) \end{bmatrix},$$

вектор свободных членов

$$F = \begin{bmatrix} K\Phi_{m+1}(1) - \psi_{m+1}(1) \\ \vdots \\ K\Phi_{m+1}(m+l) - \psi_{m+1}(m+l) \end{bmatrix},$$

вектор искомых коэффициентов

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_m \\ b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_l \end{bmatrix}.$$

2.2.3. Вычисляют определитель матрицы $R_и$.

Если $\det R_и \neq 0$, то составляют обратную матрицу

$$R_и^{-1} = \frac{1}{\det R_и} \begin{bmatrix} \overline{R}_{11} & \overline{R}_{21} \ldots & \overline{R}_{m+l,1} \\ \overline{R}_{12} & \overline{R}_{22} \ldots & \overline{R}_{m+l,2} \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \overline{R}_{1,m+l} & \overline{R}_{2,m+l} \ldots & \overline{R}_{m+l,m+l} \end{bmatrix},$$

где $\overline{R}_{ij}$ — алгебраическое дополнение ij-го элемента матрицы $R_и$.

Если $\det R_и = 0$, то изменяют один из промежутков интегрирования, вычисляют интегралы $\Phi_{m+1-j}(r)$, $\psi_{m+1-k}(r)$ на новом промежутке и вычисления по пп. 2.2.2; 2.2.3 повторяют.

2.2.4. Составляют матрицу $|R_и^{-1}|$ абсолютных значений элементов $R_и^{-1}$.

2.2.5. Составляют матрицу погрешностей элементов $R_и$

$$D_{R_и}=\begin{bmatrix} \widehat{\tau}_1^m\Delta_y/m! \ldots \widehat{\tau}_1\Delta_y\widehat{\tau}_1^m\Delta_x/m! \ldots \widehat{\tau}_1^{m-l+1}\Delta_x/(m-l+1)! \\ \widehat{\tau}_2^m\Delta_y/m! \ldots \widehat{\tau}_2\Delta_y\widehat{\tau}_2^m\Delta_x/m! \ldots \widehat{\tau}_2^{m-l+1}\Delta_x/(m-l+1)! \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \widehat{\tau}_{m+l}^m\Delta_y/m! \ldots \widehat{\tau}_{m+l}^m\Delta_y\widehat{\tau}_{m+l}^m\Delta_x/m! \ldots \widehat{\tau}_{m+l}^{m-l+1}\Delta_x/(m-l+1)! \end{bmatrix}$$

и вектор погрешностей элементов F

$$D_F=(\Delta_y+K\Delta_x)\begin{bmatrix} \breve{\tau}_1^m \\ \breve{\tau}_2^m \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \breve{\tau}_{m+l}^m \end{bmatrix},$$

где $\overset{\vee}{\tau}_j=\tau_j/t_1$; $\Delta_x=\max\limits_{\nu}\left\{d_\nu^*\right\}$; $\Delta_y=\max\limits_{\nu}\left\{\lambda_\nu^*\right\}$.

2.2.6. Вычисляют матрицу критической обусловленности системы алгебраических уравнений $C_и=|R_и^{-1}|D_{R_и}$.

Вычисляют фактор критической обусловленности $\Phi_{кр}=\sum\limits_{l=1}^{m+l}c_{ll}$, где c_{ll} — диагональный элемент матрицы $C_и$.

2.2.7. Если $\Phi_{кр}<1$, то вычисляют вектор $\widetilde{A}$ оценок элементов A: $\widetilde{A}=R_и^{-1}F$.

Если $\Phi_{кр}\geqslant 1$, то увеличивают период дискретизации при разбиении промежутков интегрирования, и вычисления по пп. 2.2.2—2.2.7 повторяют.

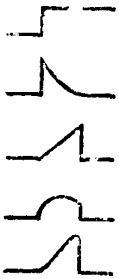
2.2.8. Вычисляют вектор погрешностей $D_A=(I-C)^{-1}(C_и\widetilde{A}+|R_и^{-1}|D_F)$, где I — единичная матрица.

3. Адаптивный метод определения полных динамических характеристик.

3.1. Исходные данные.

3.1.1. Те же, что в п. 1.1, кроме x_{N*}^*, равного $x_{N*}^*=x(t_\nu^*)$. Испытательный сигнал может быть задан также аналитическим выражением.

3.1.2. Совокупность типовых испытательных сигналов, представленных на рисунке:



$$x_0(t)=x_{уст}1(t);$$

$$x_1(t)=x_me^{-\beta t}1(t);$$

$$x_2(t)=x_m\frac{t}{\tau_и}[1(t)-1(t-\tau_и)];$$

$$x_3(t)=x_q\sin\frac{\pi t}{q\tau_и}[1(t)-1(t-\tau_и)];$$

$$x_q=\begin{cases} x_m, & 1\leqslant q\leqslant 2, \\ x_m/\sin\dfrac{\pi}{q}, & q>2; \end{cases}$$

$$x_4(t)=x_q\left(1-\cos\frac{\pi}{q\tau_и}t\right)[1(t)-1(t-\tau_и)],$$

$$x_q=\begin{cases} x_m/2, & 0{,}5\leqslant q\leqslant 1, \\ x_m/(1-\cos 2\pi/q), & q>1. \end{cases}$$

3.1.4. Иерархическая система моделей динамических свойств средств измерений с передаточными функциями $W_k(p)$:

$$\frac{1}{Tp+1};\ \frac{1}{(Tp+1)^2};\ \frac{1}{(Tp+1)^3};\ \frac{1}{(T_1p+1)(T_2p+1)};$$

$$\frac{1}{T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1};\ \frac{1}{(T_1p+1)^2(T_2P+1)};\ \frac{T_2p+1}{(T_1p+1)^2};$$

$$\frac{T_2p+1}{(T_1p+1)^3};\ \frac{(T_2p+1)^2}{(T_1p+1)^3};\ \frac{1}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)};$$

$$\frac{T_4p+1}{(T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1)(T_3p+1)};\ \frac{T_3p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)};\ \frac{T_3p+1}{T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1};$$

$$\frac{T_3p+1}{(T_1p+1)^2(T_2p+1)};\ \frac{(T_3p+1)^2}{(T_1p+1)^2(T_2p+1)};\ \frac{T_3^2p^2+T_2p+1}{(T_1p+1)^3};$$

$$\frac{T_4p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)};\ \frac{T_4p+1}{(T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1)(T_3p+1)};$$

$$\frac{(T_4p+1)^2}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)};\ \frac{(T_4p+1)^2}{(T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1)(T_3p+1)};$$

$$\frac{T_4^2p^2+T_3p+1}{(T_1p+1)^2(T_2p+1)};\ \frac{T_5^2p^2+T_4p+1}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)};$$

$$\frac{T_5^2p^2+T_4p+1}{(T_1^2p^2+2\gamma T_1p+1)(T_3p+1)}.$$

3.2. Принцип алгоритма состоит в минимизации квадратических функционалов от разности откликов исследуемого средства измерений и моделей его динамических свойств (выбираемых последовательно из указанной иерархии) на заданный испытательный сигнал и нахождении той модели, которая дает значение функционала, не превышающее заданного.

Комплекс программ, реализующих указанный выше принцип вычислений, включен в отраслевой фонд алгоритмов и программ Госстандарта СССР (ФАП АИУС ГИВЦ Госстандарта СССР). Комплекс включает программы:

для нахождения простейшей по структуре оптимальной передаточной функции,

для оценивания погрешностей найденных коэффициентов передаточной функции,

для пересчета найденной передаточной функции в другие полные динамические характеристики.

ПРИЛОЖЕНИЕ 9
Рекомендуемое

УСТАНОВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАПАСА $K_з$

Выбор испытательного сигнала и установление коэффициента $K_з$ производят путем последовательных приближений:

принимают $K_{з0}=1$;

проверяют, удовлетворяет ли сигнал $x(t)$ неравенствам (13), (14) п. 3.7 рекомендации; при нарушении неравенства выбирают более широкополосный сигнал;

находят требуемую динамическую характеристику исследуемого средства измерений;

оценивают погрешность определения динамической характеристики средства измерений;

оценивают неточность $\Delta_{\Delta}(t)$ оценки временной зависимости $\Delta(t)$ искажений испытательного сигнала, обусловленную погрешностью определения динамической характеристики исследуемого средства измерений; при условии $\Delta_{\Delta ч}/\Delta_{ч} < 0{,}3$ операции выбора заканчивают;

при условии $\Delta_{\Delta ч}/\Delta_{ч} > 0{,}3$ принимают $K_{з1} > K_{з0}$ и операции выбора повторяют.

ПРИЛОЖЕНИЕ 10
Справочное

ПРИМЕРЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

1 Контроль нормированной динамической характеристики

1.1. *Исходные данные*

Исследуемое средство измерений — индукционный расходомер с самопишущим измерительным (вторичным) устройством (по ГОСТ 11988).

Требуемая динамическая характеристика — переходная характеристика.

Требуемая форма представления динамической характеристики — графическая.

Предварительная информация — модель динамических свойств расходомера представляет собой динамическое звено 1-го порядка с постоянной времени T, номинальное значение которой $T_н = 1$ с; допускаемые отклонения переходной характеристики от номинальной по модулю не должны превышать $\Delta_h = 15\,\%$.

Имеющийся в наличии генератор испытательного сигнала — мера расхода жидкости, обеспечивающая линейное нарастание расхода от 0 до 0,03 м³/ч за время $\tau_ф$, не превышающее 0,02 с; погрешность воспроизведения сигнала не превышает 2 %.

Требуемая точность определения динамической характеристики — не установлена.

Требуемый диапазон частот, в котором должен быть исследован расходомер, — не установлен.

1.2. *Последовательность операций*

1.2.1. Выбор метода контроля

По п. 2.2.1 рекомендации *контроль осуществляется по постоянной времени* T.

Допускаемые относительные отклонения $\delta_т$ параметра T от $T_н$ определяются условием $\delta_h \leqslant e\Delta_h/1 - e\Delta_h$. Для $\Delta_h = 15\,\%$ получается $\delta_т \leqslant 69\,\%$, чему соответствуют пределы допускаемых значений T: $T_{min} = 0{,}31$ с, $T_{max} = 1{,}69$ с.

1.2.2. Выбор испытательного сигнала.

По п. 2.2.3 рекомендации в качестве испытательного выбирается сигнал, достаточно близкий по форме к единичной ступенчатой функции.

1.2.3. Оценка неидеальности испытательного сигнала.

Погрешность от неидеальности испытательного сигнала (приложение 4, 1-я строка таблицы) вследствие выполнения условия $\tau_{ф\,max}/T_{min} = 0{,}06 < 0{,}3$ оценивается по формуле $\max\limits_{t} |\Delta_{h.c}(t)| < \tau_ф/2T = 0{,}01$.

Значение $\max\limits_{t} |\Delta_{h,c}(t)|$ пренебрежимо мало по сравнению с Δ_h и испытательный сигнал можно считать близким к характеристическому.

1.2.4. Проверка требований п. 4.2 рекомендации.

Искажение испытательного сигнала $\Delta(t)=1/k\ y(t)-x(t)$, где $y(t)$ выходной сигнал индукционного расходомера; $x(t)$ — испытательный сигнал,

$$x(t)=\begin{cases}\dfrac{t}{\tau_\Phi}, & t<\tau_\Phi\\ 1, & t>\tau_\Phi,\end{cases}$$

$$\Delta(t)=\begin{cases}\dfrac{T}{\tau_\Phi}\left(\dfrac{t}{T}-1+e^{-t/T}\right)-\dfrac{t}{\tau_\Phi}=\dfrac{T}{\tau_\Phi}\ (1-e^{-t/T}), & t\ll\tau_\Phi\\ 1+\dfrac{T}{\tau_\Phi}\ (1-e^{\tau_\Phi/T})e^{-t/T}-1=\dfrac{T}{\tau_\Phi}\ e^{-t/T}\ (1-e^{\tau_\Phi/T}), & t>\tau_\Phi\end{cases}$$

$$\max_t \Delta(t)=(1-e^{-\tau_\Phi/T})\ \frac{T}{\tau_\Phi}=0{,}99 \quad \text{при } t=\tau_\Phi .$$

В качестве регистрирующего используется вторичное устройство расходомера. Таким образом,

$$\frac{\max\mu(t)}{x_{\max}}<\frac{\max\Delta_x(t)}{x_{\max}}+\frac{\max\Delta_y(t)}{kx_{\max}}=3\ \%\ ,$$

$$\frac{\max\mu(t)}{x_{\max}}\leqslant 0{,}2\ \max_t\Delta(t)=19{,}8\ \%\ .$$

1.2.5. Нахождение контролируемого параметра.

Исследуемый расходомер подключается к мере, и выходной сигнал записывается на ленте самопишущего прибора. За начало отсчета времени принимается момент, смещенный относительно момента включения меры на время запаздывания. Время запаздывания определяется скоростью движения жидкости по трубопроводу от меры к расходомеру и длиной трубопровода.

Оценка $\widetilde{T}$ параметра T находится как длительность интервала времени от начала отсчета до момента, когда выходной сигнал достигнет уровня, составляющего 63 % от установившегося значения. Оценка $\widetilde{T}=1{,}42$ с.

Найденная оценка сравнивается с границами диапазона допускаемых значений T. Пределы допускаемых отклонений могут быть установлены с учетом и без учета погрешности контроля. В первом случае найденная оценка удовлетворяет неравенству $T_{\min}<\widetilde{T}<T_{\max}$, что свидетельствует о соответствии динамической характеристики установленным нормам. Во втором случае диапазон допускаемых значений T должен быть сужен на величину погрешности контроля, которая складывается из погрешности от неидеальности испытательного сигнала и инструментальной погрешности $\mu(t)$ и не превышает 5 %. Поэтому суженный диапазон для T имеет границы при $\delta'_T\leqslant e10\ \%/1-e10\ \%=37\ \%$: $T'_{\min}=0{,}63$ с; $T'_{\max}=1{,}37$ с. Оценка $\widetilde{T}$ оказывается вне диапазона допускаемых значений и, следовательно, динамические свойства расходомера не отвечают установленным нормам.

2. Определение динамической характеристики экземпляра средств измерений данного типа

2.1. Исходные данные

Исследуемое средство измерений: осциллографический гальванометр типа М1013 — 1800 № 001184.

Требуемая динамическая характеристика — переходная характеристика.

Требуемая форма представления динамической характеристики — аналитическая.

Предварительная информация — модель динамических свойств гальванометра представляет собой колебательное звено 2-го порядка со степенью успокоения γ в пределах 0,1 — 0,4 и собственной частотой f_0 не менее 1800 Гц.

Имеющийся в наличии генератор испытательного сигнала — генератор импульсов точной амплитуды Г5-75, создающий на согласованной нагрузке прямоугольные импульсы напряжения с длительностью 50 нс — 1 с (в режиме внутреннего запуска) и фронтом не более 10 нс. Погрешность установки амплитуды импульса: от дискретности установки амплитуды не более 0,5 мВ на поддиапазоне 1—9,9999 В; в динамическом режиме не более $(0{,}01 \cdot 10^3+2)$ мВ=12 мВ; от выбросов на вершине основного импульса — не более 1 % от амплитуды импульса, что соответствует 10 мВ; от паразитной модуляции параметров — не более 1 мВ. Результирующая погрешность установки амплитуды импульса с номинальным значением 1 В равна

$$\delta_и = \frac{2{,}35}{10^3} \cdot 100\ \% = 2{,}35\ \%.$$

Требуемая точность определения динамической характеристики — погрешность определения γ и f_0 не должны превышать 30 и 25 %, соответственно.

Требуемый диапазон частот, в котором исследуется гальванометр — от 0 до 1800 Гц.

2.2. Последовательность операций

2.2.1. Выбор метода и испытательного сигнала

По п.п. 2.2.3, 2.4.2, 2.6 рекомендации выбирается прямой метод определения переходной характеристики с использованием испытательного сигнала, достаточно близкого к единичной ступенчатой функции. Длительность импульса выбирается максимальной для данного генератора и равной 1 с.

2.2.2. Оценка неидеальности испытательного сигнала

Погрешность от неидеальности испытательного сигнала (сигнал с линейным нарастанием до установившегося значения вместо сигнала, описываемого функцией $1(t)$ — приложение 3, последняя строка таблицы):

$$\max_t |\Delta_{h,c}(t)| \leqslant \gamma\sqrt{1-\gamma^2} \cdot \frac{\tau_ф}{T}\, l^{\frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \operatorname{arctg}\left(-\frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}\right)}.$$

Подставляя $T = \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{2\pi f_0}$, получим

$$\max_t |\Delta_{h,c}(t)| \leqslant \tau_ф \cdot 2\pi f_0 \gamma \cdot e^{\frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \operatorname{arctg}\left(-\frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}\right)} =$$

$$= \begin{cases} 37{,}8 \cdot 10^{-6} & \text{при } \gamma = 0{,}4 \\ 11{,}2 \cdot 10^{-6} & \text{при } \gamma = 0{,}1. \end{cases}$$

Погрешность $\Delta_{h,c}(t)$ пренебрежимо мала, и можно считать, что испытательный сигнал практически совпадает с характеристическим.

2.2.3. Проверка требований п. 3.3 рекомендации (приложение 2, 1-я строка таблицы). Поскольку погрешность $\Delta_в$ не задана, принимается максимальное значение $\delta_в = 1$. При этом $f_{01} \approx 1$ МГц. Таким образом, условие $f_{01} > f_в$ выполнено.

2.2.4. Проверка требований п. 4.2 рекомендации

Искажения испытательного сигнала

$$\Delta(t) = \frac{1}{k}\, y(t) - x(t),$$

где $y(t)$ — выходной сигнал; k — статический коэффициент преобразования; $x(t)$ — испытательный сигнал исследуемого средства измерений.

$$\Delta(t) = -\left(\frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \sin 2\pi f_0 t + \cos 2\pi f_0 t\right) e^{-\frac{2\pi f_0 \gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}\, t}.$$

Максимум функции $\Delta(t)$ получим при $t=1/2f_0$

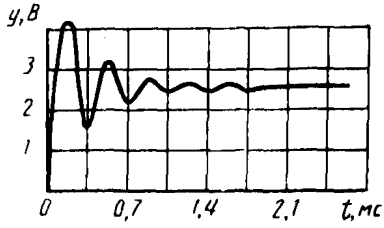
$$\max_t \Delta(t)=e^{-\frac{\pi\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}}=\begin{cases}0{,}253 \text{ при } \gamma=0{,}4\\ 0{,}73 \text{ при } \gamma=0{,}1\end{cases}.$$

В качестве регистрирующего прибора используется светолучевой осциллограф типа Н115, амплитудная погрешность которого не превышает 10 %. Учитывая амплитуду входного сигнала, равную 1 В, получим

$$\frac{\max\mu(t)}{1}\ll\frac{\max\Delta_x(t)}{1}+\frac{\max 1/k\Delta_y(t)}{1}=12{,}35\ \%$$

$$\frac{\max\mu(t)}{1}\ll 0{,}2\,\frac{\max\Delta(t)}{1}=14{,}6\ \%.$$

2.2.5. Нахождение параметров γ и f_0



Отклик осциллографического гальванометра на ступенчатый испытательный сигнал

Ввиду относительно малого успокоения гальванометра параметры находятся по отклику (см. рисунок) простейшим графоаналитическим способом с помощью выражений:

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{H}\right)^2}},\quad f_0=\frac{1}{2(t_2-t_1)},$$

где $H=\ln\xi_1/\xi_2$; $\xi_1=y_{\max}-y_{\text{уст}}$ — амплитуда первого выброса; $y_{\max}$, $y_{\text{уст}}$, $y_{\min}$ — максимальное, установившееся и минимальное (не равное нулю) значение отклика; t_1, t_2 моменты времени, соответствующие первому и второму пересечениям кривой отклика установившегося значения.

Значения отклика: $y_{\text{уст}}=2{,}5$ В; $y_{\max}=4{,}5$ В; $y_{\text{уст}}=1{,}55$ В; на основании чего $\gamma=0{,}173$; $f_0=2857$ Гц при $t_1=0{,}075$ мс; $t_2=0{,}25$ мс.

2.2.6. Оценивание погрешностей γ и f_0

На основании выражений для γ и f_0 погрешности их определения равны

$$\Delta_\gamma=\pi^2\frac{\gamma^3}{H^3}\left(\frac{1}{\xi_1}\Delta\xi_1+\frac{1}{\xi_2}\Delta\xi_2\right),\quad \Delta f_0=2f_0^3\Delta_\tau,$$

где Δ_τ — погрешность определения интервала времени $[t_1, t_2]$; $\Delta\xi_1$ — погрешность определения амплитуды первого выброса ξ_1; $\Delta\xi_2$ — погрешность определения амплитуды ξ_2.

Поскольку из ряда осциллографических гальванометров, входящих в комплект Н115, был выбран гальванометр типа М014—7000 с рабочей полосой частот 0—5000 Гц и собственной частотой $f_{\text{ог}}=7000$ Гц (что намного больше верхнего предела частотного диапазона, в котором исследуется гальванометр), причем перед испытаниями он был настроен на оптимальное γ, выбранное в соответствии с [1], пренебрегаем погрешностью, вносимой неравномерностью амплитудно-частотной характеристики гальванометра как пренебрежимо малой по сравнению со статической погрешностью.

Так как за начало отсчета при определении отклика осциллографического гальванометра принято установившееся значение отклика (т. е. измерение амплитуды отклика проводится относительно установившегося значения), то погрешность измерения амплитуды по осциллограмме равна

$$\Delta\xi_{\text{ампл}}=\Delta\xi_{\text{ампл}}+2\Delta_{\text{отсч.у}},$$

где $\Delta\xi_{\text{ампл}}$ — погрешность, зависящая от амплитудной погрешности гальванометра, $\Delta\xi_{\text{ампл}}=0{,}1\,\xi$; $\Delta_{\text{отсч.у}}$ — погрешность отсчитывания по оси y.

Поскольку масштаб по оси y $M_y=0{,}05$ В/мм (максимальное регистрируемое напряжение 6 В при ширине фотоленты 120 мм), а погрешность отсчитывания по оси y при использовании оптических средств достаточно мала, в данном случае она равна 0,125 мм, то $\Delta_{\text{отсч.у}}=0{,}125$ мм$\times$0,05 В/мм$=6{,}25$ мВ. Представляя значение для ξ_1 и ξ_2 получим

$$\Delta\xi_{\text{в1}}=0{,}1\xi_1+2\Delta_{\text{отсч.у}}=0{,}1775\text{ В},$$

$$\Delta\xi_{\text{в2}}=0{,}1\xi_2+2\Delta_{\text{отсч.у}}=0{,}1075\text{ В}.$$

При этом $\Delta_f=0{,}06$; $\delta_f=35{,}2$ %.

Так как полученное значение $\delta_f=35{,}2$ % превышает допустимое значение погрешности определения и нет возможности использовать осциллограф с меньшим значением амплитудной погрешности, то возникает необходимость уменьшить статическую погрешность прибора. Это можно сделать путем коррекции систематической составляющей погрешности осциллографа: установки нулевой линии, калибровки, учета погрешности нелинейности прибора [2]. В результате статическая погрешность не превышает 5 %, а погрешность определения γ

$$\Delta_\gamma\leqslant 0{,}035;\quad \delta_\gamma\leqslant 20{,}5\ \%.$$

Погрешность Δ_τ определения интервала времени $[t_1, t_2]$ определяется, в основном, погрешностью отсчитывания $\Delta t_{\text{отсч}}$ и погрешностью развертывания Δ_p, т. е. $\Delta_\tau=\Delta t_{\text{отсч}}+\Delta_p$. Погрешность отсчитывания $\Delta t_{\text{отсч}}$ зависит от $\Delta t_{1\text{отсч}}$, $\Delta t_{2\text{отсч}}$ — погрешностей отсчитывания моментов времени t_1, t_2, определяющих интервал $[t_1, t_2]$, т. е. $\Delta t_{\text{отсч}}=\Delta t_{1\text{отсч}}+\Delta t_{2\text{отсч}}$. Применение оптических увеличительных устройств позволяет уменьшить погрешность отсчитывания до значения 0,125 мм, что при скорости $v=10^4$ мм/с соответствует $\Delta t_{1\text{отсч}}=\Delta t_{2\text{отсч}}=12{,}5$ мкс. Отсюда $\Delta t_{\text{отсч}}=25$ мкс.

Определенная экспериментально [3] неравномерность движения фотоленты прибора Н115 при скорости $v=10^4$ мм/с на участке $l=10$ мм составляет $\delta\leqslant 6{,}5$ %, что на интервале $[t_1, t_2]$ обуславливает появление погрешности развертывания $\Delta_p=(t_2-t_1)\cdot\delta=0{,}175\cdot 0{,}065=0{,}011$ мс. При этом $\Delta_\tau=0{,}036$ мс, $\Delta f_0=588$ Гц, $\delta f_0=20{,}6$ %. Таким образом, точность определения параметров переходной характеристики гальванометра (с учетом коррекции систематической составляющей статической погрешности регистрирующего прибора) удовлетворяет требованиям.

Следует заметить, что экспериментатор не всегда располагает данными о неравномерности движения носителя для конкретного типа прибора и соответствующей скорости.

Зная период повторения меток $t_{\text{мет}}$ и период повторений T систематической составляющей $\Delta_{\text{рс}}$ погрешности Δ_p [4]: $T=\pi d/v$, где d — диаметр ведущего вала лентопротяжного механизма, v — скорость движения фотоленты, можно получить достаточно близкую оценку «снизу» погрешности Δ_τ в следующих случаях:

1) когда определяемый интервал t_2-t_1, намного меньше периода T ($t_2-t_1\ll T$) и метки времени не позволяют уменьшить систематическую $\Delta_{\text{рс}}$ составляющую погрешности развертывания на интервале $[t_1, t_2]$;

2) когда $t_{\text{мет}}\ll T$ и метки времени позволяют существенно уменьшить $\Delta_{\text{рс}}$ на исследуемом интервале. В примере время затухания переходного процесса составляет несколько миллисекунд и максимальная для прибора Н115 частота

меток $f_{мет}$ =500 Гц слишком мала для такого процесса, к тому же с целью получения удобной для расшифровки осциллограммы выбрана наибольшая скорость движения фотоленты $v=10^4$ мм/с, поэтому на всей осциллограмме будет не более двух меток, т. е. имеет место первый случай. Очевидно, что при выполнении условия $t_2-t_1 \ll T$, систематическая составляющая погрешности развертывания на интервале $[t_1, t_2]$ много меньше максимального значения погрешности $\Delta_р$. Пренебрегая случайной и систематической составляющей $\Delta_р$ на интервале $[t_1, t_2]$, оценим $\Delta_т$ «снизу» $\widetilde{\Delta}_т = \Delta_{т\ отсч} = 25$ мкс. При этом получим оценку «снизу» для погрешности определения частоты $\Delta f_0 = 409$ Гц, $\delta_{f_0} = 14{,}3$ %.

Рассмотрим второй случай, когда существенное значение для уменьшения систематической составляющей погрешности развертывания имеет соотношение периодов $t_{мет}$ и T; т. е. когда выполняется условие $t_{мет} \ll T$. Поскольку наличие меток времени позволяет уменьшить систематическую составляющую погрешности $\Delta_р$ до значения, обусловленного нестабильностью скорости протяжки на интервале $t_{мет}$, то при условии $t_{мет} \ll T$ этой нестабильностью скорости на интервале $[t_1, t_2]$ можно пренебречь и тогда, когда $t_2-t_1 > t_{мет}$ (при этом систематическая составляющая погрешности $\Delta_р$ на интервале $[t_1, t_2]$ равна систематической составляющей погрешности развертывания на интервале $t_{мет}$, т. е. пренебрежимо мала по сравнению с максимальным значением $\Delta_р$), и тогда, когда $t_2-t_1 < t_{мет} \ll T$. Как и в первом случае, погрешность $\Delta_т$ можно оценить «снизу»: $\Delta_т = \Delta t_{отсч}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бренер М. Д., Шкабардня М. С. О погрешности измерений с помощью светолучевых осциллографов в динамическом режиме. — Метрология, 1980, № 8, с. 22—31.
2. Шкабардня М. С. Теория и принципы построения быстродействующих самопишущих приборов. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 214 с.
3. Артамонов В. М. и др. Светолучевые осциллографы. — Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1982. — 104 с.
4. Грановский В. А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1984. — 224 с.
5. ГОСТ 8.256—77. ГСИ. Нормирование и определение динамических характеристик анологовых средств измерений.
6. МИ 1951—88. ГСИ. Динамические измерения. Термины и определения.
7. ГОСТ 8.207—76. ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения.
8. ГОСТ 8.061—80. ГСИ. Содержание и построение поверочных схем.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ДАННЫЕ

1. РАЗРАБОТАНА И ВНЕСЕНА Государственным комитетом СССР по управлению качеством продукции и стандартам

ИСПОЛНИТЕЛИ

В. А. Грановский, канд. техн. наук (руководитель темы), **Ю. С. Этингер, С. Л. Васильева**

2. УТВЕРЖДЕНА ПРИКАЗОМ НПО «Система»

3. ЗАРЕГИСТРИРОВАНА ВНИИМС 04.09.90

4. ВЗАМЕН РД 50—404—83

РЕКОМЕНДАЦИЯ

Государственная система обеспечения единства измерений

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ АНАЛОГОВЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Общие положения

МИ 2090—90

Редактор *Н. А. Аргунова*
Технический редактор *В. Н. Малькова*
Корректор *Е. И. Морозова*

Н/К

Сдано в наб. 11.06.91 Подп. в печ. 14.11.91 Формат 60×90¹/₁₆. Бумага типографская № 2. Гарнитура литературная Печать высокая 4,0 усл. п. л. 4,13 усл. кр.-отт. 4,04 уч.-изд. л. Тираж 5000 экз. Зак. 1262 Цена 1 р. 60 к. Изд. № 836/4

Ордена «Знак Почета» Издательство стандартов, 123557, Москва, ГСП, Новопресненский пер., 3.
Калужская типография стандартов, ул Московская, 256.

gost.e-ecolog.ru