РМГ 43—2001

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЙ СТАНДАРТИЗАЦИИ

## Государственная система обеспечения единства измерений

# ПРИМЕНЕНИЕ «РУКОВОДСТВА ПО ВЫРАЖЕНИЮ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ»

Издание официальное

МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫЙ СОВЕТ
ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ, МЕТРОЛОГИИ И СЕРТИФИКАЦИИ
Минск

gost.e-ecolog.ru

Предисловие

1 РАЗРАБОТАНЫ Всероссийским научно-исследовательским институтом метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ им. Д.И. Менделеева) Госстандарта России

ВНЕСЕНЫ Госстандартом России

2 ПРИНЯТЫ Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол № 20 от 2 ноября 2001 г.)

За принятие проголосовали:

| Наименование государства | Наименование национального органа по стандартизации |
|---|---|
| Азербайджанская Республика | Азгосстандарт |
| Республика Армения | Армгосстандарт |
| Республика Беларусь | Госстандарт Республики Беларусь |
| Грузия | Грузстандарт |
| Республика Казахстан | Госстандарт Республики Казахстан |
| Кыргызская Республика | Кыргызстандарт |
| Республика Молдова | Молдовастандарт |
| Российская Федерация | Госстандарт России |
| Республика Таджикистан | Таджикстандарт |
| Туркменистан | Главгосслужба «Туркменстандартлары» |
| Республика Узбекистан | Узгосстандарт |
| Украина | Госстандарт Украины |

3 Постановлением Государственного комитета Российской Федерации по стандартизации и метрологии от 26 марта 2003 г. № 96-ст рекомендации по метрологии РМГ 43—2001 введены в действие в качестве рекомендаций по метрологии Российской Федерации с 1 июля 2003 г.

4 ВВЕДЕНЫ ВПЕРВЫЕ

5 ПЕРЕИЗДАНИЕ. Сентябрь 2005 г.

© ИПК Издательство стандартов, 2003
© Стандартинформ, 2005

Настоящие рекомендации не могут быть полностью или частично воспроизведены, тиражированы и распространены в качестве официального издания на территории Российской Федерации без разрешения Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии

Содержание

1 Область применения . . . . . 1
2 Нормативные ссылки. . . . . 1
3 Определения и обозначения . . . . . 1
4 Рекомендации по применению Руководства. . . . . 2
5 Соответствие между формами представления результатов измерений, используемыми в НД ГСИ по метрологии, и формой, используемой в Руководстве . . . . . 5
Приложение А Сравнительный анализ двух подходов к выражению характеристик точности измерений . . . . . 8
Приложение Б Пример оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений. Измерения силы электрического тока с помощью вольтметра и токового шунта . . . . . 11
Приложение В Пример оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений. Измерения длины штриховой меры. . . . . 15
Приложение Г Значения коэффициента $t_p$ (ν) для случайной величины, имеющей распределение Стьюдента с ν степенями свободы . . . . . 18
Приложение Д Библиография . . . . . 19

## Введение

В 1993 г. под эгидой Международного комитета мер и весов (МКМВ), Международной электротехнической комиссии (МЭК), Международной организации по стандартизации (ИСО), Международной организации по законодательной метрологии (МОЗМ), Международного союза по чистой и прикладной физике, Международного союза по чистой и прикладной химии и Международной федерации клинической химии разработано «Руководство по выражению неопределенности измерения» (далее — Руководство).

Целями Руководства являются:

- обеспечение полной информации о том, как составлять отчеты о неопределенностях измерений;
- предоставление основы для международного сопоставления результатов измерений;
- предоставление универсального метода для выражения и оценивания неопределенности измерений, применимого ко всем видам измерений и всем типам данных, которые используются при измерениях.

Существуют два подхода к оцениванию параметров (характеристик) точности измерений. Один подход основан на понятиях и терминах, используемых в Руководстве, другой — на понятиях и терминах, применяемых в основополагающих нормативных документах (НД) в области метрологии, используемых в национальных системах обеспечения единства измерений государств — участников Соглашения «О проведении согласованной политики в области стандартизации, метрологии и сертификации» (далее — Соглашение).

Задачами настоящих рекомендаций являются:

- изложение основных положений Руководства и рекомендаций по их практическому применению;
- сравнительный анализ двух подходов к описанию точности измерений;
- показ соответствия между формами представления результатов измерений, используемыми в основополагающих НД в области метрологии, и формой, используемой в Руководстве.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЙ СТАНДАРТИЗАЦИИ

**Государственная система обеспечения единства измерений**

# ПРИМЕНЕНИЕ «РУКОВОДСТВА ПО ВЫРАЖЕНИЮ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Дата введения 2003—07—01**

## 1 Область применения

Настоящие рекомендации распространяются на методы оценивания точности результатов измерений, содержат практические рекомендации по применению Руководства [1] и показывают соответствие между формами представления результатов измерений, принятыми в основополагающих нормативных документах (НД) по метрологии, применяемых в странах — участниках Соглашения, и формой, принятой в Руководстве.

## 2 Нормативные ссылки

В настоящих рекомендациях использованы ссылки на следующие стандарты и рекомендации:

ГОСТ 8.207—76 Государственная система обеспечения единства измерений. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения

ГОСТ 8.381—80 Государственная система обеспечения единства измерений. Эталоны. Способы выражения погрешностей

РМГ 29—99 Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Основные термины и определения

## 3 Определения и обозначения

3.1 В настоящих рекомендациях использованы следующие основные термины, определенные в Руководстве:

**неопределенность (измерений):** Параметр, связанный с результатом измерений и характеризующий рассеяние значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине;

**стандартная неопределенность ($u$):** Неопределенность результата измерений, выраженная в виде среднего квадратического отклонения (СКО);

**суммарная стандартная неопределенность ($u_c$):** Стандартная неопределенность результата измерений, полученного через значения других величин, равная положительному квадратному корню суммы членов, причем члены являются дисперсиями или ковариациями этих других величин, взвешенными в соответствии с тем, как результат измерений изменяется при изменении этих величин;

**расширенная неопределенность ($U$):** Величина, определяющая интервал вокруг результата измерений, в пределах которого, как можно ожидать, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могли бы быть приписаны измеряемой величине.

**Издание официальное**

3.2 В настоящих рекомендациях использованы следующие обозначения:

$x_i$ — оценка $i$-й входной величины;

$x_{il}$ — $l$-й результат измерения $i$-й входной величины;

$\bar{x}_i$ — среднее арифметическое значение $i$-й входной величины;

$y$ — оценка измеряемой величины;

$u$ — стандартная неопределенность;

$u_A$ — стандартная неопределенность, оцененная по типу А;

$u_B$ — стандартная неопределенность, оцененная по типу В;

$u(x_i)$ — стандартная неопределенность оценки $i$-й входной величины;

$u_i$ — стандартная неопределенность единичного измерения $i$-й входной величины;

$r(x_i, x_j)$ — коэффициент корреляции оценок $i$-й и $j$-й входных величин;

$u_c$ — суммарная стандартная неопределенность;

$k$ — коэффициент охвата;

$t_p(\nu)$ — квантиль распределения Стьюдента для доверительной вероятности (уровня доверия) $p$ и числа степеней свободы $\nu$;

$\nu_i$ — число степеней свободы при вычислении неопределенности оценки $i$-й входной величины;

$\nu_{eff}$ — эффективное число степеней свободы, принятое в Руководстве;

$\hat{\nu}_{eff}$ — оценка эффективного числа степеней свободы;

$U$ — расширенная неопределенность;

$U_p$ — расширенная неопределенность для уровня доверия $p$;

$S$ — СКО случайной погрешности результата измерений;

$S(x_i)$ — СКО единичного измерения при многократных измерениях $i$-й входной величины;

$S(\bar{x}_i)$ — СКО среднего арифметического значения при многократных измерениях $i$-й входной величины;

$S_\Sigma$ — СКО суммы случайных и неисключенных систематических погрешностей;

$K$ — коэффициент при суммировании систематической и случайной составляющих суммарной погрешности, принятый в НД ГСИ по метрологии*;

$f_{эф}$ — оценка эффективного числа степеней свободы, принятая в НД ГСИ по метрологии;

$\Delta_p$ — доверительные границы суммарной погрешности результата измерений для доверительной вероятности $p$;

$z_p$ — квантиль нормального распределения для доверительной вероятности $p$;

$\theta_i$ — границы $i$-й составляющей неисключенной систематической погрешности;

$\theta(p)$ — доверительные границы систематической погрешности измерения для доверительной вероятности $p$;

$b_{i-}$ — нижняя граница отклонения измеряемой величины от результата измерений;

$b_{i+}$ — верхняя граница отклонения измеряемой величины от результата измерений;

$b_i$ — симметричные границы отклонения измеряемой величины от результата измерений.

## 4 Рекомендации по применению Руководства

4.1 Основным количественным выражением неопределенности измерений является стандартная неопределенность $u$.

4.2 Основным количественным выражением неопределенности измерений, при котором результат определяют через значения других величин, является суммарная стандартная неопределенность $u_c$.

4.3 В тех случаях, когда это необходимо, вычисляют расширенную неопределенность $U$ по формуле

$$U = k \cdot u_c, \qquad (1)$$

* Здесь и далее обобщенная ссылка «НД ГСИ по метрологии» означает группу нормативных документов по разделу 2 и нормативные документы по приложению Д — [2] и [3].

где $k$ — коэффициент охвата (числовой коэффициент, используемый как множитель при суммарной стандартной неопределенности для получения расширенной неопределенности).

4.4 В Руководстве измеряемую величину $Y$ определяют как

$$Y = f(X_1, \ldots, X_m), \tag{2}$$

где $X_1, \ldots, X_m$ — входные величины (непосредственно измеряемые или другие величины, влияющие на результат измерения);

$m$ — число этих величин;

$f$ — вид функциональной зависимости.

4.5 Оценку измеряемой величины $y$ вычисляют как функцию оценок входных величин $x_1, \ldots, x_m$ после внесения поправок на все известные источники неопределенности, имеющие систематический характер

$$y = f(x_1, \ldots, x_m). \tag{3}$$

4.6 Затем вычисляют стандартные неопределенности входных величин $u(x_i)$ ($i = 1, \ldots, m$) и возможные коэффициенты корреляции $r(x_i, x_j)$ оценок $i$-й и $j$-й входных величин ($j = 1, \ldots, m$).

4.7 Различают два типа вычисления стандартной неопределенности:

вычисление по типу А — путем статистического анализа результатов многократных измерений;

вычисление по типу В — с использованием других способов.

**4.8 Вычисление стандартной неопределенности *u***

4.8.1 Вычисление стандартной неопределенности по типу А — $u_A$

4.8.1.1 Исходными данными для вычисления $u_A$ являются результаты многократных измерений: $x_{i1}, \ldots, x_{in_i}$ (где $i = 1, \ldots, m$; $n_i$ — число измерений $i$-й входной величины).

4.8.1.2 Стандартную неопределенность единичного измерения $i$-й входной величины $u_{A,i}$ вычисляют по формуле

$$u_{A,i} = \sqrt{\frac{1}{n_i - 1} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}, \tag{4}$$

где $\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{q=1}^{n_i} x_{iq}$ — среднее арифметическое результатов измерений $i$-й входной величины.

4.8.1.3 Стандартную неопределенность $u_A(x_i)$ измерений $i$-й входной величины, при которых результат определяют как среднее арифметическое, вычисляют по формуле

$$u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}. \tag{5}$$

4.8.2 Вычисление стандартной неопределенности по типу В — $u_B$

4.8.2.1 В качестве исходных данных для вычисления $u_B$ используют:

- данные предшествовавших измерений величин, входящих в уравнение измерения; сведения о виде распределения вероятностей;
- данные, основанные на опыте исследователя или общих знаниях о поведении и свойствах соответствующих приборов и материалов;
- неопределенности констант и справочных данных;
- данные поверки, калибровки, сведения изготовителя о приборе и т. п.

4.8.2.2 Неопределенности этих данных обычно представляют в виде границ отклонения значения величины от ее оценки. Наиболее распространенный способ формализации неполного знания о значении величины заключается в постулировании равномерного закона распределения возможных значений этой величины в указанных (нижней и верхней) границах [($b_{i-}$, $b_{i+}$) для $i$-й входной величины]. При этом стандартную неопределенность, вычисляемую по типу В — $u_B(x_i)$, определяют по формуле

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}}, \tag{6}$$

а для симметричных границ ($\pm b_i$) — по формуле

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}. \quad (7)$$

4.8.2.3 В случае других законов распределения формулы для вычисления неопределенности по типу В будут иными.

4.8.3 Для вычисления коэффициента корреляции $r(x_i, x_j)$ используют согласованные пары измерений ($x_{il}$, $x_{jl}$) (где $l = 1, \ldots, n_{ij}$; $n_{ij}$ — число согласованных пар результатов измерений)

$$r(x_i, x_j) = \frac{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - \bar{x}_i)(x_{jl} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - \bar{x}_i)^2 \sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{jl} - \bar{x}_j)^2}}. \quad (8)$$

**4.9 Вычисление суммарной стандартной неопределенности $u_c$**

4.9.1 В случае некоррелированных оценок $x_1, \ldots, x_m$ суммарную стандартную неопределенность $u_c(y)$ вычисляют по формуле

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)}. \quad (9)$$

4.9.2 В случае коррелированных оценок $x_1, \ldots, x_m$ суммарную стандартную неопределенность вычисляют по формуле

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j)\, u(x_i)\, u(x_j)}, \quad (10)$$

где $r(x_i, x_j)$ — коэффициент корреляции;

$u(x_i)$ — стандартная неопределенность $i$-й входной величины, вычисленная по типу А или В.

**4.10 Выбор коэффициента охвата $k$ при вычислении расширенной неопределенности**

4.10.1 В общем случае коэффициент охвата $k$ выбирают в соответствии с формулой

$$k = t_p(\nu_{eff}), \quad (11)$$

где $t_p(\nu_{eff})$ — квантиль распределения Стьюдента с эффективным числом степеней свободы $\nu_{eff}$ и доверительной вероятностью (уровнем доверия) $p$. Значения коэффициента $t_p(\nu_{eff})$ приведены в приложении Г.

4.10.2 Эффективное число степеней свободы определяют по формуле

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^{m} \frac{u^4(x_i)}{\nu_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4}, \quad (12)$$

где $\nu_i$ — число степеней свободы при определении оценки $i$-й входной величины, при этом:

$\nu_i = n_i - 1$ — для вычисления неопределенностей по типу А;

$\nu_i = \infty$ — для вычисления неопределенностей по типу В.

4.10.3 Во многих практических случаях при вычислении неопределенностей результатов измерений делают предположение о нормальности закона распределения возможных значений измеряемой величины и полагают:

$k = 2$ при $p \approx 0{,}95$ и $k = 3$ при $p \approx 0{,}99$.

При предположении о равномерности закона распределения полагают:

$k = 1{,}65$ при $p \approx 0{,}95$ и $k = 1{,}71$ при $p \approx 0{,}99$.

4.11 При представлении результатов измерений Руководство рекомендует приводить достаточное количество информации для возможности проанализировать или повторить весь процесс получения результата измерений и вычисления неопределенностей измерений, а именно:

- алгоритм получения результата измерений;
- алгоритм расчета всех поправок и их неопределенностей;
- неопределенности всех используемых данных и способы их получения;
- алгоритмы вычисления суммарной и расширенной неопределенностей (включая значение коэффициента $k$).

## 5 Соответствие между формами представления результатов измерений, используемыми в НД ГСИ по метрологии, и формой, используемой в Руководстве

5.1 При проведении совместных работ с зарубежными странами в работах, проводимых под эгидой МКМВ и его Консультативных комитетов, при подготовке публикаций в зарубежной печати, при публикациях работ по определению физических констант и в других случаях, связанных с выполнением международных метрологических работ, целесообразно руководствоваться нижеприведенными схемами.

5.1.1 При вычислении неопределенности измерений следует придерживаться последовательности, показанной на рисунке 1.

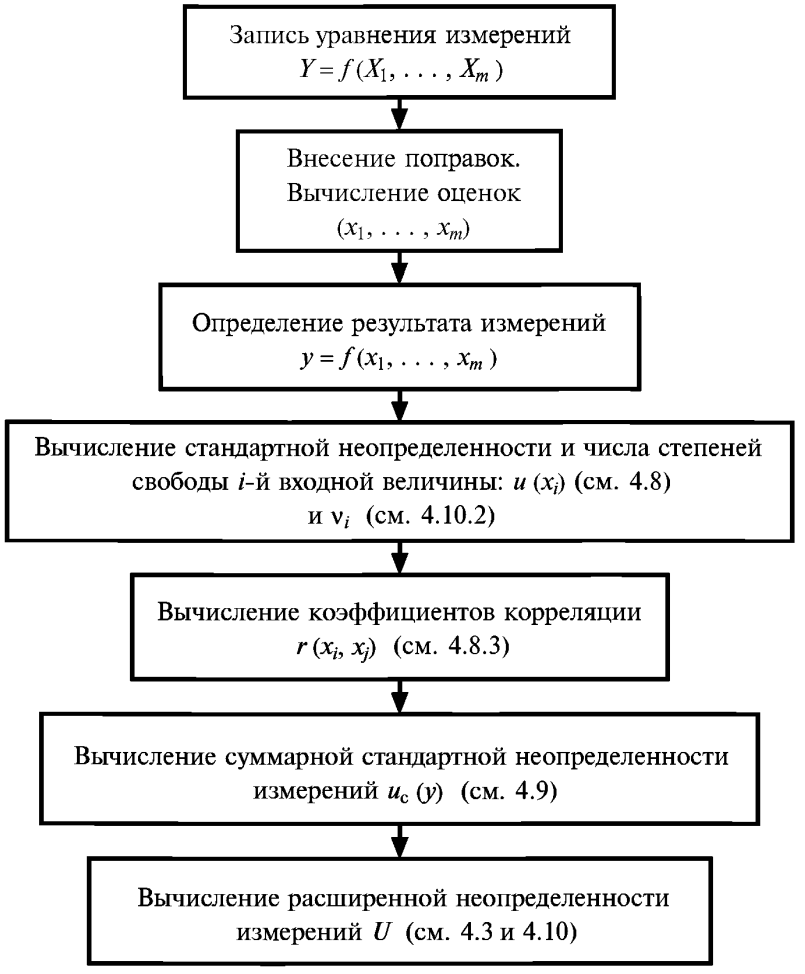



Рисунок 1

5.2 Сопоставление способов оценивания доверительных границ погрешности $\Delta_p$ и вычисления расширенной неопределенности $U_p$ измерений приведено в таблице 1.

Таблица 1

<table>
<tr><td rowspan="3">НД ГСИ по метрологии</td><td>$\frac{\theta(p)}{S} < 0{,}8$</td><td>$0{,}8 \le \frac{\theta(p)}{S} \le 8{,}0$</td><td>$\frac{\theta(p)}{S} > 8{,}0$</td></tr>
<tr><td>$\Delta_p = t_p(f_{эф})\,S,$</td><td>$\Delta_p = \dfrac{t_p(f_{эф})\,S + \theta(p)}{S + \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\theta_i^2}{3}}} \sqrt{S^2 + \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\theta_i^2}{3}},$</td><td>$\Delta_p = \theta(p)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">где $S = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 S^2(\bar{x}_i)}$; $\theta(p) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \theta_i^2}$, здесь $k = 1{,}1$ при $p = 0{,}95$ и $k = 1{,}4$ при $p = 0{,}99$ и $m > 4$<br>$f_{эф} = \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 S^2(\bar{x}_i)\right)^2 - \frac{2}{m+1}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4 S^4(\bar{x}_i)}{\frac{1}{m+1}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4 S^4(\bar{x}_i)}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Руководство</td><td colspan="3">$U_p = t_p(\nu_{eff})\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)},$<br>где $\nu_{eff} = \dfrac{u_c^4}{\sum_{i=1}^{m}\frac{u^4(x_i)}{\nu_i}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4},$<br>причем $\nu_i = n_i - 1$ — для неопределенностей, вычисленных по типу А;<br>$\nu_i = \infty$ — для неопределенностей, вычисленных по типу В</td></tr>
<tr><td colspan="3">Для большинства практических случаев в предположении:<br>- нормального закона распределения $U_{0,95} = 2u_c$, $U_{0,99} = 3u_c$;<br>- равномерного закона распределения $U_{0,95} = 1{,}65u_c$, $U_{0,99} = 1{,}71u_c$</td></tr>
</table>

5.3 При сопоставлении оценок характеристик погрешности и неопределенностей результатов измерений рекомендуется использовать следующую схему (с учетом пояснений А.5 и А.6 приложения А):

| | | |
|---|---|---|
| СКО, характеризующее случайную погрешность | ⟷ | Стандартная неопределенность, вычисленная по типу А |
| СКО, характеризующее неисключенную систематическую погрешность | ⟷ | Стандартная неопределенность, вычисленная по типу В |
| СКО, характеризующее суммарную погрешность | ⟷ | Суммарная стандартная неопределенность |
| Доверительные границы погрешности | ⟷ | Расширенная неопределенность |

5.4 Если отсутствует достаточная информация для вычисления неопределенности $u$ в соответствии с Руководством (раздел 4 настоящей рекомендации), то ее оценка $\hat{u}$ может быть получена на основании оценок характеристик погрешности по приведенным ниже схемам. Схемы 1 и 2 соответствуют двум различным способам представления результатов измерений, принятым в НД ГСИ по метрологии. Необходимо отметить, что оценки неопределенностей, полученные таким образом, в ряде случаев не совпадают со значениями неопределенностей, полученными в соответствии с Руководством (см. приложение В).

Схема 1

$y$ — результат измерений;

$S$ — СКО случайной погрешности результата измерений;

$\theta(p)$ — доверительные границы неисключенной систематической погрешности результата измерений;

$m$ — число входных величин;

$f_{эф}$ — оценка эффективного числа степеней свободы,

$f_{эф} = n - 1$ — при прямых измерениях (где $n$ — число измерений)

$\Rightarrow$

$y$ — результат измерений;

$\hat{u}_A = S$ — оценка стандартной неопределенности, вычисленной по типу А;

$\hat{u}_B = \frac{\theta(p)}{k\sqrt{3}}$ — оценка стандартной неопределенности, вычисленной по типу В, при этом:

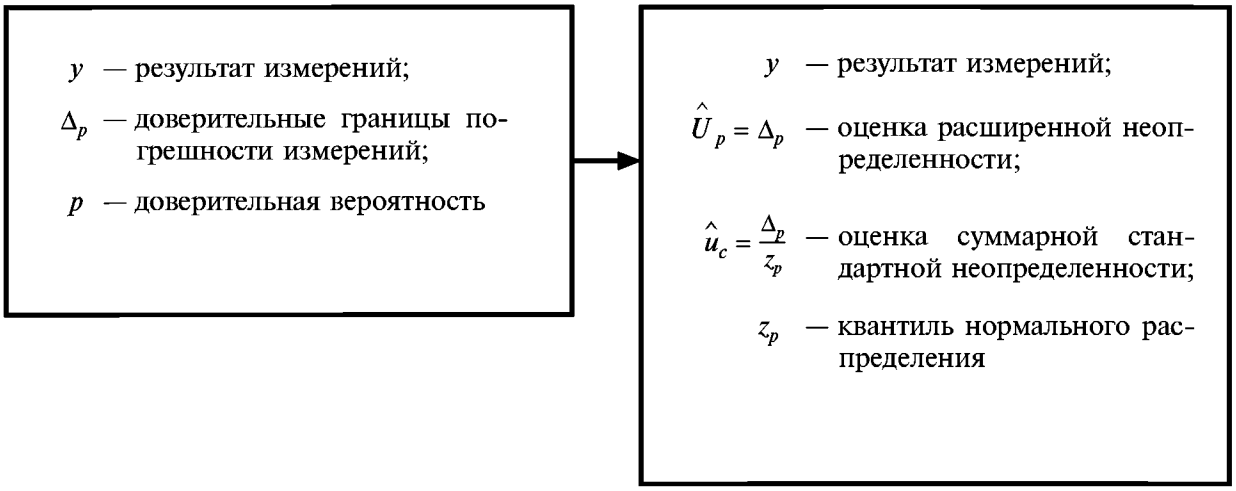
$k = 1{,}1$ — при $p = 0{,}95$ и
$k = 1{,}4$ — при $p = 0{,}99$ и $m > 4$;

$\hat{u}_c = \sqrt{\hat{u}_A^2 + \hat{u}_B^2}$ — оценка суммарной стандартной неопределенности;

$\hat{\nu}_{eff} = f_{эф} \cdot \left[1 + \frac{\hat{u}_B^2}{\hat{u}_A^2}\right]^2$ — оценка эффективного числа степеней свободы;

$\hat{U}_p = t_p(\hat{\nu}_{eff})\,\hat{u}_c$ — оценка расширенной неопределенности

Схема 2

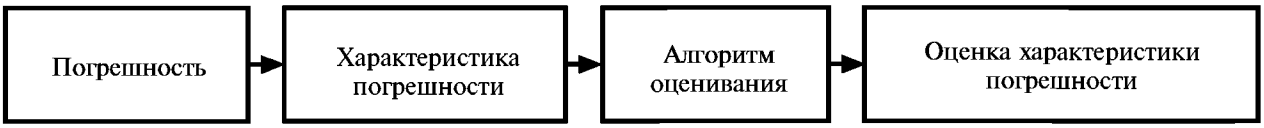



Оценить неопределенности $u_A$ и $u_B$ по отдельности, зная только $\Delta_p$, невозможно.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А
(справочное)

### Сравнительный анализ двух подходов к выражению характеристик точности измерений

А.1 Целью измерений является получение оценки истинного значения измеряемой величины. Понятие погрешности измерений как разности между результатом измерений и истинным (действительным) значением измеряемой величины используется для описания точности измерений в НД ГСИ по метрологии. Говоря об оценивании погрешности, в метрологической практике государств — участников Соглашения подразумевают оценивание ее характеристик.




А.2 В Руководстве для выражения точности измерений вводят понятие неопределенности измерений. Неопределенность измерений понимают как неполное знание значения измеряемой величины и для количественного выражения этой неполноты вводят распределение вероятностей возможных (обоснованно приписанных) значений измеряемой величины. Таким образом, параметр этого распределения (также называемый — неопределенность) количественно характеризует точность результата измерений.

А.3 Сходными для обоих подходов являются последовательности действий при оценивании характеристик погрешности и вычислении неопределенности измерений:

- анализ уравнения измерений;
- выявление всех источников погрешности (неопределенности) измерений и их количественное оценивание;
- введение поправок на систематические погрешности (эффекты), которые можно исключить.

А.4 Методы вычисления неопределенности, так же как и методы оценивания характеристик погрешности, заимствованы из математической статистики, однако при этом используются различные интерпретации

закона распределения вероятностей случайных величин. Кроме изложенных в Руководстве и НД ГСИ по метрологии методов вычисления неопределенности и оценивания характеристик погрешности на практике используют и другие методы.

Возможные различия между оценками характеристик погрешности (в соответствии с НД ГСИ по метрологии) и неопределенностями (в соответствии с Руководством) показаны в примерах, приведенных в приложениях Б и В.

Различие двух подходов проявляется также в трактовке неопределенности и характеристик погрешности, основанной на разных интерпретациях вероятности: частотной и субъективной. В частности, доверительные границы погрешности (откладываемые от результата измерений) накрывают истинное значение измеряемой величины с заданной доверительной вероятностью (частотная интерпретация вероятности). В то же время аналогичный интервал ($y - U_p$, $y + U_p$) трактуется в Руководстве как интервал, содержащий заданную долю распределения значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине (субъективная интерпретация вероятности).

А.5 В общем случае не существует однозначного соответствия между случайными погрешностями и неопределенностями, вычисленными по типу А (а также неисключенными систематическими погрешностями и неопределенностями, вычисленными по типу В). Деление на систематические и случайные погрешности обусловлено природой их возникновения и проявления в ходе измерительного эксперимента, а деление на неопределенности, вычисляемые по типу А и по типу В, — методами их расчета.

А.6 Результаты сравнительного анализа процедур оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений приведены в таблицах А.1 и А.2.

Таблица А.1 — Процедура оценивания характеристик погрешности результата измерений

| Погрешность | $\xi = y - y_{ист} \Leftrightarrow y = y_{ист} + \xi$ | | |
|---|---|---|---|
| Модель погрешности | $\xi$ — случайная величина с плотностью распределения вероятностей $p(x; E, \sigma^2, ...)$, где $E$ — математическое ожидание, $\sigma^2$ — дисперсия | | |
| Характеристики погрешности | $S$ — СКО | $\theta$ — границы неисключенной систематической погрешности | $\Delta_p$ — доверительные границы |
| Исходные данные для оценивания характеристик погрешности | 1 Модель объекта исследования.<br>2 Экспериментальные данные $x_{iq}$, где $q = 1, ..., n_i$; $i = 1, ..., m$.<br>3 Информация о законах распределения.<br>4 Сведения об источниках погрешностей, их природе и характеристиках составляющих $[S(x_i), \theta_i]$, структурная модель погрешности.<br>5 Стандартные справочные данные и другие справочные материалы | | |
| Методы оценивания характеристик:<br>1 случайных погрешностей | $S(x_{il}) = \sqrt{\frac{1}{n_i - 1}\sum_{q=1}^{n_i}(x_{iq} - \bar{x}_i)^2}$; $S(\bar{x}_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i-1)}\sum_{q=1}^{n_i}(x_{iq} - \bar{x}_i)^2}$;<br>$S = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 S^2(\bar{x}_i)}$ | | |
| 2 неисключенных систематических погрешностей | $\theta(p) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \theta_i^2}$,<br>где $k = 1{,}1$ при $p = 0{,}95$ и $k = 1{,}4$ при $p = 0{,}99$ и $m > 4$ | | |
| 3 суммарной погрешности | $\Delta_p = \frac{t_p(f_{эф})S + \theta(p)}{S + \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\theta_i^2}{3}}} \sqrt{S^2 + \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\theta_i^2}{3}}$ | | |

*Окончание таблицы А.1*

| | | |
|---|---|---|
| Форма представления характеристик погрешности | $\theta\,(p)$, $S$, $n$, $f_{эф}$ | $\Delta_p$ |
| Интерпретация полученных результатов | Интервал $(-\Delta_p, +\Delta_p)$ с вероятностью $p$ содержит погрешность измерений, что равносильно тому, что интервал $(y-\Delta_p, y+\Delta_p)$ с вероятностью $p$ содержит истинное значение измеряемой величины. | |

Таблица А.2 — Процедура вычисления неопределенности измерений

| | | | |
|---|---|---|---|
| Модель неопределенности (представление знания о значении измеряемой величины) | $\eta$ — случайная величина с плотностью распределения вероятностей $p\,(x; y, u^2, ...)$, где $y$ — математическое ожидание, $u^2$ — дисперсия | | |
| Неопределенность (количественная мера) | Стандартная $u$ | Суммарная $u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} u_i^2}$ | Расширенная $U_p = k \cdot u_c$ |
| Исходные данные для вычисления неопределенности | 1 Модель объекта исследования.<br>2 Экспериментальные данные $x_{iq}$, где $q = 1, ..., n_i$; $i = 1, ..., m$.<br>3 Информация о законах распределения.<br>4 Сведения об источниках неопределенности и информация о значениях неопределенности.<br>5 Стандартные справочные данные и другие справочные материалы | | |
| Методы вычисления неопределенности:<br>1 по типу А | $u_{A,i} = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i - 1}}$; $u_A(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i (n_i - 1)}}$ | | |
| 2 по типу В | $u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}$ | | |
| 3 расширенной неопределенности | $U_p = t_p(\nu_{eff}) \cdot u_c$,<br>где $\nu_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^{m} \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)\right)^4}{\nu_i}}$; $u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)\right)^2}$;<br>$U_{0,95} = 2u_c$, $U_{0,99} = 3u_c$ — для нормального закона;<br>$U_{0,95} = 1{,}65u_c$, $U_{0,99} = 1{,}71u_c$ — для равномерного закона | | |
| Представление неопределенности | $u_c$, $U_p$, $k$, $u_i$, $\nu_i$ | | |
| Интерпретация полученных результатов | Интервал $(y - U_p, y + U_p)$ содержит большую долю $(p)$ распределения значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине. | | |

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
(справочное)

## Пример оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений. Измерения силы электрического тока с помощью вольтметра и токового шунта

### Б.1 Уравнение измерений

$$I = f(V, R) = \frac{V}{R}, \tag{Б.1}$$

где $I$ — сила тока;

$V$ — напряжение;

$R$ — сопротивление шунта.

### Б.2 Нахождение результата измерений

Б.2.1 В результате измерений напряжения при температуре $t$ = (23,00 ± 0,05) °С получают ряд значений $V_i$ в милливольтах (где $i$ = 1, ... , $n$; $n$ = 10):

100,68; 100,83; 100,79; 100,64; 100,63; 100,94; 100,60; 100,68; 100,76; 100,65.

Б.2.2 На основе полученных значений вычисляют среднее арифметическое значение напряжения $\overline{V}$, мВ, по формуле

$$\overline{V} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} V_i = 100{,}72. \tag{Б.2}$$

Б.2.3 Значение сопротивления шунта $R_0$, Ом, установлено при его калибровке для $I$ = 10 А и $t$ = 23,00 °С и равно:

$$R_0 = 0{,}010\ 088.$$

Б.2.4 Результат измерений силы тока $I$, А, получают по формуле

$$I = \frac{\overline{V}}{R_0} = 9{,}984. \tag{Б.3}$$

### Б.3 Анализ источников погрешности результата измерений

Б.3.1 СКО, характеризующее случайную составляющую погрешности при измерениях напряжения $S(\overline{V})$, мВ, вычисляют по формуле

$$S(\overline{V}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(V_i - \overline{V})^2}{n(n-1)}} = 3{,}4 \cdot 10^{-2}, \tag{Б.4}$$

$$\tilde{S}\ (\overline{V}) = 0{,}034\ \%*.$$

Б.3.2 Границы неисключенной систематической погрешности вольтметра в милливольтах определены при его калибровке в виде следующего выражения**:

$$\theta_V = 3 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0{,}02. \tag{Б.5}$$

Тогда при $V = \overline{V}$ получают

$$\theta_V = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{мВ},$$

$$\tilde{\theta}_V = 0{,}050\ \%.$$

Б.3.3 Границы неисключенной систематической погрешности значения сопротивления шунта, определенные при его калибровке, равны

$$\tilde{\theta}_R = 0{,}070\ \%.$$

---

* Здесь и далее знак тильды над буквой, обозначающей характеристику погрешности (неопределенности), означает, что данная характеристика приведена в относительном виде.

** В выражениях для границ погрешностей при равных значениях отклонений от нуля знак ± здесь и далее опущен.

Тогда при $R = R_0$ получают

$$\theta_R = 7 \cdot 10^{-4} \cdot R_0 = 7{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}. \quad (Б.6)$$

Б.3.4 Границы неисключенной систематической составляющей погрешности значения сопротивления шунта, обусловленной погрешностью измерений температуры, находят из формулы, определяющей зависимость сопротивления от температуры

$$R = R_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (t - t_0)], \quad (Б.7)$$

где $R_0$ — значение сопротивления при $t = t_0$ ($t_0 = 23{,}00$ °С; $R_0 = 0{,}010\,088$ Ом);

$\alpha$ — температурный коэффициент ($\alpha = 6 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$).

В случае, когда границы погрешности измерения температуры равны $\Delta t$, границы соответствующей составляющей погрешности значения сопротивления равны

$$\theta_{R,\,t} = \alpha \cdot \Delta t \cdot R, \quad (Б.8)$$

Таким образом, при $\Delta t = 0{,}05$ °С получают:

$$\theta_{R,\,t} = 3{,}0 \cdot 10^{-9} \text{ Ом},$$

$$\tilde{\theta}_{R,\,t} = 3{,}0 \cdot 10^{-5} \ \%.$$

В дальнейшем эту составляющую погрешности (ввиду ее малости по сравнению с другими составляющими) можно не учитывать.

**Б.4 Вычисление характеристик погрешности результата измерений**

Б.4.1 Делают предположение о равномерном распределении неисключенных систематических составляющих погрешности результата измерений внутри их границ $\theta_V$ и $\theta_R$. Тогда СКО суммарной неисключенной систематической составляющей погрешности результата измерений силы тока $S_\theta$, А, определяют по формуле

$$S_\theta = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)^2 \cdot \frac{\theta_V^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot \frac{\theta_R^2}{3}}, \quad (Б.9)$$

где $\frac{\partial f}{\partial V} = \frac{1}{R}$, $\frac{\partial f}{\partial R} = -\frac{V}{R^2}$ — коэффициенты влияния.

Таким образом, получают

$$S_\theta = \sqrt{\left(\frac{1}{R_0}\right)^2 \cdot \frac{\theta_V^2}{3} + \left(\frac{\overline{V}}{R_0^2}\right)^2 \cdot \frac{\theta_R^2}{3}} = 5{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ А},$$

$$\tilde{S}_\theta = 0{,}050 \ \%.$$

Б.4.2 Доверительные границы суммарной неисключенной систематической составляющей погрешности результата измерений силы тока $\theta\,(p)$ при доверительной вероятности $p = 0{,}95$ оценивают по формуле

$$\theta\,(0{,}95) = 1{,}1 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 \theta_V^2 + \left(\frac{V}{R^2}\right)^2 \cdot \theta_R^2} = 9{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad (Б.10)$$

$$\tilde{\theta}\,(0{,}95) = 0{,}095 \ \%.$$

Б.4.3 СКО случайной составляющей погрешности результата измерений силы тока $S$ определяют по формуле

$$S = \frac{\partial f}{\partial V} \cdot S\,(\overline{V}) = 3{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad (Б.11)$$

$$\tilde{S} = 0{,}034 \ \%.$$

Б.4.4 СКО суммарной погрешности результата измерений силы тока $S_\Sigma$ вычисляют по формуле

$$S_\Sigma = \sqrt{S^2 + S_\theta^2} = 6{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad (Б.12)$$

$$\tilde{S}_\Sigma = 0{,}060 \ \%.$$

Б.4.5 Доверительные границы погрешности результата измерений силы тока $\Delta_{0,95}$ при $p = 0{,}95$ и эффективном числе степеней свободы $f_{эф} = n - 1 = 9$ вычисляют по формуле

$$\Delta_{0,95} = \frac{t_{0,95}(9) \cdot S + \theta(0,95)}{S + S_\theta} \cdot S_\Sigma = 0{,}012 \text{ А}, \qquad (Б.13)$$

$$\tilde{\Delta}_{0,95} = 0{,}12\ \%.$$

**Б.5 Вычисление неопределенности измерений**

Б.5.1 По типу А вычисляют стандартную неопределенность, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер.

Б.5.1.1 Стандартную неопределенность напряжения, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер, $u_A(V)$ определяют по формуле

$$u_A(V) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (V_i - \overline{V})^2}{n(n-1)}}, \qquad (Б.14)$$

$$u_A(V) = 3{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ мВ},$$

$$\tilde{u}_A(V) = 0{,}034\ \%.$$

Б.5.1.2 Стандартную неопределенность силы тока, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер, $u_A$ определяют по формуле

$$u_A = \frac{\partial f}{\partial V} \cdot u_A(V) = 3{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \qquad (Б.15)$$

$$\tilde{u}_A = 0{,}034\ \%.$$

Б.5.2 По типу В вычисляют стандартные неопределенности, обусловленные источниками неопределенности, имеющими систематический характер. Распределение значений величин внутри границ считают равномерным.

Б.5.2.1 Границы систематического смещения при измерениях напряжения, определенные при калибровке вольтметра, равны $3 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0{,}02$. Тогда соответствующую стандартную неопределенность $u_{B,V}$ вычисляют по формуле

$$u_{B,V} = \frac{3 \cdot 10^{-4} \cdot \overline{V} + 0{,}02}{\sqrt{3}} = 2{,}9 \cdot 10^{-2} \text{ мВ}, \qquad (Б.16)$$

$$\tilde{u}_{B,V} = 0{,}029\ \%.$$

Б.5.2.2 Границы, внутри которых лежит значение сопротивления шунта, определены при калибровке шунта и равны $7 \cdot 10^{-4} R$. Тогда при $R = R_0$ соответствующую стандартную неопределенность $u_{B,R}$ вычисляют по формуле

$$u_{B,R} = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot R_0}{\sqrt{3}} = 4{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}, \qquad (Б.17)$$

$$\tilde{u}_{B,R} = 0{,}040\ \%.$$

Б.5.2.3 Границы изменения значения сопротивления шунта, обусловленного изменением температуры, равны $\alpha \cdot \Delta t \cdot R_0$. Соответствующую стандартную неопределенность $u_{B,t}$ получают в соответствии с формулой

$$u_{B,t} = \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot R_0}{\sqrt{3}} = 1{,}7 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}, \qquad (Б.18)$$

$$\tilde{u}_{B,t} = 1{,}7 \cdot 10^{-5}\ \%.$$

В дальнейшем этой составляющей неопределенности (ввиду ее малости по сравнению с другими составляющими) можно пренебречь.

Б.5.2.4 Суммарную стандартную неопределенность $u_B$, вычисленную по типу В, определяют по формуле

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)^2 u_{B,V}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot u_{B,R}^2} = 5{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \qquad (Б.19)$$

$$\tilde{u}_B = 0{,}050\ \%.$$

Б.5.3 Суммарную стандартную неопределенность $u_c$ вычисляют по формуле

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 6{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \qquad (Б.20)$$

$$\tilde{u}_c = 0{,}060\ \%.$$

Б.5.4 Эффективное число степеней свободы $\nu_{eff}$ рассчитывают по формуле

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{\left(\frac{1}{R} \cdot u_A\right)^4}{n-1} + \frac{\left(\frac{1}{R} \cdot u_{B,\,V}\right)^4}{\infty} + \frac{\left(\frac{V}{R^2} \cdot u_{B,\,R}\right)^4}{\infty}} = 87. \qquad (Б.21)$$

Б.5.5 Коэффициент охвата $k$ получают по формуле

$$k = t_{0,95}(\nu_{eff}) = 1{,}99. \qquad (Б.22)$$

Б.5.6 Расширенную неопределенность $U_{0,95}$ определяют следующим образом

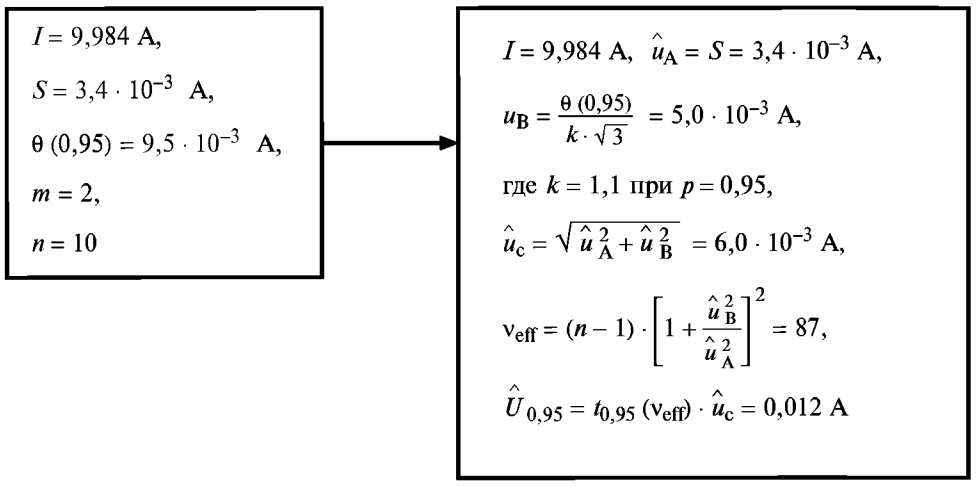
$$U_{0,95} = k \cdot u_c = 0{,}012 \text{ А}, \qquad (Б.23)$$

$$\tilde{U}_{0,95} = 0{,}12\ \%.$$

**Б.6 Переход от характеристик погрешности к неопределенности измерений**

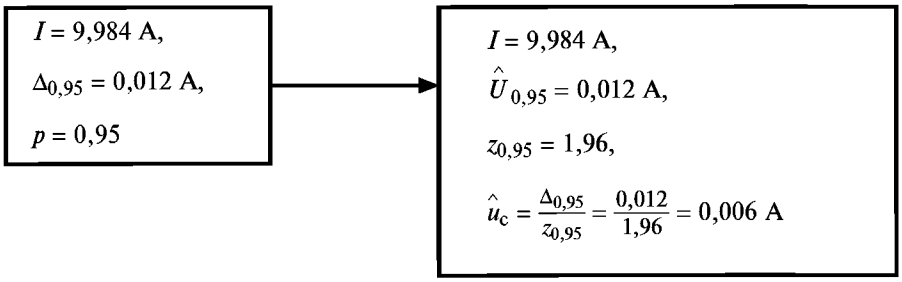
Б.6.1 Используя оценки характеристик погрешности, полученные в Б.3 и Б.4 настоящего приложения, можно продемонстрировать получение оценок неопределенностей в соответствии с 5.4 настоящих рекомендаций.

Схема 1




В данном примере неопределенности измерений, вычисленные в Б.5 настоящего приложения в соответствии с Руководством, совпадают с их оценками, полученными по схеме 1.

Схема 2




В данном примере разность неопределенностей измерений, вычисленных в Б.5 настоящего приложения в соответствии с Руководством, и их оценок, полученных по схеме 2, меньше погрешности округления при вычислениях.

ПРИЛОЖЕНИЕ В
(справочное)

## Пример оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений. Измерения длины штриховой меры

Измерение длины штриховой меры проводят на государственном первичном эталоне единицы длины интерференционным методом.

**В.1 Уравнение измерений**

$$L = A \cdot \frac{\lambda}{2 n_{в}} + \alpha L_0 (20 - t) + \Delta l_S , \qquad (В.1)$$

где $L$ — длина штриховой меры;

$A$ — число импульсов;

$\lambda$ — длина волны излучения ($\lambda$ = 0,632 991 398 2 мкм);

$n_{в}$ — показатель преломления воздуха ($n_{в}$ = 1,000 275 236);

$\alpha$ — коэффициент линейного расширения ($\alpha = 1{,}15 \cdot 10^{-5}$ $K^{-1}$);

$L_0$ — опорное значение длины штриховой меры ($L_0$ = 1,000 м);

$t$ — температура штриховой меры ($t$ = 20,125 °С);

$\Delta l_S$ — поправка на размер коллиматорной щели ($\Delta l_S$ = 0,031 мкм).

**В.2 Нахождение результата измерений**

В.2.1 В результате измерений числа импульсов и внесения поправок на известные систематические погрешности в соответствии с уравнением измерения (В.1) получают ряд значений длины штриховой меры $L_i$ в метрах (где $i$ = 1, ..., $n$; $n$ = 10):

1,000 001 356; 1,000 001 584; 1,000 001 383; 1,000 001 469; 1,000 001 491; 1,000 001 466; 1,000 001 575; 1,000 001 397; 1,000 001 405; 1,000 001 334.

В.2.2 Оценку значения длины штриховой меры $\overline{L}$ как среднее арифметическое значений $L_i$ определяют по формуле

$$\overline{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} L_i = 1{,}000\ 001\ 474. \qquad (В.2)$$

**В.3 Анализ источников погрешности результата измерений**

В.3.1 СКО случайной составляющей погрешности $S$, м, определяют по формуле*

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (L_i - \overline{L})^2}{n (n-1)}} = 2{,}5 \cdot 10^{-8} , \qquad (В.3)$$

$$S = 0{,}025 \text{ мкм}.$$

В.3.2 Границы неисключенных систематических погрешностей:

- определения показателя преломления воздуха $\theta_{в} = 2{,}0 \cdot 10^{-8}$;
- значения длины волны $\theta_{\lambda} = 6{,}2 \cdot 10^{-9}$ мкм;
- определения температуры меры $\theta_t$ = 0,003 °С;
- определения поправки на размер коллиматорной щели $\theta_{\Delta l}$ = 0,002 мкм.

Составляющие погрешности результата измерений, обусловленные погрешностями значений $L_0$ и $\alpha$, пренебрежимо малы.

**В.4 Вычисление характеристик погрешности результата измерений**

В.4.1 В предположении о равномерном распределении неисключенных систематических составляющих суммарной погрешности внутри границ $\theta_{в}$, $\theta_{\lambda}$, $\theta_t$ и $\theta_{\Delta l}$ СКО неисключенной систематической составляющей погрешности результата измерений $S_{\theta}$ вычисляют по формуле

$$S_{\theta} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial n_{в}}\right)^2 \cdot \frac{\theta_{в}^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot \frac{\theta_{\lambda}^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \cdot \frac{\theta_t^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)}\right)^2 \cdot \frac{\theta_{\Delta l}^2}{3}} , \qquad (В.4)$$

---

* Для более компактной записи значения характеристик погрешности (неопределенности) далее будут выражены в микрометрах (мкм).

где $\frac{\partial f}{\partial n_в} = -A \cdot \frac{\lambda}{2 n_в^2}$; $\frac{\partial f}{\partial \lambda} = A \cdot \frac{1}{2 n_в}$; $\frac{\partial f}{\partial t} = \alpha \cdot L_0$; $\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)} = 1$ — коэффициенты влияния.

Таким образом, получают:

$$S_\theta = \sqrt{\left(A \cdot \frac{\lambda}{2 n_в^2}\right)^2 \cdot \frac{\theta_в^2}{3} + \left(A \cdot \frac{1}{2 n_в}\right)^2 \cdot \frac{\theta_\lambda^2}{3} + (\alpha \cdot L_0)^2 \cdot \frac{\theta_t^2}{3} + (1)^2 \cdot \frac{\theta_{\Delta l}^2}{3}}. \quad (В.5)$$

Для упрощения расчетов можно принять: $A \cdot \frac{\lambda}{2 n_в} \approx 1$ м, $n_в \approx 1{,}00$, $\lambda \approx 0{,}633$ мкм.

Тогда получают:

$$S_\theta \approx 0{,}024 \text{ мкм}.$$

В.4.2 Доверительные границы неисключенной систематической погрешности результата измерений при $p = 0{,}99$ и числе неисключенных составляющих систематической погрешности $m = 4$ ($k = 1{,}23$ по [3]) — $\theta$ (0,99) вычисляют по формуле

$$\theta\,(0{,}99) = 1{,}23 \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial n_в}\right)^2 \cdot \theta_в^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot \theta_\lambda^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \cdot \theta_t^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)}\right)^2 \cdot \theta_{\Delta l}^2}. \quad (В.6)$$

Рассчитывая коэффициенты влияния по В.4.1, получают

$$\theta\,(0{,}99) = 0{,}051 \text{ мкм}.$$

В.4.3 СКО суммарной погрешности $S_\Sigma$, мкм, определяют по формуле

$$S_\Sigma = \sqrt{S^2 + S_\theta^2} = 0{,}035. \quad (В.7)$$

В.4.4 Доверительные границы суммарной погрешности $\Delta_{0,99}$ при $p = 0{,}99$ и $f_{эф} = n - 1 = 9$ вычисляют по формуле

$$\Delta_{0,99} = \frac{t_{0,99}(9) \cdot S + \theta\,(0{,}99)}{S + S_0} \cdot \sqrt{S^2 + S_\theta^2} = 0{,}094 \text{ мкм}. \quad (В.8)$$

**В.5 Вычисление неопределенности измерений**

В.5.1 По типу А вычисляют стандартную неопределенность $u_A$, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер при измерении длины штриховой меры, по формуле

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (L_i - \overline{L})^2}{n(n-1)}} = 0{,}025 \text{ мкм}. \quad (В.9)$$

В.5.2 По типу В вычисляют стандартные неопределенности, обусловленные источниками неопределенности, имеющими систематический характер. Закон распределения величин внутри границ считают равномерным.

В.5.2.1 Границы, внутри которых лежит значение показателя преломления воздуха, равны $\theta_в = 2{,}0 \cdot 10^{-8}$. Стандартную неопределенность, обусловленную неточным знанием данного параметра, $u_{В,\,в}$ определяют как

$$u_{В,\,в} = \frac{\theta_в}{\sqrt{3}} = 1{,}2 \cdot 10^{-8}. \quad (В.10)$$

В.5.2.2 Границы, внутри которых лежит значение длины волны излучения, равны $\theta_\lambda = 6{,}2 \cdot 10^{-9}$ мкм. Тогда соответствующую стандартную неопределенность $u_{В,\,\lambda}$ вычисляют по формуле

$$u_{В,\,\lambda} = \frac{\theta_\lambda}{\sqrt{3}} = 3{,}6 \cdot 10^{-9} \text{ мкм}. \quad (В.11)$$

В.5.2.3 Границы, внутри которых лежит значение температуры штриховой меры, равны $\theta_t = 0{,}003$ °С. Стандартную неопредленность, обусловленную неточным знанием температуры, $u_{В,\,t}$ вычисляют по формуле

$$u_{В,\,t} = \frac{\theta_t}{\sqrt{3}} = 0{,}002 \text{ °С}. \quad (В.12)$$

В.5.2.4 Границы, внутри которых лежит значение поправки на размер коллиматорной щели, равны $\theta_{\Delta l} = 0{,}002$ мкм. Тогда соответствующую стандартную неопределенность $u_{В,\,\Delta l}$ получают по формуле

$$u_{\text{B},\,\Delta l} = \frac{\theta_{\Delta l}}{\sqrt{3}} = 0{,}001 \text{ мкм}. \qquad \text{(В.13)}$$

В.5.2.5 Суммарную стандартную неопределенность, вычисленную по типу В, — $u_{\text{B}}$ определяют по формуле

$$u_{\text{B}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial n_{\text{в}}}\right)^2 \cdot u_{\text{в}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot u_{\lambda}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \cdot u_t^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)}\right)^2 \cdot u_{\Delta l}^2}. \qquad \text{(В.14)}$$

Расчет коэффициентов влияния — по В.4.1:

$$u_{\text{B}} \approx 0{,}024 \text{ мкм}.$$

В.5.3 Суммарную стандартную неопределенность $u_{\text{c}}$ вычисляют по формуле

$$u_{\text{c}} = \sqrt{u_{\text{A}}^2 + u_{\text{B}}^2} = 0{,}035 \text{ мкм}. \qquad \text{(В.15)}$$

В.5.4 Эффективное число степеней свободы $\nu_{\text{eff}}$ определяют по формуле

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_{\text{c}}^4}{\dfrac{(u_{\text{A}})^4}{n-1} + \dfrac{\left(\dfrac{\partial f}{\partial n_{\text{в}}} \cdot u_{\text{в}}\right)^4}{\infty} + \dfrac{\left(\dfrac{\partial f}{\partial \lambda} \cdot u_{\lambda}\right)^4}{\infty} + \dfrac{\left(\dfrac{\partial f}{\partial t} \cdot u_t\right)^4}{\infty} + \dfrac{\left(\dfrac{\partial f}{\partial (\Delta l)} \cdot u_{\Delta l}\right)^4}{\infty}} = 35. \qquad \text{(В.16)}$$

В.5.5 Коэффициент охвата $k$ определяют следующим образом

$$k = t_{0,99}(\nu_{\text{eff}}) = 2{,}73. \qquad \text{(В.17)}$$

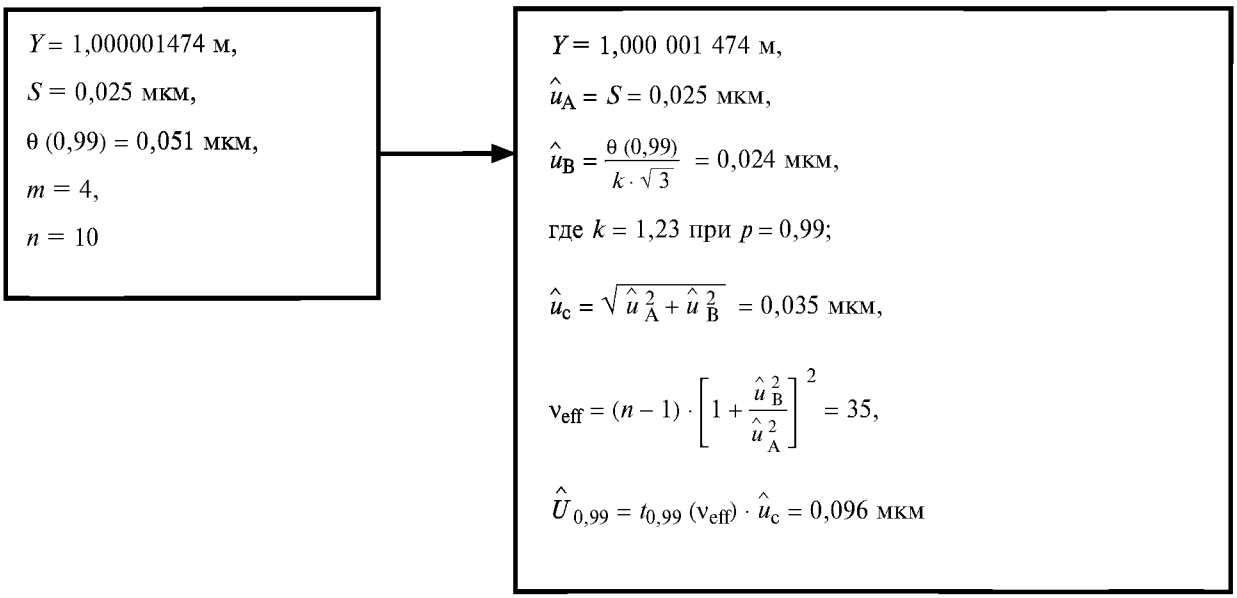
В.5.6 Расширенную неопределенность $U_{0,99}$ определяют как

$$U_{0,99} = k \cdot u_{\text{c}} = 0{,}096 \text{ мкм}. \qquad \text{(В.18)}$$

**В.6 Переход от характеристик погрешности к неопределенности измерений**

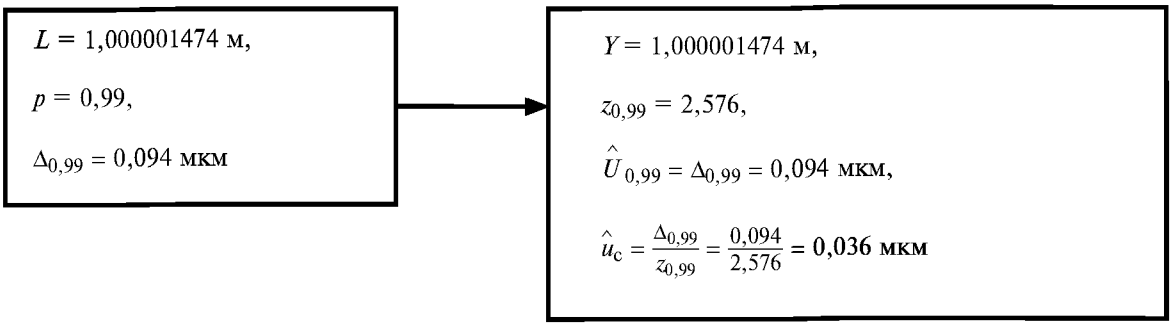
В.6.1 Используя оценки характеристик погрешности, полученные в В.4 настоящего приложения, можно продемонстрировать получение оценок неопределенностей в соответствии с 5.4 настоящих рекомендаций.

Схема 1




В данном примере неопределенности измерений, вычисленные по В.5 настоящего приложения в соответствии с Руководством, совпадают с их оценками, полученными по схеме 1.

Схема 2




Относительные разности неопределенностей измерений, вычисленных по В.5 настоящего приложения в соответствии с Руководством, и их оценок, полученных по схеме 2 (когда отсутствует достаточная информация для их оценки в соответствии с Руководством), в данном примере равны:

$$\left|\frac{\hat{U}_{0,99} - U_{0,99}}{U_{0,99}}\right| \cdot 100 = \left|\frac{0,094 - 0,096}{0,096}\right| \cdot 100 = 2\ \%,$$

$$\left|\frac{\hat{u}_c - u_c}{u_c}\right| \cdot 100 = \left|\frac{0,036 - 0,035}{0,035}\right| \cdot 100 = 3\ \%.$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г
(справочное)

### Значения коэффициента $t_p(\nu)$ для случайной величины, имеющей распределение Стьюдента с $\nu$ степенями свободы

| $\nu$ | $t_p$ ($\nu$) | | $\nu$ | $t_p$ ($\nu$) | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $p$ = 0,95 | $p$ = 0,99 | | $p$ = 0,95 | $p$ = 0,99 |
| 3 | 3,182 | 5,841 | 16 | 2,120 | 2,921 |
| 4 | 2,776 | 4,604 | 18 | 2,101 | 2,878 |
| 5 | 2,571 | 4,032 | 20 | 2,086 | 2,845 |
| 6 | 2,447 | 3,707 | 22 | 2,074 | 2,819 |
| 7 | 2,365 | 3,499 | 24 | 2,064 | 2,797 |
| 8 | 2,306 | 3,355 | 26 | 2,056 | 2,779 |
| 9 | 2,262 | 3,250 | 28 | 2,048 | 2,763 |
| 10 | 2,228 | 3,169 | 30 | 2,042 | 2,750 |
| 12 | 2,179 | 3,055 | $\infty$ | 1,960 | 2,576 |
| 14 | 2,145 | 2,977 | | | |

ПРИЛОЖЕНИЕ Д
(справочное)

## Библиография

[1] Руководство по выражению неопределенности измерения. Перевод с английского под редакцией В.А. Слаева. — ВНИИМ. — С-Пб, 1999*

[2] МИ 1317—2004 Государственная система обеспечения единства измерений. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы и представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров

[3] МИ 2083—90 Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей

* Подлинник документа — Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. — ISO, Switzerland, 1993 находится во ВНИИКИ Госстандарта России.

УДК 389:006.86.352:006.354 МКС 17.020 Т80

Ключевые слова: измерение, результат измерения, стандартное отклонение, неопределенность, стандартная неопределенность, суммарная стандартная неопределенность, расширенная неопределенность, погрешность случайная и систематическая

**Рекомендации по межгосударственной стандартизации**

**Государственная система обеспечения единства измерений**

# ПРИМЕНЕНИЕ «РУКОВОДСТВА ПО ВЫРАЖЕНИЮ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ»

Редактор *Л.В. Афанасенко*
Технический редактор *В.Н. Прусакова*
Корректор *В.С. Черная*
Компьютерная верстка *И.А. Налейкиной*

Подписано в печать 24.10.2005. Формат 60 × 84$^{1}/_{8}$. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать офсетная. Усл. печ.л. 2,79. Уч.-изд.л. 2,10. Тираж 84 экз. Зак. 831. Изд. № 3373/4. С 2079.

ФГУП «Стандартинформ», 123995 Москва, Гранатный пер., 4.
gost.e-ecolog.ru gost.e-ecolog.ru
Набрано во ФГУП «Стандартинформ» на ПЭВМ.
Отпечатано в филиале ФГУП «Стандартинформ» — тип. «Московский печатник», 105062 Москва, Лялин пер., 6.

gost.e-ecolog.ru