ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ И МЕТРОЛОГИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р ИСО 16269-7— 2004

Статистические методы

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ. МЕДИАНА

Определение точечной оценки и доверительных интервалов

ISO 16269-7:2001
Statistical interpretation of data —
Part 7: Median — Estimation and confidence intervals
(IDT)

Издание официальное

БЗ 8—2003/83

Москва
ИПК Издательство стандартов
2004

gost.e-ecolog.ru

Предисловие

1 ПОДГОТОВЛЕН Техническим комитетом по стандартизации ТК 125 «Статистические методы в управлении качеством продукции» на основе собственного аутентичного перевода стандарта, указанного в пункте 4

2 ВНЕСЕН Научно-техническим управлением Госстандарта России

3 УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Госстандарта России от 27 января 2004 г. № 34-ст

4 Настоящий стандарт идентичен международному стандарту ИСО 16269-7-2001. «Статистическое представление данных. Часть 7. Медиана. Определение точечной оценки и доверительных интервалов» (ISO 16269-7:2001 «Statistical interpretation of data — Part 7: Median — Estimation and confidence intervals»)

Наименование настоящего стандарта изменено относительно наименования указанного международного стандарта для приведения в соответствие с ГОСТ Р 1.5 (подраздел 3.6).

При применении настоящего стандарта рекомендуется использовать вместо ссылочных международных стандартов соответствующие им национальные стандарты, сведения о которых приведены в дополнительном приложении С

5 ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ

Информация об изменениях к настоящему стандарту публикуется в указателе «Национальные стандарты», а текст этих изменений — в информационных указателях «Национальные стандарты». В случае пересмотра или отмены настоящего стандарта соответствующая информация будет опубликована в информационном указателе «Национальные стандарты»

© ИПК Издательство стандартов, 2004

Настоящий стандарт не может быть полностью или частично воспроизведен, тиражирован и распространен в качестве официального издания без разрешения Госстандарта России

Содержание

1 Область применения 1
2 Нормативные ссылки 1
3 Термины, определения и обозначения 1
4 Условия применения 2
5 Определение точечной оценки 2
6 Определение доверительного интервала 2
Приложение А (справочное) Классический метод определения границ доверительных интервалов для медианы 7
Приложение В (справочное) Примеры определения доверительных границ 8
Приложение С (справочное) Сведения о соответствии национальных стандартов Российской Федерации ссылочным международным стандартам 11

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Статистические методы

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ. МЕДИАНА

Определение точечной оценки и доверительных интервалов

Statistical methods. Statistical interpretation of data. Median.
Estimation and confidence intervals

Дата введения — 2004—06—01

1 Область применения

Настоящий стандарт устанавливает процедуры определения точечной и интервальной оценок медианы для любой совокупности случайных величин, описываемой непрерывной функцией распределения. Приведенные в стандарте методы не требуют знания функции распределения. Аналогичные процедуры могут применяться для определения оценок квартилей и других процентных точек распределения.

Примечание — Медиана — 50 %-ная точка распределения.

2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использована ссылка на следующий стандарт:

ИСО 3534-1:1993 Статистика. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Вероятность и основные статистические термины.

3 Термины, определения и обозначения

3.1 Термины и определения

В настоящем стандарте применены термины по ИСО 3534-1, а также следующие термины с соответствующими определениями:

3.1.1 ***k*-я порядковая статистика выборки** (*k*-th order statistic of a sample):

Значение *k*-го элемента выборки, когда все элементы выборки расположены в таком порядке, при котором каждый последующий элемент выборки более или равен (не менее) предыдущему (порядок неубывания).

Примечание — Для выборки из *n* элементов, расположенных в порядке неубывания ($x_{[1]} \le x_{[2]} \le \ldots \le x_{[n]}$), *k*-й порядковой статистикой является элемент $x_{[k]}$.

3.1.2 **медиана непрерывного распределения** (median of a continuous probability distribution): Такая величина, когда каждая из долей распределения, лежащих по обе стороны от нее, равна 0,5.

Примечание — В настоящем стандарте для медианы непрерывного распределения применен термин «медиана совокупности» и обозначен буквой М.

3.2 Обозначения

В настоящем стандарте применены следующие обозначения:

A — нижняя граница значений случайной величины в совокупности;

b — верхняя граница значений случайной величины в совокупности;

Издание официальное

C — уровень доверия;
c — постоянная, используемая для определения величины k в уравнении (1);
k — номер порядковой статистики, используемый для определения нижней доверительной границы;
M — медиана совокупности;
N — объем выборки;
T_1 — нижняя доверительная граница, рассчитанная по выборке;
T_2 — верхняя доверительная граница, рассчитанная по выборке;
U — квантиль стандартного нормального распределения;
$x_{[i]}$ — i-й элемент выборки, когда элементы выборки расположены в порядке неубывания (каждый последующий элемент ряда более или равен предыдущему);
$\tilde{x}$ — выборочное значение медианы (оценка медианы, рассчитанная по выборочным данным);
y — значение промежуточных вычислений при определении величины k [см. уравнение (1)].

4 Условия применения

Метод, описанный в настоящем стандарте, применим при выполнении следующих условий:
- генеральная совокупность описывается непрерывной функцией распределения;
- выборка составляется случайным образом.

Примечание — Для случаев, когда распределение совокупности может быть описано нормальным распределением, медиана совокупности совпадает с математическим ожиданием. В этом случае могут применяться методы определения доверительных границ для математического ожидания совокупности.

5 Определение точечной оценки

Точечной оценкой медианы совокупности является выборочная медиана $\tilde{x}$. Для определения выборочной медианы все элементы выборки необходимо расположить в порядке их неубывания. Выборочная медиана $\tilde{x}$ равна:

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{\left[\frac{n+1}{2}\right]} & \text{— если } n \text{ нечетное число;} \\ \frac{1}{2}\left(x_{\left[\frac{n}{2}\right]} + x_{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\right) & \text{— если } n \text{ четное число,} \end{cases}$$

где $x_{\left[\frac{n+1}{2}\right]}$ — порядковая статистика с номером $\left[\frac{n+1}{2}\right]$;

$x_{\left[\frac{n}{2}\right]}$ — порядковая статистика с номером $\left[\frac{n}{2}\right]$;

$x_{\left[\frac{n}{2}+1\right]}$ — порядковая статистика с номером $\left[\frac{n}{2}+1\right]$.

Примечание — Данная оценка в общем случае для несимметричных распределений является смещенной. При этом не существует метода определения несмещенной оценки для любых непрерывных распределений.

6 Определение доверительного интервала

6.1 Общие положения

Двусторонний доверительный интервал для медианы — это закрытый интервал $[T_1, T_2]$, где $T_1 < T_2$, а T_1 и T_2 — соответственно нижняя и верхняя доверительные границы.

Если a и b — соответственно нижняя и верхняя границы значений случайной величины в генеральной совокупности, то односторонние доверительные интервалы, соответственно, имеют вид $[T_1, b)$ и $(a, T_2]$.

Примечание — На практике часто значение a принимают равным нулю для положительных переменных, а для переменных, не имеющих естественной верхней границы, в качестве b принимают бесконечность.

Практическое значение применения доверительного интервала состоит в том, что исследователь может определить интервал, накрывающий неизвестное значение медианы совокупности M. Причем вероятность противоположного события (интервал не накрывает M) не превышает назначенного малого значения. Вероятность того, что доверительный интервал накрывает медиану совокупности, называется доверительной вероятностью.

6.2 Классический метод

Классический метод определения границ доверительного интервала для медианы совокупности приведен в приложении А. Метод включает решение двух неравенств. Альтернативные методы определения границ доверительного интервала для некоторых значений уровня доверия приведены ниже.

6.3 Метод определения границ доверительного интервала для малых выборок ($5 \le n \le 100$).

Значения k, удовлетворяющие неравенствам, приведенным в приложении А для восьми наиболее часто используемых значений уровней доверия и объемов выборки от 5 до 100 элементов, приведены в таблицах 1 и 2. В таблице 1 приведены значения k, используемые для определения границ одностороннего доверительного интервала, в таблице 2 — для определения границ двустороннего доверительного интервала.

Нижняя и верхняя границы доверительных интервалов определяются следующим образом:

$T_1 = x_{[k]}$,

$T_2 = x_{[n-k+1]}$,

где $x_{[1]}, x_{[2]}, \ldots, x_{[n]}$ — упорядоченная выборка (каждый последующий элемент ряда более или равен предыдущему).

При малых объемах выборки n доверительные границы для некоторых значений уровней доверия не могут быть найдены описанным методом.

Пример вычисления доверительных границ для малых выборок приведен в приложении В.

Таблица 1 — Значения k для определения границ одностороннего доверительного интервала при объеме выборки от 5 до 100 элементов

Объем выборки n	Значение k при уровне доверия, %								Объем выборки n	Значение k при уровне доверия, %							
	80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9		80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9
5	2	1	1	*	*	*	*	*									
6	2	1	1	1	*	*	*	*	26	11	10	9	8	7	7	6	5
7	2	2	1	1	1	*	*	*	27	11	10	9	8	8	7	6	6
8	3	2	2	1	1	1	*	*	28	12	11	10	9	8	7	7	6
9	3	3	2	2	1	1	1	*	29	12	11	10	9	8	8	7	6
10	4	3	2	2	1	1	1	1	30	13	11	11	9	9	8	7	7
11	4	3	3	2	2	1	1	1	31	13	12	11	10	9	8	8	7
12	5	4	3	3	2	2	1	1	32	14	12	11	10	9	9	8	7
13	5	4	4	3	2	2	2	1	33	14	13	12	11	10	9	8	8
14	5	5	4	3	3	2	2	2	34	15	13	12	11	10	10	9	8
15	6	5	4	4	3	3	2	2	35	15	14	13	11	11	10	9	9
16	6	5	5	4	3	3	2	2	36	15	14	13	12	11	10	10	9
17	7	6	5	4	4	3	3	2	37	16	15	14	12	11	11	10	9
18	7	6	6	5	4	4	3	3	38	16	15	14	13	12	11	10	10
19	8	7	6	5	5	4	3	3	39	17	16	14	13	12	12	11	10
20	8	7	6	5	5	4	4	3	40	17	16	15	14	13	12	11	10
21	9	8	7	6	5	5	4	4	41	18	16	15	14	13	12	11	11
22	9	8	7	6	6	5	4	4	42	18	17	16	14	14	13	12	11
23	9	8	8	7	6	5	5	4	43	19	17	16	15	14	13	12	12
24	10	9	8	7	6	6	5	5	44	19	18	17	15	14	14	13	12
25	10	9	8	7	7	6	5	5	45	20	18	17	16	15	14	13	12

Окончание таблицы 1

Объем выборки n	Значение k при уровне доверия, %								Объем выборки n	Значение k при уровне доверия, %							
	80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9		80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9
46	20	19	17	16	15	14	13	13	76	34	32	31	29	28	27	26	25
47	21	19	18	17	16	15	14	13	77	35	33	31	30	28	27	26	25
48	21	20	18	17	16	15	14	13	78	35	33	32	30	29	28	26	25
49	22	20	19	17	16	16	15	14	79	36	34	32	30	29	28	27	26
50	22	20	19	18	17	16	15	14	80	36	34	33	31	30	29	27	26
51	22	21	20	18	17	16	15	15	81	37	35	33	31	30	29	28	27
52	23	21	20	19	18	17	16	15	82	37	35	34	32	31	29	28	27
53	23	22	21	19	18	17	16	15	83	38	36	34	32	31	30	28	28
54	24	22	21	19	19	18	17	16	84	38	36	34	33	31	30	29	28
55	24	23	21	20	19	18	17	16	85	39	37	35	33	32	31	29	28
56	25	23	22	20	19	18	17	17	86	39	37	35	33	32	31	30	29
57	25	24	22	21	20	19	18	17	87	40	38	36	34	33	32	30	29
58	26	24	23	21	20	19	18	17	88	40	38	36	34	33	32	31	30
59	26	25	23	22	21	20	19	18	89	41	38	37	35	34	32	31	30
60	27	25	24	22	21	20	19	18	90	41	39	37	35	34	33	31	30
61	27	25	24	23	21	21	19	19	91	41	39	38	36	34	33	32	31
62	28	26	25	23	22	21	20	19	92	42	40	38	36	35	34	32	31
63	28	26	25	23	22	21	20	19	93	42	40	39	37	35	34	33	32
64	29	27	25	24	23	22	21	20	94	43	41	39	37	36	35	33	32
65	29	27	26	24	23	22	21	20	95	43	41	39	38	36	35	34	33
66	30	28	26	25	24	23	21	21	96	44	42	40	38	37	35	34	33
67	30	28	27	25	24	23	22	21	97	44	42	40	38	37	36	34	33
68	31	29	27	26	24	23	22	21	98	45	43	41	39	38	36	35	34
69	31	29	28	26	25	24	23	22	99	45	43	41	39	38	37	35	34
70	31	30	28	26	25	24	23	22	100	46	44	42	40	38	37	36	35
71	32	30	29	27	26	25	23	23									
72	32	31	29	27	26	25	24	23									
73	33	31	29	28	27	26	24	23									
74	33	31	30	28	27	26	25	24									
75	34	32	30	29	27	26	25	24									

* Доверительные границы не могут быть определены для данного уровня доверия и данного объема выборки.

Таблица 2 — Значения k для определения границ двустороннего доверительного интервала при объеме выборки от 5 до 100 элементов

Объем выборки n	Значение k при уровне доверия, %								Объем выборки n	Значение k при уровне доверия, %							
	80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9		80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9
5	1	1	*	*	*	*	*	*									
6	2	1	1	1	*	*	*	*	16	5	5	4	3	3	3	2	2
7	2	2	1	1	1	*	*	*	17	6	5	5	4	3	3	2	2
8	3	2	2	1	1	1	*	*	18	6	6	5	4	4	3	3	2
9	3	3	2	2	1	1	1	*	19	7	6	5	5	4	4	3	3
10	4	3	2	2	1	1	1	*	20	7	6	6	5	4	4	3	3
11	3	3	2	2	1	1	1	1	21	8	7	6	5	5	4	4	3
12	4	3	3	2	2	1	1	1	22	8	7	6	6	5	5	4	4
13	4	4	3	2	2	2	1	1	23	8	8	7	6	5	5	4	4
14	5	4	3	3	2	2	2	1	24	9	8	7	6	6	5	5	4
15	5	4	4	3	3	2	2	2	25	9	8	8	7	6	6	5	5

Окончание таблицы 2

Объем выборки n	Значение k при уровне доверия, %								Объем выборки n	Значение k при уровне доверия, %							
	80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9		80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9
26	10	9	8	7	7	6	5	5	66	28	26	25	24	23	22	21	20
27	10	9	8	8	7	6	6	5	67	28	27	26	24	23	22	21	20
28	11	10	9	8	7	7	6	6	68	29	27	26	24	23	23	21	21
29	11	10	9	8	8	7	6	6	69	29	28	26	25	24	23	22	21
30	11	11	10	9	8	7	7	6	70	30	28	27	25	24	23	22	21
31	12	11	10	9	8	8	7	7	71	30	29	27	26	25	24	23	22
32	12	11	10	9	9	8	7	7	72	31	29	28	26	25	24	23	22
33	13	12	11	10	9	9	8	7	73	31	29	28	27	26	25	23	23
34	13	12	11	10	10	9	8	8	74	31	30	29	27	26	25	24	23
35	14	13	12	11	10	9	9	8	75	32	30	29	27	26	25	24	23
36	14	13	12	11	10	10	9	8	76	32	31	29	28	27	26	25	24
37	15	14	13	11	11	10	9	9	77	33	31	30	28	27	26	25	24
38	15	14	13	12	11	10	10	9	78	33	32	30	29	28	27	25	25
39	16	14	13	12	12	11	10	9	79	34	32	31	29	28	27	26	25
40	16	15	14	13	12	11	10	10	80	34	33	31	30	29	28	26	25
41	16	15	14	13	12	12	11	10	81	35	33	32	30	29	28	27	26
42	17	16	15	14	13	12	11	11	82	35	34	32	31	29	28	27	26
43	17	16	15	14	13	12	12	11	83	36	34	33	31	30	29	28	27
44	18	17	16	14	14	13	12	11	84	36	34	33	31	30	29	28	27
45	18	17	16	15	14	13	12	12	85	37	35	33	32	31	30	28	27
46	19	17	16	15	14	14	13	12	86	37	35	34	32	31	30	29	28
47	19	18	17	16	15	14	13	12	87	38	36	34	33	32	30	29	28
48	20	18	17	16	15	14	13	13	88	38	36	35	33	32	31	30	29
49	20	19	18	16	16	15	14	13	89	38	37	35	34	32	31	30	29
50	20	19	18	17	16	15	14	14	90	39	37	36	34	33	32	30	30
51	21	20	19	17	16	16	15	14	91	39	38	36	34	33	32	31	30
52	21	20	19	18	17	16	15	14	92	40	38	37	35	34	33	31	30
53	22	21	19	18	17	16	15	15	93	40	39	37	35	34	33	32	31
54	22	21	20	19	18	17	16	15	94	41	39	38	36	35	33	32	31
55	23	21	20	19	18	17	16	15	95	41	39	38	36	35	34	33	32
56	23	22	21	19	18	18	17	16	96	42	40	38	37	35	34	33	32
57	24	22	21	20	19	18	17	16	97	42	40	39	37	36	35	33	32
58	24	23	22	20	19	18	17	17	98	43	41	39	38	36	35	34	33
59	25	23	22	21	20	19	18	17	99	43	41	40	38	37	36	34	33
60	25	24	22	21	20	19	18	17	100	44	42	40	38	37	36	35	34
61	25	24	23	21	21	20	19	18									
62	26	25	23	22	21	20	19	18									
63	26	25	24	22	21	20	19	19									
64	27	25	24	23	22	21	20	19									
65	27	26	25	23	22	21	20	19									

* Доверительные границы не могут быть определены для данного уровня доверия и данного объема выборки.

6.4 Метод определения границ доверительного интервала для больших выборок ($n > 100$)

В случае объема выборки более 100 значение k для заданного уровня доверия определяется как целая часть величины y, рассчитанной по уравнению

$$y = \frac{1}{2}\left[n + 1 - u\left(1 + \frac{0{,}4}{n}\right)\sqrt{n - c}\ \right], \qquad (1)$$

где u — квантиль стандартного нормального распределения.

В таблице 3 приведены значения u и c для определения границ одностороннего доверительного

интервала. В таблице 4 приведены значения u и c для определения границ двустороннего доверительного интервала.

Таблица 3 — Значения u и c для определения границ одностороннего доверительного интервала

Уровень доверия, %	Значение u	Значение c
80,0	0,841 621 22	0,7500
90,0	1,281 551 56	0,9030
95,0	1,644 853 64	1,0870
98,0	2,053 748 92	1,3375
99,0	2,326 347 88	1,5360
99,5	2,575 829 30	1,7400
99,8	2,878 161 73	2,0140
99,9	3,090 232 29	2,2220

Значения k, полученные с применением уравнения (1), соответствуют значениям, приведенным в таблицах 1 и 2. При сохранении при расчетах восьми десятичных знаков данный метод является чрезвычайно точным и дает правильные значения k для восьми значений уровня доверия и всех объемов выборки от 5 до 280000 для определения границ как одностороннего, так и двустороннего доверительных интервалов.

Примеры вычисления доверительных границ для больших выборок приведены в приложении В.

Примечание — Для простоты значения в таблицах 3 и 4 приведены с минимально необходимым для обеспечения приемлемой точности уравнения (1) количеством десятичных знаков.

Таблица 4 — Значения u и c для определения границ двустороннего доверительного интервала

Уровень доверия, %	Значение u	Значение c
80,0	1,281 551 56	0,903
90,0	1,644 853 64	1,087
95,0	1,959 964 00	1,274
98,0	2,326 347 88	1,536
99,0	2,575 829 30	1,740
99,5	2,807 033 76	1,945
99,8	3,090 232 29	2,222
99,9	3,290 526 72	2,437

Приложение А
(справочное)

Классический метод определения границ доверительных интервалов для медианы

Предположим, что выборка объема n выбрана случайным образом из непрерывной генеральной совокупности. Тогда вероятность того, что точно k выборочных значений будут менее медианы совокупности, описывается биномиальным распределением:

$$P\left(k;\, n,\, \frac{1}{2}\right) = \binom{n}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{k}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{n-k} = \binom{n}{k}\frac{1}{2^n}.$$

Это является также и вероятностью того, что точно k выборочных значений будут более медианы совокупности.

Нижней и верхней границами двустороннего доверительного интервала, соответствующего доверительной вероятности $(1-\alpha)$, являются достаточные статистики $x_{[k]}$ и $x_{[n-k+1]}$ соответственно. Значение величины k должно удовлетворять следующим неравенствам:

$$\sum_{i=0}^{k-1}\binom{n}{i}\frac{1}{2^n} \le \frac{\alpha}{2}; \tag{A.1}$$

$$\sum_{i=0}^{k}\binom{n}{i}\frac{1}{2^n} > \frac{\alpha}{2}, \tag{A.2}$$

то есть

$$\sum_{i=0}^{k-1}\binom{n}{i} \le 2^n\,\frac{\alpha}{2}; \tag{A.3}$$

$$\sum_{i=0}^{k}\binom{n}{i} > 2^n\,\frac{\alpha}{2}. \tag{A.4}$$

При определении границ одностороннего доверительного интервала в уравнениях (А.1) — (А.4) необходимо заменить $\alpha/2$ на α.

Приложение В
(справочное)

Примеры определения доверительных границ

В.1 Пример 1

Электрические шнуры для небольших приборов изгибаются в процессе испытаний до отказа. Испытания моделируют реальное использование в ускоренном режиме. Ниже приведены отказы шнуров в часах (исходные данные). Испытывалось 24 объекта. Испытания семи шнуров приостановлены до наступления отказа (цензурированные данные). Эти значения отмечены звездочкой. Остальные шнуры отказали.

57,5	77,8	88,0	96,9	98,4	100,3
100,8	102,1	103,3	103,4	105,3	105,4
122,6	139,3	143,9	148,0	151,3	161,1*
161,2*	161,2*	162,4*	162,7*	163,1*	176,8*

Необходимо определить точечную оценку медианы и нижнюю доверительную границу медианы для уровня доверия 95 %.

Точечная оценка медианы наработки до отказа определяется следующим образом:

$$\tilde{x} = (x_{[12]} + x_{[13]})/2 = (105{,}4 + 122{,}6)/2 = 114{,}0 \text{ ч.}$$

Для определения нижней доверительной границы одностороннего доверительного интервала с уровнем доверия 95 % необходимо по таблице 1 для $n = 24$ и уровня доверия 95 % определить значение k, а затем отыскать по исходным данным k-ю порядковую статистику. В соответствии с таблицей 1 $k = 8$, тогда $x_{[8]} = 102{,}1$. Таким образом, можно утверждать, что с вероятностью 0,95 медиана совокупности больше или равна 102,1 ч.

Примечание — Точечная оценка и нижняя граница доверительного интервала медианы могут определяться без использования наибольших значений выборки.

Вычисления точечной оценки медианы показаны в таблице В.1.

Таблица В.1 — Вычисление точечной оценки медианы (пример 1)

Бланк для расчета	Пример заполнения бланка для расчета
Идентификационные данные Данные наблюдения: Единицы: Замечания:	**Идентификационные данные** Данные наблюдения: Наработка до отказа 24 электрических шнуров, изгибаемых испытательной машиной. Испытания моделируют реальное применение в ускоренном режиме. Единицы: часы Замечания: Семь самых больших наработок до отказа были цензурированы. Поскольку количество цензурированных данных меньше половины объема выборки, данные результаты наблюдений могут использоваться для расчетов
Предварительная операция Расположите наблюдаемые значения в порядке неубывания, т.е: $x_{[1]}, x_{[2]}, \cdots, x_{[n]}$	**Предварительная операция** Расположите наблюдаемые значения в порядке неубывания, т.е: $x_{[1]}, x_{[2]}, \cdots, x_{[n]}$
Исходные данные Объем выборки n: $n =$ a) Объем выборки нечетный ☐ b) Объем выборки четный ☐	**Исходные данные** Объем выборки n: $n = 24$ a) Объем выборки нечетный ☐ b) Объем выборки четный ☒

Окончание таблицы В.1

Бланк для расчета	Пример заполнения бланка для расчета
Необходимые предварительные вычисления В случае a) $m = (n + 1)/2$: m = В случае b) $m = n/2$: m =	**Необходимые предварительные вычисления** В случае a) $m = (n + 1)/2$: m = В случае b) $m = n/2$: m = 12
Вычисление выборочной медианы $\tilde{x}$ В случае a) $\tilde{x}$ равна m-й порядковой статистике, т.е. $\tilde{x} = x_{[m]}$: $\tilde{x}$ = В случае b) $\tilde{x}$ равна среднеарифметическому m-й и $(m + 1)$-й порядковых статистик, т.е: $\tilde{x} = (x_{[m]} + x_{[m+1]})/2$: $x_{[m]}$ = $x_{[m+1]}$ = $\tilde{x}$ = (+)/2 =	**Вычисление выборочной медианы $\tilde{x}$** В случае a) $\tilde{x}$ равна m-й порядковой статистике, т.е. $\tilde{x} = x_{[m]}$: $\tilde{x}$ = В случае b) $\tilde{x}$ равна среднеарифметическому m-й и $(m + 1)$-й порядковых статистик, т.е: $\tilde{x} = (x_{[m]} + x_{[m+1]})/2$: $x_{[m]}$ = 105,4 $x_{[m+1]}$ = 122,6 $\tilde{x}$ = (105,4 + 122,6)/2 = 114,0
Результат Выборочная медиана (точечная оценка медианы совокупности) $\tilde{x}$ равна	**Результат** Выборочная медиана (точечная оценка медианы совокупности) $\tilde{x}$ равна 114,0

В.2 Пример 2

Ниже приведены усилия в ньютонах (Н), необходимые для разрыва отрезка нейлоновой пряжи. Испытывалось 120 отрезков. Данные расположены в порядке неубывания.

31,3	33,3	33,5	35,6	36,0	36,2	36,5	37,5	37,8	37,9	38,8	39,1	40,3	40,4	40,8
41,0	41,8	42,4	42,9	43,1	43,2	43,5	43,9	43,9	44,0	44,2	44,2	44,5	44,7	44,7
45,0	45,6	46,0	46,0	46,1	46,1	46,3	46,3	46,3	46,4	46,5	46,7	47,1	47,1	47,1
47,2	47,3	47,4	47,5	47,5	47,8	47,8	47,9	47,9	48,0	48,0	48,2	48,2	48,3	48,3
48,3	48,5	48,6	48,6	48,6	48,6	48,8	48,9	48,9	48,9	49,0	49,0	49,1	49,1	49,1
49,1	49,2	49,2	49,3	49,4	49,4	49,4	49,4	49,5	49,5	49,6	49,7	49,9	49,9	50,0
50,1	50,2	50,2	50,3	50,3	50,3	50,5	50,7	50,8	50,9	50,9	51,0	51,0	51,2	51,4
51,4	51,4	51,6	51,6	51,8	52,0	52,2	52,2	52,4	52,5	52,6	52,8	52,9	53,2	53,3

Необходимо определить точечную оценку медианы усилия разрыва и границы двустороннего доверительного интервала этой величины для уровня доверия 99 %.

Точечная оценка медианы усилия разрыва определяется следующим образом:

$$\tilde{x} = (x_{[60]} + x_{[61]})/2 = (48{,}3 + 48{,}3)/2 = 48{,}3 \text{ Н}.$$

Таблицы 1 и 2 для $n > 100$ не указывают значение k, необходимое для определения доверительных границ. В рассматриваемом случае для определения доверительных границ необходимо использовать таблицу 4 и уравнение (1). В соответствии с таблицей 4 для уровня доверия 99 % n = 2,57582930, c = 1,74. Подставляя эти значения и n = 120 в уравнение (1), получаем y = 46,448. Целая часть этого числа составляет 46, таким образом k = 46. В соответствии с разделом 7 двусторонний доверительный интервал, соответствующий уровню доверия 99 %, имеет следующий вид:

$$[x_{[k]}, x_{[n-k+1]}] = [x_{[46]}, x_{[75]}] = [47{,}2,\ 49{,}1] \text{ Н}.$$

Таким образом, можно утверждать с вероятностью не менее 0,99, что среднее усилие разрыва совокупности накрывается интервалом [47,2 Н, 49,1 Н].

Порядок расчета границ доверительного интервала приведен в таблице В.2.

Таблица В.2 — Вычисление интервальной оценки медианы (пример 2)

Бланк для расчета	Пример заполнения бланка для расчета
Идентификационные данные Данные наблюдения процедуры: Единицы: Замечания:	**Идентификационные данные** Данные наблюдения процедуры: Предельное усилие разрыва 120 отрезков нейлоновой пряжи Единицы: ньютоны Замечания: Двусторонний доверительный интервал, соответствующий уровню доверия 99 %
Предварительная операция Расположите наблюдаемые значения в порядке неубывания, т.е: $x_{[1]}, x_{[2]}, \ldots, x_{[n]}$	**Предварительная операция** Расположите наблюдаемые значения в порядке неубывания, т.е: $x_{[1]}, x_{[2]}, \ldots, x_{[n]}$
Исходные данные Объем выборки n: n = Уровень доверия C: C = % a) $n \le 100$ — односторонний интервал ☐ b) $n \le 100$ — двусторонний интервал ☐ c) $n > 100$ — односторонний интервал ☐ d) $n > 100$ — двусторонний интервал ☐ Для a) и c) в случае верхней доверительной границы нижняя граница значений случайной величины в генеральной совокупности равна: a = Для a) или c) в случае нижней доверительной границы верхняя граница значений случайной величины в генеральной совокупности равна: b =	**Исходные данные** Объем выборки n: n =120 Уровень доверия C: C = 99 % a) $n \le 100$ — односторонний интервал ☐ b) $n \le 100$ — двусторонний интервал ☐ c) $n > 100$ — односторонний интервал ☐ d) $n > 100$ — двусторонний интервал ☒ Для a) и c) в случае верхней доверительной границы нижняя граница значений случайной величины в генеральной совокупности равна: a = Для a) или c) в случае нижней доверительной границы верхняя граница значений случайной величины в генеральной совокупности равна: b =
Определение k В случае a) значение k определяется из таблицы 1: k = В случае b) значение k определяется из таблицы 2: k = В случае c) значения u и c определяются из таблицы 3: u = c = В случае d) значения u и c определяются из таблицы 4: u = c = В случаях c) или d) значение y определяется из уравнения (1): y = Значение k определяется как целая часть значения y: k =	**Определение** k В случае a) значение k определяется из таблицы 1: k = В случае b) значение k определяется из таблицы 2: k = В случае c) значения u и c определяются из таблицы 3: u = c = В случае d) значения u и c определяются из таблицы 4: u = 2,575829 c = 1,74 В случаях c) или d) значение y определяется из уравнения (1): y = 46,448 Значение k определяется как целая часть значения y: k = 46

Окончание таблицы В.2

Бланк для расчета	Пример заполнения бланка для расчета
Определение доверительных границ T_1 и/или T_2 В случаях a) или c) с нижней доверительной границей, а также в случаях b) и d): $T_1 = x_{[k]}$: T_1 = В случаях a) или c) с верхней доверительной границей и в случаях b) и d) необходимо подсчитать $m = n - k + 1$: m = $T_2 = x_{[m]}$: T_2 =	**Определение доверительных границ** T_1 и/или T_2 В случаях a) или c) с нижней доверительной границей, а также в случаях b) и d): $T_1 = x_{[k]}$: T_1 =47,2 В случаях a) или c) с верхней доверительной границей и в случаях b) и d) необходимо подсчитать $m = n - k + 1$: m = 75 $T_2 = x_{[m]}$: T_2 = 49,1
Результаты Односторонний доверительный интервал с нижней доверительной границей для медианы совокупности, соответствующий уровню доверия C = %, имеет вид: $[T_1, b) = [$,). Односторонний доверительный интервал с верхней доверительной границей для медианы совокупности, соответствующий уровню доверия C = %, имеет вид: $(a, T_2,] = ($,]. Двусторонний симметричный доверительный интервал для медианы совокупности, соответствующий уровню доверия C = %, имеет вид: $[T_1, T_2] = [$,].	**Результаты** Односторонний доверительный интервал с нижней доверительной границей для медианы совокупности, соответствующий уровню доверия C = %, имеет вид: $[T_1, b) = [$,). Односторонний доверительный интервал с верхней доверительной границей для медианы совокупности, соответствующий уровню доверия C = %, имеет вид: $(a, T_2,] = ($,]. Двусторонний симметричный доверительный интервал для медианы совокупности, соответствующий уровню доверия C = 99 %, имеет вид: $[T_1, T_2] = [47,2, 49,1]$.

Приложение С
(справочное)

Сведения о соответствии национальных стандартов Российской Федерации ссылочным международным стандартам

Обозначение ссылочного международного стандарта	Обозначение и наименование соответствующего национального стандарта Российской Федерации
ИСО 3534-1:1993	ГОСТ Р 50779.10—2000 (ИСО 3534-1—93) Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения

УДК 658.562.012.7:65.012.122:006.354 ОКС 03.120.30 Т59

Ключевые слова: случайная величина, функция распределения, точечная оценка, интервальная оценка, границы доверительного интервала, медиана

Редактор *Т.С. Шеко*
Технический редактор *Л.А. Гусева*
Корректор *В.И. Кануркина*
Компьютерная верстка *С.В. Рябовой*

Изд. лиц. № 02354 от 14.07.2000. Сдано в набор 03.02.2004. Подписано в печать 27.02.2004. Усл.печ.л. 1,86. Уч.-изд.л. 1,25.
Тираж 580 экз. С 974. Зак. 238.

ИПК Издательство стандартов, 107076 Москва, Колодезный пер., 14.
gost.e-ecolog.ru e-mail: gost.e-ecolog.ru
Набрано в Издательстве на ПЭВМ
Отпечатано в филиале ИПК Издательство стандартов — тип. "Московский печатник", 105062 Москва, Лялин пер., 6.
Плр № 080102

gost.e-ecolog.ru